初中数学课程阐释



目 录

			页数
前言			i
苏	1	甘加江 勞	1
学习单位		基础计算	1
学习单位	2	有向数	3
学习单位	3	近似值与数值估算	5
学习单位	4	有理数与无理数	7
学习单位	5	百分法	9
学习单位	6	率、比及比例	11
学习单位	7	代数式	13
学习单位	8	一元一次方程	15
学习单位	9	二元一次方程	16
学习单位	10	整数指数律	18
学习单位	11	多项式	20
学习单位	12	恒等式	23
学习单位	13	公式	24
学习单位	14	一元一次不等式	26
学习单位	15	量度的误差	28
学习单位	16	弧长和扇形面积	30
学习单位	17	立体图形	32
学习单位	18	求积法	35
学习单位	19	角和平行线	38
学习单位	20	多边形	40
学习单位	21	全等三角形	42
学习单位	22	相似三角形	44
学习单位	23	四边形	46
学习单位	24	三角形的心	48

学习单位	25	毕氏定理	50
学习单位	26	直角坐标系	52
学习单位	27	三角学	55
学习单位	28	数据的组织	57
学习单位	29	数据的表达	58
学习单位	30	集中趋势的度量	61
学习单位	31	概率	63
学习单位	32	探索与研究	65
鸣谢			66

前言

为配合中、小学的学校课程持续更新,由课程发展议会编订更新的《数学教育学习领域课程指引(小一至中六)》(2017)及说明各学习阶段数学科学习内容的相关补充文件,已于 2017年底公布。其中《数学教育学习领域课程指引补充文件:初中数学科学习内容》(2017)(以下简称《补充文件》),旨在详细阐述初中数学课程的学习目标和学习内容。

在《补充文件》中,初中数学课程的学习重点以表列形式归于不同学习单位内,而表中「注释」栏的内容为学习重点的补充资料。

本小册子内的课程阐释旨在进一步解释:

- (一) 初中数学课程学习重点的要求;
- (二) 初中数学课程的教学建议;
- (三) 初中数学课程学习单位之间的关系和结构;及
- (四) 初中数学课程与其他学习阶段(如第一、二和第四学习阶段)的发展脉络。

本小册子内的课程阐释配合《补充文件》内每一学习单位的「注释」栏及教学时数,可作为教师规划该学习单位教学的阔度和深度之参考。教师宜在施教初中数学课程时,把内容视为连贯的数学知识,并培养学生运用数学解决问题、推理及传意的能力。此外,教师须留意,《补充文件》中的学习单位及学习重点的编排次序并不等同于学与教的次序,教师可因应学生需要有系统地编排学习内容。

欢迎各界人士就本小册子提供意见和建议。来函请寄:

九龙油麻地弥敦道 405 号 九龙政府合署 4 楼 教育局课程发展处 总课程发展主任(数学)收

传真: 3426 9265

电邮: ccdoma@edb.gov.hk

当	学习单位		学习重点		
数与	5代数范畴				
1.	基础计算	1.1	认识 4、6、8 和 9 的整除性判别方法	8	
		1.2	理解乘方的概念		
		1.3	进行正整数的质因数分解		
		1.4	求最大公因数和最小公倍数		
		1.5	进行涉及多重括号的正整数四则混合运算		
		1.6	进行分数和小数四则混合运算		

设置本学习单位的目的在于优化第二与第三学习阶段数学课程的衔接,加强课程的纵向连贯。本学习单位的学习重点均为第三学习阶段的基础知识,用以承接学生在第二学习阶段的学习,以及预备学生学习第三学习阶段的其他学习单位。因此,在课程编排上,教师宜安排于第三学习阶段首先教授本学习单位。

在学习重点 1.1,学生须认识 4、6、8 和 9 的整除性判别方法。整除性判别方法是指判定一个正整數能否被某正整数整除的方法,包括能整除及不能整除的条件。学生在小学数学课程学习单位 4N2「除法(二)」中已认识 2、3、5 和 10 的整除性判别方法,但学生只需直观认识这些判别方法而不须证明。在本学习重点,学生须进一步认识 4、6、8 和 9 的整除性判别方法。因应学生的能力和兴趣,教师可解说各个整除性判别方法为何有效,但这些解释并非课程所需。有关 6 的整除性判别方法,一般为一个数能否同时通过 2 和 3 的整除性判别方法。教师可考虑与学生讨论这个整除性判别方法能成立,并非单因为 6 = 2 × 3。教师可强调 2 和 3 并无大于 1 的公因数是使这方法成立的重要条件。教师可透过不同例子,如:4、12、20、28、36……可以分别被 2 和 4 整除,但却不能被 8 整除的例子,令学生认识不是所有的合成數的判别方法也能用类似的方式构成,惟相关的解说和证明并非课程所需。本学习重点有助学生处理学习重点 1.3 进行正整数的质因数分解及学习重点 1.4 求最大公因数和最小公倍数的运算。

小学课程**不要求**学生学习乘方的概念。学习重点 1.2 为学生提供相关数值运算上的概念,以协助学生在其他课题的学习。本学习重点仅要求学生能求出任意一个底数为正整数的乘方,学生须懂得 3⁴ = 3×3×3×3 = 81,学生

亦须能把 81 写成 3^4 。而本学习重点**不包括**涉及诸如 $7^2 \times 7^3 = 7^5$ 的乘方运算。教师亦可介绍幂的概念。

学生在小学数学课程学习单位 4N3「倍数和因数」中已认识质数和合成数的概念,并且认识 1 既不是质数也不是合成数。在学习重点 1.3,学生须从辨别质数和合成数,进一步学习如何将正整数分解为其所有质因数的积,并运用指数形式表达出来。

在小学数学课程学习单位 4N4「公倍数和公因数」中,学生已认识运用列举法和短除法求两个数的最大公因数和最小公倍数,并认识它们的简称分别为 H.C.F.和 L.C.M.。在学习重点 1.4,学生须运用学习重点 1.3 中的质因数分解,和进一步运用短除法,求两个或以上的数的最大公因数和最小公倍数。教师可自行决定在讨论质因数分解时是否引入「指数记数法」一词。在此学习重点,学生亦须认识 H.C.F.、gcd 等皆可用作最大公因数的简称。学习以质因数分解求最大公因数和最小公倍数有助学生理解高中数学课程必修部分学习重点 4.4 中最大公因式和最小公倍式的概念。

学习重点 1.4 不限于求两个数的最大公因数和最小公倍数,因此教师在引入利用短除法求多于两个数的最小公倍数时,宜透过合适的例子及反例子,说明若所选取的公因数均为质数,则可按任意次序作除数(不论是所有数的公因数或只是其中部分数的公因数),以短除法求得正确的结果。由于本学习重点旨在帮助学生将来进行代数式的化简和运算,因此相关练习应避免过分繁复的运算及处理过大的数。

在小学数学课程学习单位 3N4「四则运算 (一)」中,学生已经认识及运用括号作四则混合运算,当中的混合运算可涉及多于一对括号,但**不包括**诸如 (4-(2-1))×3 等涉及多重括号的运算,但是以上限制于第三学习阶段不再适用。因此在学习重点 1.5,学生须进行涉及多重括号的正整数四则混合运算,诸如 12+(7-(5-2))、((35-20)-(5+7))×2 等。教师可在此引入不同类型的括号,诸如 ()、[]和 {}等,让学生认识括号的不同记法。

在小学数学课程学习单位 4N5「四则运算(二)」、5N5「分数(五)」及 6N1「小数(四)」,学生须进行三个数(包括整数、分数和小数)的四则混合运算,而当涉及三个异分母分数的比较或加减混合运算时,这些分数的分母皆不应超过 12,但是以上限制于第三学习阶段不再适用。透过学习重点 1.5 和 1.6 的学习,学生应能进行包含整数、分数和小数并涉及多重括号的四则混合运算,惟学生**不须**进行过度繁复的运算。

	学习单位		学习重点	
数	与代数范畴			
2.	有向数	2.1	理解有向数的概念	9
		2.2	进行有向数的四则混合运算	
		2.3	解涉及有向数的应用题	

此学习单位为第三学习阶段的基础知识及概念,承接学生在小学的学习,用以预备学生学习第三学习阶段的其他学习单位。

在学习重点 2.1,教师可利用温度计、升降机指示牌等常见事例引入负数的概念,并与学生讨論在现实生活中负數通常代表的意义,诸如:负债、零度以下的气温、地面以下的楼层等,均带有比某一个参考点小或前的含义;亦可利用有向数作为记数的例子,诸如温度、赚蚀等,让学生理解并接受负數的概念和应用,并理解有向数的概念。

教师应利用数线帮助学生理解有向数的概念。教师可引导学生理解数线上不同的点代表不同的数,其中代表「0」的点可被视为数线的参考点,数线上其他点与「0」的距离是该点所代表的数的数值。数线由「0」向两个相反方向延伸,因此在「0」的两方总会分别找到一点,使它们和「0」的距离相等。这两点所代表的数便互为相反数,其中在「0」的右方的通常记为正数,在「0」左方的通常记为负数。教师可利用例子讲解上述抽象概念,如 1 的相反数是 -1、-2 的相反数是 2 等。而 0 作为原点,既不是正数,亦不是负数,而有向数即所有负数、0 和所有正数。在本学习重点,学生须在数线上表示有向数,和比较有向数的大小。学生须认识一般而言,数线上右边的数比左边的数大。教师可引导学生利用「<」和「>」符号,表达诸如: -7 < -5 与 7 > 5 等关系。

在学习重点 2.2,学生须理解涉及负数的四则运算,并进行涉及多重括号的有向数四则混合运算。教师可利用数线上点的移动或其他方法,说明有向数的加减法。学生亦须从数线上点的移动或其他方法过渡至涉及有向数的算式运算,处理诸如 (+3)+(-4)、(-5)-(-7)等涉及有向数的数式计算。

教师可利用诸如以下的乘數表,透过观察规律帮助学生建立有向数乘法和

除法的概念:

	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3
+3	+9	+6	+3	0	-3	-6	-9
+2	+6	+4	+2	0	-2	-4	-6
+1	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3
0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-3	-2	-1	0	1	2	3
-2	-6	-4	-2	0	2	4	6
-3	-9	-6	-3	0	3	6	9

教师可引导学生通过填空格去发现规律,如首先填正數相乘的积,观察行列之间的规律,然后再填正、负數相乘的积和兩负數相乘的积。教师和学生亦可编制類似的除數表。

进行有向数的四则混合运算时,学生须把第二学习阶段和学习单位 1 「基础计算」中掌握的正数四则混合运算法则,扩展至有向数的四则混合运算,当中涉及运用括号的法则,是学生必须掌握的基础运算能力。学生可透过处理有向数四则混合运算,从而熟练有关法则,惟应避免复杂的运算。

在学习重点 2.3,学生须解涉及有向数的应用题,如运用有向数描述不同的现实或数学情境。应用题官与学生日常生活经验或现实生活情境相关。

	学习单位		学习重点	
数	与代数范畴			
3.	近似值与	3.1	认识近似值的概念	6
	数值估算	3.2	理解估算策略	
		3.3	解现实生活中相关的应用题	
		3.4	**按情境设计估算策略,并判断估算结果的合理性	

本学习单位由原课程两个学习单位「数值估算」及「近似与误差」部分内容合并而成。学生须在本学习单位认识近似值的概念、理解估算策略及解现实生活中相关的应用题。按情境设计估算策略,并判断估算结果的合理性则属增润课题。至于认识最大绝对误差、相对误差和百分误差的概念在学习重点 15.2 讨论,而有关科学记数法的内容则在学习重点 10.4 讨论。

在小学数学课程学习单位 4D1「棒形图(二)」、5N1「多位数」及 6N2「小数 (五)」中,学生已认识近似值的概念及以四舍五入法取正整数的近似值至最接近的位和把小数取近似值至最接近的十分位或百分位。

在学习重点 3.1,学生须进一步认识近似值的概念,包括以四舍五入法把数取近似值至指定位数的有效数字、最接近的位和指定位数的小数。教师可从日常生活的例子(例如估计全校学生和老师的人数、地铁站与学校的距离和球场面积等)引入使用近似值的需要,加深学生对近似值的概念的认识。教师可与学生讨论把數字取近似值的一些原因。学生须认识有效数字的概念,如取较多位数有效数字的近似值较接近实际值。同理,教师应与学生探讨把小数取近似值至指定位数的小数之概念。学习重点 3.1 关于近似值的概念可帮助学生在学习重点 15.1 认识量度中误差的概念。

学习重点 3.2 涉及包括舍入、上舍入和下舍入三个估算策略。学生须理解上述三种估算策略的异同,包括使用上舍入和下舍入估算策略时,近似值必分别不小于和不大于实际值,而舍入则不然。教师可在讨论估算时使用「大约」、「接近」、「略多于」、或「略少于」等词来形容估算结果。

延续学习重点 3.2, 在学习重点 3.3, 学生须在现实生活情境应用合适的估算策略解应用题。教师可利用实际例子, 让学生于日常活动中辨别何时适合使用估算, 以及判断在特定的情况下, 该使用哪种估算策略及决定所需的准确程度。

在学习重点 3.4, 教师可按学生的能力和兴趣, 安排合适的增润学习活动, 与学生讨论如何因应不同情境设计更多的估算策略。教师亦可与学生讨论 和分析估算的结果是否合理。

	学习单位		学习重点		
数	与代数范畴				
4.	有理数与	4.1	认识 n 次方根的概念	7	
	无理数	4.2	认识有理数和无理数的概念		
		4.3	进行简单二次根式 $a\sqrt{b}$ 的四则混合运算		
		4.4	**探究可构造数与有理数和无理数的关系		

