

高中數學課程闡釋：

單元一（微積分與統計）

教育局
課程發展處
數學教育組

目 录

	页数
前言	i
基础知识领域	1
学习单位 1 二项展式	2
学习单位 2 指数函数及对数函数	4
微积分领域	7
学习单位 3 函数的导数	8
学习单位 4 函数的求导法	10
学习单位 5 二阶导数	11
学习单位 6 求导法的应用	12
学习单位 7 不定积分及其应用	14
学习单位 8 定积分及其应用	16
学习单位 9 使用梯形法则计算定积分的近似值	17
统计领域	19
学习单位 10 条件概率和独立性	20
学习单位 11 贝叶斯定理	22
学习单位 12 离散随机变量	24
学习单位 13 概率分布、期望值和方差	25
学习单位 14 二项分布	27
学习单位 15 几何分布	28
学习单位 16 泊松分布	29
学习单位 17 二项、几何和泊松分布的应用	30
学习单位 18 正态分布的基本定义及其性质	31
学习单位 19 正态变量的标准化及标准正态分布表的使用	32

	页数
学习单位 20 正态分布的应用	33
学习单位 21 抽样分布和点估计	34
学习单位 22 总体平均值的置信区间	37
学习单位 23 总体比例的置信区间	40
学习单位 24 探索与研究	41
鸣谢	42

前言

《数学课程及评估指引（中四至中六）》（2007）（以下简称《课程及评估指引》）是为 2009 年 9 月实施的新高中学制而编订。高中数学课程包括必修部分及延伸部分。延伸部分包括两个单元，分别是单元一（微积分与统计）及单元二（代数与微积分）。

在《课程及评估指引》中，单元一的学习重点以表列形式归于不同学习单位内。表中「注释」栏的内容为学习重点的补充资料。本小册子内的课程阐释旨在进一步解释：

- （一） 单元一学习重点的要求；
- （二） 单元一的教学建议；
- （三） 单元一学习单位之间的关系和结构；及
- （四） 必修部分与单元一的课程衔接。

本小册子内的课程阐释连同《课程及评估指引》内每一学习单位的「注释」栏及教学时数，可显示该学习单位处理的阔度和深度。教师宜在施教单元一时，把必修部分及单元一的内容视为连贯的数学知识，并培养学生运用数学解决问题、推理及传意的能力。此外，教师须留意，《课程及评估指引》中的学习单位及学习重点的编排次序并不等同于学与教的次序，教师可因应学生需要有系统地编排学习内容。

欢迎各界人士就本小册子提供意见和建议。来函请寄：

九龙油麻地弥敦道 405 号

九龙政府合署 4 楼

教育局课程发展处

总课程发展主任(数学)收

传真：3426 9265

电邮：ccdoma@edb.gov.hk

(空白页)

基础知识领域

- 基础知识领域内容包括两个学习单位。第一个学习单位「二项展式」为掌握二项分布的基础。第二个学习单位是「指数函数与对数函数」。很多和自然现象有关的数学模型皆涉及指数函数。正态分布的概率分布函数亦涉及指数函数。
- 基础知识领域的内容是单元一内微积分领域和统计领域的先备知识。教师教授基础知识领域内的课题时宜避免十分严谨的处理。

学习单位	学习重点	时间
基础知识领域		
1. 二项展式	1.1 认识展式 $(a + b)^n$ ，其中 n 为正整数	3

课程阐释：

- 为方便表达二项展式，教师可引入求和记法 $(\sum)$ 。例如： $\sum_{k=1}^7 k^3$ 及 $\sum_{i=0}^n 4^i$ 。
- 学生应懂得关系式 $\sum_{r=1}^n (ax_r \pm by_r) = a \sum_{r=1}^n x_r \pm b \sum_{r=1}^n y_r$ 。
- 若不引起混淆，教师可在课堂讨论时使用 $\sum x_i$ 及 $\sum x$ 这些符号。
- C_r^n 的概念及符号于必修部分已有讨论。学生须认识 $(a + b)^n = \sum_{r=0}^n C_r^n a^{n-r} b^r$ ，其中 n 是正整数。
- 二项展式的严格证明非单元一课程所需。
- 在展式中，教师可选取其他符号如 ${}_nC_r$ 或 $\binom{n}{r}$ 。
- 引入二项展式的概念有多种方法。例如，教师可着学生以乘法展开 $n = 0, 1, 2, 3, 4$ 的 $(a + b)^n$ ，并将每项的系数填入下图的空格内。学生可观察系数的规律写出 $(a + b)^5$ 和 $(a + b)^6$ 的展开式。

展式

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

帕斯卡三角*

				1			
			1		1		
		1		2		1	
	1		3		3		1
1		4		6		4	1

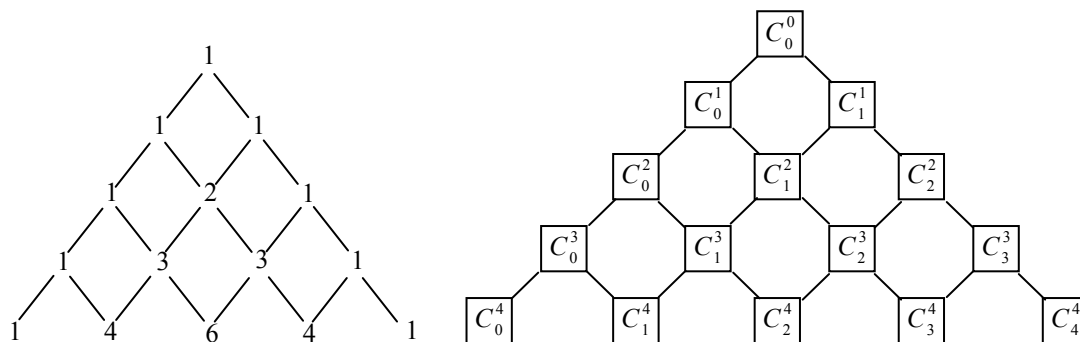
另外，教师可利用组合的概念来解释二项展式，例如，展开 $(a + b)^3$ ， ab^2 项的系数可当成从 3 个 b 中拣选 2 个 b 。

$$\left. \begin{array}{l}
 \begin{array}{c} \boxed{a} + b \end{array} \begin{array}{c} \boxed{a} + b \end{array} \begin{array}{c} \boxed{a} + b \end{array} \rightarrow a \cdot b \cdot b = ab^2 \\
 \begin{array}{c} a + \boxed{b} \end{array} \begin{array}{c} \boxed{a} + b \end{array} \begin{array}{c} \boxed{a} + b \end{array} \rightarrow b \cdot a \cdot b = ab^2 \\
 \begin{array}{c} a + \boxed{b} \end{array} \begin{array}{c} a + \boxed{b} \end{array} \begin{array}{c} \boxed{a} + b \end{array} \rightarrow b \cdot b \cdot a = ab^2
 \end{array} \right\} C_2^3 ab^2 = 3 ab^2$$

