

數學教育

學習領域課程指引
(小一至中六)



課程發展議會編訂

香港特別行政區政府教育局建議學校採用
二零一七

數學教育
學習領域課程指引
(小一至中六)

課程發展議會編訂

引言

香港學校課程發展已經進入持續更新的新階段。為了回應本地、區域以至全球各方面巨大且急劇的轉變，「學會學習」課程必須與時並進，以保持香港的競爭優勢。我們鼓勵學校持續及深化 2001 年「學會學習」課程改革所取得的成果，同時定出未來課程發展的新焦點，以達至整體學校課程的發展目標和學習宗旨，讓所有學生獲益。

為配合中、小學的學校課程持續更新，課程發展議會¹對八個學習領域的課程指引（小一至中六）已作出更新，並建議學校採用。

在更新各學習領域課程指引時，課程發展議會轄下相關學習領域的委員會，經已充分考慮學校、校長、教師、學生和公眾人士的關注、需要和建議。我們亦於 2015 年舉辦了一系列學校簡介會和進行全港學校問卷調查，以蒐集學校對各學習領域課程指引主要更新內容的意見。

更新後的八個學習領域課程指引（小一至中六）(2017) 將會取代 2002 年的版本。各學習領域課程指引展示了更新的課程架構，說明各學習領域的課程宗旨、學習目標及學習重點，詳述課程持續更新下各學習領域的發展方向，並且就課程規劃、學與教策略、評估及相關的學與教資源等提出建議。此外，各學習領域課程指引亦會更新有關有效學習、教學及評估的示例，供學校參考。部分學習領域亦會提供補充課程文件和科目課程指引，為個別學習階段的課程實施提供進一步的建議。我們鼓勵學校充分考慮本身的情況、教師的準備和學生的學習需要，適當採用課程指引的建議。

為使學校加深瞭解各學習階段的銜接和不同學習領域間的聯繫，以及如何達至有效的學習、教學及評估，學校應參照課程發展議會建議的相關課程文件，以及其與香港考試及評核局聯合編訂的高中課程及評估指引，以確保課程規劃能在全校、學習領域及學科層面均有連貫性。

課程發展是共同協作和持續進行的過程，各學習領域課程指引將會按照學校實踐的經驗，以及學生和社會轉變的需要，作定期檢視和更新。

¹ 課程發展議會是一個諮詢組織，主要就幼稚園至中學階段的課程發展事宜，向香港特別行政區政府提供意見。議會成員包括校長、在職教師、家長、僱主、大專院校學者、相關界別或團體的專業人士、香港考試及評核局代表、職業訓練局代表和教育局人員。

歡迎學校對數學教育學習領域的課程發展提出意見和建議，來函請寄：

九龍油麻地彌敦道 405 號

九龍政府合署 4 樓

教育局課程發展處

總課程發展主任（數學）收

傳真：3426 9265 電郵：math@edb.gov.hk

提 要

數學教育學習領域

數學作為一種幫助學生掌握探究、推測、邏輯推理等能力的重要思考模式、一個傳達意念的有效工具、一個學習其他學科的基礎和一種智力的鍛鍊，是學校課程中重要的學習領域，亦在幫助學生發展終身學習的必要能力上扮演著重要的角色。

數學教育學習領域的發展方向

為回應社會轉變中的需要、科學和科技的急速發展、國際研究對本港教育的評估結果以及不同持份者的意見，數學教育學習領域課程朝著延續現有優勢、優化學生的學習進程和配合學校課程持續更新的發展焦點的方向發展。與數學教育學習領域的發展緊密配合的發展焦點包括 STEM 教育、資訊科技教育、跨課程語文學習等。

數學課程的宗旨

培養學生構思、探究、推理、傳意、建立和以數學方式解決問題，以及從美學和文化的角度欣賞數學的能力。

數學教育的中央課程：一個開放及富彈性的架構

開放及富彈性的中央課程為學校定立方向，鼓勵他們幫助學生發展：

- 學習範疇或領域內的學習單位所包含的學科知識及技巧；
- 共通能力；和
- 正面的價值觀和積極的態度。

規劃校本數學課程

- 以數學教育學習域的課程文件作為主要參考
- 考慮學校情況、數學課程的宗旨和課程持續更新的發展焦點和主要更新重點（例如 STEM 教育和資訊科技教育）

- 運用課程架構提供的彈性照顧學習者的多樣性，優化學習進程，和編排有利於進行跨學習領域學習活動的教學次序
- 採用適當的學與教資源，例如教科書、電子資源和社區資源

數學的學與教

- 於不同的級別安排多元化學習活動，例如動手操作的探究活動、專題研習、數學閱讀活動和建基於數學課題而綜合其他學習領域相關學習元素的活動
- 透過資訊科技進行互動學習和自主學習
- 採用不同策略照顧學習者的多樣性，例如調適數學課程內容，彈性運用課程空間作鞏固和增潤活動
- 安排有質素的家課以鞏固學習，避免機械式操練

評估

- 安排評估以持續了解學生的學習進度，從而提供適時和優質的回饋，讓學生改善學習，亦幫助教師調適教學策略
- 提供多元化評估（例如課堂觀察、提問、開放式問題、探究式課業和專題研習）以改進學與教
- 運用適當的評估工具，例如「學習進程架構」（LPF）和「學生評估資源庫」（STAR），協助推行「促進學習的評估」和「作為學習的評估」

（有關課程各方面的資料，可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）和《中學教育課程指引》（2017）。）

目 錄

	頁數
引言	i
提要	iii
第一章 概論	1
1.1 學習領域	1
1.2 數學教育學習領域在學校課程的定位	2
1.3 基本理念和發展方向	3
1.3.1 數學教育學習領域的發展理念	3
1.3.2 數學教育學習領域的發展方向	4
1.4 發展策略	5
第二章 課程架構	9
2.1 數學教育學習領域課程的宗旨	9
2.2 課程架構	9
2.2.1 學習範疇、學習目標和學習重點	11
2.2.2 共通能力	25
2.2.3 價值觀和態度	26
2.2.4 共通能力、正面的價值觀和積極的態度 的培養	27 29
2.3 課程組織	30
2.4 核心和延伸	
第三章 課程規劃	33
3.1 均衡的課程	33
3.2 中央課程與校本課程發展	33
3.3 加強 STEM 教育	35
3.4 加強資訊科技教育	37
3.5 加強價值觀教育	38
3.6 學習階段的銜接及多元出路	39
3.6.1 幼稚園和小學的銜接	40
3.6.2 小學和初中的銜接	40

	頁數
3.6.3 初中和高中的銜接	41
3.6.4 教育和職業出路的支援	42
3.7 跨學習領域的連繫	42
3.8 時間分配	44
第四章 學與教	45
4.1 主導原則	45
4.2 學與教的取向	46
4.2.1 四個關鍵項目	47
4.2.2 全方位學習	51
4.2.3 電子學習	52
4.2.4 家課	53
4.3 STEM 教育的學與教	54
4.4 照顧學習者的多樣性	57
4.4.1 中央課程層面	58
4.4.2 學校層面	58
4.4.3 課堂層面	60
第五章 評估	65
5.1 主導原則	65
5.2 進展性和總結性評估	67
5.2.1 評估的目的	67
5.2.2 評估的模式	68
5.2.3 推展進展性評估	71
5.3 校內評估和校外評估	72
5.3.1 校內評估	72
5.3.2 校外評估	73
第六章 學與教資源	75
6.1 優質的教科書及其他學與教資源	75
6.1.1 教科書	75
6.1.2 教科書以外的學與教資源	76
6.1.3 支援課程發展的資源	77
6.2 有效運用學與教資源	78
6.3 學與教資源的管理	79

	頁數
示例	81
附錄	167
參考文獻	207
課程發展議會數學教育委員會委員名錄	211

示例

	頁數
1. 手拉手	84
2. 分物遊戲	88
3. 你的量杯	93
4. 尋找對稱	96
5. 求面積	99
6. 橡皮筋動力車	102
7. 立體圖形的截面	106
8. 認識社區	109
9. 課外活動	112
10. 四季	115
11. 探究 GPS 追蹤應用程式的量度誤差	119
12. 設計健康飲食餐單	121
13. 數學魔術	123
14. 開放式幾何題	127
15. 垂直線的斜率	129
16. 平截頭體的體積	132
17. 角柱的表面面積	137
18. 可反式量匙	143
19. 函數的平移	146
20. 傳染病的建模	152
21. 回報與風險	158
22. 數學閱讀計劃	164

附錄

	頁數
1. 小學及中學教育的七個學習宗旨	167
2. 數學課程中共通能力的發展	169
3. 共通能力的綜合應用	189
4. 支援數學學與教的網站和應用程式	194
5. 數學科學與教資源表	197
6. 數學科協作研究及發展（「種籽」）計劃	203

圖表列表

	頁數
1. 學習目標概覽	13
2. 學習單位概覽	19
3. 數學課程的課時分配	44
4. 數學比賽舉隅	51
5. 初中數學科特選課題的 STEM 相關學習活動例子	55

第一章

概論

第一章 概論

為回應社會轉變中的需要、科學和科技的急速發展、通過各種調查和活動從持份者蒐集的意見，以及配合學校課程持續更新的方向，我們檢視了《數學教育學習領域課程指引（小一至中三）》（2002）提供的建議。建基於香港學生在數學方面的優勢，我們更新了數學教育學習領域的課程內容，以優化學生的學習進程和配合學校課程持續更新的發展焦點，例如科學、科技、工程及數學（STEM）教育和資訊科技教育，以進一步優化學習和提升學習效能，從而培養學生成為 21 世紀更優秀的終身學習者。

《數學教育學習領域課程指引（小一至中六）》（2017）是由課程發展議會數學教育委員會編訂，作為《數學教育學習領域課程指引（小一至中三）》（2002）的更新版。指引的內容延伸至涵蓋三年高中數學課程，為幫助學校建立連貫的校本數學課程提供參考。

本指引所載的發展方向，是與小學及中學教育的七個學習宗旨（見附錄 1），以及《基礎教育課程指引—聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）和《中學教育課程指引》（2017）內的主要建議相配合和一致。

本指引為數學教育學習領域課程提供未來五至十年的整體發展方向。指引貫徹及加強《數學教育學習領域課程指引（小一至中三）》（2002）內建議的課程發展重點，進一步提升數學的學與教，以及支持學校課程持續更新的發展焦點和主要更新重點；這些重點回應了本地社會以至世界各地在各領域中的重大發展及考慮學生在學習上的裨益。本指引附有不同學習階段的示例以說明所介紹的理念，以幫助課程的實施。

1.1 學習領域

學習領域是課程的重要部分。它建基於**主要知識領域中基礎而關聯的概念**，而這些概念是所有學生皆應學習和掌握的。學習領域為學生提供不同的學習情境，透過適切的學與教活動和策略，讓他們發展及應用共通能力（例如溝通能力、協作能力和創造力）和與學科有關的能力，培養正面的價值觀和積極的態度，以及建構新的知識和加深對事物的了解。因應不同的學習目的，各學習領域學習的取向可以是學術性、社會性、實用性或綜合性；各學習領域可用科目、單元、單位、課業或其他模式，組織學習內容。

後頁圖 1 所示為課程框架的三個互相扣連的組成部分，即學習領域的知識、共通能力及價值觀和態度。

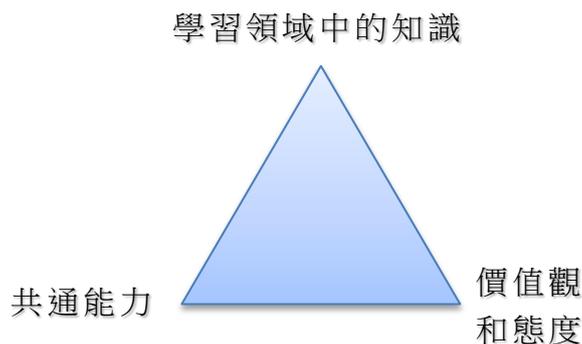


圖 1

1.2 數學教育學習領域在學校課程中的定位

在一個以科技和創意驅動，以知識為本的資訊時代，學生需要一些能幫助他們迎接二十一世紀挑戰的知識及技能。而數學知識正正是協助人們對社會的發展和繁榮作出供獻的一項不可或缺的助力。現今世界在生活各方面都充滿著數學及其應用，諸如工商業的發展和決策、社會和社區服務的提供，以至政府的政策和規劃，均有賴數學的運用。

數學教育學習領域在香港的學校課程中佔有非常重要的地位，因為它是：

- (a) 在科技為本和資訊發達的社會裡一項強而有力的工具，能協助發展不同的能力 — 它能幫助學生掌握傳意、探究、推測、邏輯推理和運用各種方法解決問題的能力。
- (b) 一個有效的溝通途徑 — 我們可透過圖形、圖表、圖像及符號等媒介來表達信息，而這些媒介甚至可再作整合，從而產生更豐富的信息。當中資料的表達和組織技巧，是學生終身學習和在瞬息萬變的世界中獲取新知識的重要基石。
- (c) 一個協助學習其他學科的工具 — 它能幫助學生擴闊視野、增進知識，以及奠定學習其他學科的基礎。
- (d) 一種智力的鍛鍊和思考方式 — 它是一種富創意的思維活動，透過這些活動，學生可發展他們的想像力、積極性和思考的靈活性。
- (e) 一門能發展學生欣賞自然美的能力、處理不確定性和作出正確判斷的能力的學科 — 在學校獲得的數學經驗能培養學生成為一

個具備數學能力的公民，並能藉此對社會的繁榮作出貢獻。

作為在推展 STEM 教育中發揮著積極作用的學習領域之一，數學教育學習領域課程為學生在數學上提供堅實的知識基礎，並強化學生綜合和應用 STEM 相關科目的知識和技能的能力。作為整體學校教育的一部分，數學支援學校課程中其他科目的學習，是學生在中小學階段全人發展的重要助力，它亦預備學生踏上多元出路，為專上教育及將來的就業出路作準備，因此能理所當然地成為香港學校課程中一個重要的學習領域。

1.3 基本理念和發展方向

1.3.1 數學教育學習領域的發展理念

在「學會學習」課程改革之前

由課程發展議會於 1997 年 7 月成立的全面檢視香港數學課程專責委員會，參考了 1998 年進行的兩項研究²，在 2000 年 1 月發布了報告書。該報告書建議數學課程應根據一套以內容為本的學習範疇來設計；學習抽象的數學概念前，應先讓學生接觸具體的事物以取得足夠的學習經驗，同時應輔以大量例子以資說明；而思維能力的培養必須紮根於不同範疇的數學知識上。《數學教育學習領域——數學課程指引（小一至小六）》（2000）及《中學課程綱要——數學科（中一至中五）》（1999）課程文件均採納了委員會提出的建議而編寫。

「學會學習」課程改革和新學制的實施

於 2001 年推行的「學會學習」課程改革，旨在於基礎教育層面推動課程及教學範式的更新，幫助學生成為終身學習者，有能力面對一個不斷變化的知識型社會，以及全球化和經濟競爭帶來的挑戰。2005 年公布的《高中及高等教育新學制——投資香港未來的行動方案》報告書建議採用三年高中、四年大學的新學制；而一個更靈活、更連貫和更多元化的高中課程已於 2009 年在中四實施。新學制下的高中課程及評估改革是基礎教育課程改革的延伸。課程文件《數學課程及評估指引（中四至中六）》（2007）提供了新學制下高中數學課程學與教及評估的詳情。

新學制下高中數學課程的檢視

2009 年 9 月實施的高中數學課程，自推行以來已就課程的不同範疇作出檢視。最初的檢視是在 2011 年進行，並為了回應從持份者蒐集

² 該兩項研究是：(1) 由香港大學負責的「亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究」；及(2) 由香港中文大學負責的「各界人士對數學課程觀感的分析」。

的意見，高中數學課程的內容和課時皆作出了微調。其後的中期檢討在 2014/15 學年進行，以蒐集數學科科主任和教師對在科目層面更新高中數學課程的初步建議的意見。而教師對高中數學課程架構的意見亦透過問卷調查和焦點小組面談蒐集。

學校課程持續更新

在我們推行學會學習課程改革的同時，過去十多年來本地及國際社會在經濟、科學、科技及社會發展各方面均出現許多轉變及挑戰。為了保持香港的競爭優勢，裝備學生面對本地和世界各種轉變，學會學習課程改革須進一步提升，既持續和深化已取得的成果，同時定出課程發展的新焦點，以邁向課程更新的新里程。

在 2015 年底，我們進行了學校問卷調查，蒐集學校對推動 STEM 教育及更新數學教育學習領域課程（小一至中六）的意見。調查結果顯示學校同意推動 STEM 教育是課程的發展重點；學校亦支持採用電子學習以提升學與教效能和加強數學教育學習領域課程的縱向銜接及橫向連繫。

邁進課程持續更新的新階段及跟進 2014/15 學年新學制的檢視結果，課程發展議會數學教育委員會於 2015 年尾成立了三個專責委員會進行課程檢視。專責委員會仔細參考學校問卷調查的結果，檢視及更新小一至中六的數學課程。隨著修訂的小學及中學數學課程學習內容的擬定稿在 2016 年底完成，我們在 2016/17 學年進行了有關修訂的課程內容和高中數學課程架構的多渠道公眾諮詢，透過焦點小組會議，課程發展探訪，諮詢研討會和學校問卷調查蒐集了來自不同持份者的意見，包括校長、中學升學就業輔導主任、小學和中學數學科主任和教師、大學和香港專業教育學院的學者、專業機構和考评局。課程發展議會在充分考慮了公眾諮詢的結果後，於 2017 年認可了本指引及其補充文件所介紹的小一至中六數學修訂課程。

數學教育學習領域更新的發展方向和策略，將於以下段落介紹；而修訂課程的架構和內容將於下一章介紹。

1.3.2 數學教育學習領域的發展方向

面對本地和全球各個領域中不斷的變化、科技的急速發展、持份者的意見、國際性評估（例如國際學生能力評估計劃（PISA）和國際數學與科學教育成就趨勢調查（TIMSS））的結果所反映本港數學教育的情況，以及課程持續更新的方向，我們重新審視了《數學教育學習領域課程指引（小一至中三）》（2002）內有關數學課程的規劃和實施的建議。我們提出以下各項課程更新的發展焦點，建議中小學把它們

融入校本數學課程之中，以配合學生因社會轉變和教育發展帶來的學習需要。

- (a) 透過 STEM 教育強化學生綜合和應用知識與技能的能力
- (b) 強調透過電子學習加強學與教效能，促進自主學習和提升學生運用資訊科技學習數學的能力
- (c) 在校本數學課程中，強調跨課程語文學習，如以推廣數學閱讀讓學生了解數學與現實生活和其他學科的聯繫
- (d) 透過不同的數學學習活動，加強綜合發展學生的共通能力、正面的價值觀和積極的態度

上列的發展焦點亦屬《中學教育課程指引》(2017) 第 2 冊中介紹的主要更新重點。此外，數學課程的發展是以課程內容的修訂來優化學生的學習進程，而課程的發展亦須建基於現有優勢。

1.4 發展策略

數學課程持續更新的過程中，學校可建基於現有的優勢，深化和持續既有的成果和定立新的發展焦點，以促進學生全人發展和終身學習的能力。在規劃校本數學課程時，學校宜參考在第 1.3.2 節提出的建議和發展焦點。學校可選擇配合學校需要的項目，設定優次並融入校本課程內。下表總結了一些學校的現有優勢及建議的發展策略，以協助課程的持續更新。

現有優勢	建議發展策略
<ul style="list-style-type: none">• 學校同意數學教育學習領域的課程目標，包括發展學生的知識、共通能力、正面的價值觀和積極的態度• 學生和家長都重視數學科	<ul style="list-style-type: none">• 發展校本課程，定出可聚焦、深化和持續發展的重點• 參與研究及發展計劃(例如「種籽」計劃)以進一步發展校本數學課程，促進學生的全人發展• 透過不同方法，例如實作活動、STEM 活動、數學閱讀和有效運用資訊科技等，增強學生學習數學的興趣和信心

現有優勢	建議發展策略
<ul style="list-style-type: none"> • 一些國際評估（例如：PISA 及 TIMSS）顯示，香港學生的數學表現在所有參與國家／地區中，在過去十數年排名在頭四位之內 • TIMSS 1995、1999、2003、2007 及 2011 的評估結果顯示，香港表現優秀的學生的比例正在提升 	<ul style="list-style-type: none"> • 保持現有於教學和評估的優良做法 • 給予學生更多運用數學解難的機會和工具 • 優化學與教材料和評估課業的設計以照顧不同能力學生的需要，例如：為學生提供多元化的電子學習資源，讓他們以自己的速度學習和接受適時的回饋
<ul style="list-style-type: none"> • 大多數教師同意 STEM 教育是學校課程持續更新的一個發展焦點 	<ul style="list-style-type: none"> • 提供配合學生興趣和能力的 STEM 學習活動，例如：以數學課程的特定課題為主題的活動或專題研習
<ul style="list-style-type: none"> • 大多數教師支持引入資訊科技，以提高學與教和評估的效能 	<ul style="list-style-type: none"> • 採用合適的教學法有效地應用資訊科技於數學的學與教之中 • 應用資訊科技以促進學生對抽象概念的討論和理解 • 提供合適的電子學習資源及培養學生的電子學習策略，幫助學生進行自主學習
<ul style="list-style-type: none"> • 數學教師一般都接受了專業訓練 • 教師樂意參與由教育局或其他專業團體提供的在職培訓 	<ul style="list-style-type: none"> • 為教師安排與課程持續更新發展焦點相關的專業發展課程，例如有關 STEM 教育和資訊科技教育的課程 • 鼓勵教師參與協作研究及發展計劃或實踐社羣，促進學校之間成功經驗的交流 • 擴展教師對不同學習階段數學課程的了解，以加強課程的縱向銜接
<ul style="list-style-type: none"> • 教師重視以進展性和總結性方式評估學生的能力 	<ul style="list-style-type: none"> • 提供多元化評估模式，諸如實作活動、開放題及問題為本課

現有優勢	建議發展策略
<ul style="list-style-type: none"> 學校透過校內評估和校外評估的成績來檢視及調適校本課程及所採用的學與教策略 	<p>業等，以評估學生不同的能力</p> <ul style="list-style-type: none"> 深化回饋的運用，在「促進學習的評估」之上推展「作為學習的評估」，以協助學生訂立個人學習目標，監察、反思及評估自己的學習
<ul style="list-style-type: none"> 大多數學校已為照顧學習者多樣性制定校本措施，例如：為數學能力稍遜的學生設立輔導班 課程設計具靈活性；數學課程包括增益元素（例如在小學及初中數學課程提供的增潤課題）和進階學習單位 	<ul style="list-style-type: none"> 為「兩極」的學生提供適當的提升或支援措施 規劃一個可以按學生能力而調適的校本課程，以照顧表現稍遜和能力較高學生之需要 運用數學教育學習領域課程所提供的靈活性，照顧學習者多樣性和運用多元化的學與教策略