本学习单位作为学生对整数及分数的认识之延伸,引入「有理数」和「无理数」两个概念。学生须在本学习单位认识有理数和无理数的定义和一些例子,学生**不须**证明某数为无理数,但须认识一些常见的无理数,诸如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 π 等。

学生在学习单位 1 「基础计算」中已理解乘方的概念及进行正整数的质因数分解,并用指数形式表示出来。在学习重点 4.1,学生须认识 n 次方根的概念和记法。教师可透过诸如以下例子,让学生认识平方和平方根的关系:有两个正方形,一个已知正方形的边长,求其面积;另一个已知正方形的面积,求其边长。同理,学生可透过从立方体边长求体积和从立方体体积求边长的运算,认识立方及立方根的关系,进而认识 n 次方根的概念和记法。学生须懂得计算一已知数的 n 次方根的值,诸如 $\sqrt[3]{-8}$ 、 $\sqrt[4]{81}$ 等,但诸如 $\sqrt[3]{2}$ $\sqrt[4]{4}$ = $\sqrt[4]{8}$ 等的运算,则非本学习重点的要求。学生亦不须在本学习重点使用分数指数表达 n 次方根。

学生须透过诸如 $2^2 = (-2)^2 = 4$,但 $\sqrt{4}$ 只等于 2 等例子,认识 \sqrt{a} 的记法代表 a 的正平方根。教师可因应学生的能力和兴趣,与学生讨论为何 \sqrt{a} 中的 a 须为非负的数。关于复数的讨论则在高中数学科必修部分学习单位 1 「一元二次方程」中处理。

在学习重点 4.2,学生须认识有理数和无理数的概念,包括有理数可写成分子和分母皆为整数的分数 (其中分母非零),而无理数则不能写成上述形式的分数。学生只需认识诸如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 π 等无理数的例子,并**不须**证明以上的数为无理数,但学生须透过比较数值的大小,如 $\sqrt{2}$ 介乎 1 和 2 之间,在数线上表示有理数和无理数。学生**不须**透过诸如尺规作图等方法求无理数在数线上的位置,仅需标示大约位置,和不会混淆不同数

的大小次序即可。

在学习重点 4.3,学生须进行简单二次根式的化简和四则混合运算。在本学习重点,简单二次根式仅限于 $a\sqrt{b}$ 形式的根式,其中 a 为有理数,b 为正有理数。学生须运用公式 $\sqrt{cd} = \sqrt{c}\sqrt{d}$ (其中 c、d 为非负的有理数)和 $\sqrt{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}}$ (其中 c 为非负的有理数、d 为正有理数)对这类根式进行 化简和四则混合运算,包括诸如 $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ 、 $\frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 等,但较繁复的运算如 $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$,则属高中数学科延伸部分单元二的学习内容,并非本学习重点所需。

进行简单二次根式的四则混合运算时,学生须认识如何将根式化为最简根式,和处理同类根式的运算,教师可藉重温同类项帮助学生理解同类根式的概念,惟应避免复杂的运算。

在学习重点 4.4,教师可因应学生的能力和兴趣加入合适的增润教学活动,与学生探讨可构造数与有理数和无理数的关系。教师可透过相关数学史的资料,与学生探讨 $\sqrt{2}$ 不是有理数在数学发展上的意义,从而引起学生对数系发展的兴趣。教师可考虑让能力较高的学生初步认识 $\sqrt{2}$ 为无理数的证明。当学生认识学习重点 20.5 的尺规作图技巧和学习单位 25 「毕氏定理」后,教师亦可让学生探究如何从已知的单位长度,以尺规作图的方式构作长度为有理数或一些长度为无理数的线段。教师可引导学生思考会否有一些长度不能用类似方法构作,从而带出可构造数的基本概念,学生应能指出所有有理数的平方根均为可构造数。教师亦可让学生进一步探究除有理数的平方根外,还有哪些数为可构造数(如 $\sqrt{\sqrt{2}}$ 、

 $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ 等可构造数)。

学习单位		学习重点	
数与代数范畴			
5. 百分法	5.1	理解百分变化的概念	15
	5.2	解现实生活中相关的应用题	

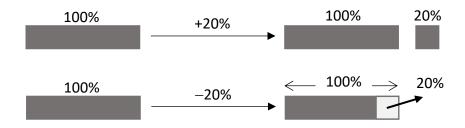
在小学数学课程学习单位 6N3「百分数(一)」和 6N4「百分数(二)」,学生已认识百分数的基本概念,并能进行百分数与小数,和百分数与分数之间的互化。在解应用题时,学生在小学阶段只须解简单百分数和百分变化的应用题,并**不须**计算诸如以下较复杂的应用题:

- 100 比 80 大百分之几
- 由 100 增至 120,增加了百分之几

本学习单位旨在让学生进一步理解百分变化的概念。

学习重点 5.1 中,学生须从原值和新值计算百分变化。学生须理解由 100 增至 120,增加了 20% (亦可以「百分变化为+20%」表示),但由 120 减少至 100,并不是减少 20%。学生须掌握原值、新值及和百分变化的关系。他们须认识百分变化亦可称为「百分改变」、「百分增减」或「改变的百分数」。

教师可考虑使用图像,诸如以下图示,帮助学生理解百分变化的概念。



学生须灵活运用以下公式计算原值、新值和百分变化。

- 新值=原值×(1+百分变化)
- 百分變化 = $\frac{\text{新值-原值}}{\text{原值}} \times 100\%$

学生须注意百分变化可以是正值或负值。学生须理解百分变化为正数或负

数在实际情境时的意义。

学习重点 5.2 的应用题包括折扣和盈亏问题、增长和折旧问题、单利息和复利息问题、连续增减和成分增减问题、薪俸税问题。由于百分法的应用题可以引伸出很多公式,教师应让学生在不同情境中也能灵活运用上述两条公式,以减少学生背诵过多意义重复的公式。在引入折扣和盈亏问题时,学生须认识成本、标价、售价等名称及它们的关系。在计算有关折扣的问题时,学生须认识日常用语诸如八折、八五折的意义,教师亦可按学生的能力和需要向学生介绍诸如 20% off 等英文日常用语的意义。在引入单利息和复利息问题时,学生须认识本金、利率、年期、利息、本利和及它们的关系。学生须分辨单利息和复利息。学生学习计算薪俸税,可作为百分法在现实生活情景的一种应用,惟应避免繁复的运算,如从已知薪俸税款项和免税额,求年薪等问题。

教师亦可考虑透过一些与科学或科技教育相关的情境,诸如自然界中某物种的增长率、或机械零件的折旧率等,设计教学活动或课堂例子,让学生有机会认识百分变化在这些情境和解现实生活问题中的应用,及如何利用百分法量性描述现实情境。

学习单位	学习重点		
数与代数范畴			
6. 率、比及	6.1 理解率、比及比例的概念	8	
比例	6.2 解涉及率、比及比例的应用题		

在小学数学课程学习单位 6M4「速率」,学生已认识率的基本概念。学生 亦透过小学数学课程学习单位 4N5「四则运算(二)」和 5N5「分数(五)」, 认识以归一法解涉及正比例的应用题,惟没有介绍「正比例」一词。本学 习单位进一步讨论率、比及比例,包括正比例和反比例的概念。

在学习重点 6.1, 教师可通过日常生活的例子,如打字速率、班内男女生人数的比,让学生理解率、比及比例的意义及其关系。教师在引入率的概念时,须强调率是表达一个量与每一单位的另一个量的关系。教师可透过诸如速率(即表达每单位时间的距离变化)说明此概念。教师亦可让学生理解如何将率的不同单位进行转换,诸如 km/h 与 m/s 等单位的转换。

学生须理解两项比的概念和记法。在介绍 a:b 时,可以分数 $\frac{a}{b}$ 表示,其中 $b\neq 0$ 。教师可从一些日常生活例子介绍比。例如,清洁剂和水以 1:99 的 比混和、 $\lceil 16:9 \rfloor$ 阔银幕电影和电视等。教师亦可厘清数学上比的概念和日常生活中所使用比的记法并非一定相同,教师可提供诸如足球赛事中的比数 1:0 等非例子加以说明。

学生须理解比的以下性质:

- *a*:*b* 与 *b*: *a* 是不相同的。
- a:b=2:7 并不表示 a=2 及 b=7。
- a:b=ka:kb, 其中 k 为任意非零的实数。

教师可向学生介绍如何以「k 方法」(如 a:b=2:7 时,可假设 a=2k, b=7k 其中 $k \neq 0$)解有关比的问题。

学生须理解如何从两项比推广至三项或以上的比。在解有关比的问题时, 学生经常要面对诸如 $\frac{x}{3} = \frac{x+1}{5}$ 等涉及分数的方程。教师可与学生重点重温 解这类方程的相关技巧。

教师可透过与学生重温归一法,引入正比例。教师亦可选取日常生活的不同例子,与学生讨论正比例和反比例。由于学生在小学数学课程学习单位 6M4 「速率」已认识速率,教师可考虑与学生讨论若距离固定时,时间和速率成反比例作为概念的引入。学生可从等比的概念理解正比例,亦可从正比例理解反比例的概念。教师可以列表方式,探究当 x 与 $\frac{1}{y}$ 成正比例时 x 和 y 的关系,以引入反比例的概念。

教师亦应透过等比的概念,与学生厘清一般人对正比例和反比例常见的误解,例如「如果 x 递增, y 随之递增(递减),则 x 与 y 必成正(反)比例」这误解。教师可利用反例证明上述断言为假,例如:

х	1	2	3	4
y	1	4	9	16

其中x和v并不能满足正比例的关系。

在学习重点 6.2,学生须解涉及率、比及比例的应用题。学生亦须在不同情境,运用正比例或反比例来解有关问题。教师应留意本学习单位着重以比来处理正比例和反比例应用题,至于以变量关系来处理正比例和反比例,即正变和反变,及以图像来理解正比例和反比例,则属高中数学必修部分学习单位 6「变分」的内容。学生须解涉及比例尺的平面图的应用题。在利用正比例和反比例解应用题时,有关的方程应只涉及一个未知量。教师可考虑以现实生活例子或科学教育、科技教育学习领域相关学习元素促进教学,诸如以地图和有标度的平面图、折扣、利率、汇率、密度和浓度等常见的例子作介绍。教师亦可利用显微镜下的细胞图,网上地图或其他现实生活例子,介绍比例尺的概念并利用有关的情境设计课堂例题或习题,以提升学生在真实或 STEM 相关情境运用数学知识和技能的能力和信心。本学习单位亦联系至学习重点 18.3 和 22.3,让学生运用比和比例的知识解涉及相似图形的问题。

学	岁 习单位		学习重点		
数与	i代数范畴				
7. 1	代数式	7.1	以代数式表达文字片语	7	
		7.2	以文字片语表达代数式		
		7.3	认识数列的概念		
		7.4	认识函数的初步概念		

在中学阶段,学生须运用代数符号,表达较抽象的数学概念。其中代数式是数学语言的重要基础,因此教师应选取不同的例子,在本学习单位让学生建立稳固的根基,使他们能更有效学习往后相关的课题。

在小学数学课程学习单位 5A1「代数的初步认识」中,学生已认识运用英文字母表示数,包括认识诸如 $3x \times \frac{2x}{3}$ 等记法的意义(其中的代数式只须

涉及一个未知量),当中 3x 即 $3\times x$ 、 $x\times 3$ 或 x+x+x, $\frac{x}{3}$ 即 $x\div 3$ 、 $\frac{1}{3}\times x$ 或 $x\times \frac{1}{3}$ 。 学生亦懂得运用代数式表达以文字叙述和涉及未知量的运算和数量关系,以此为基础解小学数学课程学习单位 5A2 「简易方程(一)」和 6A1 「简易方程(二)」中的简易方程问题。学习单位 7「代数式」让学生进一步学习代数式及相关概念,但有关同类项和异类项的运算在学习单位 11 「多项式」才处理。

学习重点 7.1 让学生学习以代数式表达文字片语,其中的代数式不限于一个未知量,但所讨论的代数式只限于涉及数或变数的加、减、乘、除或乘方运算。学生须认识诸如 ab 即 $a \times b$ 、 $\frac{a}{b}$ 即 $a \div b$ 等记法的意义,教师可提醒学生 ab 这记法与诸如 53(即 $5 \times 10 + 3$)的不同之处。学生亦须认识诸如一 $\frac{2x}{3} = \frac{-2x}{3} = \frac{2x}{-3}$ 及 $4 \div (2a)$ 不宜写作 $4 \div 2a$ 。由于学生在本学习阶段会接触更多较复杂的代数式,为免引起歧义,学生在处理代数式时须逐步由使用除号「÷」过渡至使用分式来表达。

在第二学习阶段 5M1「面积(二)」中有关面积的公式,是以文字来描述,

如三角形面积是底乘高除以 2。在本学习单位,学生须以代数式表达公式,例如上述的三角形面积公式可以 $A = \frac{bh}{2}$ 表示。学生须认识一些数学上常用的文字片语,其中包括诸如「和」、「积」、「平方」等数学用词。他们亦须认识括号的重要性,例如 $(a+b)^2$ 和 a^2+b^2 是不同的代数式,其意义不同。为了让学生深入认识代数式,学生须在学习重点 7.2 中,以文字片语表达代数式。

学生须在学习重点 7.3 中,从数列的几个已知项猜测数列的下一项,并作出解释,如学生在已知数列 1, 3, 5, ? 中猜测下一项为 7, 并指出其猜测建基于数列的项为连续奇数,或 1, 2, 3, 5, 8, ? 中猜测下一项为 13, 并指出其猜测建基于由第三项起,数列的项均为前两项之和。教师应强调仅以几个已知项去猜测数列下一项时,该项并非唯一,因此本学习重点强调学生须就其猜测作出解释,惟学生**不须**运用代数方法表达其猜测及解释。教师亦**不须**在本学习阶段引入运用代数方法表达数列的项的递归关系。