我们可以用类似方法找出其他项的系数，从而得出

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- 教师可着学生以组合的方法求展开式 $(a+b)^n$ 各项的系数，再比较左边帕斯卡三角的数值。



$$\text{一般而言, } (a+b)^n = C_0^n a^n + C_1^n a^{n-1} b + C_2^n a^{n-2} b^2 + \dots + C_{n-1}^n a b^{n-1} + C_n^n b^n = \sum_{r=0}^n C_r^n a^{n-r} b^r$$

* 帕斯卡于 1653 年出版的《算术三角论》介绍二项式系数的三角形排列方法及其应用。因此，一般称这个三角形的排列方法为帕斯卡三角。事实上，早于 13 世纪，中国数学家杨辉在他的著作《详解九章算法》(1261) 已展示相同的三角形，并指出「贾宪用此术」，故此，这个三角形的排列方法亦称为「杨辉三角」或「贾宪三角」。

学习单位	学习重点	时间
基础知识领域		
2. 指数函数及 对数函数	2.1 认识 e 的定义和指数级数 $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$ 2.2 认识指数函数和对数函数 2.3 使用指数函数和对数函数解应用题 2.4 将 $y = kx^n$ 及 $y = ka^x$ 化为线性关系式， 其中 a , n 和 k 为实数， $a > 0$ 和 $a \neq 1$	7

课程阐释：

- 一些引入 e 的概念的建议：

(a) 复利息

按月计算利息所得的本利和会比按年计算为大，按日计算利息所得的本利和会更大。若按小时计算利息，本利和会怎样呢？

教师可要求学生计算以下情况的本利和，例如，本金 \$10000，年利率为 12%，年期一年，当中复利息分别按 (i)月计算，(ii)日计算及 (iii)小时计算。

- (b) 引入定义 $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 。当 n 值增大时，试运用计算机找出 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 的数值：

n	10	100	1 000	10 000	100 000	1000 000
$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	2.59374	2.70481	2.71692	2.71815	2.71827	2.71828

学生应从观察可得 $e \approx 2.71828\dots$ 。

教师亦可以引入指数函数 $e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ 的概念，但学生不须掌握所涉及的技巧。

$$\begin{aligned}
\left(1+\frac{x}{n}\right)^n &= C_0^n(1)^n + C_1^n(1)^{n-1}\left(\frac{x}{n}\right) + C_2^n(1)^{n-2}\left(\frac{x}{n}\right)^2 + C_3^n(1)^{n-3}\left(\frac{x}{n}\right)^3 + C_4^n(1)^{n-4}\left(\frac{x}{n}\right)^4 + \dots \\
&= 1 + n\left(\frac{x}{n}\right) + \frac{n(n-1)}{2!}\left(\frac{x}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\left(\frac{x}{n}\right)^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}\left(\frac{x}{n}\right)^4 + \dots \\
&= 1 + x + \left(1-\frac{1}{n}\right)\frac{x^2}{2!} + \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\frac{x^3}{3!} + \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\left(1-\frac{3}{n}\right)\frac{x^4}{4!} + \dots \\
e^x &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1+\frac{x}{n}\right)^n \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + x + \left(1-\frac{1}{n}\right)\frac{x^2}{2!} + \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\frac{x^3}{3!} + \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\left(1-\frac{3}{n}\right)\frac{x^4}{4!} + \dots\right] \\
&= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots
\end{aligned}$$

代入 $x=1$ ，可得到无理数

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} \dots$$

学生可使用计算机发现 e 的值会大约收敛为 2.71828 ...。

- 学生须懂得把指数函数，如 e^{-x} 、 e^{kx} 、 e^{-x^2} 及 e^{x+k} 等展开成指数级数，其中 k 为常数。
- 学生已于必修部分学习指数函数 $y=a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)，对数函数 $y=\log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 的性质及其图像的特征。这些概念可视为学习本学习单位的先备知识。同时，教师可指出指数函数 $y=e^x$ 和自然对数函数 $y=\ln x$ ($x > 0$) 是 $y=a^x$ 和 $y=\log_a x$ 的特例。为加深对指数函数 $y=e^x$ 的认知，学生可比较 $y=2^x$, $y=e^x$, $y=3^x$, $y=2^{-x}$, $y=e^{-x}$, $y=3^{-x}$, $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$ 和 $y=\ln x$ 的图像。教师可与学生们进一步讨论关系式 $e^{\ln x} = x$, $\ln e^x = x$ 和 $a^x = e^{x \ln a}$ 。
- 在自然现象中，很多规律都满足指数函数的性质，例如，细菌增长、物质冷却率、物质的热能散失、物质增长及衰变数等。学生须掌握以下相关的公式：

复利息：
$$A = P_0 e^{\frac{rt}{100}}$$

人口增长: $P(t) = P_0 e^{kt}$, $k > 0$

放射衰变: $P(t) = P_0 e^{-kt}$, $k > 0$

- 若变量 x 与 y 服从关系式 $y = kx^n$ 或 $y = ka^x$, 其中 n 、 k 和 a 均为常数, 上述关系式可化为线性关系式。利用图像中的斜率和 y 轴截距可找出常数的值。

