

推展德育及公民教育

數學教育組

2008年1月7日

貸款的陷阱

免息分期實際利率計算

借款10000元，免息分期，另加每月手續費為貸款額0.8%。如分12個月清還，

$$\begin{aligned}\text{每月還款} &= 10000 \div 12 + 10000 \times 0.8\% \\ &= 913.33 \text{元}\end{aligned}$$

假設月利率為 $r\%$

第一期實際還本金的數目

$$= 913.33 \times (1 + r\%)^{-1}$$

第二期實際還本金的數目

$$= 913.33 \times (1 + r\%)^{-2}$$

免息分期實際利率計算

如此類推，第12期實際還本金的數目
 $= 913.33 \times (1+r\%)^{-12}$

12期還款實際還本金的數目 = 貸款額
 $913.33 \times (1+r\%)^{-1} + 913.33 \times (1+r\%)^{-2} + \dots +$
 $913.33 \times (1+r\%)^{-12} = 10000$

$$913.33 \times (1+r\%)^{-1} \times \frac{1 - (1+r\%)^{-12}}{1 - (1+r\%)^{-1}} = 10000$$

免息分期實際利率計算

$$913.33 \times \frac{1 - (1 + r\%)^{-12}}{r\%} = 10000$$

$$1 - \frac{10000}{913.33} \times r\% - (1 + r\%)^{-12} = 0$$

$$r\% = 0.01439$$

$$\begin{aligned} \text{實際年利率} &= 1.01439^{12} - 1 \\ &= 18.71\% \end{aligned}$$

低息分期實際利率計算(一)

借了10000元，分12個月清還，

每月本金和利息

$$= 10000 \div 12 + 10000 \times 0.49\% = 882.33 \text{元}$$

每年平息1%壽險費

$$= 882.33 \times 1\% = 8.823 \text{元}$$

$$\text{每月還款} = 882.33 \text{元} + 8.823 \text{元}$$

$$= 891.15 \text{元}$$

低息分期實際利率計算(一)

$$1 - \frac{10000}{891} \times r\% - (1 + r\%)^{-12} = 0$$

$$r\% = 0.01045$$

$$\begin{aligned} \text{實際年利率} &= 1.01045^{12} - 1 \\ &= 13.28\% \end{aligned}$$

低息分期實際利率計算(二)

借了10000元，分24個月清還，

每月本金和利息

$$= 10000 \div 24 + 10000 \times 0.49\% = 465.67 \text{元}$$

每年平息1%壽險費

$$= 465.67 \times 1\% \times 2 = 9.31 \text{元}$$

$$\text{每月還款} = 465.67 \text{元} + 9.31 \text{元}$$

$$= 474.98 \text{元}$$

低息分期實際利率計算(二)

$$1 - \frac{10000}{475} \times r\% - (1 + r\%)^{-24} = 0$$

$$r\% = 0.01076$$

$$\begin{aligned} \text{實際年利率} &= 1.01076^{12} - 1 \\ &= 13.70\% \end{aligned}$$

低息分期實際利率計算(三)

借了20000元，分12個月清還，

每月本金和利息

$$= 20000 \div 12 + 20000 \times 0.4\% = 1746.67 \text{元}$$

每年平息1%壽險費

$$= 1746.67 \times 1\% = 17.47 \text{元}$$

$$\text{每月還款} = 1746.67 \text{元} + 17.47 \text{元}$$

$$= 1764.14 \text{元}$$

每一萬元計算，每月還款

$$= 1764.14 \text{元} \div 2 = 882 \text{元}$$

低息分期實際利率計算(三)

$$1 - \frac{10000}{882} \times r\% - (1 + r\%)^{-12} = 0$$

$$r\% = 0.00884$$

$$\begin{aligned} \text{實際年利率} &= 1.00885^{12} - 1 \\ &= 11.14\% \end{aligned}$$

美國次級按揭貸款危機的啓示

- ? “零首期”、“零文件”貸款方式
- ? 低固定利率
- ? 在地產升市中，多次重新申請按揭，賺取樓價差額，拖長還款期

貸款注意事項

1. 還款的方式
2. 還款期數
3. 手續費及其他費用，如：壽險費
4. 實際還款利息

5. 還款的能力

積少成多

單利息與複利息

- 單利息：

$$\text{本利和} = P \times (1 + n \times r\%)$$

- 複利息：

$$\text{本利和} = P \times (1 + r\%)^n$$

其中 P 代表本金， $r\%$ 代表利率， n 代表期數

單利息與複利息

假如本金是10000元，年利率為12%，即每月1%。利息每月計算一次。

3個月後，以單利息計算，本利和

$$= 10000 \times (1 + 3 \times 1\%) = 10300 \text{ 元}$$

以複利息計算，本利和

$$= 10000 \times (1 + 1\%)^3 = 10303.01 \text{ 元}$$

複利息只比單利息多3.01元

短期來說，複利息與單利息沒有多大分別

三年後

以單利息計算，

本利和

$$= 10000 \times (1+3 \times 12\%) = 13600 \text{元}$$

以每季計算複利息一次，本利和

$$= 10000 \times (1+3\%)^{12} = 14257.61 \text{元}$$

複利息比單利息多657.61元

以每月計算複利息一次，本利和

$$= 10000 \times (1+1\%)^{36} = 14307.69 \text{元}$$

複利息比單利息多707.69元

長遠來說，複利息遠比單利息為多

日利息、時利息 、分利息 . . .

每天計算複利息一次，三年後的本利和

$$= 10000 \times (1 + 12\% / 365)^{1095} = 14332.45 \text{元}$$

是否以小時計，分鐘計，秒計，所得的本利和會
越來越大？

考慮本利和

$$A = 10000 \times (1 + 12\% / n)^{3n},$$

而 n 趨向無限大時，

$$A \text{ 約等於 } 10000 \times e^{3 \times 12\%} = 14333.29 \text{元}$$

零存整付

定時存入一個固定金額，在一指定日期後拿走整筆總數（連利息）

每月定時月頭存入1000元，月利率1%，每月月尾計算複利息一次。三年後，可拿走款項

$$= 1000 \times 1.01^{36} + 1000 \times 1.01^{35} + \dots + 1000 \times 1.01$$

$$= \frac{1000 \times 1.01 \times (1.01^{36} - 1)}{1.01 - 1} = 43507.65 \text{ 元}$$

目標存款

如想於三年後
拿走100000元，

$$\frac{P \times 1.01 \times (1.01^{36} - 1)}{1.01 - 1} = 100000$$

$$P = 2298.45$$

即每月定時存入約2300元，三年後可得
100000元

教學建議

- ☺ 以學生的需要為著眼點，對學生未來生活有重大影響
- ☺ 為方便闡釋概念，把現實生活情況簡化，一些可變的數量如：利率、通脹率等設定不變或不作考慮
- ☺ 當實際情境有變化時，如何能洞識相關的效果
- ☺ 教師因應學生的能力作調適及引導
- ☺ 教師可利用適當軟件(如：**EXCEL** 檔案、....)，以輔助展示答案

謝謝！