在本学习重点,学生亦须从数列的通项求数列的特定项,如从数列通项 $a_n = n^2 + 1$ 求数列的第三项 a_3 。上述的数列须包括奇数数列、偶数数列、正方形数数列(又称为正方形数列)和三角形数数列(又称为三角形数列)。教师可与学生讨论利用通项表达数列和给予数列的开首几项来表达数列的分别。学生须认识若已知数列的通项,则该数列的所有项的值均能透过通项求得,而且数列每一项的值均唯一。

教师可透过讨论诸如正方形数列的通项 n^2 ,引入学习重点 7.4「认识函数的初步概念」,包括输入一处理一输出的概念。这里的输入是正整数,输出为正方形数。而正方形面积公式 x^2 则不同,因为输入不限于正整数。至于有关函数的严格定义,如定义域、上域,自变量和应变量的概念,则属高中必修部分学习单位 2 「函数及其图像」所需。

本学习单位中所讨论的代数式只限于涉及数或变数的加、减、乘、除或乘方运算。

	学习单位		学习重点	
数	与代数范畴			
8.	一元一次	8.1	解一元一次方程	7
	方程	8.2	由文字情境建立一元一次方程	
		8.3	解涉及一元一次方程的应用题	

学生在小学数学课程学习单位 5A2「简易方程(一)」和 6A1「简易方程(二)」中,已懂得解特定类型的一元一次方程和相关的应用题。学生亦认识解方程时所运用的天平原理。本学习单位要求学生能进一步解一般的一元一次方程。学生须认识一元一次方程亦可称为「一元线性方程」。

在学习重点 8.1, 学生须理解「解」的意义。

由于学生已在学习单位 7「代数式」中懂得以代数式表达文字片语,学生应具备足够基础,在学习重点 8.2 由文字情境建立一元一次方程,并在学习重点 8.3 利用一元一次方程解应用题。

本学习单位只讨论只有一个解的一元一次方程,而在学习单位 9「二元一次方程」和学习单位 12「恒等式」,学生有机会接触有无限多个解或没有解的一元一次方程。

学习单位		学习重点	时间
数与代数范畴			
9. 二元一次	9.1	理解二元一次方程的概念及其图像	12
方程	9.2	以图解法解联立二元一次方程	
	9.3	以代数方法解联立二元一次方程	
	9.4	由文字情境建立联立二元一次方程	
	9.5	解涉及联立二元一次方程的应用题	

学生在初中阶段除须在学习单位 8「一元一次方程」掌握如何建立及解一元一次方程外,亦须在本学习单位进一步理解及解有两个未知量的联立二元一次方程。同时利用两个未知量建立方程和组成联立二元一次方程,有助拓展学生对方程的理解,且能处理一些不能简单地以一元一次方程描述的较复杂情境。本学习单位亦为学生引入代数与图像之间的关系。在学生学习以图解法及以代数方法解联立二元一次方程后,可延伸相关概念来学习高中数学的有关课题,包括高中数学必修部分学习单位 5 「续方程」、学习单位 6「变分」、学习单位 9「续函数的图像」、学习单位 10「直线方程」、学习单位 13「圆方程」和高中数学延伸部分单元二的学习单位 14「线性方程组」等。本学习单位讨论的二元一次方程的形式为 ax + by = c,其中 a 和 b 并非同时为零。

学生在学习单位 7「代数式」中已懂得运用代数式表示未知量,亦已掌握函数的输入一处理一输出的概念。在学习重点 9.1,学生须理解在同一条方程中利用两个代数符号代表两个未知量的概念。学生在学习单位 13「公式」中,亦会学习运用代入法求公式中未知数的值。因此,学生在理解二元一次方程的解的概念时,教师可从代入法解释二元一次方程 ax + by = c 有无限多个解(或无穷多个解),但学生**不须**学习解集的概念。学生亦由此理解二元一次方程的解和其图像的关系: 学生须透过学习单位 26「直角坐标系」中的点的坐标的概念,理解二元一次方程的每个解可被视为一点的坐标,而所有解对应的点组成该方程的图像。关于二元一次方程的图像,学生须理解:

- 二元一次方程的图像为一直线
- 直线上的所有点的坐标皆满足该二元一次方程
- 直线外的所有点的坐标皆不满足该二元一次方程

学生须认识方程 x = c 和 y = d 的图像分别是铅垂线和水平线。教师可借助资讯科技,帮助学生更深入理解二元一次方程的图像。但学生仍须利用纸笔在方格纸上作二元一次方程的图像。学生须认识二元一次方程亦可称为「二元线性方程」。

在学习重点 9.2,学生须以图解法解联立二元一次方程。学生须理解解联立二元一次方程即找出同时符合该组联立方程中所有方程的解。因此,学生在学习重点 9.1 中理解二元一次方程的图像为一直线后,他们须理解联立二元一次方程的解即同时位于该两条直线上的点的坐标。适当的资讯科技,包括图像放大的功能,有助提升解的数值准确度,但学生须在学习重点 9.2 中,认识以图解法不一定能求得解的真确值。学习重点 9.2 所包括的联立二元一次方程,只限于只有一个解的方程。至于以图解法处理没有解或有多于一个解的联立二元一次方程,属高中必修部分学习重点 10.2的内容。

在学习重点 9.3, 学生须以代数方法,包括代入法和消元法,解联立二元一次方程。学生须认识以代数方法处理没有解、只有一个解,和有多于一个解的联立方程。学生只须以「方程没有解」和「方程有无限多个解」(或无穷多个解)来分别描述上述「没有解」和「有多于一个解」这两种特殊情况的结论。学生并**不须**以通解来写出有无限多个解的联立二元一次方程的解。

学生在学习重点 9.2 和 9.3 掌握解联立二元一次方程的方法后,须在学习重点 9.4 和 9.5 学习从文字情境建立并解二元一次方程,以解应用题。教师可强调虽然部分情境也可以用一元一次方程来表达,但以联立二元一次方程表达这些情境一般能更清晰地描述各未知量之间的关系。

教师教授学习重点 9.5 时,可多选择与学生生活经验相关的应用题,同时讨论不同情境中方程解的意义,让学生掌握如何解涉及联立二元一次方程的应用题。

学习单位	学习重点	时间
数与代数范畴		
10. 整数指数	10.1 理解正整数指数定律	11
律	10.2 理解零指数和负整数指数的定义	
	10.3 理解整数指数定律	
	10.4 理解科学记数法	
	10.5 理解二进制和十进制	
	10.6 **理解其他进制,如十六进制	

在本学习单位,学生从学习正整数指数定律开始,进一步理解这定律亦适用于整数指数。整数指数定律其中一些重要的应用包括科学记数法和不同进制的展开式。这些应用加强了数学科和其他学科,包括科学科和电脑科的横向连接。

在学习重点 1.2 中,学生只理解乘方的概念并应用在已知的数上。在学习重点 10.1,学生则须理解以代数式表达的正整数指数定律并应用于代数式中,定律包括:

•
$$a^p a^q = a^{p+q}$$

$$\bullet \quad \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$\bullet \quad (a^p)^q = a^{pq}$$

•
$$a^p b^p = (ab)^p$$

$$\bullet \quad \frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$$

首三个定律关乎同底的运算,其余定律关乎相同指数的运算。学生在计算过程中,须分辨是同底或是同指数,再选择合适的定律,以减少常犯的错误,例如:

•
$$m^3 n^2 = (mn)^{3+2}$$

$$\bullet \quad \frac{6^4}{3^2} = \left(\frac{6}{3}\right)^{4-2}$$

•
$$(x^3)^2 = x^{3+2}$$

教师可在学习重点 10.1 中,加强厘清这些错误,并让学生纯熟运用正整数指数定律,建立稳固的基础,以便学习整数指数定律。

在学习重点 10.2, 教师可让学生认识透过适当地定义零指数和负指数,正整数指数定律可以扩展为整数指数定律。学生亦会在高中学习必修部分学习单位 3「指数函数与对数函数」时,进一步理解有理指数定律。教师应向学生强调 0° 不被定义。在理解零指数和负指数的定义后,学生须理解在学习重点 10.1 列明的指数定律亦适用于整数指数,因此这些定律亦为整数指数定律,但所涉及的底须为非零。

在学习重点 10.3, 学生须延伸学习重点 10.1 和 10.2, 以理解整数指数定律。学生须应用整数指数定律处理涉及整数指数的算式和代数式的运算。惟本学习重点的焦点集中于学生对整数指数定律的理解, 因此应避免过度繁复的运算。

在学习重点 10.4 中,学生须理解科学记数法的优点,即能以较简洁的形式,表达一些非常大或非常接近 0 的值。以科学记数法表示这些数常见于科学计算机。教师可考虑以现实生活例子或科学教育、科技教育学习领域相关学习元素,如地球与太阳的距离、显微镜显示的微观度量、光速 (3×10⁸ m/s)、电脑处理器的计算速度、发电厂温室气体排放量等提升学生的兴趣,从而促进教学。

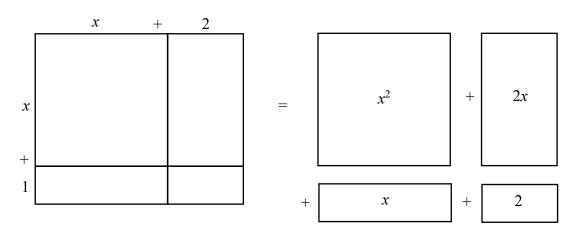
学习重点 10.5 只涉及二进制和十进制中非负的整数的理解,包括二进制和十进制的互换。学生**不须**学习十进制以外其他进制的数的运算。当学生掌握学习重点 10.5 中位值的概念后,教师可考虑因应学生的能力和兴趣,与学生讨论学习重点 10.6 中有关其他进制的增润课题。

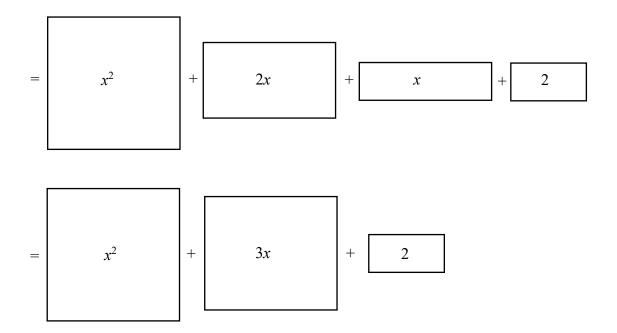
学习单位	学习重点	时间
数与代数范畴		
11. 多项式	11.1 理解多项式的概念	15
	11.2 进行多项式的加、减、乘及其混合运算	
	11.3 因式分解多项式	

学生在小学数学课程学习单位 6A1 「简易方程(二)」对同类项和异类项已有基本的认识,亦懂得运用同类项加减法则,处理诸如 8x+3x=11x 的关系,但在小学阶段学生**不须**学习「同类项」和「异类项」的名称。在本学习单位,学生须进一步处理多项式的运算。

学生须在学习重点 11.1 中,理解多项式的概念,包括认识项、单项式、二项式、次(或作次数)、幂、常数项、同类项、异类项、系数等数学用词的概念。教师可与学生厘清他们的常犯错误,诸如把多项式 x^3-2x 的项误认为 x^3 和 2x 两项。另外,学生须以变数的升幂次序或降幂次序排列多项式的项。

学生于学习单位 10「整数指数律」已理解正整数指数定律,如 $x^2 x^3 = x^5$ 等,并在小学数学课程学习单位 4N5「四则运算 (二)」认识乘法分配性质。在学习重点 11.2 中,学生须运用这些知识进行多项式的加、减、乘及其混合运算。学生须学习多于一个变数的多项式的运算。至于多项式的除法,属高中必修部分学习单位 4「续多项式」的学习内容。学生须从多项式的乘法理解展开多项式的概念。教师可考虑利用以下关乎面积的图形,阐明有关概念。





在学习重点 11.3 中,学生须理解因式分解是展开多项式的逆运算。学生须理解一个多项式是另一个多项式的因式的意义,从而理解因式分解的意义。学生须运用提取公因式(及并项)和十字相乘法进行多项式的因式分解。教师可提供合适的例子让学生认识并非所有二次多项式均能用上述方法进行因式分解。学生会在学习重点 12.3 运用恒等式因式分解多项式,亦会在高中必修部分学习单位 4「续多项式」中,运用因式定理,进一步因式分解多项式。教师可考虑利用下列示意图,让学生理解因式分解多项式的意义。

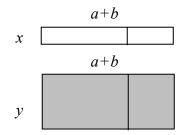
$$\begin{array}{cccc}
a & b & a+b \\
x & & +x & = x & \\
xa + xb = x(a+b)
\end{array}$$

$$y = \begin{bmatrix} a \\ +y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} a+b \\ ya+yb = y(a+b) \end{bmatrix}$$

教师可将图合并,展示如何运用并项法进行因式分解。

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b)$$

= $(x + y)(a + b)$



教师可让学生改变并图的方法, 让学生探究以其他并项法进行因式分解。

$$x + y = \begin{bmatrix} a & b \\ xa + xb + ya + yb = (xa + ya) + (xb + yb) \\ = (x + y)a + (x + y)b \\ = (x + y)(a + b) \end{bmatrix}$$

本学习单位并不涉及运用平方差或完全平方的恒等式因式分解多项式,有 关的部分属学习单位 12 「恒等式」的内容。

学习单位	学习重点	时间
数与代数范畴		
12. 恒等式	12.1 理解恒等式的概念	8
	12.2 运用恒等式展开代数式	
	12.3 运用恒等式因式分解多项式	

