




## 三個臭皮匠、勝過諸葛亮?

<http://chanequal.mysinamail.com>

p. 1



## 三個臭皮匠、勝過諸葛亮?

- 設甲、乙、丙三人是某委員會的成員，需要投票決定是否進行某項計畫
- 若各人的決定是互相獨立的及正確的概  
率均為  $p$
- 最終決定是“少數服從多數”
- 求他們作出正確決定的概率?

p. 2



## 三個臭皮匠、勝過諸葛亮?


- P (作出正確決定)

$$= p \times p \times p + p \times p \times (1-p) + p \times (1-p) \\ \times p + (1-p) \times p \times p$$

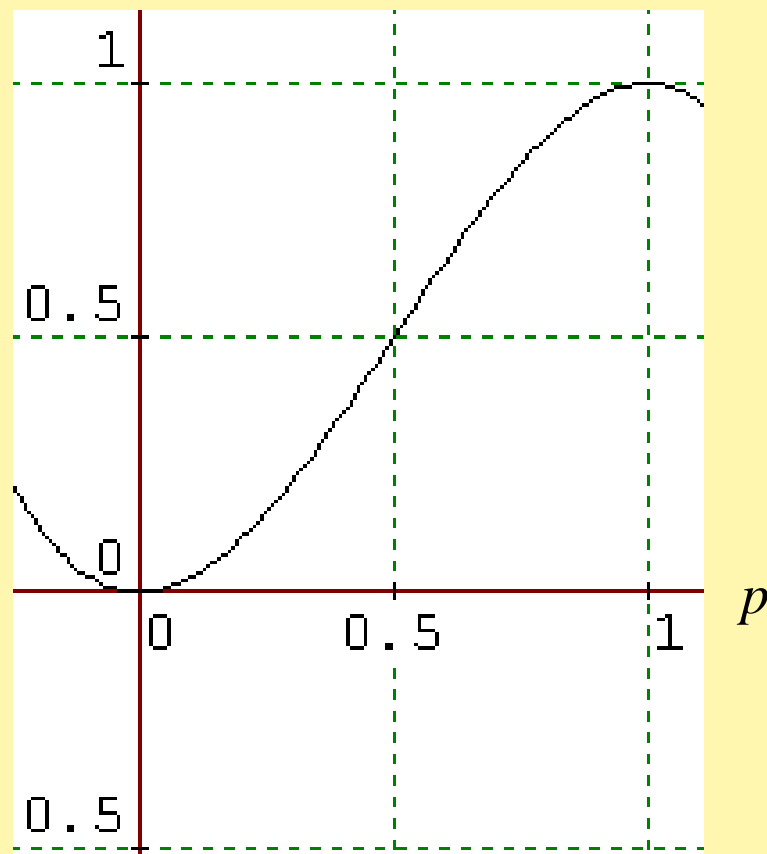
$$= p^3 + 3p^2(1-p)$$

$$= 3p^2 - 2p^3$$

p. 3



## 三個臭皮匠、勝過諸葛亮?



p. 4



## 三個臭皮匠、勝過諸葛亮?

- 當  $p = 0.5$  時， $P(\text{作出正確決定}) = 0.5$
- 當  $p = 0.4$  時， $P(\text{作出正確決定}) = 0.352$
- 當  $p = 0.6$  時， $P(\text{作出正確決定}) = 0.648$

p. 5



## 三個臭皮匠、勝過諸葛亮?

- 委員人數是**雙數**時又如何?
- 增加委員人數能否增加決定正確的機率?  
(如人數增加為 5 人、7 人或 9 人)
- 由以上的例子，可以得出甚麼結論?

p. 6



## Condorcet的陪審團定理(jury theorem)

- 當  $p < 0.5$  時， $P$  (作出正確決定) 減少
- 當  $p = 0.5$  時， $P$  (作出正確決定) 一樣
- 當  $p > 0.5$  時， $P$  (作出正確決定) 增加

p. 7



投資？ 賭博？

p. 8



# 目的

- 不是投資專家
- 闡釋與投資有關的概率問題
- 避免複雜的數學運算

p. 9



# 投資策略

- 投資目標: 該如何釐定呢?
- 基本概念及假設
  - 投資與賭博有沒有分別?
  - 假設一項投資有一定數目的結果，每項結果都有一定的概率

p. 10

## 基本概念及假設

- ▶ 假設投資者得知出現各種財務效果的概率(？)
- ▶ 假設投資者可重複某特定的投資，而自行決定投資額

p. 11



## 平均利得、預期利得

- 表現賺賠多寡的指標：投資的平均利得或稱預期利得
- 假設有  $n$  種可能的結果，第  $i$  種可能結果將獲致利得(或損失)  $g_i$  的機率是  $p_i$ ，那麼，平均利得就是