微积分领域

- 微积分领域内容分为两部分，分别是求导法及其应用和积分法及其应用。函数的导数概念涉及函数极限的概念。在求导法及其应用这部分，学生须理解导数的定义，求导法的基本公式及运算法则。学生须懂得利用导数求曲线的切线方程和研究函数极大/极小值的问题。
- 为解决科学、科技和经济的一些问题，学生须由已知函数的导数 $f'(x)$ 求函数 $f(x)$ 。这逆运算的做法就是不定积分的概念。同时，教师应引入以和的极限作为定积分概念。教师可引导学生认识微积分基本定理，将两看似不同的概念(不定积分和定积分)联系起来。
- 学生须充分掌握所使用的符号。
- 教师宜采用直观但概念正确的引入方法。对于较困难的内容如极限，教师可利用计算机或电脑软件采用数值方法帮助学生理解其内容而不涉及抽象的定义。教师亦可采用绘图软件（如 Graphmatica，Winplot 等）解释概念。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
求导法及其应用		
3. 函数的导数	3.1 认识函数极限的直观概念 3.2 求代数函数, 指数函数和对数函数的极限 3.3 透过基本原理认识函数的导数的概念 3.4 认识曲线 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 的切线的斜率	6

课程阐释：

- 在引入函数的极限的概念前，教师应简略重温函数的概念和记法。
- 学生须知道 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 的值，由函数在该点附近的变化所决定，并不要求函数 $f(x)$ 本身在 $x = x_0$ 有定义。学生应可从图像分辨「连续函数」和「不连续函数」。教师可指出函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 的极限等于函数在 x_0 的值当且仅当函数在该点连续。函数连续性的严谨处理不属课程所需。
- 列表或图像显示函数值在 $x = x_0$ 附近的微小变化有助解说当 x 趋向 x_0 时函数 $f(x)$ 的极限意义。涉及 $\varepsilon - \delta$ 的函数极限定义不属课程所需。
- 教师可向能力较高的学生讨论以下问题：

(a) 已知 $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 2 \\ x^2, & x < 2 \end{cases}$ ，试求 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 。

(b) 若 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ ，试求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 。
- 学生须懂得运用极限的四则运算及复合函数的极限运算法则求代数函数、指数函数和对数函数的极限。当 x 趋向无穷大时，学生须知道 $\frac{1}{x}$

趋向零。学生亦须懂得当 x 趋向无穷大时，求一些简单函数如 $\frac{2x+3}{x^3}$ 及 $\frac{3}{xe^x}$ 的极限。

- 给定函数 $y=f(x)$ ，若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ 存在，则此极限可定义为 $f(x)$ 在 x 的导数。教师可向学生展示如何利用基本原理求一些简单函数如 x^2 和 $\frac{1}{x-1}$ 的导数，但学生不须懂得使用基本原理求导数。教师可向学生介绍差商 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ 的几何意义。学生须懂得导数的常用记号如 y' 、 $f'(x)$ 和 $\frac{dy}{dx}$ 。学生须知道 $\frac{d}{dx}$ 只是一个算子及 $\frac{dy}{dx}$ 并不表示一个分数。

学生须认识 $f'(x_0)$ 和 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ 的记法，其中 x_0 是一已知的值。学生应知道当 Δx 趋向 0 时， $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的极限值是曲线上在 $(x_0, f(x_0))$ 切线的斜率。学生们应能求取曲线在该点的切线方程。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
求导法及其应用		
4. 函数的求导法	4.1 理解求导法的加法法则、积法则、商法则和链式法则 4.2 求代数函数,指数函数和对数函数的导数	10

课程阐释：

- 教师可证明求导法的基本法则，并要求学生使用这些法则计算函数的导数。
- 教师可列出复合函数和反函数的一些典型例子并引入链式法则 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ 。学生不须理解一般反函数的求导法，但可运用公式 $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$ 解决问题。学生不须懂得求参数方程的导数。
- 学生须学习求一个多项式函数的导数。当认识了求导法的加法、积和商的法则之后，学生便可对多项式的积和有理函数求导，例如 $(2x+3)(4x^2+5)$ 和 $\frac{1-2x^2}{2+3x}$ 等。
- 学生不须懂得隐函数求导法，但须掌握对数求导法。当函数为 $h(x)k(x)$, $\frac{h(x)}{k(x)}$ 或 $[h(x)]^{k(x)}$ 的形式时，其中 $h(x)$ 和 $k(x)$ 代表 x 的函数，用对数求导法求导数往往比较简单，例如：求函数如 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ 、 $\frac{x-1}{x\sqrt{x^3+1}}$ 和 $y = x^x$ 的导数。
- 学生应能运用链式法则求取形式如 $y = e^{f(x)}$ 及 $y = \ln f(x)$ 的导数。
- 学生应懂得求复合函数如 e^{x^2+1} 和 $\ln\sqrt{3x^2-5x+7}$ 的导数。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
求导法及其应用		
5. 二阶导数	5.1 认识函数的二阶导数的概念 5.2 求显函数的二阶导数	2

课程阐释：

- 二阶导数是由一阶导数求导获得。若 $y = f(x)$ ，二阶导数可写为 $f''(x)$ ， y'' 或 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。
- 一般来说，教师可指出 $\frac{d^2y}{dx^2} \neq \frac{1}{\frac{d^2x}{dy^2}}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2} \neq \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ 。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
求导法及其应用		
6. 求导法的应用	6.1 使用求导法解涉及切线、变率、极大值和极小值的应用题	9

课程阐释：

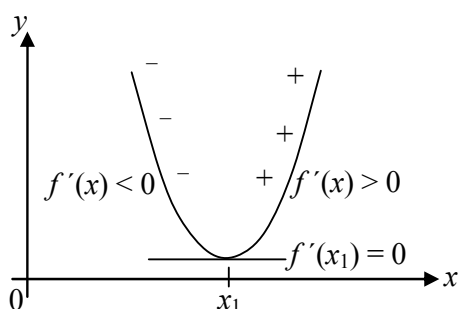
• 极大值与极小值：

(a) 一阶导数判别法

学生可透过分析函数的一阶导数的符号转变，得出该函数递增及递减的范围。

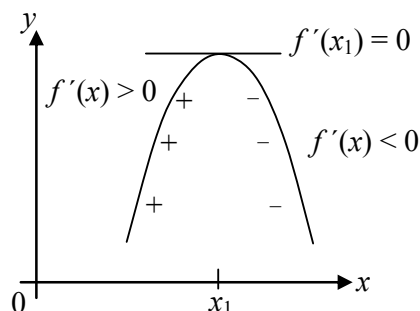
- (i) 若 $f'(x_1) = 0$ 且当 x 递增经 x_1 时 $f'(x)$ 由负变为正，则 $f(x)$ 在 $x = x_1$ 处取得局部极小值。
- (ii) 若 $f'(x_1) = 0$ 且当 x 递增经 x_1 时 $f'(x)$ 由正变为负，则 $f(x)$ 在 $x = x_1$ 处取得局部极大值。

