

# 高中數學課程闡釋： 必修部分

教育局  
課程發展處  
數學教育組

# 目 录

	页数
前言	i
学习单位 1 一元二次方程	1
学习单位 2 函数及其图像	4
学习单位 3 指数函数与对数函数	6
学习单位 4 续多项式	8
学习单位 5 续方程	10
学习单位 6 变分	12
学习单位 7 等差数列与等比数列及其求和法	13
学习单位 8 不等式与线性规画	14
学习单位 9 续函数图像	16
学习单位 10 圆的基本性质	18
学习单位 11 轨迹	19
学习单位 12 直线与圆的方程	20
学习单位 13 续三角	21
学习单位 14 排列与组合	22
学习单位 15 续概率	23
学习单位 16 离差的度量	24
学习单位 17 统计的应用及误用	26
学习单位 18 数学的进一步应用	27
学习单位 19 探索与研究	28
鸣谢	29



# 前言

《数学课程及评估指引（中四至中六）》（2007）（以下简称《课程及评估指引》）是为 2009 年 9 月实施的新高中学制而编订。高中数学课程包括必修部分及延伸部分。延伸部分包括两个单元，分别是单元一（微积分与统计）及单元二（代数与微积分）。

在《课程及评估指引》中，必修部分的学习重点以表列形式归于不同学习单位内。表中「注释」栏的内容为学习重点的补充数据。本小册子内的课程阐释旨在进一步解释：

- （一） 必修部分学习重点的要求；
- （二） 必修部分的教学建议；
- （三） 必修部分学习单位之间的关系和结构；
- （四） 必修部分与其它学习阶段（如第三学习阶段）的发展脉络；及
- （五） 必修部分与延伸部分的课程衔接。

本小册子内的课程阐释连同《课程及评估指引》内每一学习单位的「注释」栏及教学时数，可显示该学习单位处理的阔度和深度。教师宜在施教必修部分时，把内容视为连贯的数学知识，并培养学生运用数学解决问题、推理及传意的能力。此外，教师须留意，《课程及评估指引》中的学习单位及学习重点的编排次序并不等同于学与教的次序，教师可因应学生需要系统地编排学习内容。

欢迎各界人士就本小册子提供意见和建议。来函请寄：

九龙油麻地弥敦道 405 号

九龙政府合署 4 楼

教育局课程发展处

总课程发展主任(数学)收

传真：3426 9265

电邮：ccdoma@edb.gov.hk



学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
1. 一元二次方程	1.1 以因式法解二次方程 1.2 由已知根建立二次方程 1.3 由绘画抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像及读取该图像的 $x$ 截距解方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 1.4 以二次公式解二次方程 1.5 理解二次方程的判别式与其根的性质之关系 1.6 解涉及二次方程的应用题 1.7 <u>理解根与系数的关系及以此关系建立二次方程</u> 1.8 欣赏数系（包括复数系）的发展 1.9 <u>进行复数的加、减、乘及除运算</u>	19

**课程阐释：**

学生在第三学习阶段已学会建立及解一元一次方程，并懂得以代数方法及图解法建立及解联立二元一次方程。必修部分则要求学生能进一步解一元二次及其它较复杂的代数方程。

在本学习单位，学生须能运用：

- 因式法
- 二次公式
- 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的图像

解一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$ ，并能由已知根建立一元二次方程。学生应能选用合适的策略解二次方程。

图解法在学习重点 9.2 中有进一步的推广，教师须留意学习单位 9 的阐释。

学生应能解涉及二次方程的应用题，惟该等问题应尽量与学生经验有关。

至于可变换为二次方程的问题诸如  $\frac{6}{x} + \frac{6}{x-1} = 5$  及有关的应用题、以因式

定理或由函数的图像解二次以上的方程等课题，则分别在「续方程」、「续

多项式]、「续函数图像」学习单位内处理。

本学习单位中所有二次方程的系数及学习重点 1.2「由已知根建立二次方程」中的已知根，均应只限于实数。

在表达方程的解时，由于第三学习阶段中根式的运算及以较简洁方式表达根式均属非基础部分，所以没有修读这些课题的学生，当以二次公式解诸如  $x^2 - 4x - 4 = 0$  等二次方程时，毋须简化诸如  $2 \pm \frac{\sqrt{32}}{2}$  等根式。

除解二次方程外，学生须理解二次方程的判别式与其根的性质之关系。在《课程及评估指引》中，「理解」的要求一般比「认识」高。例如，「学生理解二次方程的判别式与其根的性质之关系」意谓学生须懂得该关系的内容和该关系成立的理由，并能利用这关系作进一步的运算及解决问题。

由于在学习重点 1.8 中已引入复数，学生判断根的性质时，若判别式的值为负数，学生必须指出「方程无实根」，或更具体地说明「方程有两个非实数根」，而非仅指出「方程没有根」或「方程有两个复数根」。不修读学习重点 1.9（非基础课题）之学生，当以二次公式解二次方程时，毋须以  $a \pm bi$  的形式表示非实数根。

学生须理解根与系数的关系，包括：

- $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$  及  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，其中  $\alpha$  和  $\beta$  为方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根且  $a \neq 0$ 。

