學會學習

學習領域數學教育

諮詢文件

中華人民共和國香港特別行政區 課程發展議會 二000年十一月

目 錄

1.	引言	1
2.	背景 背景	2
3.	課程發展的基本思路	3
4.	課程的發展階段	4
	4.1 短期發展 (2000-2005 年)	4
	4.2 中期發展 (2005-2010 年)	4
	4.3 長期發展 (2010 年以後)	4
5.	課程架構	5
	5.1 課程宗旨	5
	5.2 學習目標	5
	5.3 課程架構的組成部分	5
	5.3.1 學習範疇	6
	5.3.2 共通能力 價值觀和態度	7
	5.4 課程設計的模式	8
	5.5 教學、學習與評估	9
	5.6 校本課程發展	11
	5.7 全方位學習	11
	5.8 與其他學習領域的連繫	12
6.	總結	
	附錄:	
	- 1 一九九八年的調查研究結果	15
	2	
	3 數學課程學習目標一覽表	21
	4 在數學教育中發展共通能力的教學示例舉隅	
	5 有關的價值觀和態度	
	6 示例	

1 引言

本文件的作用,在於補充課程發展議會《學會學習》課程諮詢文件(二零零零年十一月),故兩份文件須參照閱讀。

一九九九年,教育統籌委員會展開「教育制度檢討」,課程發展議會同時進行「學校課程整體檢視」;《學會學習》就是這次學校課程整體檢視的成果。

2 背景

- 2.1 二十一世紀是資訊年代,學生所需要的是那些能幫助他們在這年代的社會競爭的知識及技能;為了應付在這個知識急劇增長資訊年代的需要,人人必須懂得數學才能促進社會繁榮。在生活各方面都充滿著數學,我們很難完全脫離數學而過正常的生活。工商業的發展與經營、社會和社區服務,以至政府的決策和規劃,均相當倚賴數學的運用。
- 2.2 數學在香港的學校課程是重要的,因為它是:
 - 有效溝通的途徑——我們可透過圖形、圖表、圖像及符號等媒介來表達信息,而這些媒介甚至可再作整合,從而產出更多信息。
 - 作為學習其他學科的分析工具——它能夠幫助學生擴闊視野, 增進知識。
 - 一種智力活動和思考方式——它是一種富創意的活動,透過這些活動,學生可發展他/她們的想像力、積極性及靈活性。
 - 一種能發展學生欣賞自然美感、邏輯思考和作出正確判斷能力的訓練——在學校獲得的數學經驗,能令學生變成一個具有數學感的公民,並能對社會的繁榮作出貢獻。

數學對幫助學生發展終生學習的核心能力擔當非常重要的角色,它 是通識教育的組成部分,因此它成為香港學校課程的一個學習領域。

3 課程發展的基本思路

- 3.1 課程發展議會數學教育委員會有以下觀點:
 - 電腦和計算機等高科技產品,大大改變了數學教育的世界。學生應能掌握資訊科技以適應急劇改變的環境。機械式操練和不切實際的課題,在數學學習中已不再重要和切合時宜。
 - 數學學習重要的是讓學生取得所需的經驗和獲得基礎的知識和 技巧、發展他/她們學會如何學習的能力、具邏輯和創意地思考、 建構和運用知識、分析和解決問題、獲取和處理資訊、作出正 確判斷,以及善於與人溝通的能力。
 - 學生應能對數學學習建立信心及正面的態度、重視數學和欣賞 數學的精妙之處。
- 3.2 根據一九九八年為了支援香港數學課程全面檢討「而進行的兩項研究」的結果指出,雖然現行的數學課程得到業界不同人士的支持,但仍有多個困難有待解決:一般來說,現行的數學課程是以內容為本³,而且課程相當緊逼及艱深。中一的數學科課程跟部分小五和小六的課程內容相同,而附加數學課程的部分內容亦跟中學數學科(一九八五年)、高級補充程度數學及統計學科和高級程度純粹數學科的相同。重複的課程內容為教授這些科目的教師帶來困難,亦導致本身並未具備修讀附加數學能力的學生選修這科。而且,高級及高級補充程度應用數學科的內容大同小異,高級程度純粹數學科的冗長,以及高級補充程度數學及統計學科的對象不清晰,均令教師產生不滿。
- 3.3 高小、高中和中六、七的數學教學過於著重考試,大多數教師和學生只集中在考試課程範圍內教學材料的教與學,考試課程範圍外但 能提高學生興趣的數學知識則鮮有提及,因此,學習範圍很有限。

^{1.} 該數學課程全面檢討是由前課程發展議會成立的專責委員會所執行。該專責委員會的主席 是香港機場管理局成員黃景強博士。專責委員會的最後報告書已於二零零零年六月寄發給 各學校,及可在 www.cdccdi.hk.linkage.net/cdi/maths/index.htm找到。

^{2.} 該兩項研究是「亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究」及「各界人士對數學課程觀感的分析」。前者是由香港大學負責而後者則由香港中文大學負責。有關研究結果的摘要請參考附錄 1,而兩項研究報告亦可在 www.cdccdi.hk.linkage.net/cdi/maths/index.htm 找到。

^{3.} 除非另有說明,「內容」一詞在本諮詢文件中是指「知識」。

4 課程的發展階段

4.1 短期發展 (2000-2005 年)

- 4.1.1 小學和中學的數學科課程已經修訂,其目的是為了把數學學習 重點由強記學習及無意義的操練轉為培養思維能力、照顧學生 不同的需要和能力及加強學習。在內容方面,經修訂的小學和 中學數學科課程分別刪減了約15%和11%。如有需要,學校/ 教師可將課程再作出調適,以騰出空間作以下活動:
 - 在數學的教學/學習中運用資訊科技;
 - 進行專題研習:
 - 作探究活動;
 - 組織鞏固/增潤活動等。
- 4.1.2 從一九九七年起,某些課題曾在一些學校進行試教(有關試教課題/教學策略見附錄2)。試教的結果、試教學校給與的意見和建議、教師在有關問卷和研討會中的意見及專責委員會的建議都得到充分的考慮,才落實最後的修訂課程。經修訂的中學數學科課程4 將於二零零一年九月在中一推行,而經修訂的小學課程5則在二零零二年九月在小一推行。
- 4.1.3 教育署將舉辦有關在職教師培訓課程,以幫助教師理解經修訂 的數學科課程重點;亦會製作示例、實用網頁及光碟等參考資 料。

4.2 中期發展 (2005-2010 年)

為了減低附加數學課程與相關的中六、七數學課程重疊的影響,附加數學課程不久後將會修訂。

4.3 長期發展 (2010 年以後)

長遠來說,根據新高中架構的檢討結果,中六、七數學課程將會配 合經修訂的小學及中學數學課程而重組,確保各數學科課程銜接得 更好,並配合學生的不同需要。

^{4.} 課程文件《中學課程綱要:數學科(中一至中五)(一九九九年)》已在二零零零年三月 發給各中學。

^{5.} 課程文件《小學課程綱要:數學科(小一至小六)(二零零零年)(第二稿)》已獲課程 發展議會數學教育委員會通過,並將於二零零一年四、五月間發給各小學。

5 課程架構

5.1 課程宗旨

數學教育的宗旨如下:

- 協助青少年掌握數學的知識、技巧和概念,增強他/她們對數學的信心和興趣,從而讓他/她們能有效地運用數學及能夠從數學觀點建立和解決問題;及
- 希望培養他/她們的思維能力和正面的數學學習態度,並讓他/ 她們能終身不斷發展相同的共通能力⁶。

5.2 學習目標

對於學習數學來說,數學的學習過程及內容是很重要的,而二者均可見於數學課程的學習目標之內。有關四個學習階段的學習目標詳情可參閱附錄 3。

5.3 課程架構的組成部分

數學課程架構圖示

整體來說,數學課程的架構可以用圖一(刊於第六頁)的圖示來表示。

^{6.} 九種共通能力為協作能力、溝通能力、創造力、批判性思考能力、運用資訊科技能力、運 算能力、解決問題能力、自我管理能力及研習能力(詳情見附錄 4)。

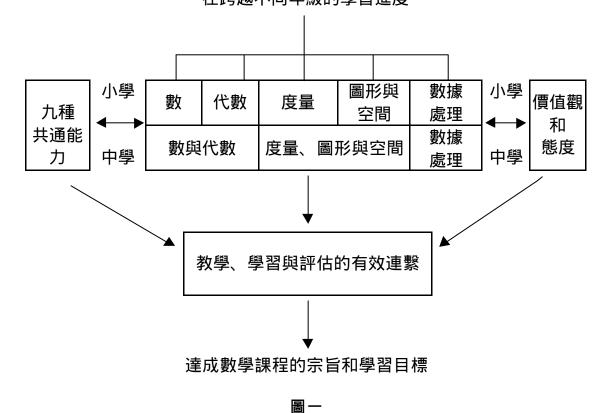
數學課程架構圖示

數學課程

提供學習內容,藉以發展學生的 思維能力及培養學生的 共通能力和正面的數學學習態度。

學習範疇

提供一個包含學習重點的組織架構, 有系統地顯示學生 在跨越不同年級的學習進度



5.3.1 學習範疇

由圖一可見,達成數學教育宗旨的必要學習經驗可歸納為小學的五個學習範疇(strand⁷)和中學的三個範疇。

^{7.} 在經修訂的小學及中學數學科課程中採用了「learning dimension」一詞。

小學

中學

- 數
- 代數
- 度量
- 圖形與空間
- 數據處理

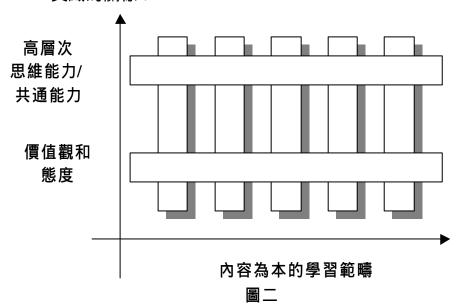
- 數與代數
- 度量、圖形與空間
- 數據處理

學習範疇由五個合併為三個,原因是中學階段較少強調「數」和「度量」範疇,而且,在第三及第四學習階段,有些學習內容不容易編入單一的範疇內。例如,三角學就包含角與長度的量度,以及空間的概念。同樣地,高年級的一些解難策略常常是互相交織的,很難只用數或代數的方法來解題。

另一方面,隨著學生升讀較高年級,他/她們使用數學的程度會有所不同,因此,我們將不會把組織學習範疇的方法,伸延至中六、七的數學課程。

5.3.2 共通能力、價值觀和態度

最近修訂的小學及中學數學科課程中,強調數學在日常生活中的應用及高層次思維能力的發展。同時,由於我們生活在一個知識型的社會,很多社會政策及處事方式都是根據統計數字而定的,所以我們亦應強調共通能力的培養及建立正面的態度和價值觀。我們期望透過學習各課題內的數學知識,學生得以培養以上的能力、態度和價值觀,教師亦可透過設計一些學習活動來幫助學生發展有關的學習元素。圖二顯示各學習元素互相交織的關係:



附錄 4 表列了各共通能力,這些能力對於培養學生終身學習的能力以面對知識不斷改變的世界至為重要。該附錄載有如何在學習數學的過程中讓學生體現以上能力的例子。同樣地,附錄 5 載有我們期望在數學教育的不同階段中,透過數學學習培養學生建立的有關價值觀和態度。附錄 6 則載有六個詳細示例,闡釋如何連繫學習目標及共通能力。示例一至三適用於小學階段,而示例四至六則適用於中學階段。這些示例與學習目標和共通能力的連繫概述如下:

示例	有關聯的學習目標		与關聯的共通能力
_	第一學習階段中數範疇內「理	•	批判性思考
	解整數」	•	溝通
		•	解決問題
	第二學習階段中圖形與空間範疇內	•	溝通
	「進行 立體圖形的分類及製	•	批判性思考
	作」	•	解決問題
	第二學習階段中數據處理範疇內	•	協作
	「建立及解決由收集數據或繪製圖	•	批判性思考
	像引致的問題」	•	解決問題
		•	創意
		•	運算
日	第三學習階段中數與代數範疇內	•	資訊科技
	「從數值、符號及圖示的觀點闡釋	•	運算
	簡單的代數關係」	•	批判性思考
		•	解決問題
五	第四學習階段中數與代數範疇內	•	資訊科技
	「利用代數符號及關係式探究及描	•	運算
	述數量間的關係」	•	批判性思考
$\dot{\succ}$	第四學習階段中數據處理範疇內	•	溝通
	「選擇及使用集中趨勢及離差的量	•	運算
	度來比較數據組」	•	批判性思考

學校在發展校本數學課程時,可以上列課程架構為依據,並可 詳細參考兩份最近修訂的課程綱要內的學習重點。

5.4 課程設計的模式

5.4.1 建議不同課程設計模式的原則是在於加強學校和教師的優勢, 讓他/她們可以利用課程的彈性及多元性,配合不同的教與學 目的。在小學和中學階段,數學課程以學習重點來編訂,並採用「範疇取向」。雖然各範疇以內容為本,但我們期望在教學的過程中能把高層次思維能力、共通能力、價值觀和態度融入教學的內容(見圖二)。

- 5.4.2 經修訂的小學數學課程引入了增潤活動/課題,而在中學的修訂課程則引入基礎部分、非基礎部分和增潤活動/課題,以照顧不同學生的能力。
- 5.4.3 每個學習階段都預留了一些備用課節,讓教師有課程空間,可以重新編排或調適教材的內容和深淺程度、在數學的教與學運用資訊科技及組織探究活動。教師可彈性地設計校本數學課程,以照顧個別學生的需要。但是,教師不應利用備用課節來作一些不必要的操練。

5.5 教學、學習與評估

- 5.5.1 為了更能配合社會不斷改變,經修訂的小學及中學數學科課程的主要重點,不在於哪些數學課題應該學習,而在於如何學習數學。因此,應積極培養高思維能力及共通能力,以及建立數學學習的正面態度,並與數學學習連繫起來。教師的角色是透過以上的數學技能協助學生學會學習。
- 5.5.2 教學策略在不同的學習階段亦應逐步調整,以配合學生的發展,例如從具體到抽象。初小的階段應使用主題式教學法,而小學各級應進行探究性活動,並在中學階段繼續進行這些活動。教授抽象的數學概念時,教師應盡量以學生過往對具體事物的實際經驗輔助。這是因為學生需要一段時間把玩具體物件,才能在高年級掌握較抽象的概念。整體而言,讓學生感受具體事物和獲取親身經驗十分重要,所以應得到妥善策劃,並盡可能納入教學大綱內,作為數學科課程內學生討論的基礎。
- 5.5.3 在編排教學活動時,宜多考慮多元化的教學活動,包括專題習作。數學概念的應用較受重視,因為既能推動學生學習數學,又可讓學生實際運用數學建模解決問題。因此,我們建議利用日常生活的情境,讓學生體驗數學的重要性及用處。經修訂的中學數學科課程會透過新設單元「數學的進一步應用」(Further Applications),讓學生在較複雜的日常生活情境中進一步運用數學知識,這些情境中遇到的問題,需要學生把從各學科所得的知識和技能融會貫通才可解決。

- 5.5.4 由於每個學生都有不同的強處和弱點,數學課程的調整可以跨越不同的學習階段,以照顧不同學生的能力。最近修訂的小學及中學數學科課程的結構,已給與教師足夠的彈性以減輕學習差異所帶來的影響。除了課程調適外,資訊科技、多樣化的教學方法、輔導教學等均可採用。有需要時,教師可決定是否重溫部分課題。然而,值得注意的是,雖然「螺旋式」的教學編排有其優點,但教師應避免在同一年內教授過多的課題,令學習內容過於零碎。此外,還應安排銜接課程等措施,以確保學習能力各異的學生能夠跟上課程的進度。在發展校本課程時,應編製流程圖來說明各學習階段課題間的關係,以確保課程之間的連貫性。附於《小學課程綱要:數學科(小一至小六)(二零零零年)》及《中學課程綱要:數學科(中一至中五)(一九九九年)》的流程圖可供參考。
- 5.5.5 除了正規的數學課程外,數學活動亦在數學學習中扮演重要的角色。一般認為,經小心挑選及組織的數學活動可提升學生學習數學的興趣。活動的例子包括數學遊戲、智力難題、比賽、工作坊、專題習作、講座、短劇、電影欣賞、學報、剪報及展板等。
- 5.5.6 評估是教與學中重要的一環。有效及可信的評估應與課程目標呼應。評估應用來收集數據及改進教學。由於學生的學習表現錯綜複雜,不可能只用一組分數或一種評估方式充分反映出來,而應透過不同形式的評估活動,蒐集學生學習進度的憑證,以反映學生在數學上的學習成果。進展性評估對於教與學的過程愈來愈重要,所以,我們亦鼓勵多採用進展性評估,以全面記錄學生的表現及幫助改善學生的學習情況。我們應給與學生機會,讓他/她們展示所學的數學知識和技巧及如何應用這些知識和技巧。專題習作、堂上討論、口頭匯報及上課表現皆是有效的評估活動,應與其他課堂活動互相結合。為了協助教師匯報學生在掌握基本知識、概念及技巧的表現,有必要界定基本能力的意思,並以此作為學習下一階段數學知識必須具備的條件。
- 5.5.7 溝通亦是學生在數學上需要學習的技巧。我們必須評估學生以 語言或文字闡述他/她們的發現、表達論據及解釋處理難題的 直觀方法各方面的能力。由學生的文字或口頭的表述,教師可 找出他/她們的強項及弱點。但是,為了考試而作過份的操練, 會嚴重影響學生學習,所以不應鼓勵。

5.5.8 學校須因應其文化、教師的經驗、學生的需要及興趣釐訂評估 政策。學習目標、活動及評估課業的設計應互相結合,以確保 教師能適當地教授預定的教學內容,而學生亦能學會。

5.6 校本課程發展

雖然經修訂的小學及中學數學科課程是課程發展議會的建議課程,但我們鼓勵學校在有需要時進行課程調適和統整,以照顧學生不同的需要、能力和興趣。上述的修訂課程引入了彈性元素(即基礎及非基礎部分和增潤項目/活動),目的是協助學校設計校本數學科課程。詳細資料請參閱《小學課程綱要:數學科(小一至小六)(二零零零年)(第二稿)》及《中學課程綱要:數學科(中一至中五)(一九九九年)》。

5.7 全方位學習

除了學校的正規數學教育外,學生亦有機會在校外學習數學。較具 代表性的例子包括由大專院校、專業團體及政府合辦或發展的研討 會、活動及教材套。以下是一些常見的活動。

活動	目的	主辦單位
保良局小學數學精英選	這比賽旨在提升學生學	由香港教育人員專業協
拔賽——為小學生舉辦	習數學的興趣,從而改	會主辦
的數學比賽	進小學的數學學習。	
數學遊蹤——為中學生	數學遊蹤旨在通過在現	由香港數理教育學會主
舉辦的數學比賽	實生活及自然環境中的	辨
	實際應用,改進學生解	
	決數學問題的技巧。	
香港數學競賽	這比賽旨在提升及長期	由香港教育學院及教育
(HKMO)——為中學生	維持學生學習數學的興	署數學組合辦
舉辦的數學比賽	趣。	
中學生統計習作比賽	這比賽旨在提升學生學	由香港統計學會及統計
——為中學生舉辦的數	習統計學的興趣,並鼓	署合辦
學比賽	勵他/她們通過統計學	
	的應用,以科學的態度	
	了解社會。	

活動	目的	主辦單位
	這比賽旨在發掘數學上 資優的小學生,並為他 /她們製造交流學習經 驗的機會。	港的準參賽者提供訓練
	這比賽旨在發掘數學上 資優而尚未就讀大學的 年青人。此外,亦為這 些年青人締造建立友誼 的機會。	國際數學奧林匹克香港 委員會主辦,並為香港

詳情見「全方位學習活動簡介」一書的第八及九頁。該書由教育統籌委員會印製,書中內容可從互聯網上下載,網址是 http://www.life-wide-learning.org。

5.8 與其他學習領域的連繫

- 5.8.1 數學是學習其他學科的基石,並能輔助其他學科的學習。數學與其他七個學習領域有連帶關係。數學既提供探究的基礎,是分析數據,利用符號、圖像及圖表表示發現的結果及建模和建立理論的工具。另一方面,其他學習領域亦給學生提供了生活上有關數學應用的例子。
- 5.8.2 學生從親身經驗中學習。因此,為了把學生的日常生活經驗與數學連繫起來,教師應把實際的生活經驗以數學的形式、技巧及方法重新組織。對於百分率及統計等某些課題,把數學與其他學習領域如「科學教育」和「個人、社會及人文教育」等結合,就是以數學方式組織學生學習經驗的一個例子。統整學習消除了學科之間的界限,並可顯示現實世界中事物的互相依存的特性及生活的複雜性,為學生提供一個全面的學習內容,令學生在解決問題時能與現實世界的情況連繫起來。進行統整學習的例子可從附錄6示例三中找到。數學學習領域與其他學習領域的一些連繫,將在下列數段中闡述。
- 5.8.3 在中國語文及英國語文兩個學習領域中,學生必須掌握數學概念,才能了解文章中有關數學及統計的概念。在藝術教育學習

領域中,線和形狀是創作圖畫及模型的重要元素;而創意舞蹈亦常常運用到規律和對稱的意念。在體育教育學習領域中,數學有助於分析運動數據及設計合適的策略,務求能在運動項目中有最佳的表現。

- 5.8.4 個人、社會及人文教育學習領域應用了多種數學工具及程序, 以作出理性及兼顧全面的社會決定,例如,在統計數據中找出 規律及趨勢,和評估個人及社會問題的真確性等。數學建模亦 常用於建立社會科學的理論,尤其是經濟學科。
- 5.8.5 在科學教育學習領域中,定律與公式皆由數學語言表達。數學方法亦常用以解決問題及概推實驗結果,而數學建模亦常用來表示物理現象。在科技教育學習領域中,數學建模常用於電腦模擬上,以找出運用某設計概念作商業投資的可行性,而圖表亦是顯示科技資訊的重要工具。

6 總結

- 6.1 為了應付不斷推陳出新的知識為本社會及急劇改變環境帶來的挑戰,數學毫無疑問是每個人為社會繁榮作出貢獻的必備元素。數學教育學習領域課程架構的目的,不單在於教授學生數學知識,同時亦賦予他/她們各種技能,幫助他/她們發展思考能力及建立正面的態度,讓他/她們培養出學會怎樣去學習的能力和面向知識為本社會的信心。
- 6.2 經修訂的中學及小學數學科課程均按以上的方向發展,並分別在二零零一年九月及二零零二年九月推行。待新高中架構的檢討明朗後,中六、七的數學科課程便會修改。在不久的將來,附加數學亦會修改,以加強此科與其他相關數學學科的連貫性。
- 6.3 在這架構下,我們建議採用多元化的教學活動及課程調適,以配合學生的不同需要、能力和興趣。學校更可使用不同的評估工具來了解學生的整體表現,藉以增強教與學的素質。
- 6.4 除了在校內的正規數學教育外,由學校及本地/國際團體所組織的數學活動均能為學生提供機會,讓他/她們獲得有關數學的學習經驗。 我們應鼓勵學生積極參予這些活動。