雖然在上一節提及的課程持續更新的發展焦點對學校而言並不陌生，但仍配備以下的支援措施：

- 為課程領導和教師提供與發展焦點相關的專業發展課程，包括有關課程規劃、學與教和知識增益的課程；
- 籌辦協作研究及發展計劃和研習小組，以啟動、促進、持續發展和加強發展重點與數學的學與教和評估之間的配合（例如數學科的 STEM 教育及資訊科技教育）；及
- 其他措施，諸如提供資源套、學校數學通訊及閱讀材料等。

在課程規劃、學與教、評估及學與教資源上的建議，及本章提及的發展焦點/主要更新重點，將於第三至六章詳述。

(空白頁)

第二章

課程架構

學會學習2+ — 香港學校課程

課程寬廣而均衡，提供多元和專門的選擇，以配合學生在學術、專業和職業的發展需要。

培養學生終身學習及自主學習的能力

多元出路

促進學生全人發展

全方位學習

全方位學習

全方位學習

七個學習宗旨

五種基要學習經歷

德育及公民教育 智能發展 社會服務 體藝發展 與工作有關的經驗

核心科目

中國語文
英國語文
數學
通識教育科

選修科目

20個選修科目
應用學習
其他語言

其他學習經歷

德育及公民教育
藝術發展
體育發展
社會服務
與工作有關的經驗

價值觀和態度

- 七種首要價值觀
- 堅毅
 - 尊重他人
 - 責任感
 - 國民身份認同
 - 承擔精神
 - 誠信
 - 關愛

共通能力

- 基礎能力
- 溝通能力
 - 數學能力
 - 善用資訊科技能力
- 思考能力
- 批判性思考能力
 - 創造力
 - 解決問題能力
- 個人及社交能力
- 自我管理力
 - 自學能力
 - 協作能力

中四至中六

高中

中一至中三

初中

小一至小六

小學

幼兒班至高班

幼稚園

中國語文
教育
學習領域

英國語文
教育
學習領域

數學
教育
學習領域

科學
教育
學習領域

科技
教育
學習領域

個人、
社會及
人文教育
學習領域

藝術
教育
學習領域

體育
學習領域

常識科

價值觀和態度、技能和知識

語文

幼兒數學

大自然與生活

個人與群體

藝術與創意

體能與健康



第二章 課程架構

2.1 數學課程的宗旨

數學能幫助學生在這個科技與資訊發達的社會應付日後升學、職業或日常生活中種種的挑戰。數學教育習領域整體的課程宗旨是培養學生：

- (a) 明辨性思考、創意、構思、探究及數學推理的能力和運用數學建立及解決日常生活、數學或其他情境的問題之能力；
- (b) 透過數學語言與人溝通，具備清晰及邏輯地表達意見的能力；
- (c) 運用數字、符號及其他數學物件的能力；
- (d) 建立數字感、符號感、空間感、度量感及鑑辨結構和規律的能力；
及
- (e) 對數學學習持正面態度及欣賞數學中的美學及文化。

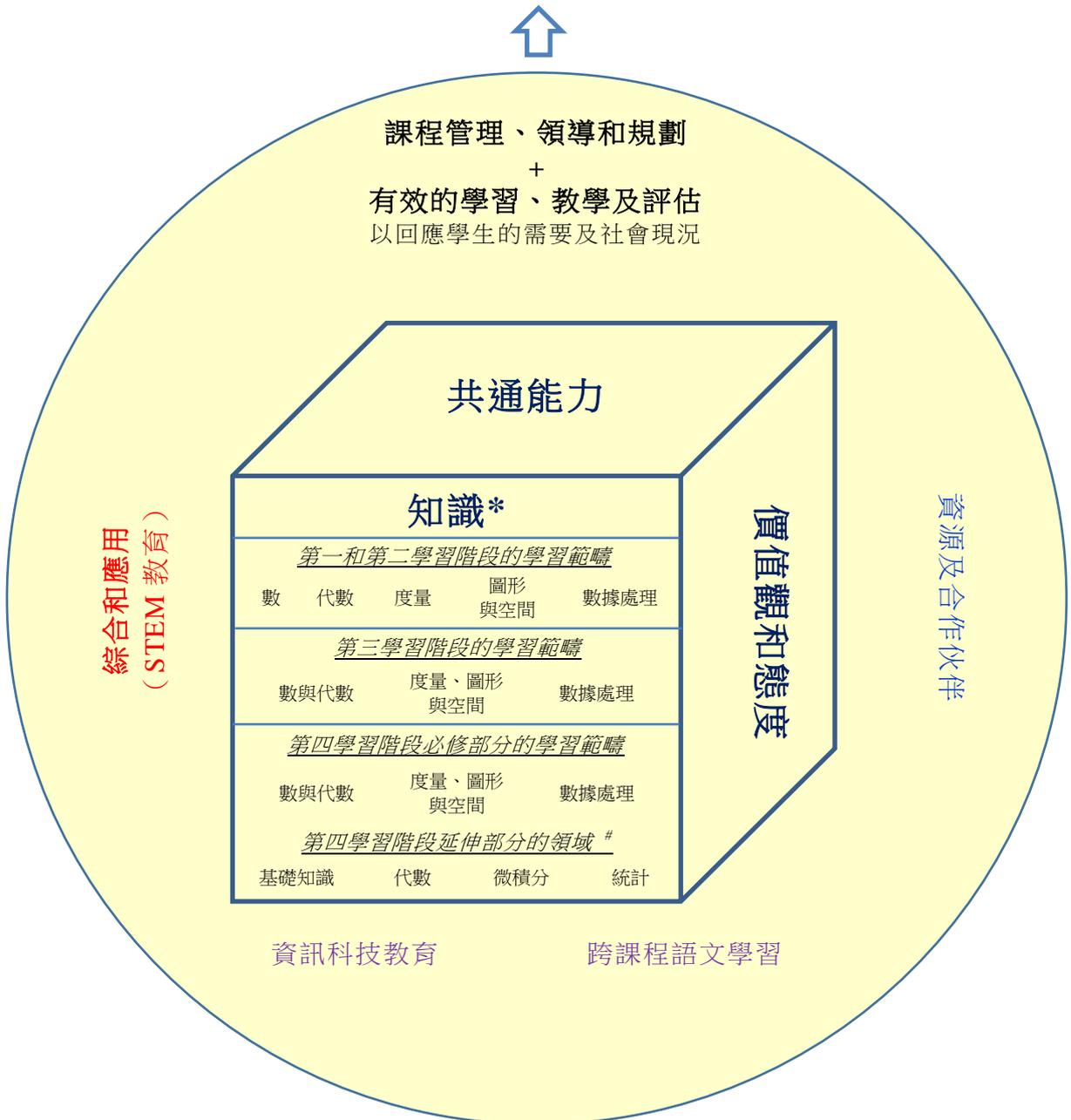
上一章提及的課程更新發展焦點，包括推展 STEM 教育、資訊科技教育和跨課程語文學習，皆與課程宗旨互相呼應，特別是有關培養學生建立及解決日常生活或其他情境的問題之能力，和清晰及邏輯地與人溝通的能力的部分。而培養學生的共通能力、正面的價值觀和積極的態度，是我們向來的發展重點，亦是課程宗旨的一部分。

2.2 課程架構

數學教育學習領域的課程架構，是數學科學習、教學及評估的整體組織綱領。課程架構配合課程管理、領導和規劃，能達至數學教育學習領域的整體宗旨和學習目標。

圖 2 為數學教育學習領域課程架構的圖示。課程架構的中心由按學習範疇組織的學科**知識**、**共通能力**和**價值觀和態度**這些互相扣連的部分組成，它們構成了學生在數學教育學習領域上所需學習及發展的內容。

數學教育學習領域課程整體宗旨和學習目標



圖二
數學教育學習領域課程架構圖

* 基礎課題、非基礎課題和增潤課題的設置為課程內容提供彈性(詳情見第 2.3 節和第 2.4 節)。各學習階段亦設有進階學習單位。

延伸部分單元一由「基礎知識」、「微積分」和「統計」組成，而延伸部分單元二則由「基礎知識」、「代數」和「微積分」組成。

課程的管理、領導和規劃，以及數學科的有效學與教及評估，不僅牽涉這中心部分，亦涉及學生在現今社會環境下的學習需要，包括學生運用語文和資訊科技來學習的能力的培養。由於數學科的學習也與其他學習領域或科目相關，因此綜合和應用不同科目的知識與技能是課程的重點之一，特別在 STEM 教育的推行上。再者，數學教育學習領域課程的成功落實需要資源的有效運用，以及學校、教育局和其他伙伴組織的協作。

以下分節將就課程中的知識、共通能力、價值觀和態度作詳細說明。

2.2.1 學習範疇、學習目標和學習重點

學習範疇是數學知識及概念的分類方法，用以組織課程。它們的主要作用是將數學內容組織起來，整體地發展學生的知識、共通能力、價值觀和態度。數學教育學習領域課程內容基本可劃分為三個學習範疇，即「數與代數」、「度量、圖形與空間」及「數據處理」。在小學階段，這三個學習範疇細分為五個學習範疇（見圖 2）。

為了確保學生在小學和中學階段得到有意義、有效益和連貫的學習，我們必須根據數學課程的宗旨為學生訂定學習目標和學習重點。這些學習目標和重點，是按照數學教育學習領域課程的架構，以循序漸進的方式，分別在小學和中學教育的四個學習階段中有系統地編排。四個階段分別是第一學習階段（小一至小三）、第二學習階段（小四至小六）、第三學習階段（中一至中三）和第四學習階段（中四至中六）。

由於高中數學課程延伸部分的內容縱橫交織，故不以學習範疇來組織，而是劃分為「基礎知識」、「代數」、「微積分」和「統計」各個領域。延伸部分單元一由「基礎知識」、「微積分」和「統計」組成；而單元二則由「基礎知識」、「代數」和「微積分」組成。在各學習階段，除了學習範疇和各領域中的課程內容外，在課程設計時還加入了「進階學習單位」，旨在提高學生探究、思考和形成數學概念的能力，和讓學生綜合和應用從不同學習範疇和領域所學的知識和技能。

每個學習範疇或領域的學習重點會歸類並編入不同的學習單位，一方面反映性質相近的學習內容的相互關係，另一方面容讓教師和學生連繫不同學習單位的內容。

正如第一章第 1.3.2 節所述，為配合數學教育的發展方向和學校課程的持續更新，各學習階段數學課程中的學習內容皆有所更新。更新的主要目的包括：

- 優化不同學習階段課程之間的銜接；
- 加強對其他學科的支援；
- 優化課程內容的組織以促進學與教；及
- 為課程的廣度和深度提供更具體的描述。

第一至第四學習階段數學修訂課程的學習目標和學習單位載於後頁表中。讀者亦可參考本指引的補充文件以了解小學、初中和高中數學課程詳細的學習內容，包括各學習單位下的學習重點。

學習目標概覽

小學數學課程（小一至小三）的學習目標			
數範疇	度量範疇	圖形與空間範疇	數據處理範疇
期望學生能：			
<ul style="list-style-type: none"> ● 認識整數*和簡易分數的概念； ● 認識及運用加法和乘法的交換和結合性質； ● 進行整數四則和簡易分數加法和減法運算，並檢查運算結果的合理性；及 ● 運用數來建立及解簡易應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 認識長度、距離、重量和容量的概念； ● 運用不同的方法來比較物件的長度、重量、容量和物件之間的距離，並記錄結果； ● 理解使用標準單位的需要； ● 選擇和運用適當的量度工具和標準單位來量度和比較物件的長度、重量、容量和物件之間的距離，並記錄結果； ● 估計量度結果； ● 認識貨幣、時間和日期，及其在生活中的應用；及 ● 綜合數、度量、圖形與空間範疇的知識，以解簡易應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 直觀辨認和描述平面圖形和立體圖形； ● 認識點和線的概念和立體圖形中面的概念； ● 認識直角、銳角和鈍角的概念； ● 認識垂直和平行的概念； ● 認識正方形、長方形、平行四邊形和梯形的概念和性質； ● 認識平行四邊形與正方形和長方形的包含關係； ● 認識不同種類三角形之間的包含關係； ● 製作平面圖形和欣賞幾何圖形的美；及 ● 描述物體的相對位置和認識四個方向。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 理解組織和表達統計數據的重要性； ● 按已定準則蒐集統計數據並作分類； ● 運用適當比例製作簡單統計圖，並進行闡釋；及 ● 建立及解答由統計數據或統計圖引發的簡易應用題。

* 小學數學課程中「整數」是指非負整數。

小學數學課程（小四至小六）的學習目標

數範疇	代數範疇	度量範疇	圖形與空間範疇	數據處理範疇
期望學生能：				
<ul style="list-style-type: none"> • 認識及運用乘法的分配性質； • 認識質數和合成數的概念； • 理解最大公因數和最小公倍數的概念； • 理解整數、分數、小數和百分數的概念及四者之間的相互關係； • 進行整數、分數和小數四則運算，並檢查運算結果的合理性；及 • 運用數來建立及解應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> • 運用符號表示數； • 運用符號表達以文字敘述和涉及未知量的運算和數量關係；及 • 運用代數來建立及解簡易應用題，並認識如何檢查所得結果的合理性。 	<ul style="list-style-type: none"> • 認識周界、面積、體積和速率概念； • 運用不同的方法來比較平面圖形的周界和面積、物體的體積和速率，並記錄結果； • 選擇適當的標準單位來量度及比較平面圖形的周界和面積、物體的體積和速率，並記錄結果； • 運用量度工具和標準單位來量度、比較和繪畫不同大小的角； • 認識量度的準確性； • 估計量度結果； • 探究及運用平面圖形和立體圖形的度量公式； 	<ul style="list-style-type: none"> • 認識菱形和圓的概念和性質； • 認識不同種類四邊形之間的包含關係； • 認識立體圖形中頂和稜的概念； • 認識球的概念和性質； • 從已知條件製作平面圖形和立體圖形和欣賞幾何圖形的美；及 • 認識八個方向。 	<ul style="list-style-type: none"> • 理解組織和表達統計數據的準則； • 運用近似值和適當比例製作統計圖，並進行闡釋； • 認識統計圖中所顯示的數據關係和數據的變化規律； • 認識平均數的概念，並解應用題； • 建立及解由統計數據或統計圖引發的問題； • 選擇合適的統計圖表達數據；及 • 判斷統計圖表達方法的合適性。

小學數學課程（小四至小六）的學習目標

數範疇	代數範疇	度量範疇	圖形與空間範疇	數據處理範疇
期望學生能：				
		<ul style="list-style-type: none"> • 認識體積與容量的關係，並解應用題； • 進行時間單位之間的化聚，並解有關時間和速率的應用題；及 • 綜合數、度量、圖形與空間範疇的知識，以建立及解應用題。 		

初中數學課程的學習目標

數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇
期望學生能：		
<ul style="list-style-type: none"> ● 認識負整數、負有理數及無理數的概念； ● 進一步運用數來建立及解應用題； ● 運用代數符號探究及描述數量間的關係，包括數列的規律； ● 從數值、符號及圖像角度闡釋簡單的代數關係； ● 處理簡單的代數式及關係式，及應用有關知識和技能建立及解簡單的現實生活中的問題，並證明所得結果的真確性；及 ● 應用「數與代數」範疇內的知識和技能來建立及解各學習範疇內的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 認識量度的誤差，並應用有關知識解應用題； ● 延伸平面圖形及立體圖形度量的概念和公式，並應用有關知識解應用題； ● 探究及構想平面圖形及立體圖形的幾何性質； ● 運用歸納和演繹方法來學習平面直線圖形的性質； ● 以適當的符號、術語及理由來作與平面直線圖形有關的幾何證明； ● 運用代數關係來探究及描述二維空間的幾何知識，並應用有關知識解應用題； ● 運用三角比來探究及描述二維空間的幾何知識，並應用有關知識解應用題；及 ● 應用「度量、圖形與空間」範疇內的知識和技能來建立及解各學習範疇內的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 認識離散及連續統計數據的組織方法； ● 進一步選用適當的統計圖表達數據，並闡釋各類統計圖； ● 理解集中趨勢的度量； ● 選擇及運用集中趨勢的度量來描述和比較數據； ● 研究及判斷由數據得出的推論的可信性； ● 認識概率的概念，並應用有關知識來建立及解簡單的概率問題；及 ● 綜合統計及概率的知識，以解簡單的現實生活中的問題。

高中數學必修部分課程的學習目標

數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇
期望學生能：		
<ul style="list-style-type: none"> ● 延伸數的概念至複數； ● 進一步運用代數符號探究及描述數量間的關係； ● 運用代數符號概括及描述數列的規律，並應用有關結果解應用題； ● 從數值、符號及圖像角度闡釋較複雜的代數關係； ● 處理較複雜的代數式及關係式，及應用有關知識和技能建立及解較複雜的現實生活中的問題，並證明所得結果的真確性；及 ● 應用「數與代數」範疇內的知識和技能來概括、描述及傳遞數學意念及進一步解各學習範疇內的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 運用歸納和演繹方法來學習平面圖形的性質； ● 以適當的符號、術語及理由來作與平面圖形有關的幾何證明； ● 進一步運用代數關係來探究及描述二維空間的幾何知識，並應用有關知識解應用題； ● 運用三角函數來探究及描述二維空間和三維空間的幾何知識，並應用有關知識解應用題；及 ● 應用「度量、圖形與空間」範疇內的知識和技能來概括、描述及傳遞數學意念及進一步解各學習範疇內的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 理解離差的度量； ● 選擇及運用集中趨勢及離差的度量來描述和比較數據； ● 進一步研究及判斷由數據得出的推論的可信性； ● 掌握計數的基本技能； ● 應用簡單公式來建立及解較複雜的概率問題；及 ● 綜合統計及概率的知識，以解較複雜的現實生活中的問題。

高中數學單元一(微積分與統計)課程的學習目標		
基礎知識	微積分	統計
期望學生能：		
<ul style="list-style-type: none"> • 應用二項展式學習概率與統計； • 以建模、繪畫圖像和應用指數函數及對數函數解應用題；及 • 理解指數函數和對數函數的關係，並應用它們解現實生活中的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> • 認識極限作為微積分學的基礎； • 透過現實情境理解微積分的概念； • 求簡單函數的導數、不定積分和定積分；及 • 應用微積分的知識解現實生活中的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> • 理解概率、隨機變量、離散和連續概率分佈的概念； • 以二項、泊松和正態分佈理解統計推理的基礎概念； • 運用統計推理和思考知道何時以及如何應用統計方法作出推斷和驗證結論；及 • 發展對不確定現象的數學思維能力，並應用相關知識和技巧解應用題。
高中數學單元二(代數與微積分)課程的學習目標		
基礎知識	代數	微積分
期望學生能：		
<ul style="list-style-type: none"> • 認識奇函數和偶函數及它們的圖像； • 理解數學歸納法原理； • 以二項式定理展開二項式； • 理解簡單三角函數，涉及複角的重要三角恒等式和公式；及 • 認識 e。 	<ul style="list-style-type: none"> • 理解矩陣和最高為三階方陣的逆矩陣的概念、運算和性質； • 解線性方程組； • 理解向量的概念、運算和性質；及 • 應用向量的知識解二維和三維空間的應用題。 	<ul style="list-style-type: none"> • 理解極限作為微積分學的基礎； • 理解函數的導數、不定積分和定積分的概念和性質； • 求簡單函數的導數、不定積分和定積分； • 求函數的二階導數； • 應用微積分的知識描繪曲線；及 • 應用微積分的知識解現實生活中的應用題。

學習單位概覽

小學數學課程（小一至小三）的學習單位			
數範疇	度量範疇	圖形與空間範疇	數據處理範疇
1. 20 以內的數 2. 基本加法和減法 3. 100 以內的數 4. 加法和減法（一） 5. 三位數 6. 加法和減法（二） 7. 基本乘法 8. 四位數 9. 加法和減法（三） 10. 基本除法 11. 五位數 12. 乘法（一） 13. 除法（一） 14. 四則運算（一） 15. 分數（一）	16. 長度和距離（一） 17. 貨幣（一） 18. 長度和距離（二） 19. 時間（一） 20. 長度和距離（三） 21. 時間（二） 22. 貨幣（二） 23. 長度和距離（四） 24. 時間（三） 25. 容量 26. 時間（四） 27. 重量	28. 立體圖形（一） 29. 平面圖形 30. 方向和位置（一） 31. 角 32. 方向和位置（二） 33. 四邊形（一） 34. 立體圖形（二） 35. 四邊形（二） 36. 三角形	37. 象形圖 38. 棒形圖（一）
進階學習單位			
39. 探索與研究			

注：表中學習單位並非按教學次序排列

小學數學課程（小四至小六）的學習單位				
數範疇	代數範疇	度量範疇	圖形與空間範疇	數據處理範疇
1. 乘法（二）	18. 代數的初步認識	21. 周界（一）	30. 四邊形（三）	36. 棒形圖（二）
2. 除法（二）	19. 簡易方程（一）	22. 面積（一）	31. 圖形分割和拼砌	37. 棒形圖（三）
3. 倍數和因數	20. 簡易方程（二）	23. 面積（二）	32. 方向和位置（三）	38. 平均數
4. 公倍數和公因數		24. 體積（一）	33. 圓	39. 折線圖
5. 四則運算（二）		25. 角（度）	34. 立體圖形（三）	40. 圓形圖
6. 分數（二）		26. 體積（二）	35. 對稱	41. 統計的應用及誤用
7. 小數（一）		27. 周界（二）		
8. 多位數		28. 速率		
9. 分數（三）		29. 面積（三）		
10. 小數（二）				
11. 小數（三）				
12. 分數（四）				
13. 分數（五）				
14. 小數（四）				
15. 小數（五）				
16. 百分數（一）				
17. 百分數（二）				
進階學習單位				
42. 探索與研究				

注：表中學習單位並非按教學次序排列

初中數學課程的學習單位		
數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇
1. 基礎計算 2. 有向數 3. 近似值與數值估算 4. 有理數與無理數 5. 百分法 6. 率、比及比例 7. 代數式 8. 一元一次方程 9. 二元一次方程 10. 整數指數律 11. 多項式 12. 恆等式 13. 公式 14. 一元一次不等式	15. 量度的誤差 16. 弧長和扇形面積 17. 立體圖形 18. 求積法 19. 角和平行線 20. 多邊形 21. 全等三角形 22. 相似三角形 23. 四邊形 24. 三角形的心 25. 畢氏定理 26. 直角坐標系 27. 三角學	28. 數據的組織 29. 數據的表達 30. 集中趨勢的度量 31. 概率
進階學習單位		
32. 探索與研究		