教师可与学生讨论或让他们探索其它根与系数的关系，例如  $\alpha^2 + \beta^2$ 。然而，学生毋须背诵有关结果。

数学概念的发展并非一蹴而就，其过程往往受文化思想等因素影响，数系的发展亦不例外。教师可透过不同活动，如展板制作或阅读计划，让学生欣赏数系如何从自然数系发展到有理数系、实数系及复数系。例如，「为甚么古希腊毕达哥拉斯学派否认无理数的存在？」、「虚数为甚么要到十六世纪才得到确认？」等都是可讨论的有趣课题。此外，教师亦可引导学生讨论诸如数系的分层、有限位小数及循环小数的分数表示式、 $\sqrt{2}$  为无理数的证明等课题。

修读学习重点 1.9（非基础课题）的学生，须懂得进行复数的加、减、乘

及除的运算，其中复数只限于  $a \pm bi$  这标准形式，而复数的极式、阿根图、棣美弗定理，均非课程所需。

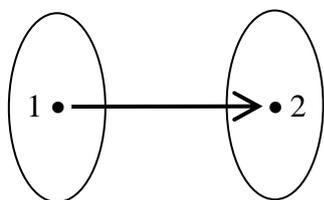
有关如何运用共同建构式教学教授以二次公式解二次方程，可参考《课程及评估指引》，页 86 - 87。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
2. 函数及其图像	2.1 认识函数、定义域、上域、自变量及应变量的直观概念 2.2 认识函数的记法及使用表列、代数和图像方法来表达函数 2.3 理解二次函数图像的特征 2.4 <u>以代数方法求二次函数的极大值和极小值</u>	10

**课程阐释：**

学生在第三学习阶段已初步认识数列的概念，而数列可视为函数的雏形。在本学习单位，学生须认识函数、自变量和应变量的直观概念，并能分辨函数与非函数的例子。此外，学生须认识定义域和上域的直观概念，因为它们在界定函数时是不可或缺的。认识这两个概念将有助学生更深入地比较不同函数（见学习重点 3.4 的注释），但利用集合语言严格界定函数或表达值域，则不属课程所需。此外，复合函数亦不属课程所需。当学生接触诸如  $f(x) = \sin x^2$  的函数时，函数值的计算可视之为一系列连续的运算，如上例：先取平方、再取正弦。

教师在阐释函数的记法时，可引入哑变量的概念。表达函数的方式不拘一格，除可因应个别情况使用表列、代数和图像方法外，也可采用以下较直观的表达方式：



学生对函数有初步认识后，须进一步透过他们所熟悉的二次函数巩固有关概念，并认识其图像的以下特征：

- 顶点
- 对称轴
- 开口方向
- 与两轴的关系

学生须能从二次函数中  $x^2$  项的系数辨认其图像的开口方向，由常数项找出  $y$  轴截距及利用有关的判别式判断图像与  $x$  轴是否相交。另一方面，学生亦应能从二次函数的图像读出对称轴及顶点等资料。学生须理解二次函数图像的顶点与函数的极大值 / 极小值的关系，并能由此以图解法求二次函数的极大值 / 极小值。

修读学习重点 2.4（非基础课题）的学生，须懂得利用代数方法求二次函数的极大值 / 极小值，并解有关的应用题。除配方法外，教师亦可介绍其它代数方法，例如，对学习能力和较高的学生，教师可引导他们从二次函数图像的特征，得悉  $y = x^2 - 2x$  的顶点之  $x$  坐标为  $\frac{\alpha + \beta}{2} = 1$ ，并代入  $x = 1$  得出函数的最小值为  $1^2 - 2(1) = -1$ 。至于利用求导法求极大值和极小值，则属延伸部分单元一或单元二中「求导法的应用」的其中一个学习重点，并非必修部分所需。

此外，教师可引导学生进一步探索二次函数的系数与图像的其它关系。例如，从  $\alpha\beta$  所取的正负值，判断图像的两个  $x$  轴截点在  $y$  轴同侧还是异侧。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
3. 指数函数与对数函数	3.1 <u>理解有理数指数的定义</u> 3.2 <u>理解有理指数的定律</u> 3.3 <u>理解对数的定义及其性质（包括换底公式）</u> 3.4 <u>理解指数函数与对数函数的性质及认识其图像的特征</u> 3.5 <u>解指数方程和对数方程</u> 3.6 <u>欣赏对数在现实生活中的应用</u> 3.7 <u>欣赏对数概念的发展</u>	16

#### 课程阐释：

在第三学习阶段，学生对整数指数定律已有一定程度的认识，学习本单位时，应将指数定律的认识由整数指数伸延至有理数指数。

在第三学习阶段，学生已掌握  $a^n$ 、 $a^0$  和  $a^{-n}$ （其中  $n$  为正整数）的定义。在必修部分，学生须认识其它有理数指数的定义： $\sqrt[n]{a}$ 、 $a^{\frac{1}{n}}$  和  $a^{\frac{m}{n}}$ ，其中  $a$  为正实数， $m$  为整数和  $n$  为正整数。当  $n$  为奇数及  $a$  为负数时，学生须懂得计算  $\sqrt[n]{a}$ （例如  $\sqrt[3]{-8}$ ）简单数式的值，而  $(-8)^{\frac{1}{3}}$  的写法则应避免。此外，学生须知道当  $a$  为负数时，指数定律并不适用。