学习重点 12.1 中,学生须理解方程与恒等式的分别和证明恒等式。恒等式可被理解为一条解为任何数的方程。教师可在此以有无限多个解的一元一次方程作为恒等式的例子说明相关概念。

教师宜与学生辨别恒等式的变量和未知系数,并向学生介绍比较多项式的对应系数以求未知系数的方法。例如从恒等式 $A(2x+1)+B(x-1)\equiv 5x-2$ 中,分别比较 x 的系数和常数项,得出 2A+B=5 和 A-B=-2,再解 A 和 B。学生亦可代入 x 的特殊数值解 A 和 B,例如代入 $x=-\frac{1}{2}$ 和 x=1。

学习重点 12.2 涉及运用恒等式展开代数式,所运用的恒等式包括平方差 $(a-b)(a+b) \equiv a^2-b^2$ 和完全平方 $(a\pm b)^2 \equiv a^2\pm 2ab+b^2$,而所展开的代数式不限于多项式,如 $(a\pm \frac{1}{a})^2 \equiv a^2\pm 2+\frac{1}{a^2}$ 。

在学习重点 12.3, 学生须运用学习重点 12.2 中的恒等式作因式分解, 因式分解的对象则仅限于多项式。

学生**不须**学习立方和及立方差的恒等式。学生可于高中必修部分学习单位 4「续多项式」运用因式定理因式分解诸如 $x^3 \pm a^3$ 的多项式。

本学习单位亦有助学生理解学习重点27.2引入的三角恒等式。

学习单位	学习重点	时间
数与代数范畴		
13. 公式	13.1 进行代数分式运算	9
	13.2 运用代入法求公式中未知数的值	
	13.3 变换不涉及根号的公式的主项	

学生在学习单位 7「代数式」中须掌握利用代数式表达公式;在学习单位 11「多项式」中亦须对多项式进行加、减、乘及其混合运算,以及因式分解。在本学习单位,学生须进一步运用上述知识,对代数式进行包括移项、并项、化简等运算,并运用代入法和解方程求未知数的值。

在学习重点 13.1,学生须对代数分式进行约分,以化简代数分式。为避免过于繁复的运算,学习重点所涉及的代数分式,其分母必须表达为系数为有理数的一次因式之积,诸如: $\frac{1}{xy}$ 、 $\frac{x^3}{xy^2}$ 、 $\frac{1}{x(x+1)}$ 、 $\frac{xy}{x(x+1)^2}$ 、 $\frac{3x+6}{x(x+2)^2}$ 等,令学生即使未曾学习因式分解一般多项式和求最大公因式(于高中数学课程必修部分学习内容才处理),亦能把代数分式化至最简。教师亦可比较化简代数分式的方法与化简分数的方法,协助学生厘清一些常犯错误,诸如:部分学生可能将代数分式 $\frac{3x}{3x+y}$ 中分子和分母的 3x 错误地化简而得出 $\frac{1}{1+y}$ 。

在本学习重点,学生**不须**进行过度繁复的代数分式运算。学生在本学习阶段**不须**进行涉及求最大公因式的异分母代数分式运算。学生**不须**学习部分分式分解。

学习重点 13.2 旨在让学生理解公式为一描述变量关系的代数等式,在代入同一个变量不同的值时可透过步骤相同的运算,求得未知变量的对应值。教师可考虑以现实生活例子或科学教育、科技教育学习领域相关学习元素,加强学生的知识联系,例子诸如:密度公式 $D=\frac{m}{v}$ 、温度单位转变

公式
$$F = \frac{9C}{5} + 32$$
 等。

在学习重点 13.3, 学生须运用移项法对不涉及根号的公式进行主项变换。 学生在变换公式主项的过程中或需因式分解公式中的部分代数式。教师亦可归纳和比较算术四则运算、解方程和主项变换时的运算步骤和次序,巩固学生对代数基础运算的知识和技能,以备学生日后应用代数处理较复杂的现实生活情境或在科学教育、科技教育学习领域中面对的数学问题。

学习单位	学习重点	时间
数与代数范畴		
14. 一元一次	14.1 理解不等式的概念	6
不等式	14.2 认识不等式的基本性质	
	14.3 解一元一次不等式	
	14.4 解涉及一元一次不等式的应用题	

学生在小学阶段已认识「>」和「<」符号,并用以表达两个数的大小关系; 而在学习重点 7.1,学生亦须以代数式表达文字片语。在这些基础上,学 生须于本学习单位将代数式和方程的概念扩阔至利用「>」、「<」、「≥」和 「<」符号建立并解一元一次不等式。

学习重点 14.1 须包括:

- 以不等式表达文字语句
- 在数线上表示以下不等式: $x > a, x \ge a, x < a$ 和 $x \le a$

学生须理解符号「>」、「<」、「≥」和「≤」在数学上的意义,以及在文字上的不同表达方式。教师可与学生讨论涉及诸如「最多」、「最少」、「至多」、「至少」、「不多于」、「不少于」等用语的现实生活情境,加深学生理解符号「>」、「<」、「≥」和「≤」的意思,避免混淆。教师亦可协助学生建立解集的初步概念(学生**不须**认识「解集」一词和其定义),例如不等式 $x \ge 3$ 的解即所有符合这个数值关系的值,如 3、3.1、4、100 ……,让学生理解不等式的解在数线上的表示方法所包含的数学意义,以便衔接将来学习二元一次方程、二元一次不等式等的解的图象表达方法。学生须认识「一元一次不等式」亦可称为「一元线性不等式」。

学生须认识和运用学习重点 14.2 所列明的不等式基本性质,作为学习重点 14.3 中解一元一次不等式的运算之用。这些性质包括:

其中性质中的 「>」 和 「<」 可分别更改为 「>」 和 「<」。

教师可比较一元一次方程和一元一次不等式的基本性质,并透过实际例子强调和说明其相异之处,如不等式中「>」、「<」、「>」和「<」四种关系只具传递性而不具对称性(学生**不须**认识「传递性」、「对称性」等数学用词)、「若x>y则 ax>ay」并非恒真等,减少学生在解不等式时的常犯运算错误。

学生须于学习重点 14.3 解一元一次不等式并在数线上表示不等式的解,但**不包括**涉及逻辑连词「和」(或「及」)或「或」的复合不等式。这些复合不等式会于高中数学课程必修部分学习重点 8.1 中处理。

学生亦须于学习重点 14.4 应用上述的概念和知识,解涉及一元一次不等式的应用题。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
15. 量度的误	15.1 认识量度中误差的概念	6
差	15.2 认识最大绝对误差、相对误差和百分误差的概念	
	15.3 解与误差有关的应用题	
	15.4 **按情境设计量度的估算策略,并判断结果的合理性	

学生在小学数学课程度量范畴中已掌握选择和运用适当的量度工具和标准单位来量度物件的长度、重量、容量和物件间的距离等。在学习重点15.1,学生须进一步认识任何度量的实际值均为未知量,而不同量度工具和量度方法的结果,如从数码化量度工具或一般量度工具的刻度读出的定值,皆视为度量的近似值。虽然教师不须在本学习阶段引入绝对值的名称和符号,但学生须在学习重点15.2认识量度所得的值与度量的实际值之差的绝对值为该量度的绝对误差。教师可引导学生认识绝对误差与刻度间距的关系,及由此求实际度量的取值范围和该量度的最大绝对误差。教师应在关于最大绝对误差的讨论中引入实际值的上限、下限的概念,及以最大绝对误差描述量度的准确度。

学生亦须借着延伸最大绝对误差的概念认识相对误差及百分误差。教师可透过不同现实生活例子说明最大绝对误差、相对误差和百分误差的用途及对量度的准确度之描述。然而,学生**不须**认识在对度量进行算术运算时,运算对误差的影响;学生亦**不须**处理运用公式计算度量时的累积误差问题。

在学习重点 15.3,学生须从对物件的已知量度结果及量度工具的刻度间距或实际值的取值范围,计算该量度的各种误差。学生亦须认识从对物件的已知量度结果及准确度,求该物件的度量的实际值的上、下限。由此,学生亦须处理诸如由长方形的长和阔的量度结果及准确度,求长方形面积的上限和下限等问题。

在学习重点 15.4, 教师亦可按学生能力和兴趣加入适当的增润课题, 如引

导学生探索在不同情境中一些能减少误差的量度策略,如同时量度多件相同物件的总重量然后取平均值作该物件的重量,在假设这些相同物件重量皆相同下,上述策略可减少量度的相对误差和百分误差。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
16. 弧长和扇	16.1 理解圆的弧长公式	8
形面积	16.2 理解圆的扇形面积公式	
	16.3 解与圆的弧长和扇形面积有关的应用题	
	16.4 **认识中国古代数学家刘徽的割圆术,和进一步认识徽率和祖率	

学生在小学数学课程学习单位 6M3「周界(二)」和 6M5「面积(三)」已认识及运用圆的圆周和面积公式,惟**不包括**从已知圆面积求该圆的直径或半径等问题。

在本学习单位, 学生须理解圆的圆心角、弧和扇形等数学概念。

在学习重点 16.1,学生须理解弧与所对应的圆心角成正比例的性质。教师可考虑先引导学生发现将一个圆在圆心的周角等分即将该圆等分,从而理解若弧所对应的圆心角为一周角等分 n 份后取 m 份,则该弧的弧长亦为所属的圆的圆周等分 n 份后取 m 份。由此理解任何弧所对应的圆心角与一周角之比与该弧的弧长与所属之圆的圆周之比相等。教师不须进一步解释这个比例关系在无理数时的情况,但由此衍生出的圆的弧长公式可应用于所有圆的弧。利用相同的概念,学生应在学习重点 16.2 理解扇形面积与对应圆面积之比亦等于该扇形的角与一周角之比,从而理解扇形面积公式。

在学习重点 16.3,学生须运用圆的面积公式、弧长公式及扇形面积公式从已知的资料求诸如面积、半径、直径、弧长等未知量。教师应在本学习重点加入从已知圆面积求圆的半径和直径的问题,作为中、小学课程的衔接。学生亦须解与圆的弧长和扇形面积相关的现实生活问题,包括涉及由圆、扇形、长方形等图形所组成的复合图形的周界和面积的应用题。

在学习重点 16.4,教师可按学生能力和兴趣加入适当的增润课题,如认识刘徽如何利用割圆术,以边数为 6 的倍数的正多边形逐渐逼近其外接圆,以求出更准确的圆面积及圆周率的近似值(徽率)。教师亦可向学生介绍祖

冲之在计算圆周率的近似值所取得的成果,如祖冲之提出的约率 $\frac{22}{7}$ 和密率 $\frac{355}{113}$ (亦称祖率)。事实上,祖冲之求得的密率 $\frac{355}{113}$ 更准确至圆周率的 7 个有效数字。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
17. 立体图形	17.1 认识直立角柱、直立圆柱、直立角锥、直立圆锥、正角柱、正角锥、多面体和球形的概念	5
	17.2 认识角柱、圆柱、角锥、圆锥、多面体和球形的截面	
	17.3 绘画立体图形的平面图像	
	17.4 **认识立体图形的三视图	
	17.5 **认识欧拉公式和探究正多面体(柏拉图立体)的数目	

在小学数学课程学习单位 1S1「立体图形 (一)」、2S1「立体图形 (二)」 和 5S2 「立体图形 (三) |, 学生已初步认识角柱 (体)、圆柱 (体)、角锥 (体)、圆锥(体) 和球(体) 的概念。但教师应留意,小学课程**不要求** 教师以非直立柱体和锥体作为例子,因此可能有学生对柱体和锥体的认识 仅局限于直立柱体和直立锥体的例子上。故此,学生须在学习重点 17.1 比 较直立和非直立柱体和锥体的例子,以认识直立角柱、直立圆柱、直立角 锥和 直立 圆 锥 的 概 念。学 生 可 先 直 观 地 观 察 直 立 角 柱 的 所 有 侧 面 皆 是 长 方 形,而非直立角柱的部分侧面是平行四边形而非长方形,以及直立圆柱的 两底的圆心相连之线段垂直于两底。学生亦可透过重心作为形心的直观概 念,直观地认识直立角锥和直立圆锥的顶点与底的形心相连的线段垂直于 底。教师可透过例子说明上述概念,如底为长方形的直立角锥即顶点位于 底的长方形对角线交点的上方,或直立圆锥即顶点位于底圆的圆心上方 等。学生在本学习单位仅须对线段垂直于面的概念有直观的认识,较严谨 的数学概念可于稍后的学习单位 18 「求积法」才引入。除三角形外,一般 图形的形心之数学定义并非课程所需,学生只需透过直观的方法认识上述 概念,如已知一个正多边形,可以绘画一圆经过该正多边形的所有顶点, 其圆心即正多边形的形心等。

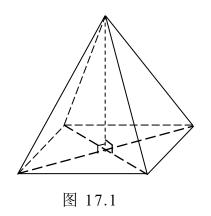
在认识直立角柱和直立角锥的概念后,学生须认识底为正多边形的直立角柱和直立角锥分别称为正角柱和正角锥。学生亦须认识多面体的概念,包括正四面体为正三角锥的特例,及其所有面均为大小相同的等边三角形等性质。关于其他正多面体的概念和正多面体的数目,属于学习重点 17.5 的