注：表中學習單位並非按教學次序排列

高中數學必修部分課程的學習單位		
數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇
1. 一元二次方程 2. 函數及其圖像 3. 指數函數與對數函數 4. 續多項式 5. 續方程 6. 變分 7. 等差數列與等比數列及其求和法 8. 不等式與線性規畫 9. 續函數圖像	10. 直線方程 11. 圓的基本性質 12. 軌跡 13. 圓方程 14. 續三角學	15. 排列與組合 16. 續概率 17. 離差的度量 18. 統計的應用及誤用
進階學習單位		
19. 進階應用 20. 探索與研究		

注：表中學習單位並非按教學次序排列

高中數學單元一(微積分與統計)課程的學習單位		
基礎知識	微積分	統計
1. 二項展式 2. 指數函數和對數函數	3. 函數的導數 4. 函數的求導法 5. 二階導數 6. 求導法的應用 7. 不定積分法及其應用 8. 定積分法及其應用 9. 運用梯形法則計算定積分的近似值	10. 條件概率和貝葉斯定理 11. 離散隨機變量 12. 概率分佈、期望值和方差 13. 二項分佈 14. 泊松分佈 15. 二項分佈和泊松分佈的應用 16. 正態分佈的基本定義及其性質 17. 正態變量的標準化及標準正態分佈表的運用 18. 正態分佈的應用 19. 抽樣分佈和點估計 20. 總體平均值的置信區間
進階學習單位		
21. 探索與研究		

注：表中學習單位並非按教學次序排列

高中數學單元二(代數與微積分)課程的學習單位

基礎知識	微積分	代數
1. 奇函數和偶函數 2. 數學歸納法 3. 二項式定理 4. 續三角函數 5. e 的簡介	6. 極限 7. 求導法 8. 求導法的應用 9. 不定積分法及其應用 10. 定積分法 11. 定積分法的應用	12. 行列式 13. 矩陣 14. 線性方程組 15. 向量的簡介 16. 純量積與向量積 17. 向量的應用
進階學習單位		
18. 探索與研究		

24 注：表中學習單位並非按教學次序排列

2.2.2 共通能力

共通能力對學生學會學習極為重要。在數學教育學習領域，共通能力既是過程技巧，亦是學習成果。共通能力是透過數學的學與教來培養和幫助學生學習和掌握數學知識與概念的工具。我們必須注意，共通能力並非附加於數學學與教上的事物，而是其中的組成部分。

自 2001 年起，我們已針對廿一世紀學生的學習所需，在學校課程中識別了以下九項重要的共通能力。

- 協作能力
- 溝通能力
- 創造力
- 明辨性思考³能力
- 運用資訊科技能力
- 數學能力
- 解決問題能力
- 自學能力
- 自我管理能力的

在以往的課程文件中，「數學能力」和「自學能力」分別稱為「運算能力」和「研習能力」。「數學能力」取代「運算能力」以表明更新的數學能力是一套完整地包括諸如量度、邏輯思維、描述規律和數據處理等方面的能力，以應用於不同的學科。自學能力亦取代研習能力以配合培養自主學習的終身學習者的方向。

建基於課程改革的實踐經驗，以及回應社會的轉變及最新的研究，九項共通能力現按性質歸納為三組，即：基礎能力、思考能力、個人及社交能力，以整全地提升對共通能力的綜合理解和運用（詳情見下表）。

基本能力	思考能力	個人及社交能力
溝通能力	明辨性思考能力	自我管理能力的
數學能力	創造力	自學能力
運用資訊科技能力	解決問題能力	協作能力

³ 過去譯作「批判性思考」。2015 年起，本局建議使用「明辨性思考」作為 critical thinking 的中譯，以強調其要義是明辨分析，謹慎思考。不過，由於其他華語地區的教育部門及專業群體多仍用「批判性思考」或「批判思維」的譯法，為方便溝通，我們將按處境使用「批判性思考」或「明辨（批判）性思考」的譯法。

小學和中學的數學教育皆強調數學於日常生活中的應用和高階思維能力。數學教育學習領域課程提供大量機會，讓學生於解決現實生活或數學情景的問題中，培養明辨性思考能力、創造力、解決問題能力和其他共通能力。

九項共通能力的詳細資料和數學教育學習領域如何有助發展共通能力的詳細說明，載於本指引附錄 2。

當進行較複雜的學習活動時，多項共通能力往往被綜合而非個別地運用，而有一些共通能力是常常被配搭一起使用的，例如：協作能力、溝通能力和解決問題能力；此外，明辨性思考能力、解決問題能力和創造力也有類似的情況。這兩組群的共通能力中，前一組可統稱為「協作式解決問題能力」，後者則為「整全性思考能力」。學校宜以整全的方式規劃學與教活動，讓學生藉課堂學習經驗，有效地綜合發展和應用這些能力的組合。

有關「協作式解決問題能力」和「整全性思考能力」的進一步闡釋，以及數學教育學習領域如何有助發展共通能力的綜合運用的例子，可參閱附錄 3。

2.2.3 價值觀和態度

除了知識和共通能力外，通過數學教育發展正面的價值觀與積極的態度亦非常重要。更新的德育及公民教育課程架（2008）列出了**七種首要培育的價值觀和態度**，以反映香港這個被譽為「中西交匯」的國際城市，具備中西文化和價值觀共存共融的獨特性。七種首要培育的價值觀和態度是：**堅毅、尊重他人、責任感、國民身份認同、承擔精神、誠信和關愛**。為配合學生個人以至社會的需要，這些價值觀和態度對學生的全人發展極為重要。

在數學教育學習領域，價值觀教育可透過相關課題和合適的學與教活動進行，以幫助學生應用和思考首要培育的價值觀和態度或其他相關的價值觀和態度。這些價值觀和態度滲透於不同學習階段的課程內。以下的目標展示了數學學習與發展正面的價值觀和積極的態度的關係。它們同時有助教師設計數學課程的相關學習經歷。但是，這些目標僅屬本科所有目標的一部分，而我們亦無須硬性按照下列的次序來培養學生的價值觀和態度。事實上，我們可以在不同的學習階段以不同程度落實這些目標。

- **鏗而不捨**地解決富挑戰性的數學問題。
- 在找尋數學問題的不同解決方案，或比較專題研習的探究策略

時，懂得**尊重和接納**別人的意見。

- 了解和履行個人在小組工作中的**責任**，並透過在分組任務中擔任不同角色，發展**承擔精神**。
- 透過討論不同社會情境中統計學的誤用，培養學生的**誠信**。
- 在解決數學問題時能**獨立思考**。
- 在完成數學課業和解決數學問題的過程中，願意與他人**協作**，分享意見和經驗。
- 在討論數學問題時持**開放的態度**，願意聆聽及尊重他人的意見，懂得重視和欣賞別人的貢獻。
- 培養學習數學的**興趣**。
- 展示對參與數學活動的**熱忱**。
- 展示在日常生活中應用數學的**信心**，包括闡明自己的論點和挑戰別人的論據。
- **欣賞**數學的精確性、美感、和在文化方面的貢獻，以及數學在人類活動上所發揮的作用。

2.2.4 共通能力、正面的價值觀和積極的態度的培養

共通能力、態度和價值觀不是憑空發展的，我們期望通過學習各個課題內的數學知識來培養學生的共通能力、態度和價值觀。而教師亦宜設計相關的學習活動，有計劃地幫助學生發展共通能力、價值觀和態度。圖 3 是各項學習元素互相交織的圖示。

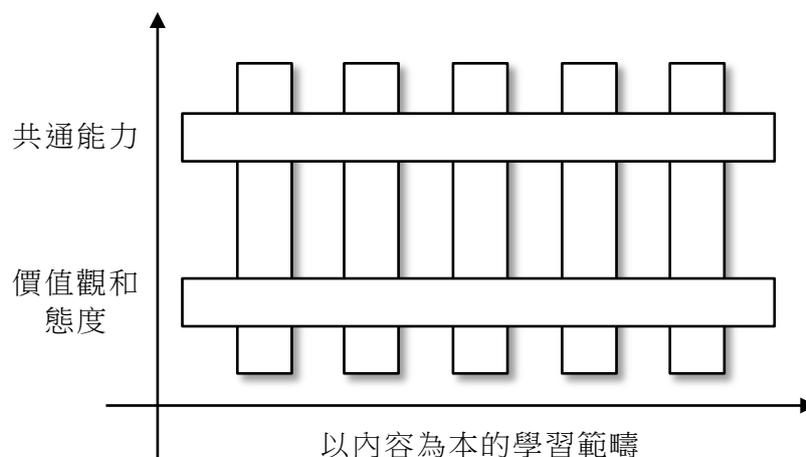


圖 3

數學教育學習領域提供有意義的情境，透過適當的學與教活動和特定主題，讓學生同時發展共通能力和數學科的技能。學校應整體策劃數學課程的學與教活動，讓學生恰當並有效地獨立或綜合運用和發展各項共通能力。我們鼓勵教師作以下嘗試：

- 在訂定校本學習目標和設計校本課程、學習活動及評估時嵌入共通能力元素；
- 自然地把共通用能力元素融入學科知識、價值觀和態度之中；
- 組織一些要求學生應用共通能力和反思對共通能力的使用的學習活動，例如專題研習、實作課業和小型調查；及
- 建立與實際生活相符的學習環境，讓學生透過現實世界中的問題學習共通能力。

本指引載有示例以說明如何在學與教中連繫學習目標和共通能力。下表概述了四個示例（每學習階段各一）的主要學習目標和相關的共通能力。

示例	目標	應用和發展的共通能力
示例 1 手拉手 (第一學習階段)	<ul style="list-style-type: none"> • 認識奇數和偶數 	<ul style="list-style-type: none"> • 溝通能力 • 明辨性思考能力 • 解決問題能力
示例 8 認識社區 (第二學習階段)	<ul style="list-style-type: none"> • 利用指南針找出八個方向 • 熟悉校園附近社區的環境 • 繪製校園附近社區的平面圖 • 認識社區所提供的設施與服務 • 用統計圖表達所蒐集的數據 	<ul style="list-style-type: none"> • 協作能力 • 創造力 • 明辨性思考能力 • 解決問題能力
示例 15 垂直線的斜率 (第三學習階段)	<ul style="list-style-type: none"> • 透過資訊科技的輔助，更深入認識互相垂直的直線的斜率之關係 	<ul style="list-style-type: none"> • 運用資訊科技能力 • 解決問題能力 • 自學能力
示例 20 傳染病的建模 (第四學習階段)	<ul style="list-style-type: none"> • 讓學生認識生活中的數學及應用資訊科技解決問題 • 讓學生認識數學是協助規劃的有效工具 	<ul style="list-style-type: none"> • 明辨性思考能力 • 解決問題能力

除了連繫學習目標和共通能力外，正面的價值觀和積極的態度也可於不同的學習活動中培養。數學教育學習領域的教學活動能自然地把這些元素整合起來，以下以示例 8 的解說來說明。

示例 8 的學習活動涉及的共通能力有協作能力、數學能力、明辨性思考能力、解決問題能力和創造力。學生分組蒐集資料和製作統計圖時，他們須運用協作能力以界定個別成員的角色和分配責任。他們亦須學習在討論過程中尊重別人，努力完成自己在專題研習中負責的部分，以及在組內與其他人衷誠合作。過程中學生以數學的嚴謹精神，運用數學能力建立及解決問題；學生運用明辨性思考能力和解決問題能力篩選相關資料，這亦培養學生的毅力。透過專題研習中構思解決方法，運用自己的方式表達意念，以及建議改進自己的設計的方法，學生的創造力亦得以培養和加強。此外，活動能增強學生對學習數學的興趣和使學生更關注數學在日常生活中的重要性。

2.3 課程組織

數學教育學習領域課程為學校和教師提供了彈性和多元性，幫助他們在現有的優勢上持續發展和採用不同的課程設計模式，以配合不同的教學目標。在小學及中學階段，課程內容採用了「學習範疇」的組織形式，並在學與教過程中把共通能力、價值觀和態度的元素融入學習內容之中（見第 2.2.4 節圖 3）。

在小學及中學課程中，各學習範疇的學習單位皆以學習階段的形式設計。教師可從各學習階段所建議的學習單位中，為每個級別選取學習單位以制定校本數學課程；但所選擇的內容在編排方面必須合乎邏輯及連貫。高中數學課程單元一和單元二各領域的學習單位亦以同樣原則處理。

為了配合不同能力學生的需要，小學及初中數學課程內提供了增潤課題，而初中數學課程及高中數學課程必修部分則提供了基礎課題及非基礎課題⁴（詳情見第 2.4 節）。

學校宜參照《基礎教育課程指引—聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）和《中學教育課程指引》（2017）內有關數學教育學習領域在各學習階段的建議課時，進行校本課時編排。學校應為每個學習階段的數學科編排充足的課時，為教師提供課程空間整編或調適教材的內容和深度，於學與教過程中融入電子學習策略，以及組織探究活動或建基於數學課題的跨學習領域活動。課程預留課時予進階學習單

⁴ 在《中學課程綱要—數學科（中一至中五）》（1999）稱為「基礎部分」和「非基礎部分」。

位，讓教師在課堂內加入不同的學習活動。

教師可因應學生的需要彈性地設計校本數學課程。例如在第三學習階段，教師可於較低年級教授一元一次方程。之後，他們可自由選擇教授下列各課題的次序：

- (a) 一元一次不等式
- (b) 公式，然後 (c) 二元一次方程 或 (d) 恆等式

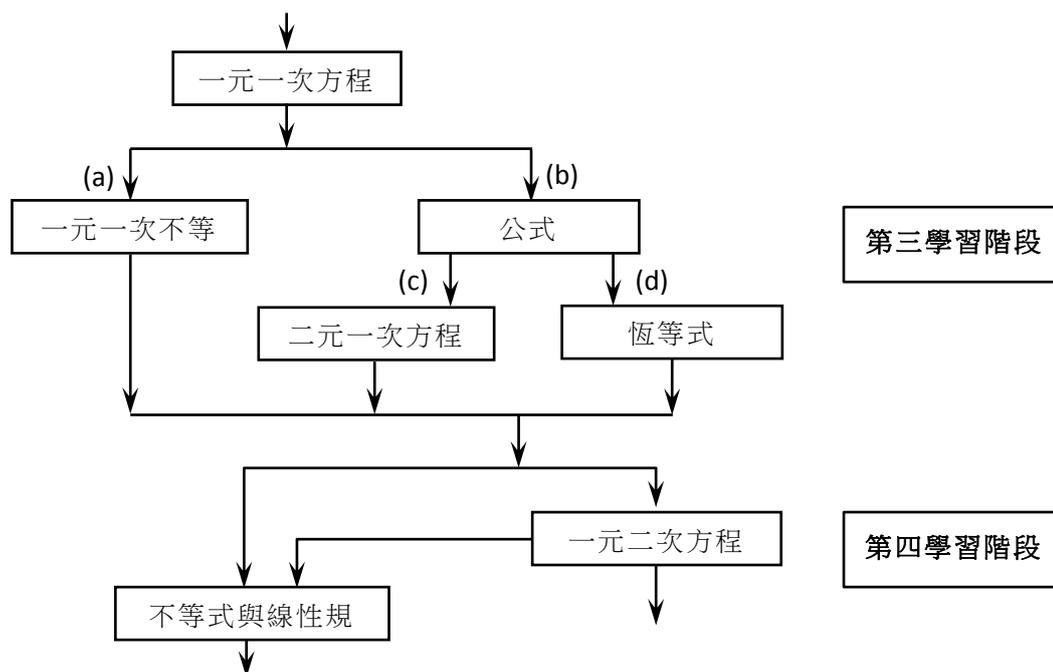


圖 4

教學次序可以是 (a)、(b)、(c)、(d) 或 (b)、(a)、(d)、(c)，或其他配合學生能力和需要的次序（見圖 4）。此外，教師可在同一學習階段內自由選擇教授的時間。上述的課題結合起來就是學習第四學習階段相關課題的先備知識。

2.4 核心和延伸

除了要符合學與教的不同目的外，在設計小學及中學課程時，亦同時考慮了學習者的多樣性。

初中數學課程和高中數學課程必修部分的基礎課題是指所有學生均應致力掌握的課題。這些課題的內容連貫，構成一套必要的概念和知識，且按以下原則選取：

- (a) 包括學習初中數學課程和必修部分的内容所需的基本概念和知識，和它們在現實生活中的簡單應用；及
- (b) 由不同環節組成的連貫自足的學習整體，讓學生可以從多角度體會數學的不同經驗。

課程內還包括了比基礎課題更廣泛和更深入的課題——非基礎課題。它們提供了更豐富的學習內容。教師可因應學生所需，自行調適第三及第四學習階段的非基礎課題的教學內容。另一方面，因為在小學階段所學的大多是基本概念，小學數學課程並未細分為基礎課題和非基礎課題。

為配合學生不同的需要、興趣和取向，高中數學課程在必修部分以外還提供了延伸部分。延伸部分是為日後進修及工作中需要更多數學知識和技能的學生而設。延伸部分提供兩個單元供學生選擇，單元一強調數學的應用性多於其嚴謹性，及提供微積分和統計的直觀概念；單元二強調數學的理解，以便學生將來學習涉及較多數學知識的學科，及幫助學生在代數與微積分上建立穩固的基礎。單元一和單元二的內容建基於必修部分中基礎課題和非基礎課題的學習，因此，修讀延伸部分任何一個單元的學生應一併修讀必修部分中的基礎課題和非基礎課題。

對於小學及初中階段能力較佳的學生，教師可考慮於校本課程中入加一些建議的增潤課題（如小學的「繡曲線」和初中的「探究外分點公式」），讓他們拓闊在數學方面的視野和體驗。教師亦可採納課程建議以外合適的增潤課題，以配合學生的興趣和能力。在高中階段，必修部分中的「數學的進一步應用」學習單位，能讓學生認識及欣賞他們在初中和高中所學習的不同數學知識的連貫性。這學習單位亦能讓學生綜合運用各範疇內的知識和技能，以解決現實生活和數學情境中的問題。它亦讓教師為學生安排不同的學習活動（例如建基於數學課題的跨課程活動）。為了提高學生探究、溝通、思考和形成數學概念的能力，數學教育學習領域課程在不同學習階段均設有「探索與研究」學習單位。教師可善用當中的課時讓學生參與不同學習單位內的學習活動。

(空白頁)

第三章

課程規劃

第三章 課程規劃

3.1 均衡的課程

數學教育學習領域課程是以「範疇」的方式設計，小學數學課程分為五個範疇，而中學則分為三個（詳情可參閱 2.2.1 段）。各學習階段以學習範疇劃分的架構，能令學習目標及學生的進程組織得更好，從而透過課程提供均衡的數學知識和技能。由於學生有不同的學習風格和能力，學校宜按校情設計校本數學課程以照顧學生的需要。為了保持課程內部的連貫性和均衡性，學校應提供機會讓學生在每個學習階段掌握各學習範疇的基本數學知識；這在第三和第四學習階段尤為重要，因課程在這兩個階段就規劃各級別不同範疇的內容提供了更大的靈活性。學校亦應小心避免過度強調某一特定的學習範疇或安排不足夠的課時和資源予任何學習範疇。

在設計校本數學課程時，學校和教師應注意以下各點：(a) 中央數學教育學習領域課程的整體宗旨；(b) 課程持續更新的發展焦點和主要更新重點，例如 STEM 教育和資訊科技教育；(c) 學生的認知發展；(d) 學習者多樣性；(e) 達致深度學習的學與教策略；(f) 不同階段間的銜接；(g) 與其他學科的橫向連貫性；(h) 多元化的評估模式；(i) 資源和支援的提供；及 (j) 學生將來升學及就業的多元出路。以下段落提供一些規劃和發展校本數學課程的基本原則。

3.2 中央課程與校本課程發展

中央數學教育學習領域課程是以一個開放及富彈性的課程架構的方式來呈現。課程架構涵蓋所有學生均應掌握的學習內容（包括學習範疇和學習單位）和應具備的共通能力、價值觀及態度（詳情請參閱本指引第 2.1 及 2.2 節）。學校可透過不同方法調適中央數學課程，發展個別的校本數學課程，以配合學生的需要、能力及學校的實際情況。方法包括：

- 以不同方式組織課程內容、情境和示例；
- 採用不同的學與教策略；
- 使用不同的學習和教學進度；及
- 採用多元化的評估模式。

以下是規劃和發展校本數學教育課程的一些基本原則：

- (a) 數學教育學習領的課程文件應被視為課程宗旨，架構和內容，以及課時分配的主要參考。
- (b) 我們鼓勵學校因應校情、數學教育學習領域課程的整體宗旨，以及課程持續更新的發展焦點和主要更新重點（例如 STEM 教育和資訊科技教育），釐定清晰和可行的宗旨和目標。
- (c) 學校可運用數學課程架構的靈活性，提供可配合學生（可能被分派至不同的組別）不同的需要和能力的課程內容，例如：
 - i) 調適學習重點的教學次序和深度；
 - ii) 中學階段非基礎課題的學與教的規劃；
 - iii) 可因應學生的興趣、能力和時間，在小學和初中課程中選擇一些增潤課題（或其他不在課程文件中的合適增潤課題）以擴闊學生在數學上的視野，讓他們有更多接觸不同數學知識的機會；
 - iv) 讓合適的高中學生修讀數學延伸部分單元一或單元二，同時在高中各年級提供彈性的課時予只修讀必修部分和同時修讀必修部分和一個單元的學生。
- (d) 教師可採用不同的次序來組織每一年級或學習階段的學習單位，例如：
 - i) 安排學習次序讓學生在不同年級以螺旋式學習所有範疇；
 - ii) 在中一年級撥出適當的數學課節讓學生重溫和鞏固他們在小學階段所學習的數學知識，及在中二及中三年級只教授課程內的基礎課題，以照顧能力稍遜的學生（有關在學校層面照顧學習者多樣性的詳情請參閱第 4.4.2 節）；及
 - iii) 利用大部分中四數學科的課時先教授必修部分，直至學生的數學程度較為成熟，並已掌握足夠的數學概念和知識學習延伸部分為止。
- (e) 在新學年開始前，教師可準備和制定學年內的學習活動。我們亦鼓勵教師為小學和初中學生提供更多進行動手探究活動的機會，以發展他們探究、溝通、推理和運用數學概念的能力。而與現實生活問題相關的課業或專題研習亦可為學生提供深度學習的機會。
- (f) 教師可在規劃校本數學課程時以學習進程架構（LPF）為參考。學習進程架構提供了一套共同語言，幫助教師描述學生從小學到中學階段數學學習的進程。學習進程架構包括不同層次的學習成

果和學生在各階段的進程的描述，配合學生按照數學課程的學習重點的學習。(詳情請參閱第 5.2.3 節)。數學學習進程架構可在網頁 <http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/kla/ma/res/index.html> 中的連結「小一至小六」、「中一至中三」和「中四至中六」之下找到。

- (g) 教師可為數學的學與教選用和調適教科書和其他合適的資源。不同種類的資源(包括實物模型和電子資源)的妥善管理，能促進相關學與教策略的有效運用。
- (h) 學校宜制定有助推展「促進學習的評估」和「作為學習的評估」的校本評估及家課政策。學校為不同學習階段的學生制定評估的模式和策略，對達至課程宗旨，包括培養學生的自主學習能力而言，是非常重要的。