$f(x)$ 在 $x = x_1$ 处得局部极小值



[當 x 遞增經 x_1 時, $f'(x)$ 的值增加 (即 $f''(x_1) > 0$)]

$f(x)$ 在 $x = x_1$ 处得局部极大值



[當 x 遞增經 x_1 時, $f'(x)$ 的值減少 (即 $f''(x_1) < 0$)]

(b) 二阶导数判别法

学生须理解本判别法的几何意义：

- (i) 若 $f'(x_1) = 0$ 且 $f''(x_1) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 $x = x_1$ 处取得局部极大值。
- (ii) 若 $f'(x_1) = 0$ 且 $f''(x_1) > 0$ ，则 $f(x)$ 在 $x = x_1$ 处取得局部极小值。

- 局部极值不一定是全局极值。当学生需要在应用题中求取全局极值时，应考虑该函数于有关区间端点的值。
- 学生须掌握利用一阶导数判别法或二阶导数判别法找出函数的极值。当 $f''(x_1) = 0$ ，二阶导数判别法并不适用于求出局部极值。在这情况下，学生须改用一阶导数判别法。
- 学生须懂得利用二阶导数确定函数的凹凸性，但学生并不须懂得描绘函数的图像。学生不须认识曲线拐点的概念。学生不须学习在 $x = x_1$ 处 $f'(x_1)$ 不存在而局部极值存在的问题。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
积分法及其应用		
7. 不定积分及其应用	7.1 认识不定积分法的概念 7.2 理解不定积分的基本性质及不定积分法的基本公式 7.3 使用不定积分法的基本公式求代数函数和指数函数的不定积分 7.4 使用代换积分法求不定积分 7.5 使用不定积分法解应用题	10

课程阐释：

- 教师应介绍「被积函数」、「积分常数」等名词。学生须知道求不定积分与求导数互为逆运算的关系。
- 学生须掌握以下积分公式：
 - $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$ (其中 k 为常数)
 - $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
 - $\int k dx = kx + C$ (其中 k 和 C 为常数)
 - $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, 其中 C 为常数, n 为实数及 $n \neq -1$ (应讨论 $n = 0$ 的情况)
 - $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$, $x \neq 0$
 - $\int e^x dx = e^x + C$
- 为了使被积函数化为基本积分公式的某一形式, 学生需作代换 $x = \phi(t)$, 从而 $\int f(x) dx = \int f[\phi(t)] \phi'(t) dt$ 。教师可利用例子如

$\int (2x + 1)^5 dx$ 及 $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$ 等引入代换积分法。

- 学生不须懂得分部积分法求不定积分。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
积分法及其应用		
8. 定积分及其应用	8.1 认识定积分的概念 8.2 认识微积分基本定理及理解定积分的性质 8.3 求代数函数和指数函数的定积分 8.4 使用代换积分法求定积分 8.5 使用定积分法求平面图形的面积 8.6 使用定积分法解应用题	15

课程阐释：

- 定积分可从求曲线图形的面积引入，以区分定积分与不定积分的概念。
- 定积分的一些性质有助解决问题。教师应帮助学生探讨这些性质的几何意义。
 - $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$
 - $\int_a^a f(x) dx = 0$
 - $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$
 - $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$, 其中 k 为常数
 - $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$
- 学生使用上述各公式时，应注意函数必须在 $[a, b]$ 上连续。
- 当学生使用代换积分法计算定积分时，该定积分的上、下限应作相应调整。

学习单位	学习重点	时间
微积分领域		
积分法及其应用		
9. 使用梯形法则计算定积分的近似值	9.1 理解梯形法则及使用它计算定积分的近似值	4

课程阐释：

- 在实际问题中，学生不容易，甚至不可能，求出一些定积分如 $\int_1^2 e^{x^2} dx$ 的数值。梯形法则是其中一种计算定积分的近似值的方法。在应用本法则时，每个区间的阔度应相同。分隔的区间数目越多，所得的答案越准确。
- 学生不须懂得梯形法则的误差估值，但应懂得利用函数二阶导数及凹凸性分析指出所求的近似值是低估或是高估了该图形的面积。若曲线是凹的，梯形法则便会高估了该面积的值。若曲线是凸的，梯形法则便会低估了该面积的值。

例子 已知曲线 $y = -x^2 + 4$ 。由于 $\frac{d^2y}{dx^2} = -2 < 0$ ，该曲线是凸的。因此，梯形法则低估了该曲线和 x 轴之间的面积。

(空白页)

统计领域

- 统计领域内容分为四部分，分别为进阶概率，二项、几何、泊松分布及其应用，正态分布及其应用和点及区间估计。
- 概率在本领域既基本又重要。随机变量的概念对于学生来说是新的知识。学习二项分布、几何分布、泊松分布及正态分布有助加深学生对概率分布的认识。课程亦包括统计推断的讨论。
- 总体参数及样本统计的学习可界定总体及样本之间的关系。这部分包括点估计和区间估计。
- 点估计是利用样本数据计算样本统计量，作为未知的总体参数的猜测。置信区间 (CI) 是总体参数的区间估计。置信区间可指出估计的可靠性。区间包含总体参数的可能性有多大取决于置信水平。置信水平增加，会导致相应的置信区间加宽。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
进阶概率		
10. 条件概率和独立性	10.1 理解条件概率及独立事件的概念 10.2 使用法则 $P(A \cap B) = P(A)P(B A)$ 和 $P(D C) = P(D)$ 解应用题，其中 C 和 D 为独立事件	3