学生学习有理指数定律和对数性质时，须清楚了解其成立条件，例如  $\log_a 1 = 0$  中  $a$  须为正数且  $a \neq 1$ 。

学生理解换底公式后，应能以计算器求得任意对数（例如  $\log_2 3$ ）的值，惟自然对数属延伸部分的学习重点，并非必修部分所需。

学习重点 3.2 中的指数虽然只局限于有理数，但学生应认识实数指数是有理指数的推广。推广的详情不属课程所需，但可作为学生进一步探索的有趣课题。此外，学生应留意指数函数的定义域为实数集，而对数函数的定义域为正实数集。后者的定义域与学生所熟识的二次函数不同。教师亦可引导学生讨论当  $a > 1$  或  $0 < a < 1$  时，指数函数（及对数函数）的图像有何不同。由于反函数的概念并非课程所需，当讨论  $y = a^x$  与  $y = \log_a x$  的图像之对称关系时，毋需引入「反函数」这词汇。学生理解指数函数与对数函数的关系后，可进一步由指数函数的特征推导出对数函数的相关特征。教师可透过不同的例子，诸如  $y = 2^x$ 、 $y = x^2$  和  $y = x^3$ ，讨论函数图像递增/减的快慢。

学习重点 3.5 主要涉及诸如  $2^x = 5$  或  $\log_3(x+4) = 2$  等简单方程。诸如  $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$  或  $\log_2(x+1) + \log_2(x-3) = 3$  等可变换为二次方程的方程，则在学习重点 5.3 中处理。

在这学习单位，学生除了理解指数函数及对数函数的概念外，亦须透过对诸如以黎克特制表示地震强度、以分贝表示声音强级等讨论，欣赏对数在现实生活的应用并理解计算公式中采用对数的目的。学生可尝试采用不同的公式计算地震强度，但毋须背诵有关公式。

教师可透过不同活动，让学生体会在没有计算工具帮助下，进行复杂运算的困难，并由此引导学生讨论诸如对数概念发展的历史及如何以对数概念设计昔日的某些计算工具（例如：计算尺和对数表）等课题。

修读延伸部分单元一或单元二的学生，将会进一步学习指数函数和对数函数的其它性质及应用。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
4. 续多项式	4.1 进行多项式除法 4.2 理解余式定理 4.3 理解因式定理 4.4 <u>理解最大公因式和最小公倍式的概念</u> 4.5 <u>进行有理函数的加、减、乘及除</u>	14

### 课程阐释：

学生在第三学习阶段已学会多项式的加法、减法、乘法和简易多项式的因式分解，亦掌握了分母为一次式的分式运算。在本学习单位，学生将进一步学习多项式的除法及较复杂的因式分解问题，亦会接触分母高于一次式的有理函数的运算。而有理函数的加、减、乘、除，则可视为多项式的混合四则运算。

长除法是进行多项式除法的一个标准程序，教师可向学生介绍其它方法，例如综合除法。至于多项式的繁复运算，则非本课程的重点。

学生应能理解除法算式  $f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$  的意义，及于  $g(x) = ax + b$  时如何推导出余式定理。进一步而言，因式定理可视为余式定理的一个特殊情况。在应用因式定理分解多项式时，教师可引导学生欣赏其功能（例如，解二次以上方程）及了解其局限性（例如，不是所有二次以上的方程都能有效地利用这个方法求解）。

为求与延伸部分衔接，本单位以「有理函数」取代在第三学习阶段所采用的「分式」一词，惟学生毋需在必修部分深入学习有理函数的性质。

在进行有理函数的乘、除和约简时，最大公因式和最小公倍式的概念颇为重要，因此学生对两者均须有充分理解。教授最大公因式（又称「最高公因式」）和最小公倍式（又称「最低公倍式」）时，教师可自由选用任何一个常见的简称，例如，“H.C.F.”、“gcd”，或以“(a, b)”表  $a$  和  $b$  的最大公

因式。除选定一个简称外，教师亦应介绍其它记法，方便学生阅读其它参考书籍。为避免过于繁复的计算，当进行有理函数的加、减、乘、除时，应只限于不多于两个变量的有理函数之运算。有理函数的除法包括诸如

「 $\frac{1}{x^2 - y^2}$  除以  $\frac{1}{x + y}$ 」，惟过于繁复的运算并非本单位的重点。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
5. 续方程	5.1 <u>使用图解法解分别为二元一次及二元二次的联立方程, 其中二元二次方程只限于 <math>y = ax^2 + bx + c</math> 的形式</u> 5.2 <u>使用代数方法解分别为二元一次及二元二次的联立方程</u> 5.3 <u>解可变换为二次方程的方程(其中包括分式方程、指数方程、对数方程及三角方程)</u> 5.4 <u>解涉及可变换为二次方程的方程之应用题</u>	10

**课程阐释：**

在第三学习阶段，学生已学会建立二元一次的联立方程，运用代数方法及图解法解二元一次的联立方程。在本学习单位，联立方程的类型将扩展至其中之一为二元二次方程，而学习重点 1.6「解涉及二次方程的应用题」亦会延伸至涉及可变换为二次方程的方程之应用题。学生应留意分别为二元一次及二元二次的联立方程的解之数目，与两个方程均为二元一次时有何分别。