$$E = p_1g_1 + p_2g_2 + \dots + p_n g_n$$

p. 12



## 平均利得、預期利得

- 若每次投資的平均利得為 0，我們稱為「公平投資」
- 若平均利得為正值，投資對你有利
- 若平均利得為負值，投資對你不利

p. 13



## 賭博遊戲

- 賭客下注  $X$  元，投擲一枚公平銅板，如果正面向上，賭客就輸掉該  $X$  元；如果反面向上，賭客則贏得  $2X$  元。

丟銅板 — 下注  $X$  元

正面：  $-X$  元      反面：  $+2X$  元

p. 14



## 有利的賭博

- 他可重複以上賭博，而且賭多久也可以，亦可以隨時停止。
- 明顯地，這是一個有利的賭博，每下注 1 元，預期利得是 0.5 元。

p. 15



## 有利的賭博

- 若賭客為了避免輸掉全部金額，他決定每次只下注手上金額的 75%。
  - 例如，他最初有 100 元，第一次只下注 75 元，如果贏了，他手上金額有 250 元
  - 第二次下注就是 250 元的 75%，即 187.5 元；如果第一次輸了，他手上只餘 25 元，第二次下注就是 25 元的 75%，即 18.75 元。

p. 16



## 有利的賭博

- 下注 2 次的可能結果：

贏 / 輸紀錄	概率	賭客金額總結
0 - 2	1 / 4	$100 - 75 - 18.75 = 6.25$
1 - 1	1 / 2	$100 + 2 \times 75 - 187.5 = 62.5$ 或 $100 - 75 + 18.75 \times 2 = 62.5$
2 - 0	1 / 4	$100 + 75 \times 2 + 250 \times 0.75 \times 2 = 625$

- 平均來說，2 次賭注後，賭客的平均利得是 189.06 元，幾乎是賭本 100 元的兩倍；然而，賭客有 75% 的機會成為輸家。

p. 17



## 有利的賭博

- 下注 5 次的可能結果：

贏 / 輸紀錄	概率	賭客金額總結
0 - 5	1 / 32	0.10
1 - 4	5 / 32	0.98
2 - 3	10 / 32	9.77
3 - 2	10 / 16	97.66
4 - 1	5 / 32	976.56
5 - 0	1 / 32	9765.63

- 平均利得是 522.01 元，但成為輸家的概率高於 80% (26/32)。

p. 18



## 有利的賭博

- 就算賭客是贏多於輸 (3 - 2)，他的總結還是少於100元。
- 下注次數越多，平均利得越高，但成為輸家的概率將遠大於成為贏家的概率。
- 雖然這是一個有利的賭博，但若下注太高，太貪心於短時間內賺大錢，賭客幾乎注定是輸家了。

p. 19



## 有利的賭博

- 假設賭客希望贏錢，他應如何下注？
- 下注太多，成為輸家的概率高；下注太少，資本增長就會太慢。

p. 20



## 有利的賭博

- 每下注 1 元可贏金額是  $w$  元，概率是  $p$ ，則每次下注的最佳比例  $f$  應為

$$E = pw + (1 - p)(-1)$$

$$f = p - \frac{1 - p}{w}$$

p. 21



## 有利的賭博

- 根據上例數據， $p = 0.5$ ， $w = 2$ ，求得  $f = 0.25$
- 從公式可發現，無論賺賠率  $w$  對賭客有多利， $f$  必須總是小於  $p$ 。

p. 22



## 有利的賭博

- 當  $p = 0.1$  ,  $w = 1000000000$  ,  $f \approx 0.1$
- 當  $p = 0.99$  ,  $w = 1$  ,  $f \approx 0.98$
- 無論獎金有多高，下注的資本比例絕對不要高於贏錢的概率

p. 23



## 有利的賭博

- 不同的下注比例及輸贏的概率 (賭本100元，下注10次， $w = 2$  ,  $p = 0.5$ )
  - $f$  代表下注比例，是個人有多保守的指標
  - $A$  表示下注 10 次後所剩的平均金額

$f =$	0.10	0.25	0.40	0.50	0.75	0.90	1.00
$A =$	163	325	623	931	2416	4108	5767
贏錢的概率	0.828	0.623	0.623	0.377	0.172	0.172	0.001

p. 24



## 有利的賭博

次數	投資	下注後所剩的金額
1	100	300
2	300	900
3	900	2700
4	2700	8100
5	8100	24300
6	24300	72900
7	72900	218700
8	218700	626100
9	626100	1968300
10	1968300	5904900

p. 25



## 必勝賭博

- 《紳士》雜誌在六十年前發表，如何在一個公平的賭局中必勝。
- 重複投擲一枚「公平的銅板」，每次下注金額可自行決定。
- 如果正面向上，贏得所下注的金額，反面向上，輸掉注金。

p. 26



## 必勝賭博

丟銅板 — 下注  $X$  元

正面:  $+X$  元

反面:  $-X$  元

p. 27



## 必勝賭博

• 按以下規則下注：

➤ 下注前，寫下數字：1、2、3

➤ 下注金額即為數列中**最左邊**與**最右邊**數字之和。

• 如果贏了，就擦掉你下注的數字

• 如果輸了，就把輸掉的金額寫在數列的最右邊

➤ 繼續下注。如果只剩下一個數字，下注金額就是那個數字。

➤ 當所有數字全部消失，停止下注。

p. 28



## 必勝賭注

以下是一個模擬結果：

下注前的數列	下注金額	結果	下注後的數列	總金額增減
1,2,3	1+3=4	輸	1,2,3,4	-4
1,2,3,4	1+4=5	輸	1,2,3,4,5	-9
1,2,3,4,5	1+5=6	輸	1,2,3,4,5,6	-15
1,2,3,4,5,6	1+6=7	贏	2,3,4,5	-8
2,3,4,5	2+5=7	贏	3,4	-1
3,4	3+4=7	贏	空白	+6