請把意見以郵遞、傳真或電郵的方式 在二零零一年二月十五日或之前寄回 課程發展議會秘書處。

地址:香港灣仔皇后大道東 213 號

胡忠大廈 13 樓 1329 室

課程發展議會秘書處

傳真: 2573 5299 或 2575 4318 電郵地址: cdchk@ed.gov.hk

一九九八年的調查研究結果

一九九八年的調查研究結果

兩項調查研究的摘要8如下:

調查研究一:亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究

研究由三部分組成:文獻綜覽、課程文件分析,以及第三屆國際數學及 科學研究香港區結果的摘要。主要結果有:

- 香港經修訂的中學數學科課程綱要(一九九九年)大致上與全球的 發展趨勢相配合。
- 2. 香港的數學課程設法在教授學生了解解決問題過程的能力(為西方所高度重視)與基本技巧和內容(為亞洲國家及地區所強調)兩者之間取得平衡。
- 3. 香港在課程中引入課題方面,較世界各地平均早兩年。
- 4. 香港的課本較側重學生在「知識」及「常規運算」上的表現。
- 5. 亞洲國家及地區的政府通常會制定一套「標準」課程,由學校嚴格 遵行。
- 6. 東亞國家及地區非常重視課本的使用,而西方國家使用課本時較有 彈性。
- 7. 各地普遍推行數學科分流教學的做法,而分流的方式各有不同。
- 8. 香港的數學課程可說是最缺乏靈活性和選擇性的。

與本研究主旨有關的第三屆國際數學及科學研究的結果亦撮述如下:

- 1. 在 26 個國家及地區的小四學生及 41 個國家及地區的中二學生當中,香港學生的成績均排名第四。香港學生善於處理常規的問題,但在解決探究性的問題方面表現稍遜,而在研究中若干需要親自動手的活動,香港學生的表現評核明顯較差。
- 2. 與其他參與該次研究的國家及地區的學生一樣,香港學生認為數學 科相當重要,但他/她們並不特別喜歡數學科。
- 3. 人們普遍認為東亞國家及地區的學生相信成功有賴後天的努力,多於個人的天資或天賦的能力,而且他/她們亦非常重視背誦;然而,這次研究的結果顯示情況並不是這樣,學生並不完全支持這種固有的觀念。可是,香港教師並不認同學生天資的重要性。
- 4. 香港學生並不認為自己在數學科的表現良好。一般而言,女生又比 男生對自己的能力較缺乏信心。
- 與其他國家及地區的學生相比,香港學生,特別是小學生,花較多的課餘時間做數學家課、溫習數學科或上數學科的補課。

^{8.} 該摘要取材自專責委員會的最後報告書:《數學課程全面檢討報告》的第三章。

研究結果顯示,香港學生在第三屆國際數學及科學研究的數學測驗中取得非常優越的成績,但相對之下,部分學生對數學科的態度並不十分積極,對做數學題亦缺乏信心。

調查研究二:各界人士對數學課程觀感的分析

主要結果有:

- 1. 學生與家長均極重視數學科。
- 2. 各有關人士對數學課程均持正面的態度。
- 3. 數學教育應訂立更廣泛的目標,並應培養學生的高層次思維能力, 而教學方式亦應著重啟發學生思考。
- 4. 應保持學生的學習興趣。
- 5. 應從認識和教育層面著眼,重新設計課程,以加強學生的思維能力 及對概念的認識。
- 6. 應照顧學生學習能力的差異,包括在高中級別推行分殊課程。
- 7. 應進一步探討「核心」與「延伸」課程的概念。
- 8. 應確保各學習階段課程連貫一致。教師應知悉其他學習階段的課程內容。
- 9. 應審慎處理評估和考試的壓力。
- 10. 教師是推行課程改革的關鍵人物,故應在資訊科技的應用、加強對解決問題過程了解的能力和課程剪裁等多方面得到輔助和支援。
- 11. 應加強職前和在職師資培訓。
- 12. 應促進教育界同工之間的交流。
- 13. 應把日後課程改革的路向清楚告知各有關人士,以取得他/她們的支持。
- 14. 應仔細研究教師工作量的問題。

自一九九七年開始試教的 課題/教學策略一覽表

自一九九七年開始試教的課題/教學策略一覽表

學習階段	課題/ 教學策略	
_	探究 18 以內各數的基本組合	
	分數的認識	
	平方和平方根	
	等值分數	
	分數的簡易應用題	
	分數乘法的簡易應用題	
	分數、小數、百分數和循環小數(使用計數機)	
	循環小數	
	小數乘法	
	小數乘小數	
	簡易概率意義和應用	
	簡易概率	
	認識概率的意義	
	速率	
<u>=</u>	幾何:變換與對稱	
	立體圖形	
	估量	
	數據處理:統計圖的製作及闡釋	
	利用資訊科技教授及學習幾何	
	利用資訊科技教授及學習數學	
	高層次思維能力	
四四	數據處理:簡單統計調查	
	數學的進一步應用	
	利用資訊科技教授及學習代數	
	利用資訊科技教授及學習數學	

數學課程學習目標一覽表

數學課程學習目標一覽表

數學教育的總學習目標

為使學生能夠在這個科技與資訊發達的社會,從容地應付日後在升學、工作及日常生活上對數學的需求,並對終身學習有充足的準備,本課程旨在培養學生:

- 1. 構思、探究及數學推理的能力,以及運用數學來建立及解決日常生活問題、數學問題、及其他有關學科的問題的能力;
- 2. 清楚地和邏輯地以數學語言與別人溝通及表達意見的能力:
- 3. 運用數字、符號及其他數學物件的能力;
- 4. 建立數字感、符號感、空間感及度量感和鑑辨結構和規律的能力;
- 5. 對數學學習採取正面的態度,以及從美學和文化角度欣賞數學的能力。

知識及技能

第一學習階段的學習目標(小一至小三)				
數與代數範疇		度量、圖形與空間範疇		數據處理範疇
數	代數	圖形與空間	度量	數據處理
理解整數及進行運算理解簡易分數檢查運算結果的合理性建立及解決有關數的簡易問題	在此學習階段未 引入「代數」範 疇	 辨認及描述線、角、平面和立體圖形,並把它們分類 直觀地認識立體圖形的基本性質 認識平面圖形的性質 從已知條件製作平面和立體圖形 認識及欣賞圖形 辨別四個方向 	 選擇和應用非標準單位來記錄基本量度活動的結果 理解應用標準量度單位的需要 選擇適當的量度工具及標準量度單位 綜合數、度量、圖形與空間的知識,解決簡易度量問題 	 按已定準則收集及比較離散統計數據,並作分類 製作及闡釋顯示數據間關係的簡單統計圖 建立及解決由數據或圖像引致的簡易問題

第二學習階段的學習目標(小四至小六)				
數與代數範疇	疇	度量、圖形	與空間範疇	數據處理範疇
數	代數	圖形與空間	度量	數據處理
數與百分數的概念及 四者之間的相互關係 • 進行數的運算及檢查 結果的合理性 • 建立及解決有關數的 問題	利用符號表示 未知數 利用符號傳遞 簡單的數 建立 發 題 發 題 發 題	理解平面和立體圖形的性質進行平面和立體圖形的分類及製作辨別八個方向	 選擇和應用不同類型的非標準或標準單位來記錄各種量度活動的結果 選擇適當的量度工具和標準量度單位並說明其理由 認識量度的準確度及近似性質 探究及運用簡單的度量公式 綜合數、度量、圖形與空間的知識來建立及解決簡易的度量問題 	 理解整理及組織離散統計數據的準則 應用簡單計算及適當比例製作及闡釋較複雜的統計圖 利用各種統計及圖像顯示數據之間的關係 認識圖像中所顯示的關係 認識圖像中所顯示的關係 建立及解決收集到的數據和製成的圖像所引致的問題

第三學習階段的學習目標(中一至中三)				
數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇		
 體驗有理數及無理數; 發展利用數來構想及解決問題的各種策略,並驗算結果 發展與改善估算策略 將代數符號的運用延伸到傳遞數學意念上 以代數符號探究及描述數列的規律 從數值、符號及圖示角度闡釋簡單的代數關係 處理代數式與關係式,及應用有關知識與技能以建立及解決簡單問題,並驗算結果 	 理解量度的性質及認識有關精密與準確的問題 運用多種技巧、工具及公式來量度,並解決度量問題 直觀地探究及構想平面及立體圖形的幾何性質 應用歸納推理、演繹推理及解析方法來研究平面直線圖形的性質 以適當的符號、術語及理由來建立及寫出與平面直線圖形有關的幾何證明 應用數值關係及代數關係來探究、描述及表示平面圖形的幾何知識 	 理解離散及連續統計數據的 組織準則 選擇及製作合適的統計圖表 和圖像以表達數據,並作出 闡釋 找出、闡釋及選擇適當的量 度來描述一組數據的集中趨 勢 判斷統計數據處理方法的合 		
• 連繫不同學習範疇內的知識和技能來解決問題 	應用三角關係來探究二維空間的幾何知識連繫不同學習範疇內的知識和技能來解決問題	適性 • 理解概率的概念及以列舉、 畫圖方法處理簡單概率問題		

等而與羽咙仍的舆羽只捷(古而云古工)					
	第四學習階段的學習目標(中四至中五)				
數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇			
• 認識不同類形的數	• 應用及選擇歸納推理、演繹推理或解析方法來學習平面圖	• 理解及計算離差的量度			
• 利用代數符號及關係式探究及描述量與量之間	形的性質	• 選擇及使用集中趨勢及離差			
的關係	• 以適當的符號、術語及理由來建立及寫出與平面圖形有關	的量度來比較數據			
• 以代數符號概括及描述數列的規律,並應用結	的幾何證明	• 探究及判斷由數據得出的推			
果解決問題	• 應用代數關係來探究、描述及表達二維空間的幾何知識	論的可信性			
• 從數值、符號及圖示角度闡釋較複雜的代數關	• 應用三角函數來探究、描述及表達二維及三維空間的幾何	• 應用簡單公式來建立及解決			
係	知識	較深入的概率問題			
• 處理較複雜的代數式及關係式,及應用有關知	• 連繫不同學習範疇內的知識和技能來解決問題	• 綜合統計及概率的知識以解			
識與技能來建立及解決各種實際應用題,並證		決日常生活中的問題			
明所得結果的有效性					
• 連繫不同學習範疇內的知識和技能來解決問題					

在數學教育中發展共通能力的 教學示例舉隅

在數學教育中發展共通能力的教學示例舉隅

協作能力

協作需要耐心聆聽,欣賞他人,具備溝通、協商、調協、領導、判斷、影響和激勵他人的能力。學習者掌握這些能力,可以有效地與人合作,共同籌備活動,解決困難和作出決策,最終能令學習者與別人建立相互促進的關係。

(此項共通能力的學習成果不宜用學習階段劃分。)

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
	了解工作上的關係 學習者將學會 • 界定並接受團隊中每個成員的 角色與責任,以及願意遵從團 隊規則。 • 在團隊中對自己的行為承擔後 果。 培養令工作關係和諧的態度	學習者 1. 進行搜集數據、量度物件、匯報專題習作結果等數學分組活動時,分擔職責及了解個別組員的角色 2. 明白及接納具不同文化背景的組員對同一數學問題可能會有不同的詮釋(例如分析統計數據) 3. 進行數學分組活動時,接納及遵從小組的決定
第一至第四學習階段(初至中)	學習者將學會 • 對於別人的意見,採取開放及樂於回應的態度,於賞、鼓勵,並持他人所提出的意見和付出的努力。 • 積極交流意見,樂於自己,與於自己,與一人,為自己的論據,與一人,與一人,與一人,與一人,與一人。 • 經費事間,與一人,與一人。 • 察覺事一人,與一人。 • 察覺事一人,與一人。 • 經費,與一人。 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	 完成課業及解決數學問題時,公開與人進行討論及交換意見 討論數學問題時,例如在探究數型過程中的經驗分享及推算幾何問題的證明,耐心聆聽他人的意見 共同完成數學課業及解決數學問題時,重視他人提出的意見 解決數學問題時,懂得欣賞別人提出的不同解決方法,例如用不同方式證明各項數學定理 在解決數學問題的過程中,例如探討解決實
	建立有效的工作關係 學習者將學會 • 以協商的方法來選取及制定策略,完成團隊的工作。 • 了解各隊員的優點與缺點,捨短取長,發揮全隊最大的潛能。 • 與他人聯絡、磋商,及作出調協。 • 檢討及衡量團隊所採取的工作策略,從而作出適當的調整。	學習者 1. 與別人分享解決數學問題的經驗,並以協商方式選擇適合的解決策略 2. 解決數學問題,例如檢視所採用的解決方法是否恰當時,客觀及理性地澄清本身的論證 3. 解決數學問題時,在選擇合適的策略上與別人聯絡、磋商及作出調協(例如用綜合法或解析法解決幾何問題) 4. 在有需要時,對解決數學問題的策略作出調整(例如是否有需要解一條一元二次方程以證明該方程沒有實根?)