课程阐释：

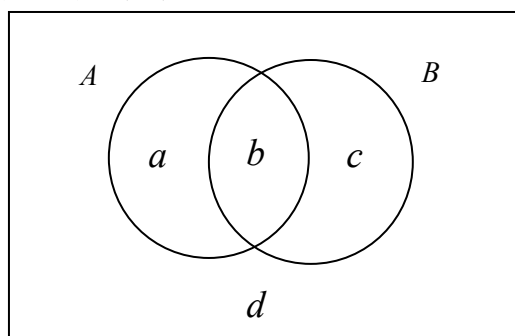
- 必修部分的学习单位 15「续概率」已引入概率加法定律、乘法定律、互斥事件、互补事件、独立事件及条件概率等概念。学生将进一步在此学习单位研究条件概率。
- 在引入公式 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 前，教师可采用温氏图解释条件概率的意义，并可指出 A 可被视为一个缩减了的样本空间。由此可推论 $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ 。
- 学生可能会混淆 $P(B|A)$ 与 $P(A \cap B)$ 的概念。
- 学生须留意相互独立事件的以下两点：
 - 如果事件 A 与 B 为相互独立事件，则事件 A (或 B)是否发生对事件 B (或 A)发生的概率没有影响。
 - 若事件 A 、 B 相互独立，则 $\bar{A}$ 与 B 、 $\bar{B}$ 与 A 、 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也是相互独立事件。
- 教师应指出两个事件相互独立与互斥的区别：两事件相互独立是指一个事件的发生与否对另一事件发生的概率没有影响；两事件互斥是指两个事件不可能同时发生。
- 在处理那些只有有限数目的结果的应用题时，绘制树形图可有效地列出所有可能的结果。

- 教师应选取适当的例子带出如何使用学习重点 10.2 的法则。以下是一些例子：

例子一 投掷一粒均匀骰子。试证事件「数字为单数」及事件「数字为质数」不是独立事件。

例子二 投掷一粒有偏差的骰子，其中 $P(1)=P(2)=P(3)=a$ ， $P(4)=P(5)=P(6)=b$ 。若事件「数字为单数」及事件「数字为质数」为相互独立，求 a 和 b 的值(答案: $a = \frac{\sqrt{3}-1}{3}$ 和 $b = \frac{2-\sqrt{3}}{3}$)

例子三 设 A 和 B 为两事件。在以下的温氏图， a 、 b 、 c 和 d 代表图中对应部分的元素数目。



(a) 试找出事件 A 和 事件 B 相互独立的条件。(答案: $ac = bd$)

(b) 现有四个数 10, 15, 30 和 45。若任意将它们代入 a 、 b 、 c 及 d ，试求事件 A 和事件 B 相互独立的概率。(答案: $\frac{1}{3}$)

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
进阶概率		
11. 贝叶斯定理	11.1 使用贝叶斯定理解简单应用题	4

课程阐释：

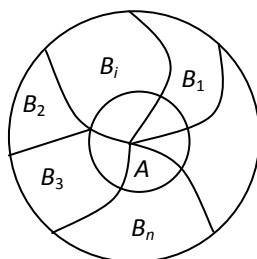
- 教师可从条件概率的定义引入贝叶斯定理。一般而言， $P(B|A)$ 并不等于 $P(A|B)$ 。由于 $P(A \cap B) = P(B|A) P(A)$ 及 $P(A \cap B) = P(A|B) P(B)$ 。

因此， $P(A|B) P(B) = P(B|A) P(A)$ ，即 $P(B|A) = \frac{P(A|B) P(B)}{P(A)}$ 。这是

贝叶斯定理的最简单形式。 $P(B)$ 可称为先验概率， $P(B|A)$ 则称为后设概率。贝叶斯定理指出，若 B_1 、 B_2 、...、 B_n 均为互斥及穷举事件时，则

$$P(B_j|A) = \frac{P(A \cap B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A \cap B_i)} = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n。教师可利用$$

用下图帮助解说。



- 学生掌握条件概率的概念后，教师可进一步导出贝叶斯定理。在教师导出贝叶斯定理前，可引导学生运用条件概率的定义和树形图及/或温氏图的帮助计算条件概率。
- 学生不须证明贝叶斯定理。要解决有关应用贝叶斯定理的问题，树形图是常用的方法。
- 除了树形图外，学生可利用面积模型(基本上是温氏图)把贝叶斯定理看成长方形面积比。例如，当 $n=3$ 时，面积模型如下：

$P(E' F_1)$	$P(E' F_2)$	$P(E' F_3)$
I $P(E F_1)$	II $P(E F_2)$	
		III $P(E F_3)$
$P(F_1)$	$P(F_2)$	$P(F_3)$

其中 $P(F_j|E) = \frac{P(E|F_j)P(F_j)}{\sum_{i=1}^3 P(E|F_i)P(F_i)}$

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
二项、几何及泊松分布及应用		
12. 离散随机变量	12.1 认识离散随机变量的概念	1

课程阐释：

- 教师在介绍随机变量前，宜先引入随机试验的概念。一个试验满足下列条件就可称为一个随机试验：
 - (i) 试验可以在相同的情形下重复进行
 - (ii) 试验的所有可能结果是明确可知的，并且不止一个
 - (iii) 试验前不能肯定这次试验会出现哪一个结果
- 教师可用简单的例子介绍随机变量，如投掷硬币（离散随机变量）及灯泡的寿命（连续随机变量）。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
二项、几何及泊松分布及应用		
13. 概率分布，期望值和方差	13.1 认识离散概率分布的概念，并以表列、图像和数学公式表示离散概率分布 13.2 认识期望值 $E(X)$ 和方差 $\text{Var}(X)$ 的概念，并使用它们解简单应用题 13.3 使用公式 $E(aX + b) = aE(X) + b$ 和 $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ 解简单应用题	5

课程阐释：

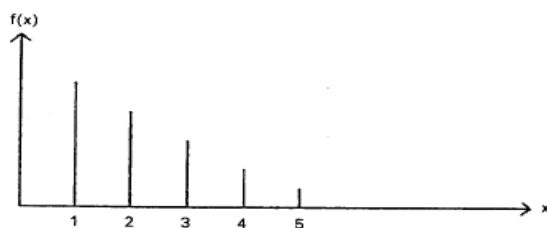
- 离散随机变量 X 的数值及其相应概率 $P(X = x_i)$ 表列如下：

X	x_1	x_2		x_i		x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2		p_i		p_n

此表可称为随机变量 X 的概率分布，其中 $0 \leq p_i \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ 及

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1。$$

- 学生须认识大楷字母如 X 是随机变量的记号，而小楷字母如 x 则代表随机变量的数值。
- 离散概率分布可用棒形图表示。



- 随机变量的概率分布能帮助理解大部分该随机变量的性质，但求取随机变量的分布并不容易。
- 学生在必修部分已认识平均值及标准差的意义及其应用。在引入离散随机变量的期望值与方差前，教师可帮助学生重温这些概念。学生亦须懂得求取 $E(X^2)$ 及 $E[X(X-1)]$ 的值。