鉴于学生在必修部分毋须学习诸如  $x = y^2 - 3y + 6$  或  $xy + y^2 = 1$  等二元二次方程的图像，因此在学习重点 5.1 中利用图解法解联立方程时，其中二元二次方程只限于  $y = ax^2 + bx + c$  的形式。至于使用代数方法解分别为二元一次及二元二次的联立方程，则没有此限制。

学生处理可变换为二次方程的方程时，须留意解的合理性，例如，解方程  $2\sin^2\theta - 5\sin\theta + 2 = 0$  时，学生须留意  $\sin\theta = 2$  没有实解。此外，涉及三角函数的方程，其解只限于  $0^\circ$  至  $360^\circ$  的区间（参考学习重点 13.2）。

为提升学生的学习兴趣和教师在学习重点 5.4 中可多选取与学生经验有关的应用题。在讨论过程中，教师可引导学生发现解题方法的多样性。学生应探讨不同的解难策略，并能从中选择最恰当的方案。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
6. 变分	6.1 理解正变（正比例）和反变（反比例）及其在解现实生活问题时的应用 6.2 理解正变和反变的图像 6.3 理解联变和部分变及其在解决现实生活问题时的应用	9

### 课程阐释：

在第三学习阶段，学生已透过学习单位「率及比」认识量与量之间的某些关系，亦在必修部分学习单位 2 已学习函数的初步概念，认识变量与变量之间亦可有某些关系。本学习单位将进一步讨论不同形式的变量之间的关系，包括正变、反变、联变和部分变等概念及它们在日常生活中的应用。

讨论正变  $y = kx$  和反变  $y = \frac{k}{x}$  的图像时，教师可提示学生留意该两函数的定义域均可包含负实数。当教师讲解正变和反变时，不妨向学生介绍「正比例」和「反比例」这两个在日常生活中常用的名词。然而，教师应向学生厘清一般人对正比例和反比例常见的误解，例如，如果  $x$  递增， $y$  随之递增（递减），则  $x$  与  $y$  必成正（反）比例。教师可利用反例证明上述断言为假，例如：

$x$	1	2	3	4
$y$	2	5	7	11

其中  $x$  和  $y$  并不能满足任何正变的关系。

另一方面，如果  $x$  与  $y$  成正（反）比例，命题「当  $x$  递增，则  $y$  随之递增（减）」不一定为真，例如，当  $k$  为负数时，此命题为假。

学生在解决涉及部分变的问题时，往往须要运用解二次或以上方程的技巧。因此，学生学习这单位前，须修读学习单位 1 和 4 的内容。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
7. 等差数列与等比数列及其求和法	7.1 <u>理解等差数列的概念及其性质</u> 7.2 <u>理解等差数列的通项</u> 7.3 <u>理解等比数列的概念及其性质</u> 7.4 <u>理解等比数列的通项</u> 7.5 <u>理解等差数列和等比数列的有限项求和公式及使用该公式解有关问题</u> 7.6 <u>探究某些等比数列的无限项求和公式及使用该公式解有关问题</u> 7.7 <u>解有关现实生活中的应用题</u>	17

**课程阐释：**

在第三学习阶段，学生在学习数的规律时应已掌握数列的基本概念。本学习单位将进一步讨论其中两类常见数列（等差数列和等比数列）的概念、性质、求和公式及其应用。

教师可引导学生讨论当  $T_1, T_2, T_3, \dots$  为等差数列时，若  $a$  和  $k$  是任何两个实数，数列  $T_1 + a, T_2 + a, T_3 + a, \dots$  与数列  $kT_1, kT_2, kT_3, \dots$  都是等差数列，并由此得出数列  $kT_1 + a, kT_2 + a, kT_3 + a, \dots$  亦必为等差数列。学生亦应发现，当  $T_1, T_2, T_3, \dots$  为等比数列及  $k \neq 0$  时，数列  $kT_1, kT_2, kT_3, \dots$  亦必为等比数列。至于  $0, 0, 0, \dots$  是否等差数列的讨论则不属必修部分所需。

处理涉及等差数列或等比数列求和的几何题时，学生可能须应用学习单位「续三角」的内容，教师应留意有关学习单位的教学次序。

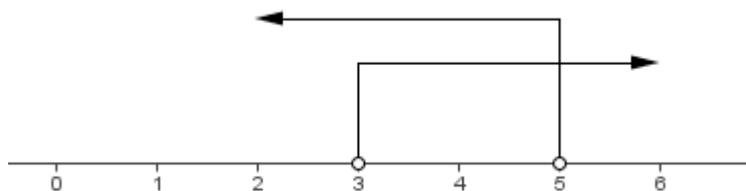
讨论等差数列的性质  $T_n = \frac{1}{2}(T_{n-1} + T_{n+1})$  和等比数列的性质  $T_n^2 = T_{n-1} \times T_{n+1}$  时，毋须介绍「等差中项」和「等比中项」这两个名称。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
8. 不等式与线性规画	8.1 解复合一元一次不等式 8.2 以图解法解一元二次不等式 8.3 <u>以代数方法解一元二次不等式</u> 8.4 <u>在平面上表示二元一次不等式的图像</u> 8.5 <u>解联立二元一次不等式</u> 8.6 <u>解线性规画应用题</u>	16