課程發展是一個持續的過程；在適當及可行情況下，學校應發展自己的課程。學校亦應促進教師的專業發展及與其他持份者協作，以達至數學課程的宗旨、學習目標及學習重點。

有關學校整體課程規劃的詳細資料，可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續(小一至小六)》(2014)分章二及《中學教育課程指引》(2017)第二冊。

3.3 加強 STEM 教育

STEM 是代表科學、科技、工程及數學各科英文名稱的首字母縮略詞。STEM 教育的推動配合全球的教育趨勢，裝備學生應對現今本地及國際社會因經濟、科學及科技的急速發展所帶來的轉變和挑戰。

在香港現行課程中，STEM 教育是透過科學、科技及數學教育各學習領域來推動。在學校推動 STEM 教育旨在強化科學、科技及數學教育，及培育具有不同知識和技能水平的多元人才，提升香港的國際競爭力。在學校推展 STEM 教育的目標包括：

- 讓學生在科學、科技及數學範疇建立穩固的知識基礎，並提升學生的學習興趣，幫助他們日後在有關範疇升學和就業，以應對現今世界的轉變和挑戰。
- 強化學生綜合和應用知識與技能的能力、培養學生在二十一世紀所需的創造力、協作和解決問題能力，以及使他們具備創新思維和開拓與創新精神。

在 STEM 教育中，數學扮演著一門為學生裝備有關代數、幾何、數據

處理和邏輯推理的知識和能力的學科，它幫助學生綜合和應用不同學科的知識及技能，以實際可行的解決方案和創新的設計解決現實生活問題。此外，數學建模在解決現實生活問題上起著重要的作用，包括那些涉及科學和科技情境的問題。**STEM** 不是數學科的一個新範疇，而是著重在不同情境中應用數學，當中不同程度地綜合了科學和科技元素。

換言之，通過為學生創造應用數學知識和技能解決現實生活問題的機會，**STEM** 教育能得以加強；過程中學生分析那些或許沒有明確解答的現實生活問題，為問題建模，制定解決方案並最終解決問題。

另一方面，現實生活問題及科學和科技元素，亦可作為學習數學概念的合用例子和情境，幫助學生學習數學學科知識。

在設計校本數學課程時，學校宜為所有學生提供參與 **STEM** 學習活動的機會，讓他們體驗綜合和應用數學及其他 **STEM** 科目的知識和技能的過程。我們建議採用以下兩個模式來組織 **STEM** 相關活動，以配合我們的方向。

- **建基於一個數學課題的學習活動，讓學生綜合其他學習領域相關的學習元素**

在這種模式中，學習活動的設計是建基於數學課程的一個特定課題。例如，在「整數指數律」課題中，學生須應用指數定律來處理以科學記數法表示的數。可以把來自其他學習領域的相關學習元素（例如以科學記數法表示和比較細胞的大小）融入學習活動之中。教師亦可在活動後透過包含跨學科元素的問題來評估學生對相關概念和技巧的理解。數學課程各範疇中有一些課題與其他 **STEM** 學習領域有較大的關聯，例如數與代數範疇中的「比」、度量、圖形與空間範疇中的「求積法」、數據處理範疇中的「統計圖」等。若在課程規劃中採納這種模式，教師可以在設計教學活動時就學生所需的先備知識諮詢其他 **STEM** 學習領域的教師。其他課題和相關 **STEM** 活動的例子請參閱第 4.3 節。

- **透過專題研習讓學生綜合不同學習領域的相關學習元素**

研究真實問題的專題研習為學生提供綜合不同學習領域的學習元素的機會。隨著專題研習的進行，學生探索現實生活中的問題，並自然地引入科學教育，科技教育和數學教育學習領域的相關學習元素。在課程規劃階段，來自不同學習領域的教師可共同為學生擬定一些研習的主題，讓學生嘗試解決與這些主題相關的開放題。從數學角度看，學生獲得更多機會藉由辨識、建立和解決問題來進行數學建模。不同學習領域的教師是學生的學習促進者，在不同範疇的知識和技能上支援學生的研習。這模式的好處

是讓這些學習領域的教師有協作的機會，及進一步提升學與教效能。實行這模式的例子可參閱第 4 章第 4.3 節。

學校可根據學生的需要，興趣和工作量，採用以上一種或兩種模式，或其他合適的模式。在任何情況下，學與教的著眼點應從常規計算和操練轉向問題為本探究或數學建模活動，鼓勵學生進行深度學習。

教育局透過以下策略支援學校強化 STEM 教育：(i) 更新相關課程；(ii) 加強為生提供優質的學習經歷；(iii) 發展學習領域為本和跨學習領域的資源；(iv) 為課程領導和教師提供專業發展課程；(v) 促進社區不同持份者的參與；和 (vi) 檢視推動 STEM 教育的進展，總結和分享良好示例。

3.4 加強資訊科技教育

隨著資訊科技的急速發展，數學的學與教能透過合適的教學策略和電子資源的細心規劃和使用，得以大大提升。學校在這方面的主要關注包括：(i) 硬件基建的準備狀況；(ii) 教師和學生進行數學教學常用軟件基礎操作的能力；(iii) 在數學課程不同課題的教學中運用資訊科技的必要性和優勢；和 (iv) 科技與教學法在加強學與教效能上的配合程度。

隨著第四個資訊科技教育策略 (ITE4) 的推行，我們預期學校的資訊科技基礎設施將進行更新；所有課室亦將被流暢和穩定的無線網絡覆蓋，讓電子裝置能彼此連繫和連接互聯網。學生和教師可運用適當的資源，例如雲端儲存、雲端計算和電子平台，促進數學課堂中的互動學習。一些電子平台會提供兼容常用動態幾何軟件和電腦代數系統的電子學習資源。這些學與教資源和平台通常在桌上電腦和流動電腦裝置上均可使用。教師應留意某些數學軟件對系統的要求，特別是那些涉及立體空間的模擬的軟件，以確保課堂的流暢進行。

教師可考慮以自行開發或調適現有資源的方式預備數學課堂的學與教教材。在這兩種情況下，教師須對將要運用的軟件的操作有所了解。教師可根據學習活動的性質，如示範、模擬、數學實驗和探究，來選擇合適的軟件。而自行開發或調適的電子資源可藉由資訊科技的協助於學校數學科組內甚或協作的學校之間分享。學校可把所蒐集的優質電子學習教材作為資源庫，協助學生在數學科進行自主學習，但須留意電子學習教材應包含教學指引。

數學教師宜在課程規劃階段考慮在某些課題的學與教中採用電子學習教材的好處。例如，在諸如概率和排列與組合等涉及數學實驗或建

模的課題中，設計得宜的電子學習教材能讓學生進行牽涉大量重複計算的數學實驗，而這些實驗往往較難以傳統計算工具進行。電腦代數系統和動態幾何軟件亦能縮減探究活動中的計算時間，和當在市場上難以找到複雜幾何圖形的實物模型時，提供良好的虛擬模型。這些資訊科技的恰當使用能提升教學效能和引發深度學習。為了以資訊科技的運用提升數學的學與教效能，教師宜在電子學習教材的設計上考慮以下各點：

- 就牽涉的學習重點定立明確的學習目標。如果電子學習教材套涉及多於一個學習目標，教材套應採用模組化的設計。
- 提供電子學習教材的使用指引，使學生在進行探究或解難課業時有清晰的目標。
- 理解電子學習教材在諸如概念建立、計算經驗的累積、數學證明等方面的局限。其他學與教的活動不應被忽略，反可與電子學習教材相輔相成，確保數學概念的完整介紹。

3.5 加強價值觀教育

除數學知識和技能的學習外，在數學教育中讓學生培養正面的價值觀和積極的態度亦很重要。在數學課堂內，大多數的價值觀是以隱含而非明顯的形式教導和學習。例如，當數學教師建議學生作估算時須判斷結果的合理性，或提醒學生須小心仔細閱讀圖表，都隱含著諸如合理性和細心謹慎的價值觀和態度的教導。可見數學教育能培養學生謹慎、有條理和有邏輯等價值觀和態度。在運用數學解決日常生活問題時，學生須清楚分析情況或問題，選擇較恰當的策略或方法，然後有系統地運用它們。這樣，他們便能欣賞數學的美及它的重要性。

學校可在數學學與教中可採用以下策略以加強價值觀教育：

- **常規問題：**對所有學生來說，學習數學應該是既具挑戰性而又愉快的。數學問題應有合適的難度，以致當學生嘗試解決它們時需下功夫。當學生接受挑戰時，他們將會培養出諸如勇於嘗試、恆心、毅力等價值觀。同樣地，數學問題不可過於艱深，須令他們有信心地解決這些問題而不會感到太大困難；從而使他們得到成功感和變得主動積極。然而，問題亦不應太容易，否則學生將感覺無聊，而學習過程亦會變得毫無意義和樂趣。
- **非常規問題或開放題：**可引入非常規問題或開放題以鞏固或拓闊學生在數學概念上的理解，幫助學生發展解決問題的策略，並鼓勵學生邏輯地思考。為了解答這些問題，學生須區分在甚麼情況

下需要哪種知識。有時教師或會給出資料過剩或不足的題目，以至學生須分辨哪些是相關和必要的資料。學生由此培養出開放、堅毅及創新的精神，因為他們不能單憑學校所教書本上的知識，他們還須運用常識及常理，提出自己的猜想，或接受沒有實定答案的情況。

- **設計問題：**學生可創作自己的問題以提高他們對數學知識的理解，更藉此鼓勵他們靈活變通並明白可從不同角度思考問題。此外，教師可給學生定下創作問題的主題，如環境保護。這樣可幫助他們集中思考相關的價值觀和數學內容。
- **培養對數學歷史的認識：**教師可透過組織環繞某個數學歷史主題的一次性或一連串的活動去引起學生的興趣。例如，教師可讓學生進行有關解一元一次、一元二次和一元三次方程的歷史發展的小型專題研習。教師亦可鼓勵學生研究一些中國數學的發展，例如，運用算盤作算術運算、運用算籌解線性方程組和中國數學家證明畢氏定理的方法。在古代，中國數學已非常先進，亦發展出許多重要的數學概念，例如圓和圓周率的研究。教師亦可在數學堂上陳述中國古代數學家在天文和曆法、代數及幾何方面的巨大貢獻和他們的辛勞及堅毅。
- **探索與研究：**採用探索與研究模式的活動提倡明辨性思考及邏輯分析、創意和開放的態度。若活動涉及小組協作，則更可發展學生的協作精神和互相尊重的態度；我們亦期望學生能自信和自發地運用數學知識。在探索與研究模式下學生難以把活動當作例行工作而漫不經心。教師可為學生提供一些指導性的問題，例如：這方法是否每次可行呢？那情況為甚麼會發生呢？共可分為多少個情況？這個和那個之間有聯繫嗎？等等。在探索與研究活動的最後部分，教師可請學生比較他們和其他同學的結果，並特別當他們有不同的答案時，討論誰的答案才是正確的。這模式鼓勵學生靈活地處理問題和發展應對意料之外或沒有即時解答的情況的能力，它亦幫助學生培養面對失敗所需的毅力，建構自己對解決數學問題的見解和對自己的學習負責。

3.6 學習階段的銜接及多元出路

學生從幼稚園過渡至小學和由一學習階段過渡至另一學習階段，均需適應轉變。他們由升班至新學校所產生的新學習需要或新學習階段所帶來的挑戰，皆應得到審慎的處理。在規劃校本數學課程時，須考慮學生在不同學習階段中知識、共通能力、價值觀和態度的縱向連貫發展，以確保各學習階段間有暢順的銜接。

3.6.1 幼稚園和小學的銜接

有關幼稚園與小學的銜接，小學數學教師宜留意以下各項：

- 學前階段的兒童一般透過實作活動、遊戲、說故事和日常生活經驗獲取前期數學概念（例如數算數量和比較）。藉由不同的活動，兒童的溝通能力、思考能力和解決問題能力都得以培養。他們亦從實物的操作發展數感和空間感。這階段的重點是培養兒童對學習數學的興趣，而幼稚園教育不同學習範疇的學習活動通常透過主題式教學和遊戲來綜合。
- 在初小階段，我們建議繼續採用綜合數學與兒童的經驗和注重數學於日常生活的應用的模式。課程建議使用多元化學習活動，例如操作實物、量度、繪畫線段和圖形，以引發學生的學習興趣及培養他們的基礎數學知識和技能。
- 小一的教師應鞏固學生於數範疇和圖形與空間範疇的數學概念，因它們是往後學習的基礎知識。教學應配合學童在認知和思考能力上的發展。例如在學習幾何圖形時，應給予學生操作和觀察幾何圖形的機會，以及讓學生以數學語言描述圖形，包括使用「正方形」和「直線」等正式的數學用語。
- 在小學階段，家課可用以鞏固課堂所學及促進自學，但功課量應合理。學校宜定期與他們的持份者（包括家長）磋商，檢視他們的家課政策；學校亦應確保學生有充足的休息與閒暇時間，以發展一個活躍和健康的生活方式。
- 高小階段較著重學生的思考過程和數學概念的建立，透過多元化學習活動進一步強化數學概念。與初小階段相比，此階段為學生提供更全面的學習活動和探究活動，以加強他們的高層次思維能力。在這階段，教師應鼓勵學生使用恰當的數學語言，配合實物、圖像、圖表、文字和符號，表達他們的答案；教師亦應鼓勵學生逐漸建立運用抽象符號的能力。

3.6.2 小學和中學的銜接

初中數學課程是建基於小學階段的學習成果，延續小學階段數學學習的發展，並為學生提供高中階段所需的先備知識和技能。

有關小學與初中的銜接，中學數學教師宜留意以下各項：

- 中學數學教師應認識小學階段的課程和教學模式，以達致學生在學習進程上的連貫。來自不同小學的學生往往有著不同的數學基礎，因此重溫在小學階段應已學習的基礎知識能有效預備學生進

入第三學習階段的學習。在新內容的教學以先，教師可利用評估及鞏固活動以確保學生已切實理解所需的先備知識。

- 學生於小學階段已學習不同學習範疇的基礎數學知識及它們於簡單情景的應用。教師於初中階段可逐漸引入更複雜的應用，包括一些要求綜合應用不同學習單位的數學知識的問題。
- 初中階段扮演著由小學階段的具體數學內容過渡至高中階段較抽象的數學內容的角色，因此在初中階段適宜因應學生的認知發展使用有助過渡的教學模式。例如對於第三學習階段度量、圖形與空間範疇的學習單位，教師可安排諸如繪畫簡單立體的平面圖像、摺紙和幾何作圖等實作活動，以促進學生空間感的發展及預備他們學習演繹幾何。

3.6.3 初中和高中的銜接

高中數學課程的內容是建基在小學和初中各學習階段的穩固基礎上。必修部分內容的編排和第三學習階段課程相似，劃分為基礎課題與非基礎課題。假設學生在第三學習階段只學習基礎課題，他們仍具備足夠的知識學習第四學習階段必修部分的基礎課題。

中學數學教師宜留意以下有關學與教方面的事項：

- 在初中階段，教師通常運用具體的方式配合簡單的語言來闡述概念，以促進學生的學習；然而在高中階段，教師可透過較高等的數學語言諸如集合、邏輯及函數等，以更抽象和更嚴謹的方式表達概念。學生須拆解和整合那些利用符號及文字以更抽象的方式表達的概念。
- 為了提升學生在第三學習階段學習數學的興趣，教師通常會選取那些與生活較相關、較具體易明和易於處理的學習材料。但在高中階段，教師會運用較高等的數學語言及更抽象和嚴謹的學與教材料，創造一個更富數學元素的學習環境，和更深入探討數學概念和知識，這些都可能對學生的知識和技能有更高的要求 and 削弱他們對學習數學的興趣。因此教師應密切觀察學生的學習表現，並提供適時的協助。
- 大部分高中階段的課題皆要求學生綜合第三學習階段所學的知識與技能，例如，解三角學的三維空間應用題涉及第三學習階段所學有關三角學和立體圖形的知識的綜合運用。綜合學習應為鼓勵學生聯繫不同的數學課題而設。然而，教師須能鞏固及具體化學生的已有知識，從而幫助他們建構新知識，並把新知識聯繫第三學習階段所學。尤其是教師須幫助學生廓清在第三學習階段所

得的錯誤概念。

- 為培養學生探究不同的解決問題策略和綜合數學不同範疇的能力，在高中數學課程必修部分加入了學習單位「進階應用」。教師可善用這學習單位來安排不同的學習活動，引導學生綜合所學各種數學知識，從而認識初中具體對象與高中抽象概念的相互關係，及加強他們運用數學解決問題的能力。

3.6.4 教育和職業出路的支援

小學數學課程著重培養學生對基礎數學概念的理解和對基礎運算能力的掌握，而中學數學課程的目的則是為裝備學生迎接中學之後的不同發展，包括接受專上教育、職業訓練、就業等。在第 2.3 及 2.4 節介紹的高中數學課程由必修部分和按意願選讀的延伸部分組成，前者為學生提供不同生涯出路上所需的知識和技能；而後者是為需要更多數學知識與技能作為日後進修及職業之用的學生而設。數學課程為學生裝備數學知識和技能，預備他們接受職業專才教育，讓他們探索並發展潛能和職業志向。例如，學生學習計算、量度及數據處理方面的知識和技能有助他們修讀應用學習課程中「工程及生產」學習範疇的課程。

3.7 跨學習領域的連繫

數學是不少學科的基石，並支援它們的深化發展。數學與其他學習領域的連繫在於它可供探究的基礎及分析數據的工具，能以符號、圖像及圖表表達探究結果和數學模型，亦能作為建立理論體系的工具。另一方面，其他學習領域為學生提供不少於現實生活中應用數學的例子。

數學學習應與學生的日常生活經驗有適切的聯繫。對於某些課題，例如「百分法」和「統計的應用及誤用」，綜合其他學習領域（如科學教育和個人、社會及人文教育）的元素的安排，可以作為從數學角度組織學生學習經歷的方法之一。綜合的學習模式消除了科與科之間的界限，並反映現實世界中事物的互相關聯及複雜性。這模式為學生提供一個整全的學習情境，並可啟發學生把課堂所學與現實世界的問題聯繫起來。相關的例子可參看本指引示例 8。

跨學習領域的連繫

以下段落闡述一些數學教育學習領域與其他學習領域的連繫：

在中國語文教育及英國語文教育兩個學習領域中，掌握數學概念確實

能幫助學生了解文章中有關數學和統計的部分。當閱讀資料性文本時，學生往往須從表格、圖表或圖像中擷取相關的資訊來解釋事實、推斷結果並作出合理的結論。

在藝術教育學習領域中，線和圖形是創作圖畫、模型及建築物的必要元素，而有創意的舞蹈亦常常包含規律和對稱的意念。學生亦可在設計瓷磚圖案中應用密鋪平面的方法。

在體育教育學習領域裏，數學知識能幫助學生分析運動數據及設計合適的策略，以期在運動項目中取得更佳的表现。

個人、社會及人文教育學習領域應用了多種的數學工具及程序，以作出理性及負責任的社會決定，例如從統計數據中找出規律及趨勢，以及評估個人及社會問題的真確性等。數學建模亦常用於建立社會科學理論，尤其在經濟學科更見普遍。

在科學教育學習領域中，定律與公式皆以數學語言表達。不單數學方法常用於解決問題、組織數據及把實驗結果推廣至一般情況，數學模型亦常用來描述物理現象。

在科技教育學習領域，數學知識能幫助編寫程序。數學建模常用於電腦模擬上，以找出實現某項設計的可行性，而圖表亦經常作為顯示科技資訊的重要工具。

在小學常識科——一門讓學生發展和綜合科學教育，個人、社會及人文教育，以及科技教育學習領域的知識和技能的學科，數學知識能協助學生參與設計與製作活動及專題研習。

數學在 STEM 教育中扮演的角色已在第 3.4 節討論。

與通識科的連繫

獨立專題探究是通識教育課程的重要部分。它幫助學生透過問題探究去發展高層次思維能力及溝通能力，以達成課程的宗旨。學生應透過配合他們的探究的合適方法蒐集數據、論據和資料。他們還須分析及評估資料，以建構知識、提出問題的解答並作出決策。

在進行獨立專題探究時，學生應知道如何使用一些蒐集和分析數據的方法，以切合不同課題和情境。數學課程能就定量研究方法（例如抽樣和問卷調查）提供穩固的基礎。學生須留意數據的蒐集在問卷設計、抽樣方法和樣本數量上的限制。由於學生已在數學科學習了一些統計圖表（如象形圖、棒形圖、圓形圖、幹葉圖、直方圖和折線圖），

他們可在獨立專題探究中選擇適當的統計圖來表達數據。對於同一組數據，他們應理解不同的統計圖可能得出不同角度的解讀。

3.8 時間分配

《基礎教育課程指引—聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）分章二和《中學教育課程指引》（2017）第二冊所載有關實施小學和中學數學課程的建議時間分配概述如下：

學習階段（年級）		建議課時分配（%）	課時（三年內）
第一學習階段 （小一至小三）		12 – 15%	285-356 小時
第二學習階段 （小四至小六）		12 – 15%	285-356 小時
第三學習階段 （中一至中三）		12 – 15%	331-413 小時
第四學習階段 （中四至中六）	必修部分	10 – 12.5%	250-313 小時
	必修部分與 一個單元	15%	375 小時

建議的課時分配是為協助學校和教師為各學習階段規劃校本數學課程，學校可調節各學習階段不同年級的課時分配的百分比，惟學習階段的總課時須在建議範圍內。

我們建議學校運用中央學校課程預留的「彈性課時」安排跨課程活動，例如：有關價值觀教育、跨課程閱讀和 STEM 教育的活動，以推動全人發展。小學和初中階段可供彈性處理的時間分別是 19% 和 8%。至於高中階段，10% 至 15% 的課時預留作「其他學習經歷」之用。學校宜小心考慮課時的運用，整體地規劃和協調不同學習領域和科目，靈活地安排時間表內外的其他學習經歷活動。

第四章

學與教

第四章 學與教

4.1 主導原則

選擇或設計數學科有效的學與教模式和策略時，教師應留意以下各項原則：

- 主要關注是發展學生自主學習和終身學習能力，及讓學生裝備所需的知識和技能以應對現今社會所帶來的挑戰。
- 所有學生皆有能學習，但他們或許有著不同的學習步伐和風格。
- 應繼續採用以學習者為中心的教學模式，並強調運用資訊科技作有效的學與教。
- 中央數學教育學習領域課程與因應校情和學生所需而制訂的校本課程，二者在對學生的學習要求上，應設法求取一個合理的平衡點。

數學教育學習領域課程是根據上述原則而發展的，課程不僅著眼於應當學習哪些數學課題，還重視如何才能有效地學習數學。而共通能力、正面的價值觀和積極的態度的培養應融入數學內容的學習之中。教師在數學學習中所扮演的角色，主要是幫助學生學會如何有效學習數學和讓他們參與自主學習。