溝通能力

溝通能力是指人與人在互動持續的過程中交往,以求達至既定目標或結果的能力。為了成為有效的溝通者,學習者應該學習有效地聆聽、說話、閱讀及書寫;他/她們亦應學會怎樣選用最恰當的方法,按照目標和情境的要求,傳遞訊息;他/她們應採用準確及合適的資料,為讀者或聽眾有系統而適當地組織內容;評估自己能否與人有效地溝通,找出需要改善的地方,並且付諸行動。

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一 學習 階段 (初小)	學習者將學會 • 理解及適當回應口頭指示 • 運用清楚及適當的溝通方法,包括文字及非文字,來表達意思及感受 • 閱讀及書寫簡單的文章	學習者 1. 使用簡單而恰當的數學術語,以口述方式描述正立方體和柱體等物件(例如一個正立方體有六個面) 2. 詮釋繪圖、表、圖像(例如象形圖)和符號(例如+、一、×) 3. 利用繪圖和符號表達所得的結果 4. 以表和圖像表達數據(例如方塊圖) 5. 使用淺白的語句描述繪圖和符號(例如以「2加3」描述 2+3) 6. 以數學語言表達日常生活的簡單問題(例如使用\$2×3等符號和棒形圖等圖表)
第二學習階(高小)	學習者將學會 • 理解及回應不同類型的文章及話語 • 運用口語、文字、圖像及其他非文字的表達方法,來介紹資料及表達意見,並解釋意念 • 與別人協作及商討,以構思意念及完成任務	學習者 1. 詮釋繪圖、符號(例如%)、表和圖像(例如 折線圖) 2. 以口述和書面方式描述和解釋數學課業的調 查結果/計算結果/數據(例如學生的測驗平均 積分、最喜愛的水果等) 3. 以恰當的繪圖和符號表達課業的結果 4. 以表、圖表和圖像表達數據(例如折線圖、 直線圖) 5. 描述和分析數據 6. 有邏輯地表達問題的解法(例如適當地運用 「=」符號) 7. 以數學語言表達簡單的問題(例如折扣率是 10%) 8. 與他人討論以完成課業(例如專題習作)

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第三學階段(初中)	學習者將學會 • 理解、分析、評鑑及回應不同類型的文章及話語 • 運用合適的語文及/或其他溝通形式,來介紹資料、表達不同意見和感受 • 檢討與人溝通是否有效,改善自己的溝通技巧 • 與別人協作及商討,以解決問題及完成任務	學習者 1. 詮釋數字、符號和圖像所表達的意義 2. 使用數學語言,以口述和書面方式描述結果或解釋所提出的推測(例如這兩個三角形是全等的) 3. 選用合適的統計圖或圖像來表達所得的數據,及使用適當的數學術語或符號闡釋意念 4. 使用適當的符號、術語和理由,構想和寫出涉及平面直線圖形的簡單幾何證明 5. 以口述和書面方式,恰當地詮釋和回應他人的數學論證 6. 辨別在數學情境和在日常生活中詞義不同之處(例如率、相似) 7. 以數學語言,包括圖像、圖形和符號,分析和表達問題的可能解法,並與他人討論
第學階高 (學習者將學會 • 用批判的態度聆聽及閱讀,針對不同的讀者及聽眾,說暢地表達 • 運用適當的溝通方法,提供資料、游說、議論、娛樂及達到預期目標 • 用批判的態度評估與別人的溝通是紛爭及解決問題,從而完成任務	包括第三學習階段的1至6項,其中第4項需作以下修訂: 學習者 4.使用適當的符號、術語和理由,闡述和寫出涉及更複雜的平面圖形的幾何證明 再加入下列各項: 學習者 8.探究和判斷從各種來源(包括傳媒)所得的統計報告中載述的論點是否成立(例如進行統計調查所用樣本的適合性) 9.在完成課業的過程中與他人一起解決問題,例如專題習作

創造力

創造力是一個重要但令人困惑的概念。有關創造力的定義相當分歧。有研究者把創造力界 定是一種產生出原創、新穎、獨特意念或產品的能力,或是解決問題的能力;也有研究者 將之界定為一種歷程,或創造者所具有的人格特質。事實上,創造力是一個複雜而具多元 性的建構。個體的創造行為,不但源自其認知能力和技巧,也涉及其性格、動機、策略和 超認知技能等因素,並且與個體本身的發展進程不一定有關連。

培養創造力需要心思和時間,而且沒有特定途徑可供依循。不過,有些原則值得大家參考。在發展學習者的創造力方面,一般的原則是要求學習者超越已有的訊息,給予學習者思考的時間,加強他她們的創造能力,肯定他/她們在創造方面所作的努力,培養具創意的態度,看重創意的特質,教導學習者創意思考策略和創造性問題解決模式,並提供有利創造力發展的環境」。這些原則均適用於所有學習領域。

(此項共通能力的學習成果不宜用學習階段劃分。)

	-	
學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一至第四學習階段 初至中	加學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學學	學習者 1. 利用各種圖形創作幾何圖案,並運用已知的數學句式講述故事 2. 自擬解決問題的方法/策略,例如用不同的解法解平面幾何問題 3. 採用不同方法完成課業或解決問題,例如用綜合法或解析法證明一項幾何定理 4. 提出相關的問題,例如「除等邊三角形外,其他的三角形可否用來密鋪平面?」及「畢氏定理 a²+b²=c²的關係是否同樣適用於非直角三角形?」 5. 作出假設,例如假設分子保持不變,而分母愈大,該分數的數值會愈少 6. 鍥而不捨地解決問題 7. 運用想像力把三維空間的圖形視象化 8. 開放地採用新的方法及方式完成課業及解決問題,例如用綜合法或解析法解幾何問題 9. 採納及應用分合法的技巧把不同的資料連繫,並運用類比法幫助分析問題。例如從計算柱體體積的公式,演繹出計算圓柱體體積的公式

備註:

- 1. 有利創造力發展的環境:重視及支持新穎、不尋常的意念或表現、欣賞學習者的個別性和 開放性、提出具挑戰性的問題供學習者思考、給予思考時間、鼓勵公開討論、提供沒有衝 突而具支持性的氣氛、促進自信、大膽和敢於冒險的精神等。
- 2. 流暢力:產生多量意念的能力。
- 3. 變通力:變更思考方式、改變做事方法、擴大思考類別、或從不同角度看同一個問題的能力。
- 4. 獨創力:在思考和行為上表現出獨特、不依循的特質,是產生不尋常意念或問題解決方法的能力。
- 5. 精進力:在原有構思上加添新觀念,增加有趣細節,或精益求精的能力。
- 6. 對問題的敏覺力:敏於覺察事物,能夠找出問題的核心,發覺問題的缺漏及關鍵的能力。
- 7. 界定問題:包含 1) 確認「真正」問題,2) 找出問題的重要面,3) 澄清和簡化問題,4) 找出問題中的問題,5) 提出問題的其他定義,和6) 全面性界定問題等能力。
- 8. 視像化:運用幻想和想像,將事物展現於腦海中,並在腦中將所顯現的影像和意念加以 處理的能力。
- 9. 類比思考:借用某情境中的意念而運用到另一種情境的能力;或將某一問題的解決方法轉 用到另一個問題上的能力。
- 10. 轉換:將舊有事物變作新用途,看出新的意義、新含義和應用性;或將物件或意念轉變成 另外一種的能力。
- 11. 屬性列舉法:一種著名的創造思考策略,是針對某一事物列舉出其重要特性或屬性,然後逐一提出改變或改進。
- 12. 分合法:分合的本義是將顯然不相關的要素聯合起來。分合法利用類此與隱喻的作用,協助思考者分析問題以產生各種不同的觀點。

批判性思考能力

批判性思考是指檢出資料或主張中所包含的意義,對資料的準確性進行質疑和探究,判斷甚麼可信,甚麼不可信,從而建立自己的觀點或評論他人觀點的正誤。

學習		
階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一 學習 (初小)	學習者將學會 • 從資料中選取有用部分,並加以分類和組織 • 識別和表達主要概念、問題或主要議題 • 理解簡單而直接的因果關係 • 分辨明顯的事實與意見 • 指出明顯的成見、假定、前後矛盾之處 • 訂定問題、作出推測/估計和假設 • 推斷出簡單但符合邏輯,而且不會與所得的證據或資料數據互相矛盾的結論	學習者 1. 按不同的準則將物件分類,例如物件的形狀和大小 2. 選用適當的工具量度物件,例如使用軟尺量度頭圍 3. 運用歸納法進行推理,例如探究加法的交換性質 4. 檢驗問題的答案是否合理(例如答案中男孩一天所吃的蘋果數量是否多得不合理)
第二 學習 階段 (高小)	學習者將學會 • 理解資料並作出歸納/推斷 • 參考其他資料以判斷某項資料是否可信 • 明白切題與離題的概念 • 分辨事實與意見、資料與證據 • 就明顯的偏見、宣傳成分、缺漏和較為不明顯的謬論提出疑問 • 訂定適當的問題,作出有理據的推測和假設 • 根據充足的資料、數據和證據,推斷出符合邏輯的結論,並推測後果	學習者 1. 按不同的準則將資料分類,例如四邊形的性質 2. 選用合適的方法和單位量度物件,例如利用排水法量度不規則物體的體積 3. 運用歸納法推理,例如探究計算長方形面積公式等問題 4. 檢驗問題的解決方法是否合理(例如解決問題的程序是否過於複雜)
第三 學習 階段 (初中)	學習者將學會 • 比較不同的資料,記下相異及相同之處,並判斷這些資料是否可信 • 分辨事實、意見與有理據的判斷 • 辨別價值觀和思想意識對資料中觀點的影響 • 確認並質疑成見、矛盾、情緒因素和宣傳成分 • 推斷並驗證結論和假設,識別其他有理據的結論,並且推測可能產生的結果	學習者 1. 用歸納法和演繹法研究幾何圖形的性質,例如證明「一個多邊形的內角總和」及「一個等腰三角形的底角」 2. 以符號表達由歸納具體經驗得來的結果,例如從觀察幾個數字的例子歸納出指數定律 3. 判別用以解決問題的資料是否合用(例如識別幾何問題中額外的資料) 4. 檢驗解決問題方法的合理性及評估所採用的策略(例如評估以圖解法解簡單線性方程的成效)