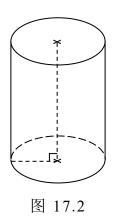
增润课题。

学生亦须认识球形(又称为空心球体)的概念,包括球形上所有点与一固定点等距,该固定点称为球心。教师应留意在小学课程中,球形称为球。

学生在学习重点 17.2 须进一步认识在学习重点 17.1 接触过的不同类型立体的截面(亦称为横截面、横切面或切面)。这些立体包括角柱、圆柱、角锥、圆锥、多面体和球形。建基于第二学习阶段对角柱和圆柱的截面的认识,即角柱和圆柱中平行于底的截面,其形状和大小皆与底相同,学生须进一步认识直立和非直立的角柱和圆柱均具有均匀截面的性质。由于小学数学课程不要求引入「均匀截面」一词,教师应在此介绍其相关概念。教师可引入平行面的直观概念(如两个不相交的面即为平行面),从而进一步解释并引入均匀截面的名称和概念。对于角柱和圆柱以外的其他立体,学生则只须认识同一个立体图形的不同截面可以有不同的大小或形状,从而建立学生的空间感。

在学习重点 17.3,学生须绘画直立角柱、直立圆柱、直立角锥、直立圆锥的平面图像。学生须掌握相关的绘图技巧并能辨别平面图像中所显示的三维方向关系(如上下、左右、前后等),但学生不须学习诸如工程绘图等绘画规格。教师可借助斜网格及等距网格等较常见的绘画平面图像的辅助工具协助学生逐步学习于白纸上绘画立体图形的平面图像,惟使用斜网格及等距网格的方法并非课程重点,学生亦不须依指定尺寸绘画图像。学生已在学习重点 17.1 直观认识直立的概念,在本学习重点,教师应提醒学生在绘画直立角柱、直立圆柱、直立角锥、直立圆锥的平面图像时正确标示顶点位置、直角符号等以显示所绘画的立体是直立立体(如下图 17.1 和图 17.2)。学生不须精准地绘画立体的平面图像,但所绘画的图像应视觉上与直立的概念配合。





认识立体图形的三视图属增润课题。教师可按学生能力和兴趣在学习重点

17.4 加入适当关于立体图形的三视图的内容,如绘画已知立体图形的三视图,或从已知的三视图猜测可能的相应立体图形等。

教师亦可按学生能力和兴趣在学习重点 17.5 加入适当关于欧拉公式和正多面体的内容作增润课题。教师可延续学习重点 17.1,向学生介绍正四面体和正方体(正六面体)以外的简单正多面体(又称柏拉图立体),并与学生探究可构作柏拉图立体的多边形的几何性质,从而推导柏拉图立体的数目之上限。教师亦可向学生介绍欧拉公式,并与学生探究有哪些立体不符合欧拉公式,从而引入欧拉示性数在拓扑学可作为立体分类之应用的初步概念。

学习单位		学习重点	时间
度量、图形与空	间范	畴	
18. 求积法	18.1	认识角柱、圆柱、角锥、圆锥和球形体积公式	15
	18.2	求直立角柱、直立圆柱、直立角锥、直立圆锥和球形的表面面积	
	18.3	认识相似图形的边长、面积和体积之间的关系及解有关的应用题	
	18.4	解涉及体积和表面面积的应用题	
	18.5	**探究如何从一张 A4 大小的纸张的四角切去正方形,从而折出最大容量的容器	

本学习单位延续学习单位 17「立体图形」学生对立体图形以及绘画其平面图像的认识。学生须在本学习单位理解立体图形的平面图像,并从立体图形的平面图像中获取与立体空间和立体图形的度量相关的资讯,用以解与体积和表面面积相关的问题。学生在小学数学课程学习单位 5M2「体积(一)」已认识及运用正方体和长方体体积公式,并在学习单位 6M2「体积(二)」认识容量与体积的关系。

在学习重点 18.1,学生须认识一直线垂直于一平面的定义,即:若一直线 L 与平面垂直,则 L 与该平面相交于一点 P,且在平面上任意一条经过(或 称通过)点 P 的直线均与 L 垂直。教师亦应向学生介绍一直线是否垂直于一平面的判别条件,即:若一直线 L 与平面相交于一点 P,且在该平面上有两条经过点 P 的直线与 L 垂直,则 L 与该平面垂直。惟学生**不须**证明该判别条件足以保证直线与平面垂直。由一直线与一平面垂直的概念,学生须认识一点在平面上的垂直投影的概念。惟课程**不要求**学生认识「垂直投影」一词,学生仅需以「投影」一词表达该概念。学生须藉由一点在平面上的投影的概念,认识该点至其投影点的距离即该点至平面的距离。学生须由此认识柱体和锥体的高的定义,教师亦可考虑在引入柱体和锥体的高前,先引入一般立体的高的直观概念,即指定某一面为底时,该立体的高为立体上的所有点与底的最大距离。

学生须认识角锥和圆锥体积公式。学生可透过分割与并砌某些特定的角

锥,发现这些角锥的体积为同底等高的柱体体积的 ¹/₃。学生**不须**证明该关系可推广至一般的角锥及圆锥,但学生须运用角锥和圆锥体积公式求一般角锥及圆锥的体积或其他相关的未知量。学生亦须认识并运用球形体积公式(或称球体体积公式)求球形体积或其他未知量,惟学生**不须**理解公式的证明,教师可按学生能力和兴趣提供适当的演示解释球形体积公式作为增润。

在学习重点 18.2,学生须求直立角柱、直立圆柱、直立角锥、直立圆锥和球形的表面面积。在小学数学课程学习单位 5S2「立体图形(三)」,学生已认识正方体、长方体和圆柱体的折纸图样。学生须在这个基础上求正方体、长方体和圆柱体的表面面积,并将之推广至一般直立角柱和直立角锥。学生须认识直立圆锥的曲面为圆的扇形,从而透过在学习单位 16「弧长和扇形面积」的圆的扇形面积公式,求直立圆锥的表面面积。学生亦须认识并运用球形表面面积公式(或称球体表面面积公式)求球形表面面积或其他未知量,惟学生不须理解公式的证明,但教师亦可按学生能力和兴趣提供适当的演示解释球形表面面积公式作为增润。

在学习重点 18.3,学生须建基于学习单位 22「相似三角形」的相似平面图形概念,认识相似立体图形的概念。学生应认识若两个立体图形相似,则该图形的所有对应长度(包括立体图形的边长、高、对角线长度、对应面的周界等)成比例,并所有对应角相等。学生**不须**证明两个立体图形相似,但教师应透过合适的例子,阐明若两个立体图形未能符合上述关于相似立体图形的条件(如并非所有对应边成比例),则可判定两个立体图形不相似。

学生须认识已知两个相似立体,其任意对应边长的平方之比等于任意对应 面的面积之比;和其任意对应边长的立方之比等于任意对应部分体积之 比。学生须从两个相似角锥或圆锥的关系中认识平截头体及解与其表面面 积和体积有关的应用题。

在学习重点 18.4, 学生须综合运用学习重点 18.1、18.2 和 18.3 的知识, 解由上述学习重点中已认识的立体图形所组成的复合图形, 其体积和表面 面积的问题。学生亦须透过已知的体积或表面面积, 求未知长度、面积等 几何量。

教师可按学生能力和兴趣在学习重点 18.5 加入适当的增润课题,如探究如何从一张 A4 大小的纸张的四角切去正方形,从而折出最大容量的容器。

学生可透过切去不同大小的正方形,发现容器的容量变化并非只不断增加或不断减少,从而建立最优化问题的概念。教师亦可通过容量变化的图像加强学生对图像和变量的认识。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
19. 角和平行 线	19.1 理解直线上的邻角、对顶角和同顶角的概念 及其性质	11
	19.2 理解同位角、内错角和同旁内角的概念	
	19.3 认识判别两直线平行的条件	
	19.4 认识与平行线相关的角的性质	
	19.5 理解三角形的内角和外角的性质	

在本学习单位至学习单位 25「毕氏定理」,学生须逐步理解演绎几何中与 各类直线图形相关的定理,及定理之间的逻辑关系,从而确立较严谨地透 过逻辑和演绎法学习平面几何的基础知识和能力。

在小学数学课程学习单位 1S2「平面图形」和 2S2「角」,学生已分别初步认识直线和角的直观概念,而在学习单位 6M1「角(度)」,学生亦已认识角的度量,以及反角、平角和周角。学习重点 19.1 综合以上的直观概念,并引入三个与直线相关的性质,包括:

- 直线上的邻角的和等于一平角;
- 对顶角相等;和
- 同顶角的和等于一周角。

教师可引导学生初步理解几何定理的论证中前提与结论间的逻辑关系,包括利用上述性质从直线或线段所组成的图形中,求未知的角度。学生亦应理解三个性质之间的逻辑关系,例如由直线上的邻角的和(或称直线上的邻角之和)等于一平角这个性质,可推导出对顶角相等和同顶角的和(或称同顶角之和)等于一周角两个性质,教师可因应学生的兴趣和能力,让学生认识单靠对顶角相等或同顶角的和等于一周角,则未能反过来推导出直线上的邻角的和等于一平角这性质,从而帮助学生初步认识几何定理的逻辑关系。

学生在本学习重点亦须认识余角和补角的概念。教师可考虑为学生安排探究活动,让学生发现当两角互为补角时,如果该两角有一条公共边,两角的顶点相同且两角在公共边的两侧,则非公共边在同一直线上。

在学习重点 19.2,学生须认识当一条直线 L 与另外两条直线 L_1 和 L_2 分别相交于不同点时,L 称为 L_1 和 L_2 的截线,当中的 L_1 和 L_2 不限于平行线。由此,学生须理解当 L 为截线时各对同位角、内错角和同旁内角的定义,藉此联系到学习重点 19.3 和 19.4 的内容。

学生在小学数学课程学习单位 3S1「四边形(二)」已初步认识平行线的概念。在学习重点 19.3,学生须进一步认识透过特定角的度量来判别两直线平行的条件。这些条件包括当该两条直线有一截线 L 时,

- 有一对内错角相等;
- 有一对同位角相等;或
- 有一对同旁内角互补。

学生须考虑已知角的大小,选用合适的条件来证明两条直线平行。此外, 学生须认识若两直线不平行,则各对内错角和同位角不相等,而且各对同 旁内角亦不互补。

在学习重点 19.4, 学生则须认识与平行线相关的角的性质,包括:

- 内错角相等:
- 同位角相等;及
- 同旁内角互补。

学生须从已知的直线图形选取适当的平行线和截线,透过选用上述合适的性质,求未知角的度量。学生须分辨学习重点 19.3 所提及的条件与学习重点 19.4 所提及的性质在逻辑上为彼此的逆命题,一般并非彼此等价。惟学生**不须**认识「逆命题」、「等价」等逻辑用语。教师可透过合适的例子利用日常用语说明当中的逻辑关系。教师宜让学生认识学习重点 19.4 提及的性质可推导出对于两条直线,如果有任何一条截线所形成的任何一对内错角或同位角不相等,或任何一对同旁内角不互补,则该两条直线并不平行。学生可由此从一些已知的角度证明两条直线并不平行。

在学习重点 19.5,学生须先理解三角形的内角和外角的定义。透过这些定义和学习重点 19.1 中直线上的邻角的性质和学习重点 19.4 中与平行线相关的角的性质,学生须证明任意一个三角形,其内角和等于一平角,及其任意一个外角均等于相应的内对角之和。在确立关于三角形的内角和外角的性质的几何定理后,学生须运用这些性质求与三角形相关的平面图形中未知角的度量。学生亦须认识锐角三角形和钝角三角形的概念。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
20. 多边形	20.1 理解正多边形的概念	8
	20.2 理解多边形内角和公式	
	20.3 理解凸多边形外角和公式	
	20.4 欣赏可密铺平面的三角形、四边形和正多边 形	
	20.5 使用圆规和直尺绘画等边三角形和正六边形	
	20.6 **探究使用圆规和直尺绘画正五边形的方法	

在本学习单位,学生须建基于学习重点 19.5 关于三角形内角和外角的性质,进而理解各类多边形的边、角的特性。

虽然学生在小学数学课程学习重点 3S1「四边形 (二)」和学习重点 3S2 「三角形」中分别认识正方形和等边三角形这两类正多边形,但学习重点 20.1 的「正多边形」对学生而言是全新的概念和数学名词。在此学习重点,学生须理解正多边形的概念。学生须理解如果多边形只有各边等长或只有各内角相等,该多边形未必是正多边形。教师可利用实物模型或资讯科技,为学生提供各类正多边形的例子和非例子,如长方形、菱形、等边五边形、等角六边形等,以协助学生加深对正多边形概念的理解。

在学习重点 20.2,学生须理解任意多边形内角和公式。教师可先讨论凸多边形的情况,引导学生运用合适的方法把任意凸多边形分割为若干个三角形,及考虑三角形的数目与多边形的边数的关系,进而运用三角形内角和为一平角,导出凸多边形的内角和公式。至于凹多边形,学生只须探究一些已知形状的凹多边形的分割方法,以发现其内角和公式与相同边数的凸多边形一致。

虽然学生须在本学习重点理解无论凸多边形或凹多边形,只要边数相同其内角和公式均一致,但学生不须认识一般平面图形的凸性或凹性的定义。

学生须从多边形内角和公式及正多边形定义,求不同正多边形的内角的度量。

在学习重点 20.3,学生须理解凸多边形的外角和公式。学生可透过凸多边形的外角的定义、直线上的邻角之和为一平角及多边形内角和公式,证明任意凸多边形的外角和均为一周角。

在学习重点 20.4, 教师应向学生介绍透过考虑不同类型的多边形内角的度量, 辨别哪些多边形可密铺平面。学生可由三角形内角和为一平角及四边形内角和为一周角, 欣赏所有三角形和四边形均能以单一图形密铺平面。透过相同方法, 学生须辨别哪些正多边形能以单一图形密铺平面。教师可按学生能力和兴趣, 安排探究活动让学生欣赏使用多于一种正多边形密铺平面的方法。