為回應現今社會在經濟、科學及科技上的發展，數學科的學與教應包含有關發展學生綜合及應用科學、科技及數學教育學習領域知識和技能的元素，而運用資訊科技進行有效、互動和自主的學習亦應被推廣。

因應學生擁有不同的學習能力和風格，教師須掌握他們的學習特徵以提升學與教的效能。數學教育學習領域課程已設有一定程度的彈性，例如在初中數學課程設置的基礎課題和非基礎課題讓教師按照學生不同的能力調適課程（關於照顧學習者多樣性的策略，可參閱第 4.3 節）。

數學的學與教應採用以學生為中心的教學模式。我們亦鼓勵教師綜合運用資訊科技以促進學生對數學概念的理解、協助進行適時的評估和幫助學生進行自主學習。設計多元化的學與教活動時，教師應充分考慮學生的能力、學習經歷、興趣和學習風格。在編排教學活動時，為了回應全球教育趨勢，裝備學生應對本地和全球因應經濟、科學和科

技急速發展所帶來的挑戰，教師宜著重推動學生運用數學概念解決不同情境的問題。而 STEM 教育能落實這方向，並透過以切實可行的方法和創新的設計解決日常生活問題來推動。

除了正規的數學課程外，數學活動亦在數學學習中扮演著重要的角色。我們皆認同經過精心挑選及組織的數學活動（例如數學遊戲、解難、遊蹤及專題研習等），能有助提升學生學習數學的興趣及培養學生運用數學知識和技能解決問題的能力。

4.2 學與教的取向

採用恰當的學與教模式和策略對配合學生面對廿一世紀各種挑戰的需要及幫助他們發展學會學習的能力，猶為重要。教師可靈活運用諸如直接傳授、探究式學習和共同建構等教學模式以促進學生對數學概念和知識的獲取、連繫和建構，以及共通能力、正面的價值觀和積極的態度的培養。

直接傳授式教學：這種教學模式涉及以解說、示範或建模來讓學生增進知識及理解特定的概念。教師引入新概念和技能，提供有關學習內容的資訊和解說，並有層次地演示一些確實的資料和將複雜的例子分拆為一些較淺易的步驟。雖然這教學模式主要是以教師為中心，但它可以是互動的，及可藉由資訊科技的輔助，把抽象概念更具體地表達出來。

探究式教學：這種教學模式重視學習過程和學生本人的參與。它聚焦於學生的思維和學習過程，這有助加強學生的明辨性思考能力和解決問題能力。教師可要求學生聯繫相關的事實，推測及辯論不同的解題方法。這模式有賴於以小組或全班為單位的學生互動。探究式學習活動包括開放式問題、分組討論、探索、實驗、動手做練習和利用應用程式進行探究。

共同建構式教學：這種教學模式要求整班學生作為一個學習群體，透過同學之間和師生之間的交流進行學習。教師可為學生創建能讓他們自由地討論和交流有關解決問題的想法的環境。在建構知識的過程中，教師提供示範、提示、回饋和解說的機會；學生在過程可發展社交技能、組織思維及提出合理的論據。

教師可靈活及綜合運用不同的教學模式，使校本課程內不同學習重點的要求能有效地達到。無論教師運用哪一種教學模式，他們的角色是學生學習的合作者和促進者，多於一位「事實」或「知識」的傳授者。教師有責任為學生演示清楚的解說，設計及進行課堂內的探究活動，

恰當地提供提示及回饋，營造一個開放的氣氛讓學生進行討論，並透過適當的評估策略掌握學生的進程。

教師應著重培養學生積極地把學習聯繫現實生活情境的能力，因這能帶來深入的學習。教師可以採用上述的模式和策略來設計或找出有挑戰性的任務，以提升學生的內在學習動機，並幫助他們將學習應用於現實生活情境中。四個關鍵項目和全方位學習的運用，以及電子學習和家課在數學科的學與教中的角色，將在下文討論。

4.2.1 四個關鍵項目

自 2001 年以來，我們建議學校以四個關鍵項目，即德育及公民教育、從閱讀中學習、專題研習和運用資訊科技進行互動學習，來落實課程改革。過去十年，學校已把四個關鍵項目融入校本課程之中，幫助學生發展自主學習能力。在課程持續更新下，四個項目更新為**德育及公民教育：達至價值觀教育**、**從閱讀中學習：達至跨課程閱讀**、**專題研習：達至跨學科整合及應用知識與技能**和**運用資訊科技進行互動學習：達至自主學習**。更新的關鍵項目適用於數學教育學習領域，以增潤學與教，以及幫助學生達致全人發展和成為自主學習者。

德育及公民教育：達至價值觀教育

- 作為學校課程的一部分，數學教育學習領域為價值觀教育的推行及從不同層面培養學生正面的價值觀和積極的態度提供相關的學習經歷和有利的學習環境。
 - 在數學的學與教中可引入開放式問題以發展學生尊重他人的態度。通過解決沒有明確答案的問題，學生不單評價自己的解題方法，亦要評價別人提出的其他解題方法。透過討論不同學生提出的不同解題方法，學生學習理解和接受不同的觀點及尊重他人；這也能體現於為數學專題研習制定策略的時候。
 - 在數學課堂引入日常生活例子有助學生留意數學在現實生活中的重要性。例如，在統計的學與教中，數學教師可利用由環境保護署提供關於空氣、廢物、嘈音及水質的統計數據進行課堂活動。教師可利用統計圖說明推填區廢物棄置的情況，提升學生對環境保護的重要性的意識。
 - 在專題研習的過程中，學生有機會與組員分擔責任，並在合作完成小組任務的過程中建立承擔精神。學生的領袖才能、社交技巧和協作精神亦可藉由現實情景得到培養。

從閱讀中學習：達至跨課程閱讀

- 在知識型社會，學校在裝備學生掌握從閱讀中學習的能力上扮演著重要的角色。一般來說，學校已為不同年級的學生建立閱讀文化。推行數學科的閱讀計劃或有系統地提供數學閱讀材料，有助提升學生的數學知識和對數學的興趣，同時亦提供機會讓學生運用及鞏固在語文課中所學到的閱讀技巧和策略。
- 我們鼓勵學校在推動「從閱讀中學習」的成果上進一步推動學生閱讀主題與數學相關的文本，以拓闊學生的知識基礎、提升他們的語文能力和處理包含文字、圖表、數學符號和多模式元素（即聲音、圖像、影片）的閱讀材料的能力。為求改進和提升「從閱讀中學習」在數學科的推行及提倡「跨課程閱讀」，學校可參考以下建議和檢視推行的策略。
 - 善用圖書館的資源能促進「從閱讀中學習」的推廣。學校可向公共圖書館借用或為學校圖書館購置適合學生年齡、語文能力和學習興趣的數學閱讀材料。
 - 為學生提供適當的電子閱讀材料，包括數學期刊或雜誌的文章，讓他們在網上閱讀，以提升他們的自主學習能力。學生可透過手提電話、平版電腦、或桌上型電腦等不同裝置閱讀這些材料。與數學課堂內容有關的閱讀材料可作為學生課堂前的預習或是延伸的學習材料。
 - 教師可按學生不同的興趣和能力把閱讀材料分類。閱讀材料若有多元化的主題（例如數學在日常生活的應用、數學的歷史和著名數學家的故事），能幫助學生把數學科的學習經驗連繫至其他學科、日常生活中的數學和數學的文化層面。
 - 除了閱讀記錄表外，教師可設計合適的活動讓學生在閱讀後分享他們的閱讀經驗，這亦可加深學生對數學在不同範疇的應用或數學的文化方面的理解。為照顧學生的不同學習風格，教師可讓學生以不同的方式進行匯報，例如，口頭報告、繪畫和角色扮演。
 - 數學教師可與英文教師及中文教師以協作方式幫助學生把在中英文課堂所學的閱讀技巧和策略應用到閱讀數學書籍或文章之上，及促進他們的閱讀能力的發展。
 - 數學教師可以身作則，與學生分享一些趣味數學書籍，鼓勵學生培養閱讀習慣，最終在學校建立良好的閱讀風氣。

（有關數學閱讀計劃的組織和推行的建議，請參閱本指引示例 22。）

專題研習：達至跨學科整合及應用知識與技能

- 除了課堂內數學科常規的學與教外，專題研習是引發和提升學生對學習數學的興趣的有效方法。專題研習提供了不同的學習經驗，是推動學生積極地進行自主學習和自我反思的學與教策略。它令學生在建構數學知識的同時，能連繫共通能力、價值觀及態度。
- 數學專題研習的主題可以是特定的數學課題，例如質數，或是利用數學解決現實生活問題的研究，藉此體現數學與現實世界或其他學科的聯繫。因此，專題研習是推動跨學習領域學習和 STEM 教育的有效策略（詳情見第 3.4 和 4.3 節）。當專題研習的主題涉及 STEM 教育時，我們鼓勵不同學習領域的教師以協作的方式幫助學生聯繫及綜合不同學科的學習經驗和成果。
- 專題研習提供大量的機會讓學生發展九項共通能力。由於它常涉及數據分析及利用圖表和圖像表達數據，因此能提升學生的數學能力；而按專題研習的主題，其他數學能力的元素亦有機會被應用，例如進行計算和描述規律。除了數學能力，專題研習亦可培養其餘的共通能力。當學生須有系統地計劃及管理個人及小組工作時，他們運用協作能力、自學能力和自我管理的能力；而當學生處理專題研習的問題時，他們須從不同角度研究問題及找尋不同的解決方案，由此培養他們的創造力、明辨性思考能力和解決問題的能力。
- 有些問題只會發生在小組專題研習中，而當學生處理這些問題時，他們學習聆聽和回應別人的不同意見及觀點、尊重別人、選派職務及解決矛盾，由此培養學生正面的價值觀和積極的態度。
- 進行專題研習時，教師的角色從知識的傳授者變為指導者、建議者和促進者。教師須監察學生的進展，適時為他們提供支援、意見、和定期的回饋，讓學生從專題研習中發展研習技能。如果學生在學習過程中較為獨立自信，則教師只須作為一個促進者從旁予以引導即可。完善的指引和清晰明確的學習目標能幫助學生有效地進行專題研習，教師可使用其他學生的專題研習作為樣本來展示優秀的專題研習所具備的元素，引導學生完成更佳的專題研習。
- 本指引的示例 3、9、12 和 13 展示了如何在數學的學與教中採用專題研習。事實上，還有很多其他主題和類型的專題研習，例如調查、數學應用的研究、研習數學史或著名的數學問題和數學家的生平。專題研習的研究主題必須小心選擇，以配合學生的興趣。

和能力，專題研習所要求的深度亦可根據學生的能力作出調整。同樣，教師亦可因應學生的能力，以及專題研習的重點、難度和性質，給予學生不同程度的指引。專題研習可按性質安排以個人或以小組形式進行，一般來說，以小組形式進行專題研習對發展學生的協作能力和溝通能力較為有效。專題研習亦可視為推展「促進學習的評估」的有效工具；學生在研習中的表現可藉由一些預設的準則全面地評估（詳情見第 5.2 節）。

運用資訊科技進行自主學習：達至自主學習

- 資訊科技在過去數十年間急速發展，在教育方面亦得以廣泛應用。課堂上流動計算裝置和應用軟件的使用與日俱增，對數學的學與教帶來深遠的影響。正如第 3.4 節所述，在數學教育中使用資訊科技的目的，在於善用其優勢改善學生的學習。除了單純的應用外，資訊科技必須配以有效的教學法和有意義的學習課業，才能促進學生的學習。教師應選擇合適的教學法和科技，以切合個別課題的特點。教師可參考綜合了科技知識、教學知識和學科知識的 **TPACK**⁵ 框架以進一步了解如何在某一課題中，綜合資訊科技和適當的教學法，使學習更為有效。
- 隨著第四個資訊科技教育策略的推行，香港的課室都已連上互聯網，以促進電子學習。教師可藉著 **Wi-Fi** 網絡和流動裝置，在數學課堂上使用多媒體教材、真實的數據、應用程式、通訊/分享平台和其他電子資源，進行互動學習和探究活動。透過應用程式的協助，抽象的數學概念能以不同的形式呈現在學生眼前，幫助他們理解有關的概念。此外，由於資訊科技的使用日漸普及，數學教學亦由以教師為中心的模式轉變為以學生為中心的互動模式。學生可在課堂中利用 **Wi-Fi** 網絡與教師及其他學生分享他們的想法和理念。
- 培養學生運用資訊科技工具和資源來學習數學是重要的，因這能裝備學生進行自主學習。當學生學習數學概念時，他們可利用應用程式進行模擬、分析和建模。例如，動態幾何軟件可促進數學課程內許多幾何課題的探究。藉著資訊科技工具的幫助，學生更容易透過繪畫圖像觀察其中的數學關係、提出猜想和聯繫數學不同範疇的內容。適當運用資訊科技工具有助學生進行例行計算和匯報，從而騰出更多空間進行更深入的理解和思考。本指引示例 15 和 19 指出如何運用資訊科技進行數學的學與教。

⁵ TPACK 是指科技教學內容知識。作為理論框架，它包含教師在一個科技為本的學習環境中發展有效的教學模式所應具備的知識。有關 TPACK 的進一步資料可參閱 <http://www.matt-koehler.com/tpack/tpack-explained/>

在許多情況下，各個更新的關鍵項目可聯繫起來以達至不同的學習目標。例如，一項研究古代數學家的貢獻的專題研習要求學生運用資訊科技蒐集及評鑑相關的資料。學生亦須閱讀有關數學歷史的書籍。古代數學家的努力和學生在完成專題研習時所發揮的協作精神，能培養學生的毅力、自我管理能力及其他透過價值觀教育培養的素質。教師在進行數學的學與教過程中應彈性安排更新的四個關鍵項目，使學生建構知識的能力得以加強，同時推動共通能力的整全發展和應用，以及培養正面的價值觀和積極的態度。

有關推行四個關鍵項目作為學校課程持續更新中聚焦，深化和持續的策略的詳細資料，可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）第三章和《中學教育課程指引》（2017）第六冊。

4.2.2 全方位學習

學習不局限於課室之內。全方位學習能讓學生在一個真實的環境中學習數學，以及能讓他們體驗一般課堂所不能提供的學習經歷。全方位學習活動應建基於學生的需要及學校的情況。

在高中階段，全方位學習可以通過學校組織的各種體驗式學習活動有效地推行，這些活動屬課程中的其他學習經歷。反思自己的全方位學習經驗和其他學習經歷能增強學生的深度學習和作為自主學習者所應有的反思習慣。這些對推動學生的全人發展和終身學習皆十分重要。

在課堂外，學生有很多通過具體經驗學習數學的機會，例如：

- 在校內的學生會選舉中進行真實的統計調查；
- 邀請嘉賓或專家講解一些有趣的數學課題和數學在現實生活的應用，例如密碼學、數學歷史、多面體摺紙和數學遊戲；
- 設立數學角或數學室，讓學生進行數學遊戲，探究數學謎題或製作立體圖形；及
- 鼓勵學生參加不同數學比賽，例如：

比賽	主辦單位
中學數學專題習作比賽	教育局數學教育組
中學數學閱讀報告比賽	教育局數學教育組
中學生統計習作比賽	香港統計學會及教育局

比賽	主辦單位
中學生統計創意寫作比賽	香港統計學會及教育局
香港數學競賽	教育局數學教育組及 香港教育大學數學與資訊科技學系
小學數學創意解難比賽 中學數學創意解難比賽	教育局資優教育組、 香港教育工作者聯會及 香港資助小學校長會

有關全方位學習和其他學習經歷的詳細資料，學校可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）第六章和《中學教育課程指引》（2017）第七冊。

4.2.3 電子學習

電子學習是指一種開放、靈活的學習模式，透過應用電子媒介（包括數碼資源及通訊工具）以達到既定的學習目標。在數學教育學習領域課程的學與教中，電子學習可透過以下方式來融入，以提升學與教效能：

- 教師使用資訊科技表達抽象概念*
教師可應用不同類型的應用軟件（如繪圖工具、虛擬立體教具和動態幾何軟件），把抽象概念以多種形式展示，加強學生對有關概念的理解。
- 學生使用應用程式進行探究*
學生使用適當的應用軟件，發揮運用資訊科技的能力進行探索與研究。在繪圖軟件、試算表或電腦代數系統的協助下，學生可更集中地分析問題和制定解答。（參閱本指引示例 15）
- 在電子平台上進行交流和協作*
學校的電子平台能促進課堂內外學生的交流和協作。學生可在電子平台上延伸其學習，包括參與數學活動、進行討論和合作完成專題研習。教師亦可利用電子平台上載學與教材料、筆記、練習卷和短片，幫助學生溫習所學。教師可鼓勵學生在使用這些教材後在電子平台上寫下意見和反思。
- 在電子平台上進行課堂外的學習*
藉著電子學習環境，學生可使用適當工具自主地進行課堂外的學習。例如，教師可要求學生在上課前先透過閱讀上載至學校電子平台上的筆記或文章，或觀看平台上的短片，來研習一個新的數

學概念；這樣課堂上的時間能用於討論、協作、問題解決或探究，以進行進一步的學習。如此，我們期望學生能更投入於自主學習。

資訊科技的廣泛使用為數學學與教帶來模式上的改變。學生須學習有效率地找尋資訊，並進行多角度的評鑑。學生亦須學習有系統地組織數據、分析結果和進行匯報。

雖然資訊科技是促進學與教的有效工具，但教師運用資訊科技提升數學學習的專業能力仍應被重視。為了支援數學教師，教育局一站式學與教資源平台（<http://www.hkedcity.net/edbosp>）的設立為數學教師提供網上資源，以支援數學的學與教和 STEM 教育的推行。（詳情可參閱第 6.1 節）。

4.2.4 家課

家課的設立是為在課後延續和鞏固學生在課堂的學習。優質的家課亦有助鼓勵學生自主地學習。數學科家課的目的主要在於：

- 進一步發展和鞏固學生在課堂發現或學到的知識
- 強化和保持學生在課堂上已發展的數學概念和能力
- 促進學生課後的主動學習
- 鼓勵學生獨立思考、提出和解決問題，以及評估情況、分析並作出決定
- 引導學生認識數學是有意義、有趣和實用的，並提升學生學習數學的興趣
- 幫助教師評估學生的學習表現和進度
- 幫助教師找出學生的學習困難，提供回饋，從而調適教學計劃和策略

除了紙筆課業外，學生的家課可包括電子平台上的討論、小組研習、閱讀數學書籍、專題研習和其他相關活動。安排家課時，應注意下列事項：

- 每項家課的量要適中，旨在鼓勵學生的學習。每次功課量不宜太多，而頻次亦須調節得宜，以免學生不勝負荷。各科目教師之間應互相協調。
- 每項數學家課應具備明確的學習目標，所選取的問題須配合該目標。應避免使用太難或太易的題目。

- 優質課本的練習可作為家課的主要部分，而由教師自行設計或從其他來源取得的練習，可作為輔助或補充，例如為能力稍遜學生設計一些基本的問題，以及為能力較高學生設計一些較具挑戰性的問題。
- 每份家課的題目必須多元化，才能保持學生的興趣，並提供不同方式鞏固學生的學習。
- 問題的選取應顧及學習者的多樣性。教師可先選定切合一般能力的學生的核心問題，再為能力稍遜和能力較高的學生設計合適的問題。
- 與數學應用相關的練習應與日常生活有密切關係，並在設計練習時強調數學的實用性。

（有關有意義家課的詳細資料，可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）第八章和《中學教育課程指引》（2017）第四冊。）

4.3 STEM 教育的學與教

正如在本指引第 3.4 節所論，在數學教育學習領域推展 STEM 教育是學校課程持續更新的發展焦點及主要更新重點之一，期望學生成為科學、科技和數學的終身學習者，能應對科技急速發展的世代的種種改變和挑戰。學校在校本數學課程中安排數學科的 STEM 學習活動時，可採用以下兩種模式：

模式一：建基於數學教育學習領域課題的學習活動，讓學生綜合科學教育和科技教育學習領域相關的學習元素。

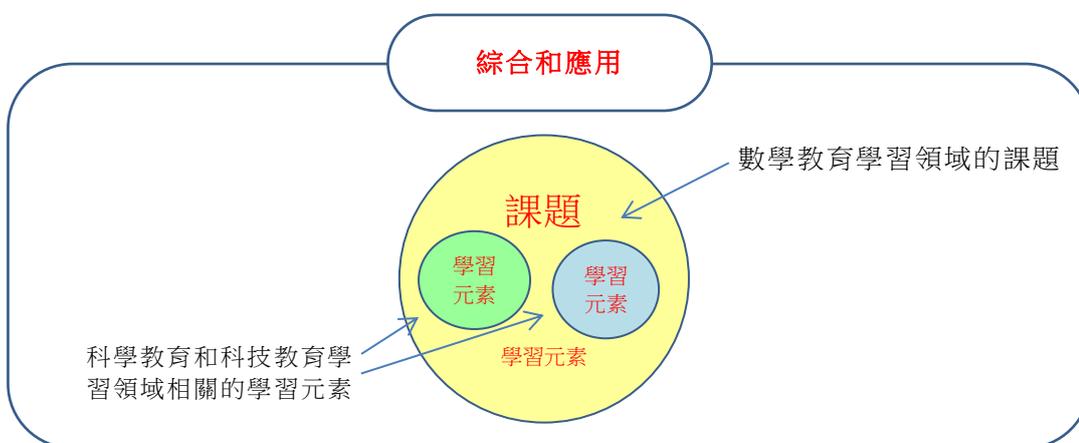


圖 5

以這模式設計和進行的學習活動，是建基於數學課程內某一特定課題（見圖 5）。例如，在小六學習單位「速率」的教學中，教師可要求學生設計和製作橡皮筋動力車。在嘗試提升車子速率的過程中，學生認識和應用有關的數學概念和引入其他學習領域的相關學習元素，例如認識能量的轉換。學生亦需綜合和應用在數學科和常識科所學的知識和技能（詳情見本指引示例 6）。

在中學階段，科學教育和科技教育科目的知識和技能亦可融入不同數學課題之中。例如，在球體體積的教學中，教師可使用量匙的設計作為數學應用的生活實例。當中可涉及產品設計的科技知識，例如物料的厚度如何影響體積和設計（詳情見本指引示例 18）。