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第四 學習 階高 (高中)	學習者將學會	學習者 1. 利用及選擇以歸納法、演繹法或分析法研究各種圖形的性質,包括平面圖形,例如證明「同弓形內的圓週角」,找出圓方程的一般式 2. 以符號表達由歸納具體經驗得來的結果,例如找出等差級數的通項 3. 判別用以解決問題的資料是否合用(例如在計算值域時,判斷題目給出的數據的平均值是否一項有用的資料) 4. 判別各項報告內提出的論證是否成立,包括統計報告(例如判別是否有濫用統計數據的情況) 5. 檢驗解決問題方法的合理性及評估所採用的策略(例如評估解涉及圓的幾何問題所用的策略)

運用資訊科技能力

運用資訊科技能力,是以審慎批判的角度,明智使用資訊科技去尋找、吸收、分析、處理和介紹各項資料的能力。資訊科技能激發和幫助學習者按自己的進度學習,養成自學的習慣,令他/她們終身受惠。

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一學習階段(初小)	學習者將學會 • 操作電腦 • 用手寫板輸入中文 • 在教師的協助下,用多媒體資源學習 • 在學習活動中,用資訊科技工具與人溝通及處理資訊	學習者 1. 使用適當的軟件探究數型和數的性質(例如單數、雙數、遞增、遞減) 2. 使用適當的軟件繪製和探究幾何圖形(例如正方形、長方形、三角形)
第二 學習 階段 (高小)	學習者將學會 • 用各種軟件作多種用途 • 用手寫板及中文輸入法輸入中文 • 通過電腦網絡及其他媒體獲取資料 • 用資訊科技工具處理資訊	學習者 1. 使用適當的軟件探究圖形的特性,以及繪畫和製作幾何圖案(例如繪畫正方形、長方形、三角形和圓形,並用這些圖形製作幾何圖案) 2. 進行統計學專題研習時,用試算表記錄數據及製作圖像(例如在試算表輸入數據,並以折線圖、棒形圖等圖像顯示該等數據) 3. 利用互聯網/內聯網所取得的資料作自學或專題研習之用(例如對稱性)
第學階初三四十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二十二	學習者將學會 • 利用合適的資訊科技工具促進學習 • 利用資訊科技工具及策略去處理及介紹資訊 • 通過電子郵件與人溝通 • 驗證及判斷資料的準確性及可靠性	學習者 1. 利用科學計算機/圖表計算機進行各類運算和探究活動(例如輸入數據並繪製統計圖表;繪畫直線並探究與斜率的關係(例如數型)、代數公式(例如面積和體積的公式)和圖像(例如圓形圖和直線) 3. 使用適當的軟件繪製/探究合適的統計圖/圖像(例如屬形圖、圓形圖和折線圖)來表達已知的數據;找出簡單的統計資料(例如中均值、眾數)和探究試驗概率的意義(例如模擬擲硬幣的情況) 4. 使用幾何組裝軟件把圖形隨意移動,以探究平面直線幾何圖形的性質(例如平行四邊形角與角之間或各條邊之間的關係);直觀地探究平面和立體圖形的幾何特性(例如變換和對稱和想像) 5. 利用互聯網/內聯網所取得的資料作自學或專題習作之用(例如統計專題作業、有關中國內地數學的發展和數學家的專題作業) 6. 判斷在解答數學問題時使用資訊科技是否恰當(例如是否以心算計算 2sin30°會較快)

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第學階高四習段中)	學習者將學會 • 提高自己運用資訊科技學習的效能和素質 • 使用及分析資訊 • 製作多媒體簡報 • 綜合使用不同的資訊科技工具,達到特定的目的 • 選擇合適的資訊科技工具應用於不同的學習層面,例如研究	包括第三學習階段各項要點,其中第 2 4 和 5 項需作以下修訂: 學習者: 2. 使用試算表或其他適當的電腦代數系統,以探究和描述使用代數符號及代數關係的數量之間的關係(例如找出等差序列或幾何序列的和);運用更複雜的代數式和代數關係解決問題(例如找出一元二次方程的判別式及幾何序列的和) 4. 使用幾何軟件把圖形隨意移動,以探究更複雜的平面幾何圖形的性質(例如內接四邊形各隻角的關係);運用三角函數等探究和描述二維和三維空間的幾何圖形知識(繪畫平面或立體圖形、從不同角度把這些圖形視像化、運用三角函數表示各條邊的長度) 5. 從互聯網內聯網取得統計數據和資料,以進行統計分析;取得統計數據和資料,以進行統計分析;取得統計數據報告,以进行統計分析;取得統計數據報告,以进行統計分析;取得統計數據報告,以进行統計分析;取得統計數據和資料,以進行統計分析;取得統計數據報告,以进行統計分析;取得統計數據報告,以明訊的方法和研究所得的論點是否成立進行討論(例如討論蒐集數據的方法、數據樣本的大小、數據的來源、表達數據的方式及統計圖表的應用和濫用)

運算能力

運算能力包括能進行基本運算,在生活問題上運用基本數學概念作合理的估算,明白圖表、 圖像及文字中的數量概念,管理數據,處理財富及記錄物資存量等能力。

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例		
第一 學習 階 (初小)	學習者將學會 • 基本運算 • 辨認及描述圖形、位置和方向 • 直觀認識量度和量度單位,並使用適當的工作,例如:尺子、溫度計 • 從數據和統計圖中整理和解決簡單問題 • 閱讀和使用簡單與數量有關的資訊	學習者 1. 以自然數描述物件的數目 2. 恰當地進行涉及整數的基本運算 3. 使用非標準單位和標準單位來比較不同物件的計量 4. 辨別東、南、西、北四個基本方向 5. 分辨和描述平面圖形,(例如三角形和四邊形)及立體圖形(例如錐體和柱體) 6. 閱讀簡單的統計圖像和圖表,例如方塊圖和簡單的象形		
第二學習階,	學習者將學會 • 數字運算、心算和迅速地估計所得的答案是否準確 • 直觀地認識位置、方向和圖形的特性 • 把量度的技巧套用到量度體積等範疇上 • 收集、處理、表達和評估與數量有關的資訊 • 用數學概念來解決簡單的實際生活問題	用百分率說明所得的折扣率 2. 進行數學運算以解決日常生活中的問題,並對自己的運算作出檢驗 3. 運用公式找出簡單平面圖形的計量,例如三角形的面積 4. 使用恰當的量度單位,例如用平方米量度庭院的面積,用平方厘米量度紙張的面積		
第三 學習 階段 (初中)	學習者將學會 • 運算及估算所得的答案是否準確 • 理解迅速地移動位置、方向和圖形的特性、 • 應用公式或選擇適當的工具和策略去量度,並且認識量度的近似性質 • 用適當的工具和策略去搜集、處理和表達與數量有關的資訊 • 應用簡單概率估計事情的風險和機會 • 應用與數量有關的資訊,解決實際生活問題	學習者 1. 運用數字、代數符號、三角關係等,解決實際生活的問題 2. 在各種實際生活情境中應用估數和估量的		

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第學階高四階段中)	學習者將學會 • 應用與數量有關的證明和適當的方法無決包含數字或符號的問題 • 評估用作收集、處理和表達與對量有關的資訊,與對量有關的資訊,組織、實數量有關的資訊,組織、實數量有關的學習,並了解社會問題	包括第三學習階段的各項要點,其中第1及5項需作以下進一步闡釋: 學習者 1.使用函數描述實際生活的現象和解決實際生活的問題,例如人口增長、聲音的強度等 5.運用統計學的量度方法,分析/詮釋從日常生活所得的數據、報告和資料(例如在研究禽流感問題時運用抽樣的概念) 再加入下列各項: 學習者 7.結合數學知識和技能,解決實際生活中更複雜的問題(例如結合空間和三角比的特性來解決導航問題) 8.從數學的不同範疇選取有關的知識,解決實際生活中的問題,例如運用線性規劃的概念,找出在已知的限制情況下可得的最高生產利潤

解決問題能力

解決問題指運用思考技能去解決難題。學習者會在綜合所有與問題有關的資料後,採取最合適的行動去解決問題。

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一 學習 階段 (初小)	學習者將學會 • 了解問題,並確定資料來源和求助對象 • 按照引導找出解決問題的不同方法 • 利用所得的支援和意見,選用一個解決方案 • 按照指定的步驟,檢察和描述學習成果	學習者 1. 使用簡單的方法解決問題(例如利用加法計算購物的總款額) 2. 採用各種方法解決問題(例如使用繪圖和計算工具來進行加法運算) 3. 選取正確的已知資料以解決問題(例如選用正確的輔幣組合支付巴士車費)
第二 學習 階段 (高小)	學習者將學會 • 指出問題所在,並描述其主要特點 • 提議以不同的途徑解決問題 • 訂定計劃,及試用所選取的方案,因應需要尋求支援並做出調整 • 制定適當的方法以衡量學習成果和檢驗所選用的解決方案	學習者 1. 使用不同的方法解決問題(例如用數算方格數目、切割圖形,或使用公式求圖形的面積) 2. 用不同工具解決問題(例如軟尺和計算機) 3. 選用正確的已知數據和有關資料以解決問題(例如辨別正確的底和高來求三角形的面積) 4. 用過去的經驗解決新的問題,如把有待解決的問題與一些曾解決的類似問題作比較(例如把計算直角三角形和一般三角形面積的方法比較) 5. 採用各種方法,如圖表和公式(例如周界和面積的公式等),以解決問題
第三 學習 官初中)	學習者將學會 • 探究問題,並識別必須解決的項目 • 建議不同的方案,比較每種做法的預期成效,並就選用的方案提出理據 • 採用既定的策略,監控進展,並在必要時修訂有關方案 • 根據既定的準則,評估學習成果的素質,並檢討有關解決方案的成效	學習者 1. 理解已知的問題;構思合適的計劃以解決問題 (例如幾何問題),並對所提出的解法提出理 據及作出評鑑 2. 解決問題時,了解和設法找出更佳的策略(例 如在解幾何問題時比較不同的策略,以平均值 和中位數比較不同的數據樣本) 3. 提出數學問題的解法時,判斷和評鑑自己或他 人的論據(例如解釋在找出市場上哪種尺寸的 鞋最多人穿著時,為甚麼採用眾數是較可取的 計算方法) 4. 運用數學方式處理實際生活問題(例如找出樓 宇單位的平面面積)

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第四 學習 階段 (高中)	學習者將學會 • 認識問題的複雜性,並就解決問題所需的資料進行適當的調查研究 • 制定可行策略以取得最佳效果,包括達成長期和短期的目標 • 監控和審慎省察解決問題的進度 • 評估整體策略,並預計有關解決方案可能遇到的問題	學習者 1. 了解已知的問題,並提出處理問題的辦法(例如透過各類活動探究概率的意義) 2. 理解和制訂解決問題的可行策略(例如以列表方式或把可能的結果列出,以計算概率) 3. 判斷和評鑑數學論證(例如「因為兩個三角形的對應角相等,所以兩者是全等的」) 4. 審慎地監察和分析已知的資料(例如認識到把統計數據錯誤詮釋所存在的危險)

自我管理能力

自我管理能力對培養自尊自重的態度和達成目標是十分重要的。掌握自我管理能力的學習者有自知之明,並能保持情緒穩定;對工作較積極和主動,會定下適切的目的,釐定計劃及採取相應的行動來達成目標;也能好好地管理時間、金錢和其他資源;他/她們能夠面對壓力和令人無所適從的環境。

(此項共通能力的學習成果不宜用學習階段劃分。)