- 随机变量的方差反映了该变量取值的稳定情况与离散程度，可记作 $\text{Var}(X)$ 。 $\text{Var}(X)=E[(X-\mu)^2]=\sum(x-\mu)^2P(X=x)=\sigma^2$ ，其中 μ 是 X 的期望值。
- 学生须理解及应用以下期望值及方差的性质，其中 a 和 b 为常数：
 - (i) $E(a) = a$
 - (ii) $E(aX) = a E(X)$
 - (iii) $E(aX + b) = a E(X) + b$
 - (iv) $\text{Var}(a) = 0$
 - (v) $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$
 - (vi) $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$
 学生应能证明 $\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu^2$ 。
- 教师可要求学生进行以下两个实验，使学生熟习期望值或方差的性质：

实验 1 投掷两粒均匀骰子。所得的数字的和为随机变量 X 的数值，重复实验 n 次。

实验 2 投掷一粒均匀骰子。将所得的数字乘以 2，结果为随机量 Y 的数值，重复实验 n 次。

假设实验 1 所得的数值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 及实验 2 所得的数值分别为 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 。学生可由两组数据分别计算期望值和方差，并列出离散随机变量 X 和 Y 的概率分布表。

教师可要求学生猜测 X 的期望值和 Y 的期望值之间的关系， X 的方差和 Y 的方差关系。
- 为了让学生熟习如何找出离散随机变量的期望值，教师可要求学生将数字 $0, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$ 填满下表（数字不能重复），形成一个概率分布。

X			
$P(X = x)$			

教师可要求学生找出能组成的概率分布的数目及找出是否其中有些组合的期望值会相等。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
二项、几何及泊松分布及应用		
14. 二项分布	14.1 认识二项分布的概念及其性质 14.2 计算涉及二项分布的概率	5

课程阐释：

- 学生须知道二项实验有以下的特性：
 - (i) 只有 n 次相同的试验或观察。
 - (ii) 每次试验只有两种结果： S (成功)及 F (失败)。
 - (iii) 每次试验的成功概率(p)及失败概率($1 - p$)保持不变。
 - (iv) 每次试验互相独立。
- 二项随机变量 X 表示 n 个试验的成功次数。学生应知道 $E(X) = np$ 及 $\text{Var}(X) = np(1 - p)$ ，但不须证明这两公式。使用二项分布表找出相关的概率不属课程所需。
- 以下 EXCEL 的公式可计算二项分布中的概率：

BINOMDIST(r, n, p, T)

例 $T = 0: X \sim B(10, 0.5)$

BINOMDIST (2, 10, 0.5, 0) $\Rightarrow P(X = 2)$

$T = 1$: (累积)

BINOMDIST (2, 10, 0.5, 1) $\Rightarrow P(X \leq 2)$

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
二项、几何及泊松分布及应用		
15. 几何分布	15.1 认识几何分布的概念及其性质 15.2 计算涉及几何分布的概率	4

课程阐释：

- 学生须懂得分辨几何分布与二项分布。在二项分布中，随机变量是在 n 次试验中成功的数目 (n 是事先固定的)。若试验次数没有事先固定而试验继续进行直至有一次成功，试验的次数是一个随机变量。此时，唯一一次的成功出现于最后的一次试验，这个概率分布称为几何分布。
- 若随机变量 X 服从几何分布 (其中每次成功的概率为 p)，学生须认识 $E(X) = \frac{1}{p}$ 和 $\text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$ ，但不须证明这两公式。
- 以下 EXCEL 的公式可计算几何分布中的概率：
 $\text{NEGBINOMDIST}(x, 1, p)$
例 $\text{NEGBINOMDIST}(3, 1, 0.6)$
表示在成功概率为 0.6 的独立试验中，经历 3 次失败才出现首次成功的概率。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
二项、几何及泊松分布及应用		
16. 泊松分布	16.1 认识泊松分布的概念及其性质 16.2 计算涉及泊松分布的概率	4

课程阐释：

- 当 $n \rightarrow \infty$ 而 $p \rightarrow 0$ 并 $np = \lambda = \text{常数}$ ，泊松分布可利用二项分布来近似。教师可向能力较高的学生介绍这概念，但这概念并非课程所需。
- 学生须知道泊松实验具有以下特性：
 - (i) 每件事件在某区间的出现皆独立于其他非重叠区间所出现的事件。
 - (ii) 在任何区间内，事件的「出现」概率与该区间的大小成正比，与该区间以外事件的「出现」概率无关。
 - (iii) 超过一个事件出现于一个非常小的区间的概率是微不足道的。
- 若 X 服从泊松分布(其中 λ 代表事件在某段时段所出现的平均值)，则学生应知道 $E(X)=\lambda$ 和 $\text{Var}(X)=\lambda$ ，但不须证明这两公式。使用泊松分布表找出相关的概率不属课程所需。
- 以下 EXCEL 的公式可计算泊松分布中的概率：

POISSON (x, n, T).

例 $T = 0: X \sim Po(4)$

POISSON (2, 4, 0) $\Rightarrow P(X = 2)$

$T = 1$: (累积)

POISSON (2, 4, 1) $\Rightarrow P(X \leq 2)$

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
二项、几何及泊松分布及应用		
17. 二项、几何和泊松分布的应用	17.1 使用二项、几何和泊松分布解应用题	5

课程阐释：

- 这学习单位主要是强调各离散概率分布的应用。学生判断随机变量服从哪种概率分布有一定难度，所以学生须熟悉二项分布、几何分布及泊松分布的特征。
- 在二项分布中，方差小于平均值。在泊松分布中，方差等于平均值。这些概念提供判断两种分布的线索。若搜集数个随机样本，比较它们的平均值及方差有助于拣选适当的概率分布。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
正态分布及其应用		
18. 基本定义及其性质	18.1 通过正态分布，认识连续随机变量及连续概率分布的概念 18.2 认识正态分布的概念及其性质	3

课程阐释：

- 学生须懂得分辨离散随机变量的概率分布与连续随机变量的概率分布。
- 学生无须证明 $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \mu$ 及 $\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sigma^2$ ，但学生须知道公式 $E(aX + b) = aE(X) + b$ 和 $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ 适用于连续随机变量。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
正态分布及其应用		
19. 正态变量的标准化及标准正态分布表的使用	19.1 将正态变量标准化并使用标准正态分布表求涉及正态分布的概率	2