下表羅列了一些 STEM 學習活動的例子及初中數學課程不同學習範疇中的相關課題。

課題	STEM 學習活動例子
數與代數範疇	
科學記數法	教師可在課堂中討論科學記數法在科學或科技學科中的應用，以展示使用這種記法來表達和比較數值的好處。例如，教師可以要求學生比較人體中不同細胞的大小或不同電腦處理器的計算速度。
比	教師可以要求學生通過應用比的知識和參考食品標籤上的營養資訊來估計包裝食品的營養價值。
二進數	教師可使用二進數在電腦系統中的應用作為數學應用的例子。電腦系統採用二進制表達數字和字符，以及用於執行邏輯和數學運算。教師可建議感興趣的學生研究一個八位元的二進數可儲存的數據量。
度量、圖形與空間範疇	
量度的誤差	教師可要求學生設計一種方法來研究一些常見的 GPS 追蹤應用程式的量度誤差。學生可將應用程式的量度結果與其他量度工具的結果進行比較，並討論應用程式的可靠性以及減少量度的誤差的方法。
立體圖形的體積	教師可要求學生設計一個漏斗或具有指定體積和形狀的盒子，並須使用最少量的材料來製造。學生可以使用電子試算表，並運用圓

課題	STEM 學習活動例子
	錐體或長方體的體積和表面面積公式來進行探究。學生還可以使用 3D 打印機把他們的設計實物化以驗證他們的計算。
三角比	學生可以把三角比的知識應用於真實的問題。例如，學生可以通過使用在平板電腦或流動電話中的角度測量軟件，從校園兩個不同高度的地方量度附近建築物的仰角，從而求得校園與附近建築物的距離。
數據處理範疇	
組織數據和製作統計圖	學生可為學校午餐供應商進行有關健康飲食餐單的跨學科專題研習。學生可以分析和估計不同食材的營養價值，並進行調查，以蒐集同學們對食物的偏好的數據。然後他們可以設計一個滿足學生的營養需求和喜好的飲食餐單。
統計圖的應用和誤用	在進行科學、科技、數學或跨學習領域課題的專題研習時，學生可以從間接來源蒐集數據（例如香港的年平均降雨量和香港的能源消耗），以協助他們進行探究。學生須分析數據並適當地表達結果。有時候，如果數據來自印刷和電子媒體的圖表，學生須評估圖表是否具有誤導性，以避免錯誤分析。

模式二：透過專題研習讓學生綜合不同學習領域的相關學習元素。

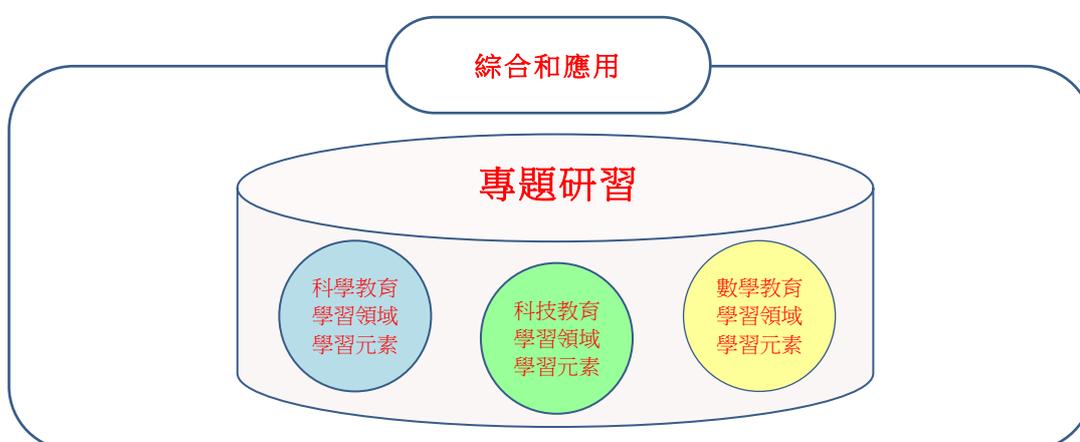


圖 6

這方式以專題研習來緊扣科學教育、科技教育和數學教育各學習領域裡相關的學習元素（見圖 6）。學生從某一現實生活的研究課題開始，例如，為學校午餐供應商設計健康飲食餐單。如果專題研習是由高小學生進行，他們可以應用有關分數和小數的數學知識、計算技能，以及在常識科所學有關食物金字塔和營養的知識來設計餐單。小學教師可以指導學生應用百分數的概念來研究不同食物中的營養，並繪畫統計圖作表達和分析。對於初中學生，他們的研究可進一步應用科學科中有關食物成分、營養及均衡飲食的知識制訂午膳餐單的設計原則；學生可適當地運用從數學科的統計方法來蒐集和表達數據，例如同學的食物偏好，及使用適當的度量表達數據的集中趨勢。他們可應用比和誤差的概念於計算食物成分。對於修習過線性規畫的高中學生，教師可引導他們運用所學的數學概念，為這現實生活情境建立數學模型，並以資訊科技從數學模型中求最富營養的餐單。他們還可以利用科技教育課程中有關食品製作的知識來制定實際可行的餐單。當跨學科專題研習進行時，不同科目的教師可擔當學生的學習促進者，不時從本身學科的角度提供支援；而學生則努力綜合和應用他們的知識和技能。

我們須留意 STEM 相關課題的專題研習是深度學習的課業，能促進學生協作探究和綜合知識以解決現實生活問題。

本指引附錄 4 載有一些有關組織 STEM 教學活動的電子資源，供教師參考。

4.4 照顧學習者的多樣性

每位學生都是獨特的，他們的成熟程度、性別、個性、能力、志向、興趣、學習動機、文化和社經背景均不相同；而智能、思考模式和學習風格又影響他們的學習特性。為了照顧學習者的多樣性，我們必須採納適當的學與教策略，提供不同的學習經歷及路徑，讓學生發揮個人的潛能。照顧學習者的多樣性並非意圖縮窄每個個體之間的差異或是令他們的能力和表現變得均平，而是讓所有學生按自己的能力充分地學習和發揮。最終的目標是幫助所有學生，不論他們是資優學生⁶、有特殊教育需要的學生⁷、能力較高或能力稍遜的學生都能在學習方

⁶ 現時，香港特區政府對資優教育的政策是鼓勵主流學校透過校本資優課程培育資優生。教育局資優教育組及香港資優教育學苑連同大專院校及教育團體提供校外的支援服務。教師可鼓勵及提名一些在數學上有特出表現/富潛質的學生參與香港資優教育學苑課程。

⁷ 在共同課程架構下，有特殊教育需要的學生與其他學生在主流學校中一起學習，獲得重要的終身學習的經驗。為有特殊教育需要學生預備的課程資料和教材套已上載於以下網站供教師參考：<http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/major-level-of-edu/special-educational-needs/index.html>

面達到最大的成長。在計劃照顧學習者多樣性的策略上，可從三個層面著手：中央課程層面、學校層面及課室層面。

4.4.1 中央課程層面

在設計中央數學課程時，不論學生的能力是高或低，他們的需要均應獲得同等的重視。每個學生都應得到充分的學習機會，因此我們不應只關注學業稍遜的學生，亦應照顧能力中等或較佳的學生的需要。

數學課程在設計上提供了在不同學習階段組織校本數學課程的靈活性，以照顧學習者的多樣性。小學和初中數學課程提供了增潤課題，而初中數學課程和高中數學課程必修部分提供了基礎課題和非基礎課題（詳情可參閱本指引第 2.4 節）。

4.4.2 學校層面

現今的中小學皆根據中央數學課程來設計個別學校的校本數學課程。科主任與科任教師共同診斷學生在數學上的長處、弱項及需要，根據這些資料編訂校本數學課程，亦應是慣常做法。以下是在學校層面照顧學習者多樣性的一些策略：

- (a) 採取學校層面的安排，例如，提供附加課堂予有需要的學生和根據學生能力分組，如分流、分班、抽離及跨級編組等

對於能力較高或資優的學生，教師可在一般課堂或課堂以外的時間將他們分組，以抽離方式提供有系統的學習。

- (b) 在編排課題作為所有學生的核心學習內容時，適當地調節在中學數學課程中非基礎課題的選取或小學數學課程內各課題的處理深度

- (c) 邏輯地編排每一年級的學習內容。在編排時，須考慮學生的認知發展、數學能力、學習風格及興趣；各學習單位的學習重點；各學習單位之間的關係；及不同年級的數學學習之間的關係

對於能力稍遜的學生，教師須與他們定期重溫一些重要的課題，因此，「螺旋式」的教學編排能幫助學生溫故知新。然而，教師應避免在某一年內教授過多的課題，以致學習內容過於零碎。此外，教師還應採取措施，例如安排銜接課程，以確保學習能力各異的學生皆能按照課程在學習上有所進展。

對於能力較高或資優的學生，教師可採用增潤課程、濃縮課程和加速課程照顧他們的學習需要。濃縮課程是指把一些學生已掌握的基本概念或技巧省去，讓教師可集中教授課題中更深入的內容或引入相關的增潤課題。教師亦可透過選取合適的基礎內容作課前預習，幫助學生培養自主學習。儘管如此，教師應透過合適的評估確保學生已掌握基本技能。加速課程是指學與教的速度較中央課程建議的速度為快。

(d) 選擇合適的課本、挑選恰當的學與教資源並調適或製作教學材料

學校可在同一年級為不同程度的學生選用不同的課本，或選用同一課本，但製作不同的教學材料以支援不同班級的學生。教師亦可給予學習及鞏固課業，藉鷹架的設置幫助不同能力的學生學習數學。

(e) 設計不同類型的學習活動，例如數學壁報版上的每週問題、數學書籍閱讀計劃、海報設計和數學學會

不同興趣和能力的學生，都可參與配合他們需要和興趣的活動。教師可鼓勵學生參與一些校外活動，例如小學數學創意解難比賽、香港數學競賽、中學數學專題習作比賽、中學數學閱讀報告比賽、中學生統計習作比賽及中學生統計創意寫作比賽。

(f) 制定學校評估政策和記錄及匯報方法，以回饋學與教

學校可授權教師利用多元化的評估模式來配合個別班級的需要，例如預留 5% - 10% 的數學分數予教師，讓他們自行決定評估的方法。教師可利用這預留的分數，設計針對個別班別需要的測驗卷、專題研習和日常評估等。

學校亦可考慮讓不同能力的班別應考不同的試卷。這種做法能提供彈性讓教師按學生的能力評估他們的學習。透過合適的評估準則，從評估得來的資料能反映學生的表現，以及達致以評估促進學習的目的。

(g) 照顧非華語學生

一般來說，非華語學生的中文能力稍遜，而學校採用英語作為數學科的教學語言。部分由教育局提供的學與教材料已翻譯成英語版本，並可從教育局網站下載。除了語言能力之外，學校須注意非華語學生與華語學生在文化背景及學習經歷上亦可能存有差異，例如，由非華語學生的文化中可能存有一套不同的數數方法，因此數學課程的學習內容可能有需要進行調適以配合非華語學生的需要；另外，在教學材料中多利用圖像展示能幫助非華語

學生掌握數學課程的學習內容。

(h) 為資優學生提供校外支援服務的資訊

專業機構，大學及非政府機構（包括香港資優教育學院）舉辦了各種增潤課程，提供進深學習的機會，以提升在特定範疇成績出眾或富過人潛能的資優學生的表現。教育局資優教育組及香港資優教育學苑委託大專院校及其他教育機構/團體或與其合作，為學校推薦的特別資優學生提供富挑戰性的校外增潤及延伸學習機會⁸。學校可瀏覽相關網站以了解適合數學資優學生的課程和活動的詳情。

(i) 調適校本課程時考慮有特殊教育需要的學生的學習速度和學習風格

課程調適並不同剪裁課程，而是為有特殊教育需要的學生調整學習重點、內容、學習材料、教學策略及學習環境，以配合他們的需要，以及他們的學習速度和風格。我們鼓勵學校因應有特殊教育需要的學生的已有知識、能力和學習需要，幫助他們確定在數學科的學習目標、學習成果及預期表現水平。

4.4.3 課堂層面

無論校本數學課程怎樣編訂或學校如何按學習數學的能力為學生編班或分組，教師仍須按個別班別學生的需要，彈性地調節教學計劃。教師在設計課堂活動時，可參考以下策略：

一般策略

- *診斷學生的需要和差異*
教師應蒐集學生的背景資料，包括他們的興趣、表現較佳及表現較弱的課題。教師可觀察學生課堂、功課及測驗的表現，作為分析的基礎。
- *難度及涵蓋內容的變化*
根據以上資料，教師在每節課堂中可安排適當的數學課堂活動。例如，小學教師可在課堂中引入動手操作的活動或其他活動為本的學習模式以配合學生的需要。教師須按學生不同的能力選擇、

⁸ 更多關於為資優學生提供的校外支援服務，可參閱資優教育組的網站 <http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/major-level-of-edu/gifted/index.html>，及香港資優教育學苑的網站 <http://ge.hkage.org.hk/en/>。

調適或設計合適的教材。過淺或過深的課業都不能引發和維持學生的內在學習動機。我們可給予能力稍遜的學生相對較基礎的課業，以提高學生的滿足感。另一方面，可為能力較高的學生安排一些較具挑戰性的課業，以培養並維持他們學習數學的興趣。教師可為同一班內不同能力的學生預備多套活動材料，或只預備一套活動材料，其中包含所有學生必須完成的共同部分、強化能力稍遜學生的先備知識的部分和為挑戰能力較高的學生而設的部分。學生可因應自己的需要及能力選擇完成合適的部分。

例如，對於第三學習階段度量、圖形與空間範疇中有關直角坐標系的學習單位，教師可為不同能力的班別在學習內容上作不同的規劃。對於能力稍遜的學生，教師可考慮不引入有關內分點公式的非基礎課題；對於能力較高的學生，教師可引入所有學習目標並加入有關外分點公式的增潤課題。

- *口頭提問策略的變化*

適當的口頭提問能幫助學生有效地達成學習目標和改善學習。教師可於發問時提供不同程度的提示，使同級中不同能力的學生一起學習同一課題。一般來說，教師可向能力稍遜的學生，提問一些簡單而直接的問題，而向能力較高的學生提問一些較具挑戰性的問題。教師須留意他們的回饋對學生的學習是十分重要的。即使學生的能力稍遜，教師仍可要求他們解釋解決問題的策略及修改自己的答案；而非於學生答錯時立即給予解答。

教師可透過提出不同思維水平的問題以照顧學生的不同需要，包括有關記憶或憶述資料、分析、比較和解釋及提供新的想法或建議的問題。問題的思維水平若配合學生概念發展的進程，定能大大促進學生的學習。

- *課業提示的變化*

教師可給予學生相同的課業或練習，但為能力稍遜的學生提供更多提示，例如為文字題加上附圖及分拆長題目。對於能力較高的學生，教師可在解題過程中給予較少提示。此外，教師亦可使用開放式問題（如本課程指引示例 5 及示例 14）和分等級的練習，誘發學生按各自能力及興趣，構思解題策略。

- *概念引入方法的變化*

教師可透過不同方法引入同一數學概念。對於能力稍遜或較低年級的學生，教師可使用較具體的例子來解說概念；至於能力較高或較成熟的學生，教師可採用抽象的數學語言。例如，教師可使用以三角形方式排列的點的圖像，向能力稍遜的學生講解甚麼是三角形數數列，而向能力較高的學生，則引入等差數列求和的方

法。

教師可採用不同的概念表達方式來照顧不同學習風格的學生。例如，在與立體圖形相關的課題的學與教中，教師可利用圖像、可動手操作的實物模型和電腦軟件展示的虛擬立體，來照顧視覺型、語言型和觸覺型的學生。本指引示例 17 提供一個如何照顧學生的不同學習風格的活動。

- *同儕學習的變化*

除了整班教學外，教師可考慮使用不同的分組策略來照顧不同能力學生的需要。然而，教師須留意小組的組員配搭、課業是否適合該小組、組合的時段性和小組合作性的持續評估等，都是協作學習的成功要素。再者，如何在小組內減低競爭氣氛及加強彼此間的合作性，對於促進學生學習亦是非常重要的。

教師在安排協作學習時，可考慮把能力相若或不同的學生合組，或改變各組的人數。然而，教師若採用同質分組（即各組員能力相若），必須小心避免標籤效應，特別當分組的時間較長時。相反，異質分組（即各組員能力差異較大）或許會帶來正面的學術和輔導效果。不論能力較高、一般或稍遜的學生都能透過組員的互相交流而獲益。然而，要令各組員間的溝通達到最佳的效果，各組人數不應太大。在進行數學課業時，每組以 3 至 4 名成員的效果較佳。

- *引發學習動機的重要性*

縱觀所有影響學習表現的因素，最重要的或許要算是學習動機了，因為一個有良好學習動機的學生，一般會較有決心和毅力去達到更高的標準和克服學習困難。學生的學習動機並非恆常不變的，它會隨著學生的處境及性情而改變。教師應加倍留意此類轉變發生的可能性，並於必要時調整教學策略。在設計教學活動時，教師宜特別重視如何引發學生的學習動機。

- *運用電子學習工具的變化*

電子學習資源套一般已提供不同程度的數學練習和活動，而資訊科技的適當使用能讓不同能力的學生以不同的學習速度研習，因而為教師提供照顧習者多樣性的方法。記錄學生學習表現的電子功能亦能為教師提供資料，幫助他們分析學生的錯誤概念或普遍的錯謬，從而調整他們的教學步伐和教學策略。再者，教師可透過電子學習工具和電子資源照顧不同種類的學生及豐富他們的學習經歷。

照顧有特殊教育需要學生的策略

- **診斷學生的需要和差異**
教師應認識學生的需要。對某些有特殊教育需要的學生而言，他們或會難以把有關數的概念建構於長期記憶之中，而當從記憶中提取解決問題的步驟或策略時亦可能會感到吃力。即使他們能得出正確的答案，亦會對自己的解題方法缺乏信心。
- **難度及涵蓋內容的變化**
有特殊教育需要的學生即使能正確地解答數學題，仍然可能會為學習數學感到焦慮。因此，教師應認識他們的學習能力，在教學時採取合適的策略，為他們提供成功的學習經驗。例如，教師可為一些記憶力較弱的有特殊教育需要學生，把學習活動的指示分拆成多個小步驟，或使用數粒和圖卡等教具，幫助他們跟隨活動的指示，以理解當中的數學概念。以多種方法解決同一類題目，或要求有特殊教育需要的學生迅速地得出心算結果，亦會令他們感到難以承擔及焦慮。教師應集中教授某些解題策略及鼓勵有特殊教育需要的學生使用筆記，以減輕他們的學習負擔。

以下是小學數學課程小學三年級數範疇中的學習單位「乘法(一)」的一個例子。

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \\ \hline 36 \end{array}$$

在進行乘法前，學生須已經知道“1”在12中代表10，而 10×3 的結果是30。讓學生透過把“30”而非“3”記錄在直式上，連繫新知識和已有知識，便能有效地減少他們在記憶上的負擔。

當學生計算乘數為一位數，被乘數為兩位數的乘法時，教師在初期一般使用無需進位的例子和利用數粒與學習能力稍遜的學生進行討論，幫助他們理解乘法直式的原理。相同的策略，稍作調節後，亦可應用到有特殊教育需要的學生身上，減少他們在記憶上的負擔。

照顧資優學生的策略

- **診斷學生的需要和差異**
教師可參閱教育局資優教育組提供的資料⁹（只有英文版）以取得

⁹ http://www.hkedcity.net/article/project/webcourses_gifted/doc/BehaviouralCharacteristicsChecklistOfMathematicallyGiftedStudentsAppI&II_2.pdf

識別數學能力較高或數學資優的學生的支援。

- *難度及涵蓋內容的變化*

教師可在全等三角形的判別條件的學與教中，把固定一個三角形的概念延伸至固定一個四邊形來挑戰資優學生。教師亦可要求學生猜想判別全等三角形的條件。

在以圓規及直尺繪畫角平分線、垂直平分線和特殊角的教學中，教師可提示學生思考這些幾何作圖與角平分線定理和垂直平分線定理的關聯。

- *課業提示的變化*

教師可採用分層課業以照顧學習者的多樣性。分層課業是指由教師按照學生的能力，設計能配合不同程度的學生的課業，以切合個別學生的需要。這些課業涉及不同的難度和深度，以及不同程度的複雜性、抽象性和創造力，更能配合學生的學習需要。根據 Heacox (2002)，我們可由六種方式設計分層課業，包括：(i) 以挑戰性分層；(ii) 以複雜性分層；(iii) 以資源量分層；(iv) 以過程分層；(v) 以結果分層；及 (vi) 以成果分層。在製作分層課業時，教師可先考慮一般學生所需的指示水平，然後為數學資優學生修改課業以增加難度和複雜性。教師可參閱教育局資優教育組和香港資優教育學苑製作的資源¹⁰，進一步認識分層課業。

- *引入概念方法的變化*

對於數學資優學生，教師可考慮使用較抽象的表達方法。例如在學習立體的平面圖像時，一般來說，教師宜先讓學生製作及操作實物模型。對於能力較高或數學資優學生，教師可跳過實物模型的使用而直接運用合適的電腦程式展示立體圖形的旋轉對其平面圖像的影響。

- *引發學習動機的重要性*

教師可使用一些數學悖論以引發資優學生的好奇心。例如，教師可展示 $0.999\dots = 1$ 的證明，以挑戰學生直觀上認為 $0.999\dots$ 不等於 1 的觀念。

¹⁰ http://resources.edb.gov.hk/gifted/ge_resource_bank/files/TeachingLearning/C/course%20report%20web4_070921.pdf 和 http://www.hkage.org.hk/file/teaching_resources/1449/%E4%B8%ADA01%20Tie%20red%20Task%20Info%20Sheet.pdf

第五章

評估

第五章 評估

5.1 主導原則

評估是課程—教學法—中不可或缺的部分，是蒐集學生學習表現顯證的工作，透過分析和判斷學生的表現，向學生、教師、學校、家長及其他持份者提供回饋。評估在幫助學生成為自主學習者方面也起著關鍵的作用。評估的目的是多方面的，但無論如何其主要目的應是促進和改善學生學習。適當的評估能

- 讓學生了解自己的能力和，從而改善自己的學習方法；
- 讓教師了解學生的學習表現及所採用的學與教策略的效能，從而給學生提供適切的支援；及
- 讓家長了解子女的學習表現，從而與教師緊密聯繫，為子女提供適切的輔助，幫助他們學習。

圖 7 提供了規劃學校評估的框架。該圖說明了進展性和總結性評估的相互關係以及學與教、校內評估和校外評估之間的關聯。學校可以參考圖 7 以制定數學教育學習領域課程的評估計劃。

數學教育學習領域課程清楚指出數學學習的過程和內容同樣重要。而數學評估應配合課程宗旨及目標，以全面認識學生的學習表現。一般來說，數學科的評估不應只注重學生解決數學問題時所提供的答案，亦應反映學生的學習過程、解決數學問題時所用的技巧以及在思考能力、正面的價值觀和積極的態度方面的發展。

均衡及多元化的評估確實能幫助教師全面了解學生學習的成果和表現，而教師在設計合適的數學評估活動以蒐集有關學生學習表現的資料時，應留意下列各點：

適當的評估	不適當的評估
<ul style="list-style-type: none">• 幫助學生在學習上建立自信和興趣• 讓教師提供適時的回饋，促進學與教• 能配合不同的學習重點	<ul style="list-style-type: none">• 令學生感到焦慮和製造不必要的壓力，而在極端的情況下，甚至令學生失去學習的自信和興趣• 減少課堂學與教的時間，增加教師不必要的工作量，最終會增加學生及教師的壓力• 過分著重操練