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一至第四學習階段(初至中)	學習的進度。 學習情報 學習情報 學習情報 學習情報 學習情報 學習情報 學習情報 學習情報 學習者 學習者 學習者 學習者 學習者 學習者 學問題 學問 學問	學習者 1. 整潔地完成課業(例如統計學的專題研習)及處理數學問題(例如用尺及鉛筆繪畫幾何圖形) 2. 在完成課業(例如以不同方法蒐集數據)及解決問題(例如利用不同策略解二次方程及幾何問題)的過程中,欣賞/接納及評鑑他人的意見 3. 自我評估本身在數學學習上的強項和弱點 4. 對本身的工作負責,例如覆核所得的答案 5. 獨立、自信及願意應用數學知識去解決問題 6. 鍥而不捨地解決困難/複雜的問題 7. 在未能解決問題時控制情緒 8. 在未能解決問題時,把自己的感受告訴他人 9. 在學習數學上訂定恰當的學習目標及優先次序

研習能力

研習能力是幫助提高學習效能、掌握基本研習技巧的能力。這種能力對培養學習者的學習 習慣、學習能力及學習態度尤為重要,是一種終身自學的能力。

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例
第一 學習 (初小)	學習者將學會 • 理解各類淺易讀物的要點及主旨 • 運用不同的表達方式書寫 • 從指定來源蒐集資料,並按照預設的目錄及指引進行分類和分析 • 了解學習計劃的重要性,按照既定的計劃以達成短期目標	學習者 1. 了解各種概念,而不是靠死記硬背學習(例如學生明白乘法的概念,然後不光靠背誦而自行建立乘數表;明白周界的概念,然後用不同的方法找出圖形的周界,而不是只運用公式) 2. 用數學語言,包括符號(例如 1+2=3 的形式)及圖像(例如象形圖)表達簡單的問題 3. 用簡單的物件建立數學概念(例如利用數粒或算盤掌握加法、減法的概念;以及利用釘板掌握長方形周界及面積的概念)
第二學習 階高小)	學習者將學會 • 從資料中辨別作者的主要論據,並通過瀏覽及略讀以掌握內容大意及要點 • 因應不同目的,寫作不同體式的文字,並能以某種規定的體式有條理地表達觀點 • 從不同來源蒐集資料,按自定的資料的完整性、準確度及與課題的相關程度 • 訂立短期及中期學習計劃,以達成自行設定的學習目標	學習者 1. 設法了解各種概念,而非只靠死記硬背學習(例如學生需明白各種圖形面積及體積的概念及計算方法,而非只是記誦公式以解決問題) 2. 用更多教具建立數學概念(例如利用計算機學習數型) 3. 用數學語言,包括符號(例如簡單代數方程)及圖像(例如棒形圖)表達問題 4. 用圖、圖畫、圖表幫助了解數學概念,例如用行程圖來理解速率的概念 5. 從數學家課練習、測驗等的錯誤中學習
第三 學習 階段 (初中)	學習者將學會 • 閱讀資料,準確地理解作者的複雜思路,了解言外之意,並分辨事實與意見 • 因應不同的目的選擇合適的寫作體式,並發展一套能清晰及有條理地組織觀點和資料的寫作策略 • 界定蒐集資料的目的,嚴謹地審查來源,以篩選相關的資料,並評估其素質及可用性 • 審視及修訂短、中、長期學習計劃,以符合新的需求及改善學習表現	學習者 1. 了解各種形式的數學要點概念及原理的意義,而非單靠背誦 2. 把觀察結果歸納為較高層次的抽象知識,以幫助記憶及將策略套用於解決更多類型的問題 3. 從數學家課練習、測驗等的錯誤中學習 4. 在解決不同類型的數學問題時,能識別主要異同 5. 從圖書館、參考書、互聯網等不同資料來源搜尋及選取資料 6. 用圖、圖畫及圖表幫助了解數學概念,例如用圖表表達實數數系的層階

學習 階段	預期從學校課程學習的成果	在數學教育中的教學示例				
第學階高 (學習者將學會 • 評估所要研讀資料的要旨及論據,並加以整合,以構建及發展個人的觀點及想法 • 評估個人的實作策略,以確保能運用適當的體式,有條理地組織及表達資料、觀點與論據 • 探討各類蒐集資料的方式,把資料精煉整合成特定的大式,評估整體學習成特定的新數學習效等。 • 評估整體學習策略以提高學習效等,並因應自己的反思修訂。 • 內索質,並因應自己的反思修訂。 • 下來其他可供選擇的方案	8. 看懂及理解較長的符號論證,包括各幾何證明9. 完成課業及解決問題時,自行評估所設的論證,以確保各項適用的資料及意念				

有關的價值觀和態度

有關的價值觀和態度

除了知識及技巧外,通過數學教育培養正面的價值觀和態度亦是非常重要。這些價值觀及態度應在數學課程各個學習範疇及學習階段中灌輸,並已融合於經修訂的小學及中學課程的學習目標裏。以下的學習目標,展示了修訂課程與培養正面價值觀及態度的關係,旨在協助設計數學學習領域中相關的學習活動。但是,這些學習目標並不全面,亦不表示需按下列的次序來培養學生的價值觀及態度。事實上,這些學習目標可以在不同的學習階段以不同的程度體現出來。

- 發展學習數學的興趣。
- 展示對參與數學活動的熱忱。
- 建立靈敏的觸覺,體會數學在日常生活中的重要性。
- 展示在日常生活中應用數學知識、澄清自己的論證及挑戰別人論據的信心。
- 能與其他人分享意見及經驗,及合作完成數學課業/活動和解決數學問題。
- 了解及履行個人在群組工作時的責任。
- 在群組工作時持開放態度。討論數學問題時,願意聽取及尊重他人的意見,一起研究數學問題時,對他人的貢獻表示欣賞及重視。
- 解決數學問題時,能獨立思考。
- 製而不捨地解決數學難題。
- 欣賞數學的精確性、美感和文化方面的貢獻,及其在人類事務上所 發揮的作用。

示 例

示例一:數粒遊戲

學習範疇:數

學習單習:10 以內的數

學習階段:一

目標:認識 10 以內的數的基本組合。

預備知識:學生應能:

(i) 數及說出物件的數目

(ii) 識別單數和雙數

(iii) 以一一對應的方法比較兩組物件的多少

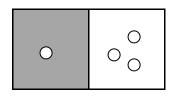
教學資源:(i)數粒、(ii)貼紙、(iii)工作紙(數粒遊戲)

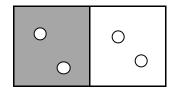
活動內容:

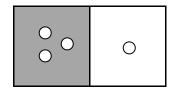
活動一:

1. 學生每兩人一組,每組領取十粒數粒。

2. 教師著學生取出四粒數粒,並把這四粒數粒分成兩份(每份最少要有一粒數粒),要求學生找出共有多少種分法,並把結果用貼紙記錄於工作紙上(見下圖)。







討論問題:

- 1. 把四粒數粒分為兩份,共有多少種分法?
- 2. 當陰影部分增加一粒數粒時,空白部分內數粒的數目會有甚麼改變?
- 3. 當陰影部分的數粒增加愈多,空白部分內數粒的數目會有甚麼改變?
- 4. 如何能確保找出所有組合?

教師備註:

- 1. 因為學生在這個階段未理解「零」的概念,教師應提示學生在分數粒時,至 少於陰影部分或空白部分內最少都要放上一粒數粒。
- 2. 如不用貼紙記錄,教師可著學生把結果繪畫在工作紙上。

活動二:

- 1. 學生重複活動一的步驟,分別把兩粒至十粒數粒分成兩份,找出每個數的各種組合。
- 2. 學生每次都把結果用貼紙記錄在工作紙上。

討論問題:

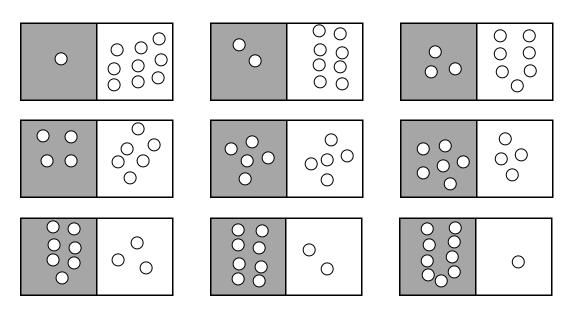
- 1. 重覆活動一的討論。
- 2. 根據活動二分數粒的結果,哪些數分成兩份時,陰影和空白部分的數粒數目相等? (2、4、6、8、10)
- 3. 這些數有何特別?(教師引導學生發現這些數都是雙數)

教師備註:

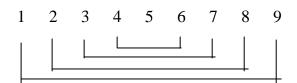
因學生在這個階層未理解「零」的概念,以上活動只應用兩粒至十粒數粒進行。

活動三:

1. 教師著學生觀察活動二中把十粒數粒分成兩份的結果(見下圖)。



2. 教師在黑板上寫上數字 1 至 9 學生根據上圖的結果把數字聯起來(見下圖), 並說明所發現的規律。



討論問題:

- 1. 哪個數字未能與其他數字聯起來?為甚麼?
- 2. 如要為這個數聯線,你認為它的「伙伴」是甚麼數?為甚麼?

此示例需要運用以下的共通能力:

1. 批判性思考

- 理解直接的因果關係,例如當陰影部分的數粒增加一粒,空白部分內數粒的數目會減少一粒。
- 在找出所有組合的過程中,利用歸納法進行推理。
- 利用歸納法進行推理,例如找出數的特質。
- 根據充足的數據及證據作出符合邏輯的結論,例如觀察把十粒數粒分成兩份的結果,將兩個數聯線。

2. 溝通

- 理解及執行口頭指示,例如依照教師指示把數粒分成兩份,並把結果記錄 在工作紙上。
- 以繪圖和符號表達課業的結果。
- 與他人討論以完成課業,例如把數粒分成兩份。

3. 解決問題

- 把兩粒至十粒數粒分成兩份時,利用過往的經驗解決新的問題。
- 使用不同方法解決問題,例如找出所有組合時,可將數粒一粒一粒由一邊 移至另一邊,亦可將幾粒數粒放於一邊,其餘的放於另一邊。

數粒遊戲

把	粒	立數粒分為兩份,並分別把結果用貼紙貼在下圖上。					

示例二:立體的拼砌

學習範疇:圖形與空間

學習單位:立體圖形(三)

學習階段:二

目標:

(i) 用數粒拼砌立體圖形

- (ii) 找出數粒拼砌出所有立體圖形的方法
- (iii) 描述砌出的立體圖形
- (iv) 將砌出的立體圖形分類
- (v) 描述將立體圖形分類的方法

預備知識:學生應能分辨及描述各種平面及立體圖形

教學資源: (i)數粒、(ii)等距網格紙

活動內容:

活動一:

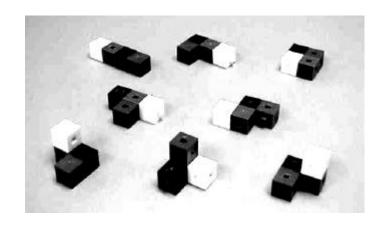
- 1. 教師給予學生每人一盒數粒。
- 2. 學生用兩粒數粒拼砌立體圖形,並將立體圖形展示於桌上。
- 3. 用三粒、四粒及五粒數粒,重複步驟(2)。
- 4. 學生兩人一組,互相向對方描述自己拼砌的立體圖形。
- 5. 學生根據立體圖形的特性將立體分類。

討論問題:

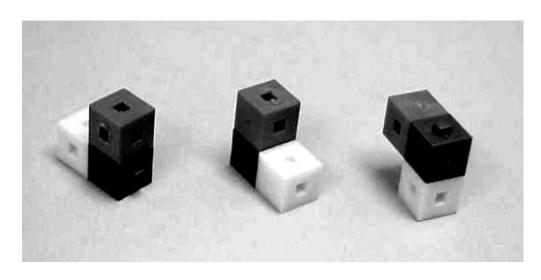
- 1. 用兩粒、三粒、四粒、五粒數粒可拼砌出多少種不同的立體圖形?
- 2. 你能否拼砌出所有立體圖形?如何拼砌?
- 3. 你以甚麼原則將各立體圖形分類?