**课程阐释：**

学生在第三学习阶段已学习解一元一次不等式并以数线表示所求得之解。在本学习单位，学生将解涉及「和」或「或」的复合一元一次不等式、以图解法和代数方法解一元二次不等式，并以图解法解二元一次不等式及有关的线性规画应用题。

在学习重点 8.1 中，教师应让学生发现将两个一元一次不等式的解画在同一条数在线时，数线一般可被分割成三个区域，藉此可以找出复合不等式的解。学生应留意「 $x > 3$  及  $x < 5$ 」和「 $x > 3$  或  $x < 5$ 」的解并不相同。



学生充分理解二次函数图像的特征后，应能以图解法解一元二次不等式。然而，学生亦须以代数方法解一元二次不等式。

学生在第三学习阶段已充分掌握如何在坐标平面上描绘线性方程的图像。在解二元一次不等式时，学生须判断二元一次不等式的解对应哪些由直线分割出来的区域，而试值法是学生较易掌握的其中一个方法。

学习重点 8.5 要求学生运用图解法解联立二元一次不等式，至于运用代数方法解联立二元一次不等式，则不属课程所需。

教师教授学习重点 8.6 时，应多选取与学生日常生活有关的例子，亦应为学生提供讨论解题策略的机会。

学习单位	学习重点	时间
<b>数与代数范畴</b>		
9. 续函数图像	9.1 描绘及比较不同函数的图像, 包括常值函数、线性函数、二次函数、三角函数、 <u>指数函数及</u> <u>对数函数</u> 的图像 9.2 使用 $y=f(x)$ 的图像解方程 $f(x)=k$ 9.3 使用 $y=f(x)$ 的图像解不等式 $f(x)>k$ 、 $f(x)<k$ 、 $f(x)\geq k$ 和 $f(x)\leq k$ 9.4 <u>从表列、符号和图像的角度理解函数 <math>f(x)</math> 的变换, 包括 <math>f(x)+k</math>、<math>f(x+k)</math>、<math>kf(x)</math> 和 <math>f(kx)</math></u>	11

**课程阐释：**

在学习单位 2 中，学生已初步认识函数的概念。这学习单位将进一步比较不同的函数的图像，透过图解法解方程和不等式及理解函数变换的概念。

鉴于部分学生将诸如  $y=4$  的数式只视为方程的解，且甚至不懂得在坐标平面上描绘直线  $y=4$  的图像。教师须向学生介绍「常值函数」的概念。不修读学习单位 3（非基础课题）的学生，毋须讨论指数函数及对数函数的图像。当学生比较不同函数的图像时，须尝试比较它们的定义域、极大值和极小值的存在性、对称性和周期性。

学生在学习重点 1.3 中已学会从读取  $y=ax^2+bx+c$  的图像之  $x$  截距解二次方程  $ax^2+bx+c=0$ ，学习重点 9.2 要求学生能进一步运用抛物线  $y=ax^2+bx+c$  和直线  $y=k$  两图像解一元二次方程  $ax^2+bx+c=k$ 。例如，从  $y=2x^2-5x-1$  的图像，学生除能够解二次方程  $2x^2-5x-1=0$  外，亦应能够配合直线  $y=3$  的图像解二次方程  $2x^2-5x-4=0$ 。至于利用  $y=2x^2-5x-1$  的图像解诸如  $2x^2-6x+1=0$  等二次方程，则不属课程所需。

学生须把在学习重点 8.2 中所习得的方法推广至二次函数以外的其它函数。换句话说，即使  $f(x)$  不是形如  $ax^2+bx+c$  的函数，学生也该懂得利用  $y=f(x)$  的图像读出方程  $f(x)=k$  的解，然后利用  $y=f(x)$  的图像与直线

$y = k$  求出不等式  $f(x) > k$  、  $f(x) < k$  、  $f(x) \geq k$  和  $f(x) \leq k$  的解。

学生在探讨函数的变换时，可先行利用表列的形式观察自变量与应变量之间的关系之变化，继而利用绘图软件比较经变换后函数图像的变化。教师可鼓励学生运用由特殊到一般的数学思想方法，得出  $y = f(x) + k$  、  $f(x + k)$  、  $kf(x)$  、  $f(kx)$  的图像与原来的函数  $y = f(x)$  的图像之关系。讨论过程中教师应着学生运用在第三学习阶段所习得的概念及词汇（例如，平移、反射、放大等）来描述图像的变化。另一方面，教师亦应引导学生讨论函数图像的变换所引致函数中代数式的对应变化，例如，学生须懂得  $y = f(x)$  的图像沿  $x$  轴作反射，变换后的图像可以用  $y = -f(x)$  表示。函数中代数式的对应变化只限于  $f(x) + k$  、  $f(x + k)$  、  $kf(x)$  、  $f(kx)$  或其组合，换句话说，函数图像的旋转变换不属课程所需。