课程阐释：

- “ X 服从正态分布，其平均值为 μ ，标准差为 σ^2 ”可记为 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。
- 标准正态分布为具有 $\mu=0$ 和 $\sigma=1$ 正态分布的特殊例子，可记为 $X \sim N(0,1)$ 。
- 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 及 $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ，则学生须知道
 - (i) $Z \sim N(0,1)$
 - (ii) $E(Z) = 0$ 及 $\text{Var}(Z) = 1$
 - (iii) $P(a < X < b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = P(z_1 < Z < z_2)$
- 学生须懂得运用标准正态分布表求 $P(Z > a)$ 、 $P(Z \leq b)$ 和 $P(a \leq Z \leq b)$ 之值。
- 以下是一些在EXCEL软件有关正态分布的公式：
 - NORMDIST(x, μ, σ, T): 对于 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，当 $T = 1$ ，我们可得到 $P(X \leq x)$
 - NORMINV(p, μ, σ): 对于 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，我们可得到 $P(X \leq x) = p$ 中 x 的值
 - NORMSDIST(z): 对 $Z \sim N(0,1)$ ，我们可得到 $P(Z \leq z)$
 - NORMSINV(p): 我们得到 $P(Z < z) = p$ 中的 z
 - STANDARDIZE(x, μ, σ): 我们得到 $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
正态分布及其应用		
20. 正态分布的应用	20.1 在已知 x_1, x_2, μ 和 σ 的值的条件下, 求 $P(X > x_1)$、$P(X < x_2)$、$P(x_1 < X < x_2)$ 及相关概率的值, 其中 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 20.2 在已知 $P(X > x)$、$P(X < x)$、$P(a < X < x)$、$P(x < X < b)$ 或相关概率的值的条件下, 求 x 的值, 其中 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 20.3 使用正态分布解应用题	7

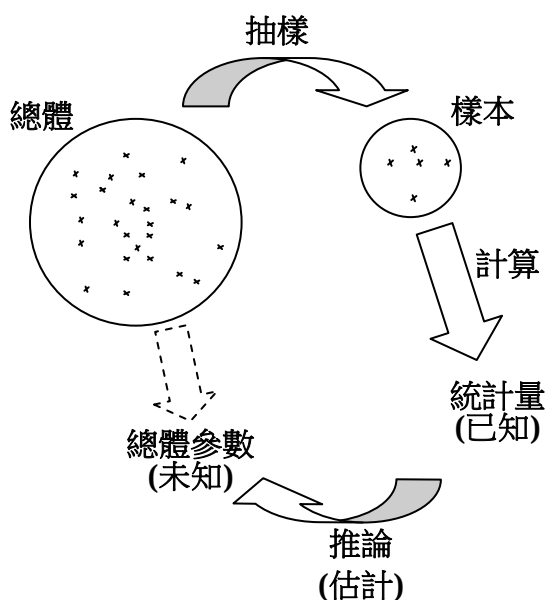
课程阐释：

- 学生并不须认识独立正态随机变量线性组合成的分布也是正态分布。例如, $X_1 \sim N(8, 3^2)$, $X_2 \sim N(12, 4^2)$, 其中 X_1 及 X_2 相互独立。学生不须知道随机变量 $Y = X_1 + X_2$ 为正态分布及 $Y \sim N(20, 5^2)$ 。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
点及区间估计		
21. 抽样分布和点估计	21.1 认识样本统计量和总体参数的意义 21.2 当随机样本容量为 n 时，认识样本平均值的抽样分布 21.3 认识点估计的意义，当中包括样本平均值，样本方差和样本比例 21.4 认识中心极限定理	7

课程阐释：

- 学生于必修部分已认识「总体」和「样本」的概念。教师现可介绍以下术语：总体、样本、抽样、统计推论、总体参数、样本统计量、样本平均值、样本方差及样本平均值分布等。



- 学生须认识以下公式：

(i) 样本平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i$ ，其中 $n = \sum_{i=1}^k f_i$

- (ii) 样本方差 $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$, 其中 $n = \sum_{i=1}^k f_i$
- (iii) 当样本容量足够大时, 样本平均值 $\bar{x}$ 和样本方差 s^2 分别趋向总体平均值 μ 和总体方差 σ^2 。
- (iv) 对于有限总体, 总体方差 $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2$, 其中 N 是总体数目。

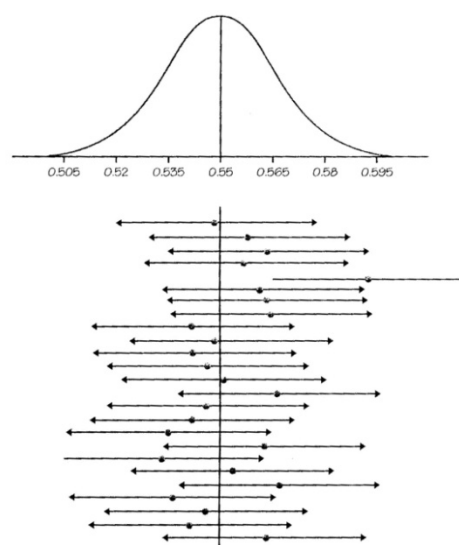
- 教师可与学生进行一些抽样活动, 并讨论以下各点:
 - (i) 样本平均值的平均值及样本平均值的方差的意义。
 - (ii) 若总体是正态分布而平均值为 μ 和方差为 σ^2 , 则样本平均值分布亦为一正态分布, 其平均值亦为 μ 及方差为 $\frac{\sigma^2}{n}$ 。
 - (iii) 当 n 足够大时, 无论总体是否正态分布, 样本平均值分布仍逼近正态分布。
- 教师于课堂中宜指出:
 - (i) 样本统计量不一定与总体参数相同, 但它可以提供与参数有关的信息。
 - (ii) 大部分样本统计量与总体参数的数值相近。只有少数是非常大于或小于总体数值。
 - (iii) 某一估计量的好坏直接依赖样本大小。一般而言, 大样本所提供的样本统计量与总体参数较接近。
- 点估计是参数估计的其中一种方法。在这阶段, 教师应介绍利用样本统计量去估计总体未知参数的概念, 教师可举例作示范: 例如利用样本平均值 $\bar{x}$ 去估计总体平均值 μ 等。教师须指出, 同样的参数可有不同的样本统计量作估计量。例如样本平均值、样本中位数和样本众数等, 均可用作总体平均值 μ 的估计量。
- 在抽样的过程中, 不同的样本会导出的不同的估计值。我们很难决定哪个估计量比较好。我们希望用一个无偏的估计量估计未知参数。长远来说, 采自大量样本估计量的平均值会等同总体数值: $E(\text{样本统计量}) = \text{总体参数}$ 。教师可指出 $\bar{X}$ 是 μ 的一个无偏估计量, 但 $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 则不是总体方差 σ^2 的无偏估计量。因此, 学生宜采用公式 $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 作为总体方差 σ^2 的无偏估计量。