教師備註:

- 1. 教師應讓學生自由解說拼砌立體圖形及把圖形分類的方法。
- 2. 利用四粒數粒可拼砌出的立體圖形計有:



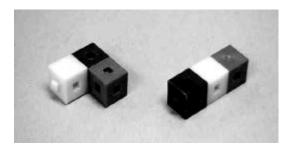
3. 將一個圖形轉動或反過來而成的其他圖形,視為相同的圖形。例如以下三個立體圖形均為相同的圖形。

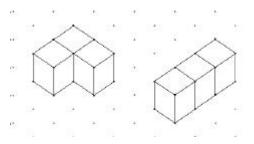


4. 透過觀察學生在課堂上的表現,教師可確定學生在學習圖形上的強項和有待 改善之處,然後找出加強學生空間感的方法。

活動二: (適合能力較高的學生)

學生把活動一拼砌出的立體圖形記錄於等距網格紙上。 例如以三粒數粒砌成的圖形如下:





教師備註:

教師可用電腦軟件準備等距網格紙。如使用 Cabri Geometry 軟件,按「Define Grid」 鍵顯示兩軸,然後移動 x 及 y 軸,便能造出等距網格。

此示例需要運用以下的共通能力:

1. 溝通

- 用簡單而恰當的數學術語,以口述方式描述立體圖形。
- 以口述方式解釋將立體圖形分類的原則。
- 以恰當的繪圖和符號表達課業的結果,例如把活動一拼砌出的立體圖形記錄於等距網格紙上。

2. 批判性思考

- 按不同的準則將資料分類,例如將立體圖形按其特性分類。
- 在找出所有立體圖形的過程中,利用歸納法進行推理。

3. 解決問題

- 使用簡單方法解決問題,例如以一個恰當的計劃拼砌立體。
- 利用過往的經驗解決新的問題,例如運用以三粒數粒拼砌立體圖形的經驗,以四粒及五粒數粒拼砌立體圖形。

示例三:認識社區

(跨學科專題設計)

學習範疇:圖形與空間、數據處理

學習單位:八個方向及棒形圖(一)

學習階段:二

目標:

- (i) 用指南針找出八個方向
- (ii) 熟悉校園附近社區的環境
- (iii) 繪製校園附近社區的平面圖
- (iv) 知道社區所提供的設施與服務
- (v) 用統計圖表示搜集得的資料

預備知識:學生應能

- (i) 用指南針找出四個主要方向;
- (ii) 製作簡單棒形圖。

教學資源:指南針

活動內容:

活動一:

- 1. 學生利用指南針找出四個方向,並描述校園附近這四個方向所建的設施。
- 2. 學生利用指南針找出八個方向,並記錄校園附近這八個方向所建的設施。

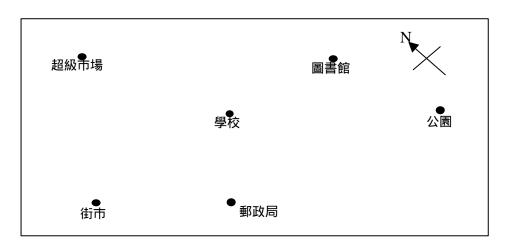
討論問題:

- 1. 當你在不同位置時,社區設施的方向有沒有改變?
- 2. 當你在同一個位置但面對不同的方向時,社區設施的方向有沒有改變?

活動二:

學生分成小組完成下列工作:

1. 利用指南針簡單繪出校園附近社區的平面圖。例如:



(因為設施之間的距離並不是這個活動的主要關注項目,學生只需 憑直覺估計便可。)

2. 搜集學校附近設施與服務的有關資料,例如區內超級市場、公園、街市、圖書館的數目,各設施的狀況和維修保養是否良好,居民使用該等設施的頻次等。

(能力較高的學生可以進行小型的問卷調查去搜集資料。)

- 3. 分析搜集得的數據,並以合適的統計圖顯示出來,例如棒形圖。教師亦可鼓勵學生運用新科技去報告他/她們的資料。例如學生可以利用試算表去記錄數據和繪製統計圖、用文書處理器去撰寫報告及用數碼相機去拍攝照片等。
- 4. 討論所做的統計圖並用口述或書面方式報告所得的結果。
- 5. 對校園附近社區的城市規劃提出改善的建議。

討論問題:

- 1. 校園附近的社區有些甚麽設施?
- 2. 你認為有哪些設施過多?為甚麼?
- 3. 你認為有哪些設施不足?為甚麼?
- 4. 如果你負責規劃社區,你會如何重新規劃?
- 5. 我們應如何愛護及改善社區的環境?

教師備註:

- 1. 教師必須給予學生足夠的時間搜集資料及撰寫報告。
- 2. 教師應給予學生清晰的指示及提供一些搜集資料的方法。

此示例需要運用以下的共通能力:

1. 協作

- 在搜集數據和匯報專題習作結果時,分擔職責及了解各個組員的角色。
- 在繪製校園附近社區的平面圖時,公開與別人進行討論及交換意見,然後 決定應該搜集甚麽資料。
- 在討論所得的資料時,耐心聆聽他人的意見。
- 明白及接納具不同經濟社會背景的組員對改善城市規劃的方法及對分析統 計數據所持的不同詮釋。
- 積極參與專題習作,例如討論用甚麼策略去搜集有關設施的資料。
- 協議選擇適合的策略去收集資料。
- 與他人聯絡、磋商及作出協調,選擇一個適合的策略去收集數據和建議一個新城市規劃方式。

2. 批判性思考

- 選取、分類及組織在學校附近地方收集得來的資料。
- 判斷資料是否合用,例如選取有用的資料去支持所建議的城市規劃方式。
- 根據充足的數據及證據去作出合邏輯的結論,例如根據收集所得的資料去建議怎樣改善區內的城市規劃。

3. 解決問題

- 選取適當的資料解決問題,例如找出適當的統計數據去建議改善城市計劃。
- 利用不同工具解決問題,例如利用表列方式計算設施使用頻次及利用問卷去收集居民對設施情況滿意的程度。

4. 創意

透過設計專題習作的過程、表達個人對城市規劃的意見及提出改善方法, 加強創意能力,例如獨創力、對問題的敏覺力、整理及分析問題的能力。

5. 運算

- 認識八個方向
- 在日常生活情況中組織簡單數據和詮釋簡單統計圖像,例如學校附近的社區設施。
- 選擇正確的數字形式去表達資料,例如利用百分率去表達居民滿意設施的程度。

示例四:一次方程的圖像描述

學習範疇:數與代數

學習單位:二元一次方程

學習階段:三

目標 :探究以圖像描述二元一次方程,並以資訊科技工具輔助。

預備知識:

(i) 用紙和鉛筆繪畫簡單二元一次方程的圖像

(ii) 操作電腦硬件及試算表軟件或繪圖計算機的基本技巧

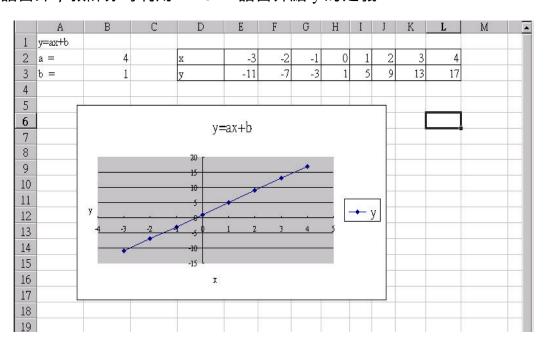
教學資源:試算表軟件,例如 EXCEL 或繪圖計算機

活動內容:

1. 教師著學生用紙和鉛筆繪畫出簡單一次方程的圖像後,可要求他/她們用 EXCEL 或繪圖計算機探究不同的一次方程圖像。

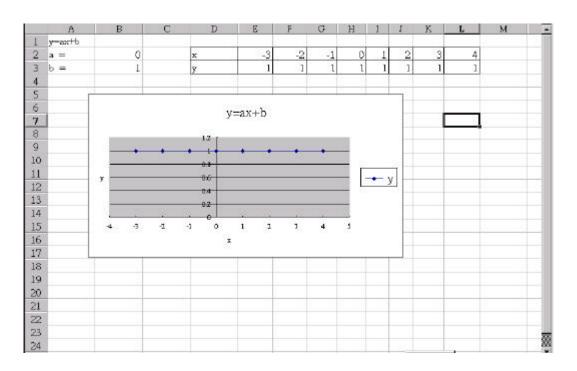
- - 將 A1、A2 及 A3 儲存格設定為方程的名稱,以及 a 與 b 的值
 - 於試算表中輸入或預先設定 x 的值
 - 輸入 a 及 b 的值
 - 按對應的 x 值而計算出 y 的值

除代數語言外,教師亦可利用 EXCEL 語言介紹 v 的定義



- 3. 學生可探究下列類型中不同方程的圖像:
 - 設定 b=0,並改變 a 的值以探究 y=ax 圖像的形狀
 - 設定 a=1,並改變 b的值以探究 y=x+b 圖像的形狀
 - 將 b 設定為任何常數,並改變 a 的值以探究 y=ax+b 圖像的形狀

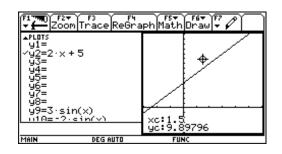
教師應要求學生比較各方程的圖像的傾斜度及截距,並討論該等類型方程的圖像。



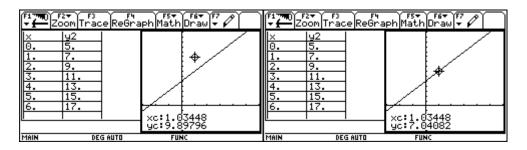
教師備註:

- 1. 教師可於上課前準備試算表,以便學生有更充裕的時間探究不同方程的圖像。準備試算表的步驟如下:
 - 界定 A1 為「y=ax+b」
 - 界定 A2 為「a=」, A3 為「b=」, D2 為「x」及 D3 為「y」
 - 於 B2 及 B3 儲存格分別輸入 0 及 1 的值
 - 於 E2 及 F2 儲存格分別輸入-3 及-2 的值,並將之複製至同一列的其他儲存格
 - 將 E3 儲存格的 y 值界定為「=\$B\$2*E\$2+\$B\$3」
 - 將此一定義複製至 y 的其他儲存格,電腦軟件便能自動計算出 y 的值
 - 點取 x 及 y 的值,並利用散線圖的繪圖功能繪製圖表

2 其他繪圖軟件,例如可從互聯網下載的 WinPlot.exe , 亦可作類似用途。只要將方程輸入軟件內 , 就可以繪製出圖像。此外 , 部分具繪圖功能的計算機亦能提供上述功能。這裏以 EXCEL 作示範 , 是因為大部分學校均有這個軟件。其功能優勝之處 , 在於可將不同方程的表及圖像在同一熒幕顯示出來 , 有助學生同時觀察方程在數值及圖表上的轉變。以下是探究活動中使用繪圖計算機的一些例子。學生可利用繪圖計算機的內置追尋 (Trace) 功能 , 按方程探究線上的點及各點坐標的關係。



學生可觀察不在直線上的點的坐標,再與在直線上的點的坐標作比較。



教師應提醒學生在追尋直線上各點的坐標時會遇到的困難。(例如追尋直線上的點是不容易的事,而因為進位問題,v 和 ax+b 的值未必完全相同。)