复合函数的概念不属课程所需，但诸如  $y = -x^2 + 4$  的图像可视为将  $y = x^2$  的图像沿  $x$  轴作反射，然后再沿  $y$  轴向上平移 4 单位。

学习单位	学习重点	时间
<b>度量、图形与空间范畴</b>		
10. 圆的基本性质	10.1 理解圆上弦和弧的性质 10.2 理解圆上角的性质 10.3 理解圆内接四边形的性质 10.4 <u>理解四点共圆和圆内接四边形的判别法</u> 10.5 <u>理解圆切线和其内错弓形的圆周角的性质</u> 10.6 <u>使用圆的基本性质作简单几何证明</u>	23

### 课程阐释：

在第三学习阶段中，学生以直观法和演绎法学习几何，内容以直线图形为主。在必修部分，学习范围将扩展到圆形，而学习历程则仍可从直观到演绎。例如，教师可利用动态几何软件，让学生自行探索圆的基本几何性质，然后在教师引导下尝试作出证明，藉此培养学生的探索精神及逻辑推理能力。有关如何运用探究式教学教授圆内接四边形的性质，可参考《课程及评估指引》，页 85。

学习重点 10.1 至 10.3 要求学生理解圆的基本性质。学生除须知道有关性质的内容及运用这些性质进行运算外，亦须理解这些性质成立的理由或证明。惟运用这些性质作其它几何证明则属非基础课题。

弧与所对的圆心角成正比例的性质应已在第三学习阶段讨论，但教师可提醒学生留意弦与所对的圆心角并非成正比例。

学习单位	学习重点	时间
<b>度量、图形与空间范畴</b>		
11. 轨迹	11.1 理解轨迹的概念 11.2 描述及描绘满足某些已知条件的点之轨迹 11.3 以代数方程描述点的轨迹	7

**课程阐释：**

教师可从日常生活的例子，例如行驶中汽车的照明灯和星流迹等的长时间曝光照片引入轨迹的概念。学生可利用动态几何软件，探究一点在已知条件下移动所成的轨迹，但学生亦须理解数学中的轨迹不一定涉及点的移动。例如，所有与某定点保持同样距离的点所成的轨迹是一圆。

学习重点 11.2 要求学生能以文字描述轨迹及描绘其图像，而学习重点 11.3 则要求学生能以代数方程描述点的轨迹。在求轨迹方程的过程，学生须运用第三学习阶段中「直线的坐标几何」的相关知识，如运用两点距离公式求与两固定点等距的点所成轨迹的方程。

在本学习单位中，学生须根据已知条件求轨迹为直线、圆和形式如  $y = ax^2 + bx + c$  的抛物线之方程。至于有关直线和圆的方程之详细讨论，则留待学习单位 12 中进行。

学习单位	学习重点	时间
<b>度量、图形与空间范畴</b>		
12. 直线与圆的方程	12.1 理解直线方程 12.2 理解两直线相交的各种可能情况 12.3 理解圆方程 12.4 <u>求直线与圆交点的坐标及理解直线与圆相交的各种可能情况</u>	14

### 课程阐释：

在上一学习单位「轨迹」，学生已初步掌握轨迹的概念，并已解决一些简单的轨迹问题。教师可引导学生从轨迹的角度，理解方程与图像的关系，进而求图像的方程及由方程理解对应图像的特质。

在第三学习阶段，学生在学习单位「二元一次方程」中，已初步认识直线方程的图像。本学习单位的学习重点 12.1 则要求学生在给定条件下求有关直线的方程。教师可因应学生的能力和需要，决定是否介绍「两点式」、「点斜式」和「斜截式」等名称，而各种直线方程的形式之间的转换则并非课程重点。

在圆方程（学习重点 12.3）方面，学生曾在学习重点 10.1 探讨过给出三个不共线点，有一个而且只有一个圆经过这三点。学生现可运用坐标几何的方法再次证明经过三个不共线点的圆只有一个。

修读学习重点 5.2（非基础课题）的学生，对使用代数方法解分别为二元一次及二元二次的联立方程应已充分掌握。在学习重点 12.4，学生可藉此推断直线与圆相交有三种可能情况，从而利用二次方程的判别式判断已知直线与圆有多少个交点或求此圆的切线。此外，教师亦可引导学生利用平面几何的方法证明没有直线可与一圆相交多于两点。

学习单位	学习重点	时间
<b>度量、图形与空间范畴</b>		
13. 续三角	13.1 理解正弦、余弦和正切函数、其图像及其性质，包括极大值、极小值和周期性 13.2 解三角方程 $a \sin \theta = b$ 、 $a \cos \theta = b$ 、 $a \tan \theta = b$ （其解限于 $0^\circ$ 至 $360^\circ$ 区间）和 <u>其它的三角方程（其解限于 <math>0^\circ</math> 至 <math>360^\circ</math> 区间）</u> 13.3 <u>理解三角形面积公式 <math>\frac{1}{2} ab \sin C</math></u> 13.4 <u>理解正弦和余弦公式</u> 13.5 <u>理解希罗公式</u> 13.6 <u>使用上述公式解二维及三维空间的应用题</u>	21