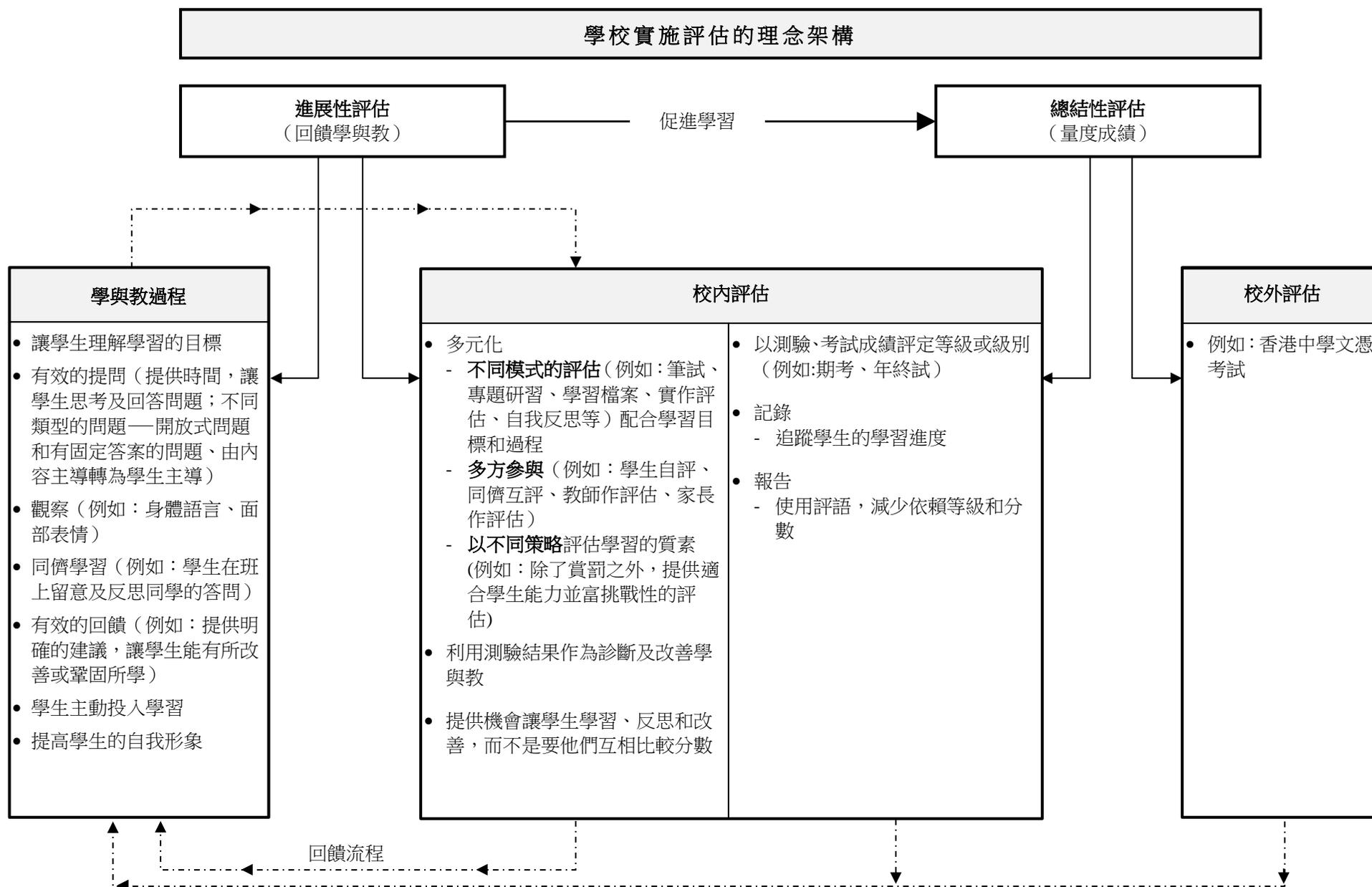


圖 7

(取材自 Shirley Clarke)

校本評估政策的制定應旨在使不同模式和目的的評估達致更好的平衡。學校在制定評估政策時宜考慮以下各項：

- 期望學生在有關階段達成甚麼學習成果？
- 以甚麼評估活動評估學生在數學各方面和在跨學習領域上（例如 STEM 教育）的表現？
- 評估活動會否包括全方位學習活動和一些非紙筆模式的評估（例如實作評量）？
- 以甚麼評估準則來評估專題研習、口頭報告等活動？
- 設計評估活動及制定評估準則時，有否考慮學習者的多樣性？
- 會否考慮在一些課題上採用電子評估，以輔助促進學習的評估的進行？
- 每學年的測驗和考試次數是多少？
- 教師將獲得甚麼評估數據及他們如何使用這些數據回饋學與教和校本課程的規劃？
- 教師會給予學生甚麼形式的回饋？回饋能全面地反映學生的情況以便學生進行自主學習嗎？

適度的評估有助了解學生的學習，而過量便會干擾學與教和使教師及學生負擔過重，因此應當避免。計劃校本評估政策時，學校應確保有足夠的空間讓學生和教師進行學與教活動。

有關制定校本評估政策的詳細資料，可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）第 5 章。和《中學教育課程指引》（2017）第 4 冊。

5.2 進展性和總結性評估

數學的評估可以是進展性和總結性的評估。總結性評估較著重就學生的學習表現和進度提供全面和綜合的描述；而進展性評估較著重診斷出學生在學習上的強項和弱項，提供回饋及檢示教學策略的成效。

5.2.1 評估的目的

一般來說，評估可為以下三個目的而進行：

- | | |
|---------|---|
| 對學習的評估 | <ul style="list-style-type: none"> • 就某一時刻（例如完成某課題的教學後、學期或學習階段完結時）學生在學習目標、學習重點或水平上的學習成果提供證據，以作相應決定 • 屬總結性，往往以分數、等級或證書表示評估結果 |
| 促進學習的評估 | <ul style="list-style-type: none"> • 持續地蒐集有關學生的學習進展的資料，以提供適時和優質的回饋，讓學生改善學習，亦讓教師完善課程規劃和教學策略 • 屬進展性和把評估融入學與教之中 |
| 作為學習的評估 | <ul style="list-style-type: none"> • 學生利用課業和所得的回饋提升自身的學習 • 屬進展性，鼓勵學生了解自身的學習情況，評估學習效能，調整學習策略，規劃跟進學習活動和訂定往後的學習目標和策略 |

學校為數學科制定合適的評估模式時，可運用「促進學習的評估」及「作為學習的評估」蒐集有關學生學習過程的顯證，並提供回饋以促進學習和確立他們在自己的學習上的角色和責任。而「對學習的評估」可在比較不同學生群體或不同系統時使用及不應將其當作唯一的評估策略。無論進行哪一類評估，教師應鼓勵學生善用進展性和總結性評估的回饋作反思，而教師亦應小心分析進展性和總結性評估的結果，以改善課程規劃和課堂教學。

5.2.2 評估的模式

不同的評估模式適用於不同的評估目的。教師可小心選擇評估模式以配合針對數學學習的過程、進展和成果而進行的評估。各類型的評估活動能幫助教師蒐集、判斷及分析有關學生在數學知識與技能、共通能力和正面的價值觀及積極的態度上的發展的資料。依據學習目標和學生的學習需要設計合適和多元化的評估活動，對進行「作為學習的評估」是不可或缺的。以下是一些常見的數學評估活動：

- *課堂討論*
在數學學與教的過程中，教師與學生（或學生之間）或多或少都會涉及討論、發問及回答問題。課堂討論不單容讓教師了解學生對有關課題的理解，亦給予學生機會表達他們的意見和培養他們的溝通能力。透過課堂討論，教師更可理解學生的態度及思考能力。課堂討論的評估準則可包括：學生能否解釋他們如何獲得所提出的解決方法，以及他們採用了甚麼策略？學生懂得提出問題

嗎？學生會主動發問嗎？教師具建設性的回饋有助學生理解他們的回應是否正確，並對課題有深入的分析。一些適合課堂討論的題目包括：為甚麼 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5}$ ？為甚麼 $(x + y)^2 \neq x^2 + y^2$ ？如何估計學校校舍的高度？周界相等的圖形的面積是否相等？如何利用直尺和圓規構作一個直角三角形？如何在現實生活中運用統計？

- **堂課及家課**

一般教師都會給予學生堂課和家課以幫助學生鞏固他們的數學概念和幫助教師評估學生的表現。為照顧學習者的多樣性，教師可考慮按學生能力給予不同的練習。在給予家課時，教師須明白家課的質較量重要。此外，教師應給予學生深度適中和配合特定學習重點的堂課或家課。不恰當做法包括：評估學生加、減法的應用能力時，只給予他們一些加、減法計算的操練。最後，數學堂課和家課不宜局限於一般的數學題，亦可包括開放式問題、閱讀習作、動手操作的習作及學生課堂討論前的預備工作等。例如收集有關日常生活中統計的應用的剪報作為課堂中討論統計的誤用的材料；搜集一些以「升」來標示容量的容器回校作量度活動之用。

- **專題研習**

專題研習很適宜用以評估學生的表現，亦是有效的學與教策略。它能推動學生自主地學習及容讓學生把數學知識、共通能力、價值觀和態度連繫起來，並能培養學生的明辨性思考能力、創造力及解決問題能力。教師應注意學生以小組形式進行專題研習，對發展協作和溝通能力較以個別方式進行更為有效。教師可因應以下準則評估學生在專題研習中的表現：

- 對專題研習的理解；
- 策略和方法的運用；
- 涵蓋面、深度和內容的準確性；
- 表達與溝通；及
- 態度。

專題研習的評估亦可包括自我評估和同儕互評，而家長亦可表達他們的意見。運用評估指標進行上述兩種評估方式，是達致自主學習的一個良好做法。學校可利用資訊科技輔助專題研習的評估。學生可透過學校的網上平台呈交習作和進行討論。

專題研習的典型例子包括：調查學生喜愛的課外活動、比較學校男生與女生的高度、研究學生視力與觀看電視或使用顯示屏幕設備的時間的關係、探究 π 的故事、設計充分利用物料的容器、探究數學在體育中的應用、進行學生時間管理的統計調查等。學校亦可藉選取跨學習領域的課題或現實生活的問題作為研習題目，以推動 STEM 教育（詳情可參考本指引示例 10 和 12）。

- *探究式課業和實作評量*

探究式課業和實作評量是要求學生運用不同技能，動手進行數學探究或解決問題的課堂活動。透過讓學生以分組形式進行課業，教師可了解學生的解決問題能力和協作能力。評估準則可包括他們對問題的理解、策略和方法的運用，以及參與程度和態度等。探究式課業和實作評量的例子包括製作平行線、量度不規則形狀的物件的體積、運用圓規和直尺（或互動幾何軟件）進行幾何作圖、利用試算表製作特別的數列、製作多面體的立體模型、利用互動幾何軟件繪畫軌跡等。

- *測驗和考試*

一般學校都有測驗和考試，但教師為測驗或考試擬題時宜留意下列各項：

- 評估範圍必須全面，題目形式宜多樣化
- 每題應有明確的評估目的
- 題目的難度應配合和照顧學生能力的多樣性
- 各分卷的題目數量應合理
- 試卷的文字應淺白

教師應在為測考擬題前訂定擬題計劃。計劃應清楚顯示所評估的學習單位或學習重點的分數分配。教師宜適當地分配分數以反映試卷的評估目的和重點，以及確定試題適當地涵蓋各課題。試題應包含各種形式的問題，例如闡釋題、填充題、多項選擇題等，以評估學生在數學各層面的知識；教師亦應加入一些開放式問題以評估學生的思維能力，包括明辨性思考能力、創造力和溝通能力（詳情可參閱本課程指引示例 2、5 和 14）。

在不同評估活動中引入同儕互評和自我評估有助學生從同學身上學習和了解自己的學習情況。這些評估亦能引導學生審視學習目標、課題涉及的技巧和反思學習的過程和態度。設計評估活動時，教師亦須考慮學習者的多樣性，例如測驗和考試中不同難度的題目的數量需有所協調。

採用電子評估能為師生提供即時回饋，促進學與教。學生可利用回饋在進行課業期間反思自己的學習；而教師亦可以在課堂講解中途，了解學生的表現。電子評估亦有助評估題目難度的調整，以照顧學習者的多樣性。此外，學生的課業和評估資料可儲存起來，作日後分析之用。

整體來說，哪個評估活動最適宜用作蒐集學生的表現的資料，取決於評估資料的運用及甚麼表現能提供所需資料。無論採用哪一類的評估活動蒐集學生學習的資料，應謹記評估的最終目的是促進和改善學與教。

5.2.3 推展進展性評估

「對學習的評估」久已在學校慣常地實施，而為了改善學與教的效能，很多學校已把「促進學習的評估」和「作為學習的評估」融入校內評估政策之中。此外，學校亦會採用多元化的評估模式，以全面了解學生的學習，並同時藉此照顧學習者多樣性及促進自主學習。近年，教育局更編寫「學習進程架構」和設立「學生評估網上資源庫」，幫助學校推動「促進學習的評估」和「作為學習的評估」。

學習進程架構

為回應課程改革和《學會學習——課程發展路向》（課程發展議會，2001）報告書中所提出的課程改革建議，我們鼓勵學校重點地推行「促進學習的評估」，使之融入學習、教學及評估循環之中。我們為中國語文、英國語文及數學科編製了學習進程架構，以清楚說明學生的表現和幫助教師就如何提升這三個學科在小一至中六各年級的學與教效能，作策略性規劃。

數學科學習進程架構為教師提供了一種共同的語言，用於描述學生在小學和中學數學學習上的進程。它包括學生按照數學教育學習領域課程的學習目標學習時不同層次的學習成果和相關的描述，以反映學生在數學學習上的持續進展。這以連續的模式編排的學習進程在三個學習範疇下分為八階，透過一系列的學習成果扼要地描述學生的學習表現。每個學習成果下會有一個或多個表現點，展示在該學習成果下學生應有的表現，以具體地闡明學習成果的內涵。學習進程架構只是一份參考文件，未具任何規範性，亦未有窮盡所有的學習表現，學校不宜把該文件視作審視學生數學程度的檢測表。學習進程架構可在以下網站下載：<http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/kla/ma/res/index.html>（文件置於連結「小一至小六」、「中一至中三」和「中四至中六」之下）。

學生評估網上資源庫

學生評估網上資源庫是一個發展中的網上評估平台，為中國語文、英國語文及數學三個科目而設立。平台將會為學生及教師所使用，希望藉著科技提升教師的評估素養，並透過推動「促進學習的評估」和「作為學習的評估」，改善學生的學習。

學生評估網上資源庫提供多種類型的題目以評估學生的數學知識和技能。這些題目皆參考數學學習進程架構的學習成果和表現點設計，亦能配合網上環境。學生可自主地或按教師指示完成平台上的評估課業，完成評估後，平台會發出學生學習表現的診斷報告。透過學生評估網上資源庫，教師能了解學生的學習進度，設計合適的輔導教學或規劃下一步的教學內容；教師亦可引導學生利用平台進行自主學習。

5.3 校內評估和校外評估

5.3.1 校內評估

校內評估是指學校在學與教中所採用的評估，它們往往有不同的模式和規模。教師宜引進第 5.2.2 節中提議的多元化評估活動，包括進展性評估和總結性評估，並給予適時回饋，以促進學與教。

正如在第 5.1 節中所討論，並如圖 7 所示，回饋是學習、教學及評估循環中重要的組成部分。沒有適當的回饋，評估便失去其意義。但是，回饋不是指「讚賞」或「譴責」，它亦非等同於「指導」。有效的回饋須能讓學生了解自己能做到甚麼或未能做到甚麼，以及強項和弱項，並能指出改善的方法。數學教師宜注意以下有關回饋的數方面：

- 回饋可以用口頭或書面的形式進行，並就學生的學習表現的素質提出改善建議，以及避免作同學間的比較。
- 適時回饋是十分有效的，是進展性評估的一部分。例如，家課的批改應附以適當的評語，並應盡快發還給學生。
- 不同的電子評估平台如學生評估網上資源庫或校本電子評估平台能幫助教師對學生的學習進行快速的分析，並為學生提供適時回饋。通過選擇合適的評估項目，教師可以根據電子評估平台提供的數據為學生提供更具建設性的回饋。學生可藉此更清晰掌握自己的表現，從而調整自己的學習目標和策略。
- 總結性評估的回饋可為學生提供資料，規劃隨後的學習；亦可幫

助教師設計下一學期或學年的教學次序，及調節校本數學課程的範圍和深度。

- 對於建立學校和家庭之間的伙伴關係以支援學生的學習，教師和家長之間的溝通是非常重要的。學校可根據評估活動所蒐集的資料，循不同渠道向家長提供改善學生學習的方法；而透過教師所提供的回饋，家長便能加深對學習目標的理解，並與教師合作支援學生的學習。

整體來說，學校宜因應校情、教師的經驗、學生的需要及興趣制訂校內評估政策。評估政策應包含均衡的評估活動，並適當地將所蒐集的資料匯報。學習重點、活動及評估課業應互相配合，以確保教師能適當地教授預定的教學內容，而學生亦能有效地學習。

5.3.2 校外評估

校外評估，包括公開考試，是指由校外組織（例如香港考試及評核局）在特定教育階段結束時為評估學生的學習進度或成果所舉行的評估。在數學教育學習領域課程下，學生須在不同的學習階段結束後，為不同的目的參與數項校外評估。

- 小學和初中階段：小三基本能力評估研究計劃，及小六和中三全港性系統評估¹¹的數學科評估
- 高中階段：香港中學文憑數學科公開評核（必修部分、延伸部分單元 1 和延伸部分單元 2）

校外評估的回饋對學與教的提升亦十分重要。香港中學文憑考試的結果為學生提供學習表現上的回饋，讓教師及學校了解其教學質素。而每所參與基本能力評估研究計劃或全港性系統評估的學校則會收到學校報告，當中載有學生在課程中各範疇的表現，學校能從報告中了解學生的強項與弱項，從而調節教學次序與策略。例如，若某校報告反映中三學生在運用構成全等三角形的條件進行簡單證明的表現未如理想，學校可調整中三和高中相關課題的學與教策略，但學校須留意在設計相關堂課和家課時，宜協助學生在原有基礎上鞏固及延展所學，避免機械式操練。同樣的原則亦適用於小學。

¹¹ 小六全港性系統評估從 2011 年開始隔年進行。

(空白頁)

第六章

學與教資源

第六章 學與教資源

6.1 優質教科書和其他學與教資源

學與教資源為豐富學生的學習經歷提供基礎。學與教學資源的有效運用能幫助學生擴展和建構知識，並鞏固所學；因此，有效使用學與教學資源是校本數學課程成功實施的一個重要因素。學校須選擇、調適和按需要發展相關的資源以支援學生的學習。

在眾多的學與教資源中，教科書通常被認為是最常用的。但是，教科書只是輔助學與教的工具，而不是課程本身。在教學前，教師宜參考本指引及本指引的補充文件以理解小學、初中和高中數學課程的學習內容、課程規劃和學與教¹²。

除教科書外，教師應發展或選取合適的學與教資源以幫助學生達成學習目標。

6.1.1 教科書

現今學生可在動態的學習環境，透過不同的教學資源學習，令他們的學習經歷得以擴闊。儘管如此，教科書仍然在數學教育中扮演著重要的角色，並影響著普遍數學課堂的學與教。教科書也是學生自主學習的材料，可作為預習和溫習之用。因此，良好的數學教科書須配合數學教育學習領域課程的宗旨，幫助學生有效地學習。

教育局已制定一套優質課本基本原則，供學校和教師在選擇適合自己學生的優質課本時參考，有關原則載於 <http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/resource-support/textbook-info/GuidingPrinciples/index.html>。

在選擇教科書時，學校可參考「適用書目表」和「電子教科書適用書目表」（分別載於 www.edb.gov.hk/rtl 和 www.edb.gov.hk/ertl）。在適用書目表或電子教科書適用書目表上的教科書在內容、學與教、結構編排，以及語文等方面均與課程發展議會編訂的課程文件一致。

¹² 在修訂數學課程實施前，教師可參考《數學課程指引（小一至小六）》（2000）、《中學課程綱要 — 數學科（中一至五）》（1999）和《數學課程及評估指引（中四至六）》（2015年11月更新版）。

選擇數學教科書時，學校和教師須考慮以下因素：

- 課題編排能否配合校本課程和學生的能力，以有效促進課程中數學概念、共通能力、價值觀和態度的發展；
- 教科書有否包涵不同的學習活動，讓學生進行探究、討論、提出假設和驗證猜想；
- 數學概念和技能的示例和解說能否配合學生的需要和能力；
- 課本提供的學習活動能否讓教師引導學生運用數學解決問題，包括現實生活問題；以及
- 在學習活動中有否融入自我評估和同儕評估，以幫助學生評估自己的學習和反思學習內容和過程，幫助他們改善學習。

學校為學生選擇數學教科書時應設立數學科選書委員會，針對教科書是否切合學生的學習需要和能力進行評審。此外，亦須考慮教師能否按其專業知識調適教科書內容，以配合教學目標。

6.1.2 教科書以外的學與教資源

教科書只是眾多學與教資源之一，其他可用於數學學習的資源包括：

- 實物模型或教具（例如數粒、積木、幾何模型）；
- 視聽教材（例如教育電視）；
- 印刷資源（例如圖書館的書籍、雜誌、期刊和由教育局編制的參考資料）；
- 電子資源（例如桌上型電腦或行動裝置上常用的應用程式及學校電子平台提供的資源），包括互聯網資源（例如網上繪圖工具和數學短片）；及
- 社區資源（例如報紙上的統計報告和統計圖，和由專業機構所提供的資源）。

把教科書用作單一的教學材料，是不足以達成數學教育學習領域課程的宗旨和目標。教師須調適教科書和其他學與教資源，以配合學生的需要和能力。當建立新的數學概念時，教師可使用實物和適當的應用程式，幫助學生把抽象的概念形象化；當要提升數學技能或牢記知識時，教師便有需要安排鞏固練習；又或當進行個人的研習活動時，教師便要考慮提供活動卡、專題研習的題材或讓學生使用應用程式配合學習。因此，提供優質的學與教資源來支援數學課程的實施，是有效教學的基礎。同時，教師亦可自行發展學與教資源以配合學生的需要。