在学习重点 20.5,学生须使用圆规和直尺绘画等边三角形和正六边形。学习重点 20.5 所指的直尺为无刻度直尺。学生须认识使用圆规和直尺作图与使用其他诸如量角器、三角尺和有刻度直尺绘图的分别:使用圆规和直尺作图是透过应用几何定理,求数学上能完全符合作图要求的点、线段、角、弧等几何物件的作图步骤。教师可让学生认识使用圆规和直尺作图的基础知识,亦可使用资讯科技代替实体的圆规和直尺作为作图工具,但学生的学习重点为绘画等边三角形和正六边形的步骤所包含的几何知识。

教师在学生掌握使用圆规和直尺绘画等边三角形和正六边形的方法及相关几何知识后,可因应学生的能力和兴趣在学习重点 20.6 加入合适的增润课题,如继续与学生探究使用圆规和直尺绘画正五边形的方法等。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
21. 全等三角	21.1 理解全等三角形的概念	14
形	21.2 认识全等三角形的判别条件	
	21.3 理解等腰三角形的性质	
	21.4 理解等腰三角形的判别条件	
	21.5 <u>使用圆规和直尺绘画角平分线、垂直平分线、</u> <u>垂线、平行线、特殊角和正方形</u>	
	21.6 认识全等平面图形的概念	
	21.7 **探究可用圆规和直尺绘画的角	

在本学习单位,学生须建立全等三角形的概念并加以运用,作为解几何问题的基础知识。

在学习重点 21.1,学生须理解全等三角形的定义,及从该定义所引申的几何性质。学生须由「重合」的直观概念延伸至理解两个三角形全等即其三对对应边和三对对应角均相等。学生须进而识别已知的全等三角形的对应边和对应角及求边和角的度量。学生亦须从定义理解一对三角形中,只要有一组对应边或对应角不相等,即可判定该对三角形不全等。

在学习重点 21.2,学生须认识包括 SAS、SSS、ASA、AAS 和 RHS 的全等三角形判别条件。学生须认识单靠上述任何一个判别条件,即可判定一对符合该条件的三角形为全等三角形,且余下的三组对应边或对应角亦会各自相等。学生须运用上述判别条件,证明三角形的全等关系。学生亦须透过一些反例子,认识诸如 SSA、AAA 等情况不能确定两个三角形的全等关系。因应学生的能力和兴趣,教师可考虑与学生探讨各个全等三角形的判别条件之间的逻辑关系。

学生在小学数学课程学习重点 3S2「三角形」已认识等腰三角形的概念。在学习重点 21.3,学生须进一步理解并证明等腰三角形底角相等的性质。教师可让学生认识由 SAS 证明等腰三角形底角相等。然而,由于在证明 SSS 是全等三角形的判别条件时须使用等腰三角形底角相等的性质,而使

用圆规和无刻度直尺绘画角平分线、垂直平分线和垂线(又称垂直线)的作图方法均须应用等腰三角形底角相等的性质,因此教师应避免诸如加入连接等腰三角形顶角和底边中点的线段等方法以证明上述等腰三角形的性质,否则会引起循环论证。学生须以等腰三角形底角相等的性质,及一般三角形的内角与外角性质,解三角形的未知角或证明包括三角形的全等关系等几何问题。

在学习重点 21.4,学生须理解若三角形其中两个角相等,则该两个角的对边相等,从而判定该三角形为等腰三角形。学生须证明上述几何性质,并以此求三角形未知边长和证明包括三角形的全等关系等几何问题。在学习重点 21.3 和 21.4,学生可透过等边三角形为等腰三角形的特例,理解等边三角形即等角三角形,反之亦然。因此,当联系学习重点 20.1 关于正多边形的概念,仅在讨论三角形时,正三角形、等边三角形和等角三角形均指同一类三角形。

在学习重点 21.5,学生须使用圆规和无刻度直尺绘画角平分线、垂直平分线、垂线、平行线、特殊角和正方形。其中,特殊角指可用上述提及的作图技巧,并配合绘画等边三角形和正方形的方法,所能绘画出的角。学生须掌握上述作图的方法,惟本学习重点须强调作图方法背后的几何原理,因此学生不须进行繁复或涉及较多重复步骤的作图。教师宜在教授上述作图方法的步骤时,清楚演示各步骤的几何意义。虽然如此,学生不须在作图时以文字解说及证明其作图步骤,只须直接运用上述作图技巧完成作图即可。学生不一定要使用真实的圆规和无刻度直尺,亦可使用具备相同功能的资讯科技作图,从而更聚焦于这些作图方法的几何意义。

在学习重点 21.6,学生须延伸全等三角形的概念至全等平面图形,惟他们仅须以「重合」的直观概念认识一般平面图形(包括非多边形的闭合图形)的全等关系,并认识若两个平面图形全等,则其每对对应长度(如边长、对角线、半径、周界等)和每对对应角均相等。学生**不须**学习如何证明三角形以外的平面图形全等,但须判定两个平面图形不全等。

学生在掌握学习重点 21.5 的作图方法后,教师可因应学生的能力和兴趣,在学习重点 21.7 安排使用圆规和无刻度直尺绘图的探究活动作为增润课题,以提升学生对演绎几何的理解。这些活动可包括探究用圆规和无刻度直尺,是否可绘画诸如 $\frac{360^{\circ}}{2^{n}}$ 、 $\frac{120^{\circ}}{2^{n}}$ 等角(其中 n 为任意正整数)。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
22. 相似三角	22.1 理解相似三角形的概念	9
形	22.2 认识相似三角形的判别条件	
	22.3 认识相似平面图形的概念	
	22.4 **探究分形几何的图形	

学生在理解全等三角形的概念后,在本学习单位须进一步理解相似三角形的概念。教师可与学生重温解诸如 $\frac{2}{x} = \frac{4}{3}$ 等的方程,因他们可能会面对类似型式的问题。

在学习重点 22.1,学生须理解相似三角形的定义,即两个三角形的所有对应角相等及所有对应边成比例。教师可与学生讨论三角形的全等关系和相似关系之异同,从而让学生发现全等三角形为相似三角形的特例。教师亦可透过直观的几何概念,说明三角形按边长的比例放大(缩小)后的图形即为原三角形的相似三角形。学生须利用相似三角形的定义,在已知的相似三角形中求未知边和未知角的度量。

在学习重点 22.2,学生须认识包括 AAA (或 AA)、对应边成比例和两边成比例且夹角相等的相似三角形判别条件。学生**不须**证明这三个判别条件的任何一个足以保证两个符合判别条件的三角形,其所有对应角相等和所有对应边成比例,但学生须认识上述结果,从而利用上述的判别条件证明两个三角形相似并求三角形的未知边和未知角的度量。

因应学生的能力和兴趣,教师可在学生掌握学习重点 23.5 中的中点定理和截线定理后,与学生透过一些简单例子探讨为何两个三角形只要符合其中一个相似三角形判别条件,则其各对对应角相等和所有对应边成比例。

在学习重点 22.3,学生须延伸相似三角形的概念至一般相似平面图形。学生须直观地认识一个平面图形按长度比例放大(缩小)后与原图形相似。学生亦须认识当两个平面图形为相似图形时,其所有对应长度(包括边长、对角线、半径、周界等)成比例且各对对应角相等的性质。学生**不须**证明

任何三角形以外的平面图形为相似图形,但学生须由上述性质,透过实例指出两个图形不相似,例如:一个正方形和一个没有直角的菱形虽然对应边成比例,但由于对应角并不相等,所以它们不相似;又一个正方形和一个邻边长度不相等的长方形虽然对应角相等,但由于对应边不成比例,所以它们不相似。学生亦须从已知的相似平面图形,求未知长度和未知角。本学习重点亦须与学习重点 18.3 「认识相似图形的边长、面积和体积之间的关系及解有关的应用题」配合,巩固学生对相似关系的几何概念并应用在涉及度量的现实情境上。

因应学生的能力和兴趣,教师可在学习重点 22.4 引入自相似的概念,从 而提供增润活动予学生探究分形几何的图形。教师亦可由此向学生介绍迭 代法的概念,让学生透过资讯科技创制简单分形几何的图形。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
23. 四边形	23.1 理解平行四边形的性质	13
	23.2 理解长方形、菱形和正方形的性质	
	23.3 理解平行四边形的判别条件	
	23.4 运用上述性质或判别条件作简单几何证明	
	23.5 理解中点定理和截线定理	
	23.6 **探究全等四边形的判别条件	

学生在小学数学课程学习单位 2S4「四边形(一)」、3S1「四边形(二)」和 4S1「四边形(三)」已认识梯形、平行四边形、长方形、菱形和正方形涉及边长和平行性的性质,及各种四边形之间的包含关系。但教师必须注意,学生在小学阶段并未明确区分哪些性质构成这几类四边形的定义,而哪些性质则是由定义推导而得。学生在学习单位 19「角和平行线」认识到与平行线相关的角的性质,以及在学习单位 21「全等三角形」和学习单位 22「相似三角形」学习关于全等三角形和相似三角形的概念后,学生须在本学习单位综合应用上述几何知识至平行四边形、长方形、菱形和正方形,以进一步理解其定义和几何性质间的逻辑关系,及这些几何性质的应用。

在学习重点 23.1,学生须从平行四边形两对对边平行的定义,透过全等三角形的概念和与平行线相关的角的性质,理解并证明平行四边形的性质,包括对边相等、对角相等和对角线互相平分。

在学习重点 23.2,学生须理解长方形、菱形和正方形的性质。学生在小学数学课程学习单位 4S1「四边形(三)」已认识长方形、菱形和正方形均为平行四边形的特例,且正方形同时为长方形及菱形的特例。在本学习阶段,学生须进一步理解由于长方形为平行四边形,因此拥有平行四边形的所有几何性质。此外,学生须理解长方形亦有对角线相等和对角线互相平分为四条相等的线段这些一般平行四边形没有的几何性质。学生亦须理解由于菱形为平行四边形,因此亦拥有平行四边形的所有几何性质。此外,学生须理解菱形亦有对角线互相垂直和对角线将菱形的内角平分这些一般平行四边形没有的几何性质。最后,学生亦须理解由于正方形同时为长方形和菱形,因此拥有长方形和菱形的所有几何性质,并对角线与边的夹角为

在学习重点 23.3, 学生须理解若一个四边形的(1) 对边相等、(2) 对角相等、(3) 对角线互相平分、或(4) 一对边相等且平行,则该四边形为平行四边形。学生须利用有关全等三角形的几何知识,和判别两条直线平行等先备知识,证明上述四种情况均为平行四边形的判别条件。

在学习重点 23.4,学生须综合运用学习重点 23.1 至 23.3 及其他相关学习单位中的几何定义、定理、性质和判别条件,作与四边形相关的简单几何证明,诸如证明某四边形的对边平行、某四边形为长方形、菱形或正方形等。学生亦须辨别特殊四边形的几何性质和判别条件间之分别和逻辑关系,诸如四边相等为正方形必然具备的性质,但一个四边相等的四边形不足以被判别为一正方形;所有菱形的对角线均互相垂直,但对角线互相垂直的四边形不一定是菱形等。

在学习重点 23.5,学生须理解中点定理和截线定理的内容、证明方法和应用。教师应注意在证明中点定理和截线定理中有可能引起的循环论证,如在证明中点定理和截线定理时涉及证明相似三角形。这是因为一般来说,中点定理和截线定理的一般化结果,在演绎推导上比相似三角形的三个判别条件更为基础。虽然课程不要求学生理解相似三角形判别条件的证明,但教师亦可因应学生的能力和兴趣,与学生透过一些简单例子探讨为何两个三角形只需符合其中一个相似三角形的判别条件,则其所有对应角相等和所有对应边成比例,作为中点定理和截线定理的应用。教师可引导学生透过适当地延伸连接中点的线段、全等三角形的判别条件和性质、两条直线平行的判别条件,及平行四边形的判别条件,证明中点定理。类似地,教师亦可引导学生透过适当地构作平行四边形,利用其性质和全等三角形的判别条件和性质,证明截线定理。教师亦可藉此机会,在本学习重点或本学习单位其他部分,让学生认识欧几里得的《原本》内的演绎方法。

在学习重点 23.6, 教师可因应学生的能力和兴趣,安排增润活动予学生探究全等四边形的判别条件。教师可引导学生考虑除四边形的边长和角外,对角线亦可用以构成全等四边形的判别条件。学生可首先按四边形的类型探究各类型的全等四边形的判别条件,如全等正方形的判别条件为其中一对对应边或对角线长度相等、全等长方形的判别条件为在两对对应边相等。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
24. 三角形的	24.1 理解角平分线和垂直平分线的性质	8
心	24.2 理解三角形的角平分线共点和垂直平分线共	
	<u>点</u>	
	24.3 认识三角形的中线共点和高线共点	

在本学习单位,学生须理解角平分线和垂直平分线的性质,并由此理解三角形的内心、外心的定义和几何性质。学生亦须认识三角形的形心和垂心的定义。作为先备知识,学生须先认识三角形的高线、中线、角平分线和垂直平分线的定义,才进一步理解或认识这些三角形的特殊线段的几何性质,及其和上述三角形的心的关系。

在学习重点 24.1,学生须理解角平分线和垂直平分线的几何性质,包括 (1)如一点在角平分线上,则该点与角的两边等距,反之亦然;和 (2)如一点在一线段的垂直平分线上,则该点与线段的两端点等距,反之亦然。学生须从角平分线和垂直平分线的定义和运用全等三角形的判别条件证明上述性质。