### 课程阐释：

学生在第三学习阶段应已熟习在直角三角形中锐角的正弦、余弦和正切的定义。在这基础上，教师可介绍如何利用直角坐标平面上的单位圆定义三角函数，并介绍正角和负角。学生应能找出三角函数的其极大值和极小值，且能从三角函数的图像找出和周期性，并根据函数的周期性简化含有  $-\theta$ 、 $90^\circ \pm \theta$ 、 $180^\circ \pm \theta$ ..... 等的正弦、余弦和正切之数式。弧度法为延伸部分单元二的学习重点，不属必修部分课程所需。

学习重点 13.2 中解三角方程  $a \sin \theta = b$ 、 $a \cos \theta = b$ 、 $a \tan \theta = b$  属基础课题，而解其它三角方程，如  $\sin 2\theta = 0.5$ 、 $\sin \theta = 2 \cos \theta$ 、 $\tan \theta - \cos(90^\circ - \theta) = 0$  等，则属于非基础课题。至于可变换为二次方程的三角方程，如  $6 \sin^2 \theta + 5 \sin \theta + 1 = 0$ 、 $\tan \theta = \cos \theta$  等，亦属非基础课题（见学习重点 5.3）。

在应用学习重点 13.3 – 13.5 中的公式解三维空间的应用题时，教师可协助学生巩固在第三学习阶段中「续立体图形」学习单位中所学有关线、平面之间的关系的概念。

学习单位	学习重点	时间
<b>数据处理范畴</b>		
14. 排列与组合	14.1 <u>理解计数原理的加法法则和乘法法则</u> 14.2 <u>理解排列的概念和记法</u> 14.3 <u>解不同对象的无重排列应用题</u> 14.4 <u>理解组合的概念和记法</u> 14.5 <u>解不同对象的无重组组合应用题</u>	11

### 课程阐释：

学生经过不同学习阶段，已对计数原理有直观的认识。在这学习单位，学生须就基本的计数原理，如在什么时候应用加法法则或乘法法则，有更深入的了解。此外，透过排列与组合的学习，学生应能解决现实中较复杂的问题。

教师教授排列和组合的概念时，可选用任何一个常见的记法，如“ $P_r^n$ ”、“ ${}_nP_r$ ”、“ ${}^nP_r$ ”和“ $C_r^n$ ”、“ ${}_nC_r$ ”、“ ${}^nC_r$ ”“ $\binom{n}{r}$ ”。但除选定的记法外，教师亦应介绍其它记法，方便学生阅读参考书籍。

本学习单位要求学生理解排列与组合两者的分别。学生亦应理解关系  $C_r^n = \frac{P_r^n}{r!}$  及  $C_r^n = C_{n-r}^n$ 。其它关于排列或组合的复杂性质，如  $C_r^n + C_{r-1}^n = C_r^{n+1}$ ，则不属必修部分课程所需。

排列与组合问题千变万化。本学习单位只要求学生能解简单的排列和组合的应用题，例如，「求对象的排列，其中三个指定对象必须相邻」。至于圆形排列及牵涉相同对象、重复排列或组合的应用题的计算，则不属课程所需。

学习单位	学习重点	时间
<b>数据处理范畴</b>		
15. 续概率	15.1 <u>认识集合的记法，包括并集、交集和余集的记法</u> 15.2 <u>理解概率加法定律和互斥事件及互补事件的概念</u> 15.3 <u>理解概率乘法定律和独立事件的概念</u> 15.4 <u>认识条件概率的概念和记法</u> 15.5 <u>使用排列与组合解与概率有关的应用题</u>	10

### 课程阐释：

学生在第三学习阶段已学习概率的基本概念，并懂得以数数方法求概率。在必修部分，学生将学习以加法定律和乘法定律解决概率中较复杂的问题，而关于概率的进一步问题则会在延伸部分单元一中处理。

为方便表达不同事件间的关系（包括互斥、互补和独立事件）、概率加法定律和乘法定律，本学习单位中的事件均以集合表示。因此，学生在学习学习重点 15.2 – 15.5 中的内容前，须对集合有基本的认识，其中包括以列举、描述及温氏图表示集合，并认识在概率问题中常见的空集、宇集、并集、交集和余集的概念及记法。至于这些概念的严格定义或集合运算的规律（例如德摩根律等）则不属课程所需。

运用概率的加法定律及乘法定律时，学生须理解在某些特殊条件下，例如  $A$  及  $B$  为互斥事件时，这些定律的变化。同时，在引入乘法定律时，学生须认识条件概率的概念和记法，并能解简单的条件概率问题。至于贝叶斯定理则会在延伸部分单元一中处理。

修读学习单位 14「排列与组合」（非基础课题）的学生可运用有关的计数技巧解决与概率有关的应用题。

学习单位	学习重点	时间
<b>数据处理范畴</b>		
16. 离差的度量	16.1 理解离差的概念 16.2 理解分布域和四分位数间距的概念 16.3 制作及阐释框线图及使用框线图比较不同组别的数据分布 16.4 理解分组数据和不分组数据的标准差之概念 16.5 使用合适的量度方法比较不同组别数据的离差 16.6 <u>理解标准差在涉及标准分和正态分布的现实生活问题时的应用</u> 16.7 <u>探究下列情况对数据的离差之影响：</u> (i) <u>在数据中加入一项数据</u> (ii) <u>从数据中剔除一项数据</u> (iii) <u>对数据的每一项加上一个共同常数</u> (iv) <u>对数据的每一项乘以一个共同常数</u>	14