- 中心极限定理是其中一个在统计学最重要和有用的概念。它指出从已知总体分布(平均值 μ 和方差 σ^2)中抽出一个容量为 n 的随机样本，当 n 足够大时，样本平均值的抽样分布近似正态分布，其平均值为 μ ，方差为 $\frac{\sigma^2}{n}$ 。然而，对许多学生而言，这个概念比较抽象及不容易理解。教师可利用网页上的互动模拟程式作解说。
- 透过电脑的模拟程式，学生可注意到：
 - (i) 不论甚么形态的概率分布，当样本容量足够大时，样本平均值的抽样分布近似正态分布
 - (ii) 当样本容量增大时，大多数概率分布很快近似正态分布
 - (iii) 在抽样分布中，样本的数量假设为无限
 - (iv) 当样本容量增加时，概率分布的伸展幅度减少

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
点及区间估计		
22. 总体平均值的置信区间	22.1 认识置信区间的概念 22.2 求总体平均值的置信区间	6

课程阐释：

- 总体平均值的置信区间是根据随机样本对未知总体参数 θ 的一个区间估计。置信区间的概念抽象。教师可利用网页上的互动模拟程式或统计软件，如 Winstat 解释其意义。



- 教师应指出置信区间由随机样本得来。较常用的置信区间为 95% 及 99% 的置信区间。
- 以下是一些建立总体参数 μ 的置信区间的重要问题：
 - 是否从正态分布选取随机样本？
 - 总体方差是否已知？
 - 样本容量是否足够大？

- 若总体为正态、已知方差为 σ^2 ，样本容量为 n ，则总体平均值 μ 的 95% 置信区间为 $(\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ 。若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ 及 } 0.95 = P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = P(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq 1.96)。$$

教师应指出，不论样本容量的大小，这些结果均为真确。

- 总体为非正态、已知方差为 σ^2 ，采用容量大的样本 $n (n \geq 30)$ ，则总体平均值 μ 的 95% 置信区间为 $(\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ 。由于样本

容量足够大，可以使用中心极限定理。 $\bar{X}$ 近似正态及 $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 。

- 总体为正态或非正态，不知方差 σ^2 的值，采用容量大的样本 n ($n \geq 30$)，则总体平均值 μ 的 95% 置信区间为 $\left(\bar{x} - 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$ ，其中 s^2 代表样本方差。 $P\left(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq 1.96\right) \approx 0.95$ ，其中 $\frac{s}{\sqrt{n}}$ 称为样本的标准误差并可记为 $SE(\bar{x})$ 。

- 学生须懂得在以下的情况求取总体平均值 μ 的置信区间：

条件	μ 的 95% 置信区间	μ 的 99% 置信区间
正态总体 • 已知总体方差 σ^2 • 样本容量 (不论大小) 为 n • 样本平均值为 $\bar{x}$	$(\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$	$(\bar{x} - 2.575 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2.575 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$
非正态总体 • 已知总体方差 σ^2 • 容量大的样本 $n(n \geq 30)$ • 样本平均值为 $\bar{x}$	$(\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$	$(\bar{x} - 2.575 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2.575 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$
非正态总体 • 不知总体方差 σ^2 • 容量大的样本 $n(n \geq 30)$ • 样本平均值为 $\bar{x}$ • 样本方差为 s^2	$(\bar{x} - 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}})$	$(\bar{x} - 2.575 \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2.575 \frac{s}{\sqrt{n}})$

- 学生须知道置信区间的长度于以下的情况会减少：
 - 增大样本容量
 - 降低置信水平 (例如：选择 95% 的置信水平而非 99%)
- 在建立置信区间时，我们希望得到一个既狭窄 (更准确的估计) 及高置信水平的置信区间。惟在大部分情况下，这两个条件不能兼得。

- 若随机抽样样本独立地从总体抽取，从中建造一个总体参数为 95% 的置信区间，学生可预期 5% 的区间不包含该总体参数。若学生计算一置信区间，他们并不会知道该区间是否包含该总体参数。

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
点及区间估计		
23. 总体比例的置信区间	23.1 求总体比例的置信区间估计	3

课程阐释：

教师于课堂时宜强调以下各点：

- 从总体中抽取容量为 n 的随机样本。若 p_s 表示样本当中拥有某些特质的比例，则这些比例形成一个分布，称为总体比例的样本分布 P_s 。当样本容量 n 够大时， P_s 的分布近似正态。 $P_s \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$ ，其中 $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ 称为样本比例的标准误差。样本容量 n 越大，估计越精确。由于不知 p 的值，我们采用 p_s 取代 p 。
- 学生须懂得计算总体比例 p 的置信区间估计：

	条件
	n 足够大，样本比例 p_s
p 的 95% 置信区间	$(p_s - 1.96\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}, p_s + 1.96\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}})$
p 的 99% 置信区间	$(p_s - 2.575\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}, p_s + 2.575\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}})$

学习单位	学习重点	时间
统计领域		
进阶学习单位		
24. 探索与研究	通过不同的学习活动，发现及建构知识，进一步提高探索、沟通、思考和形成数学概念的能力	10

课程阐释：

本学习单位旨在提供更多学习空间，让学生在学习其他学习单位的内容时，能参与更多有助发现及建构知识、提高探索、沟通、思考和形成数学概念的能力之活动。换句话说，这并非一个独立和割裂的学习单位，活动可在课堂中引起动机、发展、巩固或评估等不同环节进行。

鸣 谢

我们特别向下列委员会及工作小组的委员致谢，多谢他们对本小册子所提供的宝贵意见和建议。

课程发展议会数学教育委员会

课程发展议会 — 香港考试及评核局数学教育委员会（高中）

课程发展议会 — 香港考试及评核局高中数学课程（单元一）工作小组