由此,学生须在学习重点 24.2 运用上述性质于三角形的三条角平分线和三条垂直平分线上,证明这两组线分别共点。学生可透过角平分线的性质,理解任意两条角平分线的交点与三角形的三边等距,因此该点亦会在余下的一条角平分线上。学生亦可以类似的方法证明三角形的三条垂直平分线共点。学生须认识上述交点分别为三角形的内心和外心。学生须认识由于内心和三角形的三边均等距,因此可以此距离为半径,并以内心为圆心作一圆刚好于三角形内。学生亦须认识由于外心和三角形的三个顶点等距,因此可以此距离为半径,并以外心为圆心作一圆经过三角形的三个顶点。在本学习阶段教师不须引入内切圆、外接圆或相切等概念。这些概念属于高中数学课程必修部分学习单位 11 「圆的基本性质」。

在学习重点 24.3,学生须认识三角形的三条中线共点和三条高线共点,且中线的交点和高线的交点分别被定义为三角形的形心和垂心。学生**不须**证明上述几何性质,但因应学生能力和兴趣,教师可透过资讯科技帮助学生理解中线共点和高线共点的证明。

本学习单位关于三角形内心、外心、形心和垂心的学习内容,在高中数学课程必修部分的相关学习单位,如学习单位 11「圆的基本性质」等,有进一步的综合运用。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
25. 毕氏定理	25.1 理解毕氏定理	6
	25.2 认识毕氏定理的逆定理	
	25.3 解与毕氏定理及其逆定理有关的应用题	
	25.4 **探究毕氏三元数	

在学习重点 25.1,学生须理解毕氏定理,包括其证明。毕氏定理有多个不同的证明。教师可举例说明其中一些证明,如中国古代数学家刘徽的证明和欧几里得的《原本》内记载的证明等。教师亦可向学生介绍毕氏定理的其他名称,诸如勾股定理、商高定理等。教师在教授毕氏定理之前可与学生温习平方数、平方根等课题,有助学生于应用毕氏定理时的运算。

学生在本学习重点须理解最少一个毕氏定理的证明,教师可因应学生的能力和兴趣选择一个或多个证明进行讨论,或透过不同的课堂活动让学生欣赏和比较毕氏定理的不同证明,甚或介绍毕达哥拉斯和其毕氏学派在数学历史上的贡献和对数学的看法,例如配合有理数和无理数课题或相关几何课题介绍第一次数学危机。若学生的能力和兴趣较高,教师可鼓励学生自行寻找及比较毕氏定理的不同证明,作为探索与研究活动。

教师应提醒学生,斜边是直角三角形中直角的对边,亦为直角三角形中最长的边,解关于直角三角形的问题时亦应先辨别出斜边,从而正确地使用毕氏定理。

学生须应用毕氏定理,解涉及一个或多个直角三角形的问题。教师可建议 学生在处理较复杂情况时,个别绘画出所需考虑的直角三角形,逐一处理。

在学习重点 25.2, 学生须认识毕氏定理的逆定理, 并应用它来证明一个三角形为直角三角形。学生亦须透过该三角形的边长, 辨认哪一个角为直角, 教师亦应清楚解释毕氏定理与毕氏定理的逆定理之分别。

学生须学习毕氏定理及定理的证明,但只须认识毕氏定理的逆定理和其应用,而**不须**证明该逆定理。作为延伸学习,教师可因应学生的能力和兴趣

向学生介绍毕氏定理逆定理的证明。

学生在掌握毕氏定理及其逆定理的内容后,须运用它们在学习重点 25.3 解相关的应用题,包括藉此求直角三角形中的未知边长和判别一个三角形是否直角三角形等。

本学习单位的学与教可与学习单位 4「有理数和无理数」及其他几何课题相互配合。对于能力较佳的学生,教师可介绍毕达哥拉斯和毕氏学派,亦可透过第一次数学危机的故事,说明无理数的发现对毕达哥拉斯学派的数学观点以致整个欧氏几何系统所带来的影响,让学生有机会讨论数学知识发展的过程。教师宜留意,在数学史上无理数的发现源自正五边形的对角线与边长比,而非等腰直角三角形。

教师亦可进一步按学生的能力和兴趣,在学习重点 25.4 安排合适的增润探究活动予学生,如让学生透过探究哪些整数可构成直角三角形的边长,归纳出解为毕氏三元数的二次整数方程,以此衍生出更多毕氏三元数等活动。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
26. 直角坐标	26.1 认识直角坐标系	19
系	26.2 求水平线上两点的距离和铅垂线上两点的距离	
	26.3 求直角坐标平面上多边形的面积	
	26.4 认识变换对直角坐标平面上的点的影响	
	26.5 理解距离公式	
	26.6 理解中点公式和内分点公式	
	26.7 理解斜率公式及解有关的应用题	
	26.8 认识平行线的斜率关系和垂直线的斜率关系及解有关的应用题	
	26.9 运用坐标几何作简单几何证明	
	26.10**探究外分点公式	

本学习单位是初中直角坐标系的总汇,教师可考虑按学生的学习进度,与其他学习单位配合,把各学习重点分阶段安排到初中各级校本课程之中。

在学习重点 26.1, 教师可引导学生认识平面上的所有点可透过一对互相垂直的轴和一对坐标来表示。学生须认识序偶的概念(包括序偶中的两个数值不能交换排列)。教师可透过一些生活中常见的例子, 诸如课室座位表、棋盘中棋子的位置、地图的格点等, 介绍直角坐标系的概念。学生须利用坐标描述平面上点的位置, 及在直角坐标平面上标示给定坐标的对应点。

在学习重点 26.2, 学生须运用直角坐标求水平线和铅垂线上两点的距离(如不会引起歧义,铅垂线有时亦被称为垂直线)。学生须透过简单的有向数减法求水平和铅垂距離(如不会引起歧义,铅垂距离有时亦被称为垂直距离),学生在此能初步接触坐标几何中数与形结合的特点。教师可按学生的能力和兴趣,介绍笛卡儿在坐标几何发展的贡献和对后世几何学发展的影响。

在学习重点 26.3, 学生须结合学习重点 26.2 中对水平和铅垂距离的认识,

及一般直线图形的面积公式,求直角坐标平面上多边形的面积。限于学生的先备知识,这些多边形应限于能被分割或填补成长方形及三角形,且边长和其对应高均可透过学习重点 26.2 的内容求得的图形。

为提高学生对直角坐标的认识,在学习重点 26.4 中,学生须认识变换对直角坐标平面上的点的影响,并直观地将之描述。这些变换包括平移、对 x 轴或 y 轴平行的线作反射、绕原点顺时针或逆时针旋转 90°或 90°的倍数。学生须找出点经上述变换后的像的位置和坐标,或从点经已知变换后的像的位置和坐标找出其原来的位置和坐标。教师可利用电脑软件或方格纸进行相关的学与教活动。

学生须于学习重点 26.5 延续学习重点 26.2 关于水平和铅垂距离的知识,并运用学习单位 25「毕氏定理」的内容求直角坐标平面上任意两点的距离。学生亦须理解如何运用代数表达任意两点之间的距离公式,从而掌握坐标几何中代数与几何概念结合的特点。

在学习重点 26.6,学生则须结合学习单位 21「全等三角形」、学习单位 22 「相似三角形」与学习重点 26.2 关于水平和铅垂距离的知识,理解中点 公式和内分点公式,包括其证明。

在学习重点 26.7,学生须理解斜率作为量化一直线倾斜度的概念。学生可由学习单位 6 「率、比及比例」和学习单位 22 「相似三角形」的知识,理解一直线上任意两点的铅垂变化与水平变化成比例,因此称直线上任意两点的铅垂变化与水平变化之比为直线的斜率,从而推导出直线的斜率公式。学生须注意上述分析不适用于水平线和铅垂线,因此它们的斜率须分别处理。学生亦须透过观察理解正、负斜率和不同大小斜率的几何意义。除求斜率外,学生亦须运用斜率公式,从已知条件,求直线上点的 x 坐标或 y 坐标、直线的 x 截距或 y 截距,例如:给出直线上两点的坐标,求直线的 x 截距或 y 截距,例如:给出直线上两点的坐标,求直线的 x 截距或 y 截距,例如:给出直线上两点的继标,求直线的 x 截距或 y 截距。学生须在本学习重点认识直线的截距的概念。

在学习重点 26.8,学生须透过观察,认识除涉及铅垂线的情况外,平行线的斜率是相等的,以及兩垂直线的斜率之积是 -1,且上述性质亦可作为判别条件(除一对水平线和铅垂线外)。对此学生**不须**加以证明,但须应用平行线和垂直线的斜率关系解相关的应用题。在教授斜率的概念时,教师可考虑因应学生的能力和兴趣与学习单位 27「三角学」互相配合,惟直角坐标平面上斜率和倾角的关系在高中数学课程必修部分处理。

在学习重点 26.9, 学生须综合运用本学习单位的知识, 作简单几何证明, 当中所涉及的几何性质和定理仅限于课程中的基础部分课题。本学习重点旨在协助学生联系演绎几何和坐标几何, 教师可透过一些基本和简单的例子, 与学生比较运用演绎几何和坐标几何作几何证明的相似和相异之处, 从而加深学生对坐标几何的认识。

因应学生的能力和兴趣,教师可在学习重点 26.10 安排探究活动予学生探究外分点公式。作为内分点公式的延续,学生可先从观察发现在已知线段外可以找到另一点符合所要求的长度比,这点为线段的外分点,并从而推导出一条外分点公式。教师亦可因应学生的能力和兴趣,探讨如何通过运用有向数的概念于线段比,归纳出一条通用的分点公式。

学习单位	学习重点	时间
度量、图形与空	间范畴	
27. 三角学	27.1 理解 0°至 90°的正弦、余弦和正切	18
	27.2 理解三角比的性质	
	27.3 理解 30°、45°和 60°的三角比的真确值	
	27.4 解与平面图形有关的应用题	
	27.5 解涉及斜率、仰角、俯角和方位的应用题	

在本学习单位,学生须学习有关直角三角形中角与边长的关系。透过相似三角形和边长比的概念,学生从直角三角形中已知边长比求角的度量,或从角的度量和某一边长求直角三角形的未知边长。对学生来说,这是一门全新的学问。

在本学习阶段,关于三角学的学习内容限于直角三角形的情境,在高中数学课程才会对一般三角形的三角学和三角函数性质作较全面的讨论。因此在学习重点 27.1,教师可利用涉及直角三角形的简单的现实生活例子,如估计建筑物的高度,来介绍三角比的重要性。学生须理解直角三角形中指定角的对边、邻边和斜边的定义,并透过相似三角形的知识理解所有对应角相等的直角三角形,其所有对应边长成比例,从而理解直角三角形中正弦、余弦和正切的概念。由于在此学习阶段,学生是透过直角三角形来理解三角比,所以角度的量度仅限于 0°至 90°且不包括 0°和 90°。

在学习重点 27.2,学生须理解三角比的性质,包括正弦、余弦和正切在角度变化时的数值变化所包含的几何意义;根据对边、邻边和斜边的定义发现正弦、余弦和正切的取值范围和三者间的关系;和从三角形内角和与毕氏定理推导而来的一些三角比的恒等式等。

在学习重点 27.3,学生则须透过等腰直角三角形(亦称为直角等腰三角形)和等边三角形这两类特殊三角形,理解特殊角 30°、45°和 60°的三角比的真确值。学生须运用毕氏定理求等腰直角三角形的边长比,和等边三角形的边长与高线之比,以根式表示 30°、45°及 60°的三角比的真确值。因应学生的兴趣和能力,教师可考虑将特殊角的三角比的真确值与学习重点 4.3 作联系。

在学习重点 27.4, 学生须综合运用三角比和演绎几何的知识解与平面图形有关的应用题。学生须透过添加附加线, 把平面图形分割或填补为直角三角形以应用三角比解题。

在学习重点 27.5,学生须解涉及斜率、仰角、俯角和方位的应用题。在小学阶段,学生已认识八个主要方向。在这个学习重点中,学生须认识诸如010°和 N10°E 的两种表示方位的方法,和认识斜率与倾角的关系。学生须从正斜率的例子联系斜率与正切的关系。惟一般的斜率、倾角与正切函数之间的关系,将留待高中数学科必修部分学习单位 14「续三角学」中处理。学生在解涉及仰角、俯角和方位的应用题时,须应用学习单位 19「角与平行线」中的知识。教师可与学生强调如何在情境题中找出平行线和直角以运用三角比解题。教师可留意学生在地理科或其他科目亦有机会接触到方位、斜率等课题,因此教师在使用如象限角等相关名词时可注意和比较这些名词在不同科目的意义。教师亦可藉此机会推广跨学习领域的学习。

学习单位	学习重点	时间
数据处理范畴		
28. 数据的组	28.1 认识离散数据和连续数据的概念	4
织	28.2 认识以不分组的方式组织数据	
	28.3 认识以分组的方式组织数据	

数据处理与现实生活息息相关,教师可应用与学生的日常生活较相关的数据作为例子或探讨对象,提升学生对应用相关知识解现实情境问题的能力和兴趣。

学生在小学时已学会运用不同的统计图来表达离散数据,以及对统计有直观的认识。在本学习单位,学生须进一步认识离散数据和连续数据的概念,并以不同的方式整理和组织这些数据。教师可透过诸如简单的统计专题研习活动,让学生获得记录数据、组织数据、和以统计图表表达数据等实际经验。

在学习重点 28.1,学生须认识离散数据和连续数据的概念。学生须辨别离散数据和连续数据的例子,并联系至学习重点 28.2 和 28.3,认识离散数据和连续数据在组织数据的方法上的异同。