### 课程阐释：

在第二学习阶段，学生已学习一个量度离散数据的集中趋势之简单方法—平均数(算术平均数)。在第三学习阶段，学生学习量度不分组数据及分组数据的集中趋势的其它方法。在必修部分，学生须进一步认识到，在很多情况下，要描述数据分布，仅用集中趋势并不足够。学生除须理解离差、分布域、四分位数间距的概念，亦须懂得制作和运用框线图(或称「箱形图」)。当给出一组不分组或分组的数据，学生须懂得计算它的标准差并理解它们的意义。此外，学生应能选择合适的量度方法，比较不同组别数据的离差。

由于「方差」这术语很常见，因此学生学习标准差时亦该认识「方差」这名称和它与标准差之间的关系，但有关方差的运算则会在延伸部分单元一处理。必修部分中的标准差之公式及计算只限于总体，即

$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + \dots + (x_N - \mu)^2}{N}}$ 。至于抽取样本以估计总体标准差的公式，则

会在延伸部分单元一处理。

修读学习重点 16.6（非基础课题）的学生，须理解标准差的简单应用，即涉及标准分和正态分布的现实问题的应用。在计算过程中，学生毋须查阅正态分布表或背诵位于距平均值 1、2 或 3 个标准差范围内的数据之百分比。修读学习重点 16.7（非基础课题）的学生，须透过探究数据组内，部分数据变化对集中趋势和离差的影响，从而对不同统计量的性质有更深入的认识。

学习单位	学习重点	时间
<b>数据处理范畴</b>		
17. 统计的应用及误用	17.1 认识抽取调查样本的不同技巧及制作问卷的基本原则 17.2 讨论及认识各种日常活动或调查中统计方法的应用和误用 17.3 评估从新闻媒介、研究报告等不同来源所获得的统计调查报告	8

### 课程阐释：

在小学及初中阶段，学生已熟悉统计工作，特别是搜集数据、表达及阐释统计图像和图表。学生应对统计量的概念有初步的认识。在高中，学生则会更全面地认识现实生活中的统计工作。

教师可透过日常生活例子介绍「总体」和「样本」的概念。学生须明白在日常统计工作中，抽取样本几乎无可避免，并认识抽取样本的不同技巧。在抽取样本的技巧方面，学生须认识概率抽样和非概率抽样的基本概念。然而，有关抽取样本的计算，如样本标准差的计算，则不属必修部分所需。问卷是常用的搜集数据方法之一。学生须认识在制作问卷时，哪些因素会对问卷的信度和效度产生影响，例如：问题的形式、用语和排序及响应的选择。

在第三学习阶段，学生该对统计图像/图表及集中趋势的应用和误用有足够的认识。在必修部分，学生须进一步讨论各种日常活动或调查中统计方法的应用和误用。这包括调查目的、采用的抽样方法、搜集数据的方法及分析方法等讨论。此外，学生须能更全面地分析从新闻媒介、研究报告等不同来源所获得的统计调查报告，其中包括分析搜集数据的抽样方法、问卷的设计、数据的整理及表达、统计分析和推论等，从而让学生整合由不同学习阶段所习得的统计知识。

学习单位	学习重点	时间
<b>进阶学习单位</b>		
18. 数学的进一步应用	解较复杂的现实生活和数学应用题，并在解题过程中寻找能提供解题线索的数据，探究不同的解题策略或综合不同数学环节的知识  主要焦点为：  (a) 探究及解现实生活中较复杂的应用题  (b) 欣赏不同数学环节间的关连	20

### 课程阐释：

本学习单位与其它学习单位内的数学应用课题不同，重点不在于学习某些固定的数学知识，而是透过探究及解决现实生活中较复杂的应用题，让学生欣赏不同数学环节间的关连，并培养学生灵活综合运用不同学习单位的知识和技巧之能力。《课程及评估指引》，页 32 中的例子仅供教师参考。教师可因应学生能力及需要选择其它更适合他们的课题。此外，教师应让学生尝试自行寻找能提供解题线索的数据和探究不同的解题策略，而不宜给他们太多的提示。

学习单位	学习重点	时间
<b>进阶学习单位</b>		
19. 探索与研究	通过不同的学习活动，发现及建构知识，进一步提高探索、沟通、思考和形成数学概念的能力	20

**课程阐释：**

本学习单位旨在提供更多学习空间，让学生在学习其它学习单位的内容时，能参与更多有助发现及建构知识、提高探索、沟通、思考和形成数学概念的能力之活动。换句话说，这并非一个独立和割裂的学习单位，活动可在课堂中引起动机、发展、巩固或评估等不同环节进行。

## 鸣 谢

我们特别向下列委员会及工作小组的委员致谢，多谢他们对本小册子所提供的宝贵意见和建议。

课程发展议会数学教育委员会

课程发展议会 — 香港考试及评核局数学教育委员会（高中）

课程发展议会 — 香港考试及评核局高中数学课程（必修部分）工作小组