- 3. 熟悉 EXCEL 功能的學生可自行設定試算表,他/她們可設計具個人風格的圖示方式及表列方式,而學生對該軟件程式再不會感到陌生。界定 y 的值有助學生對變數及常數的概念有更深的認識。
- 4. 可修改電腦軟件程式,使兩條方程(或以上)的表及圖像同時呈現在同一熒幕上。這樣有助學生比較不同方程的圖像。
- 5. 經過這項活動後,學生應能理解到
 - 二元一次方程的圖像為一直線
 - v=ax 方程的線會穿過原點,而線的傾斜度視乎 a 的值而定
 - v=b 的方程為一與 x 軸平衡的直線
 - 對方程 y=ax+b 而言, b 的值為 y 軸截距

此示例需要以下的共通能力:

1. 資訊科技

• 使用電腦軟件 EXCEL 或繪圖計算機進行探究活動。

2. 運算

- 使用不同數值的 a 和 b 去探究這些數值的變動對 y=ax+b 的圖像的影響。
- 觀察圖像,然後估算 b 的值。

3. 批判性思考

在 y=ax+b 中,比較 a 及 b 的值,並留意這些數值的變動對圖像的形狀所產生的影響,從而在討論這些結果時作出結論。

4. 解決問題

- 按示例所提出的步驟,探究問題的第一部分(即設定 b=0)。
- 調節探究的策略,例如使用由小至大或由大至小的數目。
- 設計和採用適當的策略來自行設計圖示方式及表列形式。

附註: 教師現在通常使用圖像黑板或高影片來展示一元二次方程的圖像。但是,這都不是有效的方法,因為一節課只可繪畫幾條方程及配合學生進行探究的彈性不足。使用資訊科技有以下優點:

- 教師可在很短時間展示多類型的方程圖像。
- 學生亦可即時提出方程並測試有關方程圖像的形狀。
- 使用電腦可將方程的數值(表列)、圖像、代數表達式同時並列於 一個熒幕上,方便學生即時觀察方程代數式的改變對方程圖像及數 值的影響。這種表達方式有助學生加強了解方程的代數意義。

示例五:二次函數 y=ax² +c 的圖像

學習範疇:數與代數

學習單位:函數及其圖像

學習階段:四

目標 :探究二次函數 $y=ax^2+c$ 中 a 及 c 在圖像上的意義,並以資訊科技工具輔

助。

預備知識:

(i) 函數的記號及基本概念

(ii) 二次函數 y=ax²+bx+c 的圖像形狀的直覺概念

(iii) y=x² 圖像的形狀

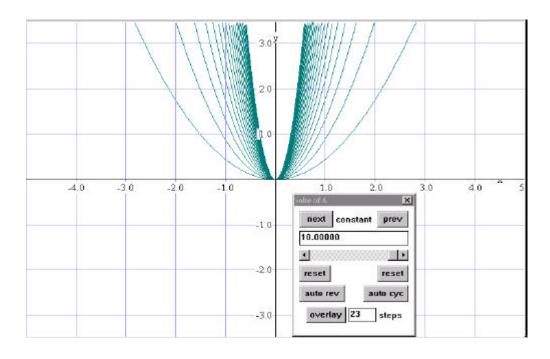
教學資源: 試算表軟件或從互聯網下載的 WinPlot.exe (網址:

http://academy.exter.edu/~rparris)

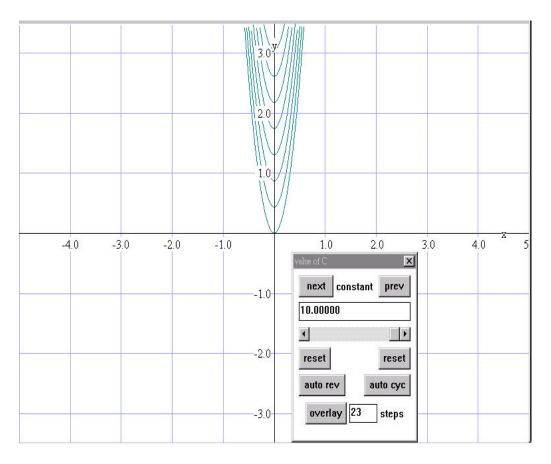
活動內容:

1. 學生分成小組,並在 WinPlot 的操作平台探究 $y=ax^2+c$ 的二次函數。

2. 設定 c 的值為零。教師要求學生探究數值由 1 轉變到 10 及由-1 轉變到-10 的函數形狀。教師要求學生觀察隨著 a 數值的增加 , 圖像形狀的變化。電腦軟件可製造出動畫效果。同樣地 , 當 a 數值為負數時 , 也對其形狀加以觀察及討論。



3. 教師可將 a 的數值設定為 1, 並要求學生觀察改變 c 的數值所造成的圖像轉變。



4. 然後教師要求學生就所提供的 $y=x^2$ 圖像,猜想以下圖像的形狀。學生應在教師所提供的圖表上,繪畫出他/她們所猜想的圖像。

a)
$$y = 2x^2$$

b)
$$y = 2x^2 + 3$$

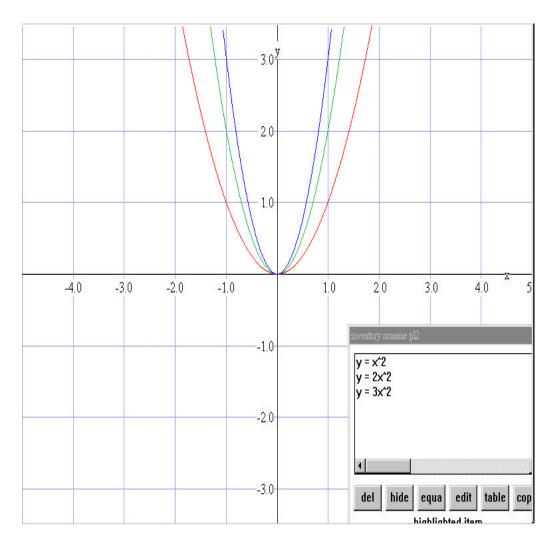
c)
$$y = 4x^2-5$$

d)
$$y = -3x^2 + 4$$

教師應和學生討論他/她們所作的猜想,並應討論 $y=ax^2+c$ 中的 a 及 c 的圖像意義,並列出重點。

教師備註:

- 1. 教師應提醒學生 x^2 的電腦程式記法為 x^2 。很多電腦軟件或電腦語言均採用 這種記法。
- 2. 可調整以 WinPlot 繪畫的二次函數圖像。倘教師發覺學生未能掌握所繪畫出的動畫圖像,教師可調整程式,使圖形逐一繪畫出來。



3. 在活動結束時,學生應能認識

- 圖像是沿 y 軸對稱
- x²的係數 a 影響曲線的開口方向及斜率
- 常數 c 是抛物線的 y 軸截距
- y=ax²+c 的常數 c 是 y=ax² 沿著 y 軸的平移
- 函數的極大值或極小值為 c

此示例需要運用以下的共通能力:

1. 資訊科技

- 使用電腦軟件 Winplot 自行探究。
- 使用軟件所提供的動畫效果功能,探究二次函數的係數變動對其圖像所造成的影響。

2. 運算

- 明白數學方程式 $y=ax^2+c$ 的意義。
- 探究不同的 a 及 b 數值對二次函數圖像的影響。

3. 批判性思考

- 發掘二次函數的性質,根據這些性質將二次函數分類(例如向上開口或向下開口,圖像比 y=x² 的圖像窄小或平坦,頂點的位移等等),並從不同例子中,總結觀察所得的結果。
- 預測其他函數的圖像及利用軟件加以核對。

附註: 教師通常使用圖像黑板或高影片來展示二次函數的圖像。很明顯,這都不是有效的方法,因為一節課只可繪畫幾個函數的圖像及彈性不足,未能讓學生在堂上即時探究未有準備的其他方程。使用資訊科技有以下的優點:

- 教師可在很短時間繪畫多種類型二次函數的圖像。
- 學生可即時探究不同的函數,並測試他/她們所猜想的函數與圖像形狀的關係。
- 由於可將不同的函數同時顯示於一個熒幕上,有助學生比較有不同係 數或常數項的函數的圖像。

示例六: 巴士的報告

學習範疇:數據處理

學習單位:統計的應用和誤用

學習階段:四

目標:

i. 提高學生分析和比較數據的興趣和認識。

ii. 培養學生闡釋一組數據的批判性思考能力。

預備知識:百分率的基本認識和計算

教學資源:搜集與巴士路線、巴士公司營運情況等資料有關的宣傳和廣告。

活動內容:

- 1. 公共巴士是香港主要的集體運輸工具,並為學生所熟識。通過探討巴士公司的 營運情況,學生應能加強對四週事物的認識和關注,明白到掌握背景資料對闡 釋數據分析的重要性。
- 2. 教師可提問以下問題,藉以引起學生的學習動機:
 - a) 香港有多少間公共巴士公司?
 - b) 試按下列各點比較連接香港島和九龍半島的三條過海隧道路線:
 - i. 過海隧道的巴士路線
 - ii. 隧道的長度
 - iii. 每條隧道的入口的地點
 - iv. 隧道的收費
 - v. 每條隧道的交通擠塞情況
 - c) 你認為增加過海巴士的班次會否令隧道的交通擠塞情況惡化?
- 3. 提供表一的資料,要求學生探討兩間巴士公司的誤點情況。

表一:兩間巴士公司的誤點情況

路線	甲巴:	上公司	乙巴士公司		
	正點(%)	班次數目	正點(%)	班次數目	
I. 經紅隧到	86.7	922	78.5	534	
西營盤					
II. 經紅隧到		2056	74.1	212	
北角	82.5	2056	74.1	312	
III. 經紅隧到	94.1	568	92.2	1534	
柴灣) <u></u>	100.	
IV. 經西隧到	96.2	265	93.7	1653	
荃灣					
總和	86.2	3811	89.6	4033	

討論問題:

- 1. 表一內兩間巴士公司正點的整體百分數是怎樣計算出來的?
- 2. 若單從每條巴士路線兩間巴士公司正點情況來看,甲巴士公司的表現遠 比乙巴士公司的表現優勝,但為何前者的整體表現卻遜於後者?
- 3. 假若巴士班次的延誤正如路線(I)和(II)的司機所說是因為塞車所致, 這個資料對於我們在比較兩間巴士公司的正點情況有何參考價值?

教師備註:

- 1. 在討論問題 2 時,教師可以用問答比賽形式來衡量學生對背景資料的認識
- 2. 討論問題 1 時,計算兩間巴士公司正點整體百分數的方法如下:

甲巴士公司正點的整體百分數

$$= \frac{86.7 \times 922 + 82.5 \times 2056 + 94.1 \times 568 + 96.2 \times 265}{922 + 2056 + 568 + 265} = 86.2$$

〔乙巴士公司的正點整體百分數也可以用同樣方法算出。〕

- 討論問題 2 及 3 時,教師應引導學生從表一中觀察出:
- 甲巴士公司班次數目最高的路線,正點百分數最低;而另一方面,乙 巴士公司班次數目最高的路線,正點百分數則最高。
- 由巴士司機提供的背景資料讓我們理解到甲巴士公司錯誤地把大量巴士路線安排到塞車的地區,以致拉低整體表現。

此示例需要運用以下的共通能力:

1. 溝通

- 運用數學語言解釋計算每間公司的正點整體百分數的方法。
- 從相關證據提出合理的論據。

2. 運算

• 從個別的百分數運用正確公式來計算正點的整體百分數。

3. 批判性思考

- 判斷和評估從問題2中所產生的矛盾論據。
- 可自行提出「較大的個別正點百分數未必導至較大的整體正點百分數」的論據。