p. 29



## 必勝賭博

- 三輸三贏，最終還是贏了六塊錢
- 必勝原因：
  - 因為長遠來說，贏輸的次數相等，而每次贏錢會刪掉兩個數字，但輸了卻只加上一個號碼，最終每個號碼都會消失。
  - 當每個數字都消失後，賭客自然會贏得6塊錢（最終開首的數列1、2、3都消失了，總和是6）
- 在這公平賭注下，只要下注金額控制得當，賭客還是會贏錢的。



## 必勝賭博

- 在公平賭注下，賭客可以投入的資金與他可贏的金額有以下關係：  
「準保本法則」

$$\frac{\text{可贏的金額}}{\text{投入的金額}} = \frac{\text{輸的概率}}{\text{贏的概率}}$$

p. 31



## 必勝賭注

- 結論是：如果安於小贏，贏的概率就會增加，但如果志在大贏，就得有大輸的心理準備了。
- 刀仔怎麼能鋸大樹？

p. 32



## 投資的啟示

- 悠閒錢還是買餸錢
- 期望值 對 贏輸的概率
- 全押賭一注 對 長線釣大魚

p. 33



## 一點忠告

- 瞭解產品的真正價值 (多搜集資訊)
- 聽取“投資顧問”的意見

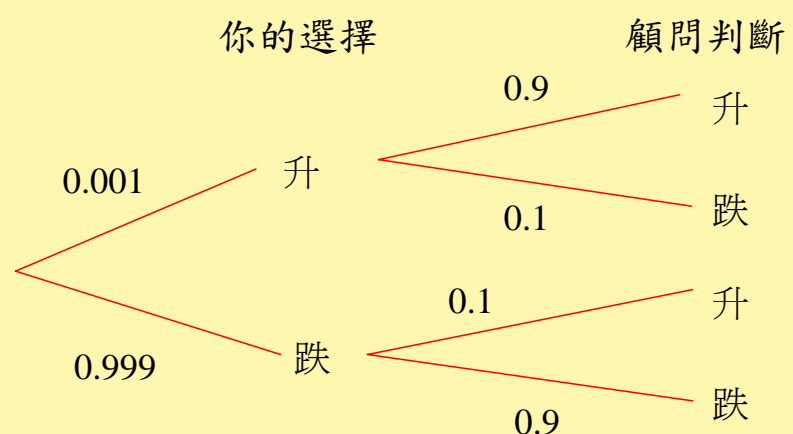
p. 34

## 門外漢與股市權威

- 胡亂選擇一個投資產品，你只有  $\frac{1}{1000}$  的機會選中一個會升值的產品
- 投資顧問有 90% 可準確判斷一個投資產品的升跌情況
- 若你向此專家提出某個投資產品而他回覆說它會升值時，問該產品真的能升值的概率是多少？

p. 35

## 門外漢與股市權威



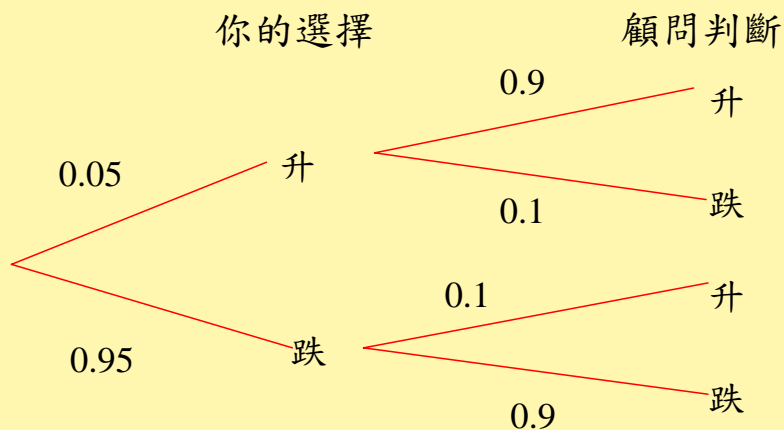
P[產品真的能升值 | 權威說升值]

$$\frac{0.001 \times 0.9}{0.001 \times 0.9 + 0.999 \times 0.1} = 0.00893 < 1\%$$

p. 36

# 門外漢與股市權威

- 如果你選中升值產品的能力提高至5%，則相關的概率會變為0.321(32.1%)



-  結論：

識少少 + 高人指點 = 勝算在握 p. 37

「曹仁超——投資者日記」  
二〇〇八年一月三日

『股市權威的說話可聽不可信，聽完佢地的說話後，記得返屋企做功課，唔好盲目相信。』



## 參考資料

- 賺錢的數學 – 算出理財金頭腦  
– Morton D. Davis 著，張曉莉譯

多謝