在学习重点 28.2 和 28.3,学生须分别以不分组和分组的方式组织数据。 学生须选用适当的方法组织原始数据,这些数据须包括离散数据和连续数据。学生须认识以频数分布表组织数据。教师可利用以不同形式分布的数据作为例子,在学习重点 28.3 与学生讨论同一组数据可用不同的分组方式组织数据,惟学生须注意组别要包含所有数据,和各组取值范围不能重迭。在以分组的方式组织数据时,学生亦应注意一般来说各组别的范围的阔度(或称组距)要相同,和组别的数量要适中。

学习单位	学习重点	时间
数据处理范畴		
29. 数据的表	29.1 认识干叶图和直方图	17
达	29.2 阐释干叶图和直方图	
	29.3 阐释日常生活中同时表达两种不同数据的统计图	
	29.4 认识频数多边形、频数曲线、累积频数多边形和累积频数曲线	
	29.5 阐释频数多边形、频数曲线、累积频数多边形和累积频数曲线	
	29.6 选用适当的统计图表达数据	
	29.7 认识日常生活中统计图的应用及误用	

在本学习单位,学生须认识如何制作不同的统计图来表达数据,和阐释不同的统计图,从中获取资讯。教师可以灵活编排教授制作与阐释统计图的次序。他们可先要求学生阐释从不同来源得到的统计图,然后才学习如何制作统计图;也可以先制作统计图,然后再进行阐释统计图的活动。教师亦可按学生的学习情况把本学习单位的教学灵活编排至初中不同年级。

在小学阶段,学生已认识如何制作和阐释棒形图和折线图,以及阐释简单的圆形图。在初中阶段,学生则须认识制作和阐释干叶图、直方图、频数 多边形、频数曲线、累积频数多边形和累积频数曲线。

在学习重点 29.1,学生须使用纸和笔制作简单的干叶图和直方图(又称组织图)。当涉及较大量数据时,由于制作过程繁复,学生可使用资讯科技,以节省时间进行其他学与教活动。无论使用哪一种方式,学生均须认识以合适比例制作统计图,以清晰表达数据。

在学习重点 29.2,学生须阐释干叶图和直方图。学生须从统计图中读取关于数据和数据组的资讯,以及数据的分布情况。在学生掌握学习单位 30 「集中趋势的度量」关于平均数、中位数和众数 / 众数组的知识后,教师可与学生讨论如何从干叶图和直方图求数据的众数或众数组,以及从干

叶图求数据平均数和中位数的方法,但学生不须直接从直方图求数据的中位数。而从直方图读取数据并求数据的平均数,则属学习重点 30.3 的内容。

在学习重点 29.3,学生须阐释日常生活中同时表达两种不同数据的统计图,这些统计图均为混合了诸如棒形图、折线图、直方图等学生已掌握的统计图,并以一对平行轴分别表达两种不同数据。教师可透过学生在日常生活中可能会接触到的例子,如香港天文台的温度和雨量图等,提供机会让学生掌握如何在这些带有较多资讯的统计图中抽取所需的资料,以应付数学和其他学习范畴的学习需要。

在学习重点 29.4,学生须认识频数多边形、频数曲线、累积频数多边形和累积频数曲线,包括从原始数据制作上述统计图,及从频数多边形制作累积频数多边形及从累积频数多边形制作频数多边形等。教师亦可透过现实生活和有关科学的例子,如关于同一品种植物的高度之统计调查,与学生探讨以频数多边形或频数曲线表达数据之异同。

在学习重点 29.5,学生须阐释频数多边形、频数曲线、累积频数多边形和累积频数曲线。除在上述统计图读取频数相关的资讯外,学生亦须综合学习重点 30.1 关于中位数的理解,从累积频数多边形和累积频数曲线求中位数、四分位数(上四分位数、下四分位数)和百分位数,以及个别数据在总体中的位置。惟从四分位数引伸至四分位数间距的概念,则属高中数学课程必修部分学习重点 17.2 的内容,不须在本学习阶段引入。

在学习重点 29.6,学生须从干叶图、直方图、棒形图、圆形图和折线图中选用适当的统计图表达数据。学生须考虑各统计图的特性,以配合数据的类别和统计的目的,以合适的统计图表达数据,或指出为何某类统计图在该情境下不适用。教师可鼓励学生探究同一组数据的各种表达方法,并对每种方法是否合适或有效作出评论。配合学习重点 29.7 有关日常生活中统计图的应用的学习,教师可使用从现实生活中不同媒体收集的统计图,引导学生留意不同统计图在表达数据上的优点。

教师可要求学生从不同的来源,例如:报章、消费者委员会的报告等,搜集及阐释各类统计图,并鼓励学生从阅读统计图中辨认及描述数据的主要特点。学生除须学习从现实生活中的统计图例子中读取准确的资讯外,亦须学习指出统计图中有可能因不当的绘画方式而引起误解或误导的地方。学生亦须判断例子中对统计图的阐释是否合理,从而认识统计图在日常生活中的误用。教师宜鼓励学生培养严谨地处理和表达数据的态度,学习正

确及全面地表达数据以避免统计图表误导他人。教师亦可考虑以科学教育、科技教育学习领域相关学习元素促进教学,例如教师可要求学生藉选用合适的统计图表以表达及分析实验所得的数据,从而理解相关科学原理。

学习单位	学习重	点	时间
数据处理范畴			
30. 集中趋势的度量	0.1 理解平均数、中位数和	1众数/众数组的概念	10
	0.2 计算不分组数据的平均	7数、中位数和众数	
	0.3 计算分组数据的平均数	文、中位数和众数组	
	0.4 认识日常生活中平均数 数组的应用及误用	女、中位数和众数/众	
	0.5 <u>理解下列情况对平均数响:</u>	收、中位数和众数之影	
	(i) 对数据的每一项力	口上一个相同的常数;	
	(ii) 对数据的每一项乘	长以一个相同的常数	
	0.6 认识加权平均数的概念		
	0.7 解涉及加权平均数的应	ž 用 题	

学生在小学数学课程学习单位 6D1「平均数」已认识平均数的概念,并认识平均数亦可称为「平均值」。在第三学习阶段,除平均数外,学生亦须理解中位数和众数/众数组的概念和应用,以量度不分组数据及分组数据的集中趋势。本学习单位强调对平均数、中位数和众数/众数组的概念、特点和限制的理解,而非繁复的运算。教师可考虑透过计算机或电脑软件,改变数据组的特征,与学生探究不同集中趋势的度量的特点。

在学习重点 30.1,学生须理解平均数(亦即算术平均数,惟学生**不须**认识「算术平均数」一词)、中位数和众数 /众数组的概念,包括它们的定义、特点和限制。教师可与学生探讨日常生活中集中趋势的不同度量的应用,引导学生从理解各集中趋势的度量的特性和限制,例如:一个极端的数据可以对平均数有很大的影响,但却不会影响中位数。

在第二学习阶段,学生已认识平均数的概念,并计算一些已知数据的平均数。在学习重点 30.2 和 30.3,学生则须分别计算不分组数据和分组数据的平均数、中位数及众数/众数组。学生须理解分组数据的平均数和中位数只属估计量。教师可透过例子与学生探究以不同的分组方式组织同一数据时其平均数和中位数可能不同。

在学习重点 30.4,学生须透过对平均数、中位数和众数/众数组的定义、特点和限制的理解,认识日常生活中平均数、中位数和众数/众数组的应用及误用,如评价在现实生活中一些统计调查,其应用个别集中趋势的度量作为对数据的描述和分析是否恰当。教师可针对平均数、中位数和众数/众数组的特点和限制,例如平均数易受极端数据影响;中位数不易受极端数据影响;而众数/众数组在各数据或分组数据的频数差别不大时并不特别具代表性等,设计一些例子让学生认识运用不同的集中趋势度量描述同一数据组时或有分别,从而与学生讨论和分析现实生活中的统计调查的结论或宣称,其背后在统计学上的理由、假设和限制,以提升学生的资讯素养和明辨性思考能力。

在学习重点 30.5, 学生须从平均数、中位数和众数的定义, 理解下列情况对平均数、中位数和众数的影响:

- (i) 对数据的每一项加上一个相同的常数;
- (ii) 对数据的每一项乘以一个相同的常数。

学生须分析以上情况,理解可从原数据的平均数、中位数和众数直接求新数据的平均数、中位数和众数,不须从新数据组重新计算一次。

在学习重点30.6,学生须认识加权平均数的概念。学生从日常生活可能已对加权平均数有初步的直观认识。在本学习重点,学生须认识其在数学上的定义,及其在现实生活的应用,例如学生成绩表中各科总平均分的计算方法和大学收生计分方法,或其他与学生日常生活相关的例子。学生亦须在学习重点30.7解涉及加权平均数的应用题。因应学生的能力和兴趣,教师可与学生讨论在现实生活中涉及加权平均数的应用。对能力较强的学生,教师可用诸如香港证券市场的恒生指数、甲类消费物价指数、乙类消费物价指数等,来说明加权平均数在日常生活的应用,以引起学生的兴趣和作为跨学习领域学习活动的切入点。

学习单位		学习重点	时间
数据处理范畴			
31. 概率	31.1	认识必然事件、不可能事件和随机事件的概念	12
	31.2	认识概率的概念	
	31.3	以列出样本空间和数数的方法计算事件的概率	
	31.4	解涉及概率的应用题	
	31.5	认识期望值的概念	
	31.6	解涉及期望值的应用题	

在本学习单位,学生须认识并运用概率的概念,以数学描述现实生活中涉及不确定性的一些简单情境。学生在日常生活中对概率一般已建立一些直观的概念,如以「机会」、「可能」来描述和比较哪些事件有较大发生的可能。在本学习单位,学生则须进一步以量化的方法处理一些涉及概率的简单问题。

在学习重点 31.1, 学生须认识必然事件、不可能事件和随机事件的概念。 透过学习重点 31.2 对概率的概念之认识, 学生须认识必然事件的概率为 1,不可能事件的概率为 0 和随机事件的概率是一个介乎 0 至 1 之间的值。

在学习重点 31.2,学生须认识概率为不确定性的一种量性描述。学生须认识样本空间、可能结果、合适结果和事件等概念,并从有限样本空间的情况认识概率的定义。学生可运用诸如温氏图等图表理解样本空间的概念。学生不须认识几何概率,亦不须处理涉及无限样本空间的概率问题。学生须在本学习重点认识相对频数的名称和概念,并认识某事件经统计或重复试验后的相对频数可作为该事件的概率的估算,从而让学生建立统计与概率之间的联系。惟包括大数定律等涉及处理上述估算的准确度等内容,则并非课程所需。

在学习重点 31.3 和 31.4, 学生须计算事件的概率并以此解相关的应用题。 学生须以列出样本空间和数数的方法计算事件的概率。为有效和系统地完整列出样本空间, 学生须运用图表或树形图列出样本空间。在这个学习阶 段,学生只须运用列举的方法求概率,至于概率的加法定律和乘法定律,属高中数学课程必修部分学习单位 16 「续概率」的内容。

教师可以利用例子令学生认识树形图或图表如何有效地列出样本空间,从而解概率问题,例如当处理「现有三名新生婴儿,假设一名新生婴儿是男婴的机会与女婴的机会相等」的情境时,学生容易误把样本空间中各事件(即 3 男、2 男 1 女、1 男 2 女、3 女)的概率当作相等,但利用树形图便能列出所有概率相等的结果,从而得出不同事件正确的概率。

学生须在学习重点 31.4 解涉及概率的应用题,惟计算事件的概率的方法限于学习重点 31.3 所涵盖的内容。

在学习重点 31.5,学生须认识期望值的概念。教师须留意离散随机变量的概念属于高中数学课程延伸部分单元一学习单位 11「离散随机变量」的内容,因此**不须**在本学习阶段引入。在此学习重点,学生只须透过列出样本空间(即各个可能的值)并求各值对应的概率,求期望值。教师可引导学生认识期望值的概念可视为各事件的值的加权平均数,每个事件的权为该事件的概率。

在学习重点 31.6,学生须解涉及期望值的应用题。承接学习重点 31.5,学生须根据情境计算和演绎期望值的意义。如前述的例子,学生利用树形图可得出在 3 名新生婴儿的情况,假设一名婴儿是男婴或女婴的机会相等,则男婴数目为 $0 \times 1 \times 2 \times 3$ 的概率分别为 $\frac{1}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{8}$,故男婴数目的期望值为 $\frac{1}{8} \times 0 + \frac{3}{8} \times 1 + \frac{3}{8} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 = 1.5$,即根据上述的假设,每 3 名新生婴儿中平均有 1.5 名男婴。教师亦可引导学生利用期望值的概念以量化方式分析一些关于得与失的问题,从而让学生认识期望值可作决策时的依据。教师亦可以利用期望值与学生探讨赌博的问题,从赌博的期望值为负数的角度引入价值教育的元素。

学习单位	学习重点	时间
进阶学习单位		
32. 探索与研究	通过不同的学习活动,发现及建构知识,进一步提高探索、沟通、思考和形成数学概念的能力	20

本学习单位旨在提供更多学习空间,让学生在学习其他学习单位的内容时,能参与更多有助发现及建构知识、提高探索、沟通、思考和形成数学概念的能力之活动。换句话说,这并非一个独立和割裂的学习单位,活动可在课堂中引起动机、发展、巩固或评估等不同环节进行。

教师可利用本学习单位的课时安排具意义的数学探究活动以至跨学习领域(包括涉及 STEM 教育)的学与教活动,例如透过数学建模的概念制造机会予学生综合运用在数学科掌握到的知识和技能,以数学语言描述和分析现实情境的问题,并尝试解决问题。

鸣谢

我们特别向下列委员会的委员致谢,多谢他们对本小册子所提供的宝贵意见和建议。

课程发展议会数学教育委员会 课程发展议会 — 香港考试及评核局数学教育委员会 检视中学数学课程专责委员会(初中及高中必修部分)