本指引附錄 4 載有支援數學學與教的網站和應用程式的例子供教師參考。

6.1.3 支援課程發展的資源

教育局資源

為支援數學教育學習領域課程的實施和提升數學科學習、教學和評估的效能，教育局發展了一系列的教學資源，供中小學教師使用。以下是一些例子：

- 教育局一站式學與教資源平台
(<http://www.minisite.proj.hkedcity.net/edbosp-math/cht/home.html>)
平台就各學習階段的學習單位提供學與教資源。
- 學與教資源套，例如小學數學科教學資料冊系列
- 印刷刊物，例如數學百子櫃系列和學校數學通訊
- 教育局數學教育組網站
(<http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/index.html>)
- 教育局評估課業參考站
(www.hkedcity.net/edbatr)
網站就不同課題提供評估課業。
- 網上學與教支援
(<http://wlts.edb.hkedcity.net/>)
- 教育電視節目
(<http://resources.hkedcity.net/etv/?currId=71>)

有關教育局資源的詳情，可參閱本指引附錄 5 或瀏覽數學教育組網頁 <http://www.edb.gov.hk/cd/maths/>。

協作計劃

為促進中小學數學課程的實施，以及進一步支援教師，教育局自 2001 年九月起於不同學校進行協作研究及發展(「種籽」)計劃。這些計劃旨在提升學生的學習能力、培養良好示例、建議有效的教學方法和為學校注入足夠動力，讓學校邁向校本數學課程的目標。

自 2001 年，數學教育組已與超過 100 間小學和中學攜手進行 30 多個「種籽」計劃，這些計劃的重點包括：

- 課程規劃和學與教策略；

- 透過學習活動培養學生的明辨性思考能力及創造力；
- 促進學習的評估；及
- 課程持續更新的焦點，例如 STEM 教育。

我們把這些計劃的成果用來製作學與教資源套，並在專業發展課程中向學校和數學教師分享這些成果。計劃的名單載於附錄 6 和網頁 <https://cd.edb.gov.hk/seed/chi/seed.asp>。

社區資源

包含真實數據的資源，例如廣告傳單、互聯網上的統計報告和報刊上的統計圖，都能提供最新的資料，它們亦較容易引起學生的學習興趣。社會上一些學會或組織亦會舉辦研討會和論壇等，幫助教師理解數學教育的最新發展。本指引附錄 5 列出了一些社區資源供教師參考。

6.2 有效運用學與教資源

適切地運用學與教資源，能為學生創造有意義的學習經歷。這不單有助提升教師與學生之間的互動，亦能拓寬學生的學習經歷及照顧他們學習的多樣性。除教科書及參考書外，不同類型的資源，包括立體圖形的實體模型、網上學習材料、電腦軟件、流動應用程式、電子學習平台和社區資源等，均在學生學習上擔當重要角色。因此，能有效運用這些學與教資源變得非常重要。在預備數學課堂時，教師須：

- 參考課程文件內列明的學習重點；
- 考慮所使用的學與教資源能否：
 - 提供方法讓學生獲取數學概念或掌握必要技能；
 - 提高學生對數學學習的興趣和積極性；
 - 為學生提供探究、討論和共同建構知識的機會，培養學生數學思考和邏輯推理能力；
 - 為不同能力和需要的學生提供不同深淺程度的材料和相關學習經歷；
 - 補足或延展數學課本的內容，使學生連繫和更透徹地了解所學的概念和技巧；及
 - 幫助學生培養正面的價值觀和積極的態度，發展共通能力和自主學習策略；

- 根據不同學生的需要和能力，調適課程內容、教科書及學與教資源；
- 從可信的來源挑選網上資源，例如從政府部門網站或相關機構的官方網站獲取統計數據。

在現今世代，在數學課堂運用電子資源已變得非常普遍。教師在課堂中運用電子資源的互動和實時功能來照顧學生各種不同的需要，並在課堂內建立有效的學習社群，從而增強學生的學習效能。除此之外，教師亦能更大發揮學習促進者的角色，而學生則獲得更多的支援進行自主學習。然而，我們應提醒學生在適當時使用非電子化學習資源，使他們能更全面地理解數學概念和技能；與此同時，教師亦可與學生在課堂討論現實生活情景，讓學生把所學應用到現實生活之中。

6.3 學與教資源的管理

正確使用資源於數學教學，不單能夠提升學生的學習效能，還可以令課堂的學與教變得更生動有趣。然而，數學學與教的可用資源須妥善地管理。以下是一些有關資源管理的建議：

- 學校應善用及彈性地運用撥款為數學的學與教建立一個包含電子及非電子教學資源的資源庫。
- 把最新的學與教資源清單上載至學校的內聯網上供教師參考，清單上資源應適當地分類，並鼓勵教師彈性使用不同類別的學與教材料。
- 如果學校有足夠空間，可陳列新添置的教學資源和學習教材套，供教師細閱及使用。
- 學校可安排小型工作坊或經驗分享會，讓教師加深對各項資源的認識。
- 可為教師及學生在學校圖書館中增添合適的數學學術書籍及趣味數學書籍。此外，學校圖書館內數學刊物和參考書籍清單的編寫或更新可方便教師了解學校館藏。
- 對於電子資源，鼓勵教師
 - 檢查互聯網上的網頁或網上工具是否仍可使用；
 - 比較功能相近的軟件，並為學生挑選最合適的軟件；
 - 選擇合適的電子平台以促進師生的分享與溝通，例如在學與教資源分享的同時，確保有恰當的措施保障知識產權；及

- 與同校或其他學校的教師組織實踐社群以研究電子資源的運用及反思和分享使用不同種類電子資源的經驗。

有關學與教資源的進一步資料，學校可參閱《基礎教育課程指引——聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）第7章和《中學教育課程指引》（2017）第10冊。

示例

本課程指引載有多個示例，它們說明如何透過學習活動體現數學課程精神，推動學校課程持續更新的發展焦點，培養共通能力和照顧學習者多樣性。下表列出示例的關注項目。

標題	學習階段	學習範疇	關注項目	主要共通能力*	頁數
1. 手拉手	1	數	銜接	溝通能力 明辨性思考能力 解決問題能力	84
2. 分物遊戲	1	數	多元化學習活動	溝通能力 解決問題能力	88
3. 你的量杯	1	度量	專題研習	協作能力 明辨性思考能力 解決問題能力	93
4. 尋找對稱	2	圖形與空間	學習者多樣性	溝通能力 創造力 明辨性思考能力	96
5. 求面積	2	度量	多元化學習活動	溝通能力 創造力 解決問題能力	99
6. 橡皮筋動力車	2	度量	STEM 教育	協作能力 創造力 解決問題能力	102
7. 立體圖形的截面	2	圖形與空間	電子學習	明辨性思考能力 運用資訊科技能力 自學能力	106
8. 認識社區	2	圖形與空間 數據處理	專題研習	協作能力 創造力 明辨性思考能力 解決問題能力	109
9. 同學喜愛的課外活動	2	數據處理	專題研習	協作能力 溝通能力 明辨性思考能力	112

標題	學習階段	學習範疇	關注項目	主要共通能力*	頁數
10. 四季	2	數據處理	STEM 教育	創造力 明辨性思考能力 運用資訊科技能力	115
11. 探究 GPS 追蹤應用程式的 量度誤差	3	數與代數	STEM 教育	溝通能力 明辨性思考能力 運用資訊科技能力 解決問題能力	119
12. 設計健康飲食餐單	3	數與代數, 數據處理	STEM 教育	協作能力 創造力 解決問題能力	121
13. 數學魔術	3	數與代數	專題研習	協作能力 溝通能力 明辨性思考能力 解決問題能力	123
14. 開放式幾何題	3	度量、圖形與 空間	多元化評估	溝通能力 明辨性思考能力 解決問題能力	127
15. 垂直線的斜率	3	度量、圖形與 空間	電子學習	運用資訊科技能力 解決問題能力 自學能力	129
16. 平截頭體的體積	3	度量、圖形與 空間	數學歷史	溝通能力 創造力 解決問題能力	132
17. 角柱的表面面積	3	度量、圖形與 空間	學習者多樣性	溝通能力 明辨性思考能力 解決問題能力	137
18. 可反式量匙	3	度量、圖形與 空間	STEM 教育	明辨性思考能力 自學能力	143
19. 函數的平移	4	數與代數	電子學習	創造力 運用資訊科技能力	146

標題	學習階段	學習範疇	關注項目	主要共通能力*	頁數
20. 傳染病的建模	4	數與代數	STEM 教育	明辨性思考能力 解決問題能力	152
21. 回報與風險	4	數據處理	開拓及創新精神	明辨性思考能力 解決問題能力	158
22. 數學閱讀計劃	1-4	/	跨課程語文學習	/	164

*備註：由於所有示例皆涉及數學能力的發展和應用，因此所列能力中不再累述。

示例 1 手拉手

- 學習階段： 1
- 學習範疇： 數
- 學習單位： 20 以內的數
- 目標： 認識奇數和偶數
- 先備知識： 認識 1 至 10
- 教學資源： (i) 數粒
(ii) 工作紙

活動內容：

活動一：

1. 教師挑選少於 10 人的一組學生（例如 7 人）。組員各自在組內找一位同伴，手拉手站在一起。學生把結果記錄於工作紙「手拉手」，例如

學生人數	把手與手連線以記錄同學們手拉手的情況	是否所有人也有同伴？ (✓或×)
7		

2. 教師再以不同人數分組，重複步驟 1，完成工作紙「手拉手」。

討論問題：

1. 組內每兩人手拉手，是否每位同學一定有同伴？
2. 如開始的時候組內有 7 位同學，可加入多少位同學使每人都有同伴？最少要加入多少人？
3. 哪些情況下所有組員都有同伴？哪些情況下有一位組員找不到同伴？
4. 教師要挑選不多於 10 人的一群學生進行「二人三足」比賽，比賽規定每兩人一組。可以挑選多少個學生？（學生可提出多個答案。）

活動二：

1. 每位學生獲發 10 粒數粒。當教師說出一個數（例如 5），學生將該數量的數粒每兩粒一組並排。
2. 學生將結果記錄於工作紙「奇數與偶數」的甲部。
3. 學生觀察及比較結果，把結果分成兩類，教師從而引入「奇數」和「偶數」的概念。

討論問題：

1. 排列出來的圖案，有何相同或不相同之處？
2. 依據以上的觀察結果，可將 1 至 10 分成多少類？
3. 哪些數可歸成一類？這些數有甚麼共同的特質？

活動三：

1. 學生歸納活動二的討論結果，完成工作紙「奇數與偶數」的乙部。
2. 學生觀察工作紙乙部的結果，進行討論，從而發現奇數和偶數的關係。

討論問題：

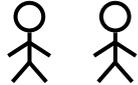
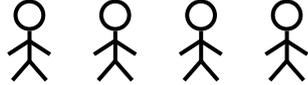
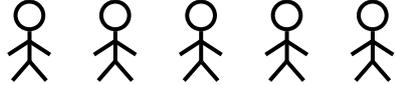
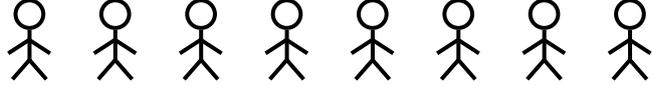
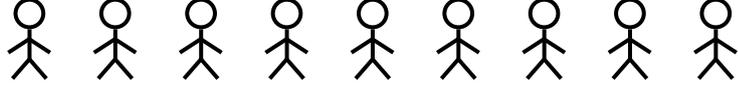
1. 哪些數是奇數？哪些數是偶數？
2. 奇數和偶數的出現次序有甚麼關係？
3. 現有奇數數量的數粒，若要數粒的數量變為偶數，應加上多少數粒？最少應加上多少數粒？應減少多少數粒？最少應減少多少數粒？
4. 現有偶數數量的數粒，若要數粒的數量變為奇數，應加上多少數粒？最少應加上多少數粒？應減少多少數粒？最少應減少多少數粒？

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 理解和適當回應口頭指示，例如：依老師指示於工作紙上繪畫及作記錄
 - 利用圖畫及符號表達活動結果
 - 與他人討論以完成任務，例如：找出奇數及偶數的不相同之處
2. 明辨性思考能力
 - 探索數的特性時能作歸納推理
 - 根據所獲資料及數據提出合符邏輯的結論
3. 解決問題能力
 - 提出不同的解決方案，例如找出方法令奇數變成偶數或令偶數變成奇數

手拉手

你可以記錄他們手拉手的情形嗎？

學生人數	把手與手連線以記錄同學們手拉手的情況	是否所有人也有同伴？ (✓或✗)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

奇數與偶數

(甲) 請畫上數粒的排列情形。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○					

(乙) 請把奇數的方格填上紅色，偶數的方格填上藍色。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

示例 2 分物遊戲

- 學習階段： 1
- 學習範疇： 數
- 學習單位： 除法（一）
- 目標： (i) 理解等分的意義
(ii) 進行平均分物
- 先備知識： 基本乘法
- 教學資源： (i) 鉛筆、數粒
(ii) 工作紙

活動內容：

活動一：

1. 教師展示 6 幅畫有一個蘋果的圖卡，並請一位學生嘗試將蘋果平均分給二位同學，將蘋果分盡。該學生重複以 7 幅蘋果圖卡進行分物。
2. 教師著學生留意分物過程及結果，從而引導學生理解平均分物的概念。
3. 學生重複嘗試將蘋果分給三位及四位同學。透過比較分物的過程及結果，學生進一步理解等分的概念。

討論問題：

1. 如果預先不知物件的總數，可用甚麼方法將物件平分給 2 人？
2. 將 6 個蘋果及 7 個蘋果分給二人，過程及結果有甚麼相同及不同之處？
3. 將 6 個蘋果分給二人，每人所得數量是否相同？是否能平分所有蘋果？在分給三人或四人時又如何？
4. 將 6 個蘋果分給二人、三人或四人，過程及結果有甚麼相同或不同之處？
5. 若將所有蘋果分盡，而每人所得的數量不一，是否算是等分？

活動二：

1. 教師展示 12 支鉛筆，學生估計可均分給多少人，及每人可得的數量。
2. 學生實際進行分物，驗證先前的估計是否正確。
3. 教師著學生留意分物過程及結果，從而引導學生發現分物時，物品數量與人數之間的關係。

討論問題：

1. 你可否估計可把鉛筆平均分給多少人？每人可得鉛筆多少？
2. 你的估計是否正確？你是如何估計的？
3. 除了每人每次分一支鉛筆的方法外，還有甚麼方法可加快分物的過程？
4. 分鉛筆時，若人愈多，每人所得的數量有甚麼改變？
5. 在能夠等分的情況下，鉛筆的數量、人數和每人所得的數量有甚麼關係？

活動三：

1. 學生取工作紙「分物遊戲」及 18 粒數粒。
2. 讓學生完第 1 至 3 題。
3. 教師引導學生發現各數間的乘法關係。

討論問題：

1. 把 15 支鉛筆全分給四人，每人所得數量是否相同？
2. 18 粒數粒平均分給二人，每人有多少？
3. 每人有數粒 9 粒，二人共有數粒多少？如何計算？
4. 在能夠等分的情況下，數粒的總數、分物的人數和每人所得的數量有甚麼關係？在不能夠等分的情況下，這關係是否仍然合用？

活動四：

1. 學生交回數粒後，嘗試完成工作紙第 4 題。教師鼓勵學生將自己的想法寫出來。
2. 學生分享工作紙第 4e 題的答案。
3. 教師引導學生觀察工作紙的答案，嘗試找出分物活動中的特點或規律，並與其他學生分享發現。

討論問題：

1. 在每次分物活動中，是否一定可以均分物件？
2. 怎樣才算是等分？

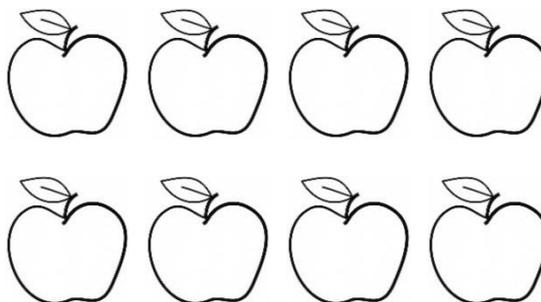
3. 將物件等分時，有甚麼方法可找出每人獲得的物件數量？
4. 若某數量的物件能均分為兩份，物件的數量有甚麼特點？

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 能解釋他們如何驗證答案
 - 解釋如何解決問題
 - 能解釋不同情況的差異
2. 解決問題能力
 - 將基本乘法知識轉化及解決問題
 - 利用實物及圖形輔助思考
 - 有系統地記錄結果

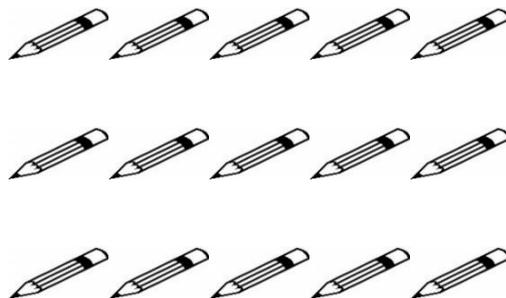
分物遊戲

1.



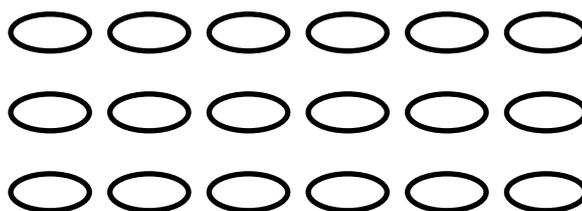
- a) 可以把蘋果平均分給二人嗎？（可以／不可以）
若可以，每人可得 _____ 個。
- b) 可以把蘋果平均分給四人嗎？（可以／不可以）
若可以，每人可得 _____ 個。

2.



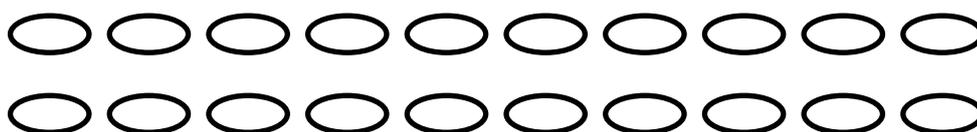
- a) 可以把鉛筆平均分給二人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 支。
- b) 可以把鉛筆平均分給三人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 支。
- c) 可以把鉛筆平均分給五人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 支。
- d) 可以把鉛筆平均分給四人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 支。

3.



- a) 可以把數粒平均分給二人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 粒。
- b) 可以把數粒平均分給三人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 粒。
- c) 平均分給六人，每人可得數粒 _____ 粒。
- d) 平均分給九人，每人可得數粒 _____ 粒。
- e) 可以把數粒平均分給四人嗎？（可以／不可以）
如果可以，每人可得 _____ 粒。
- f) 18 粒數粒亦不能平均分給 _____ 人。

4.



- a) 平均分給二人，每人可得 _____ 粒。
- b) 平均分給四人，每人可得 _____ 粒。
- c) 平均分給五人，每人可得 _____ 粒。
- d) 平均分給十人，每人可得 _____ 粒。
- e) 你是怎樣找出答案？試用你的方法解釋。

示例 3 你的量杯

學習階段： 1

學習範疇： 度量

學習單位： 容量

目標： 透過製作量杯，鞏固學生量度和容量的概念

先備知識： (i) 直接比較容器的容量
(ii) 認識容量的公認單位「升」和「毫升」(或「L」和「mL」)

教學資源： 容量多於 1 升的透明容器、500 毫升量杯，日常生活的容器（已知容量）、紙條和膠紙

活動內容：

活動一：

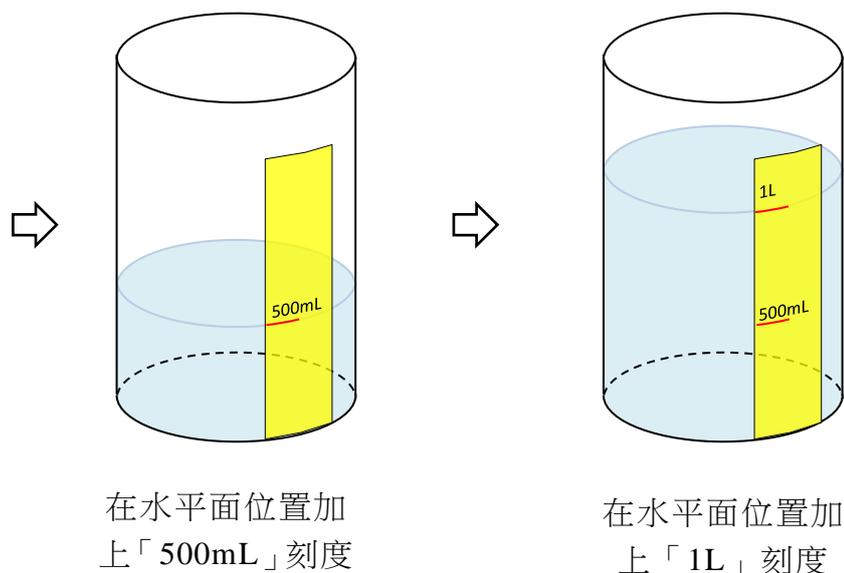
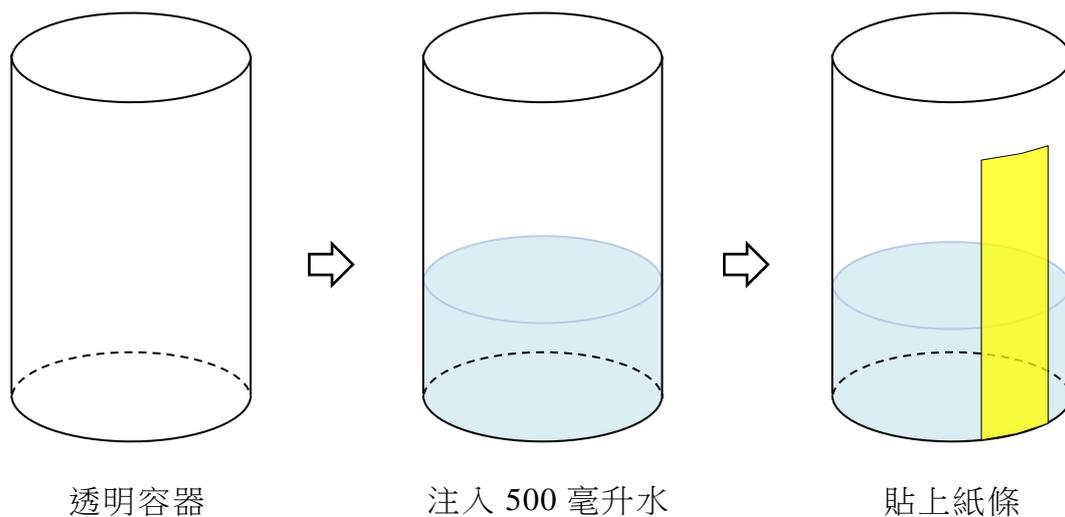
1. 教師展示一些日常生活中常見且容量多於 1 升的透明容器。
2. 學生分為四或五人一組，教師向各組分派一個 500 毫升量杯和一個透明容器。
3. 教師指示學生先把量杯注入 500 毫升水，然後將水注入透明容器。
4. 學生把紙條垂直地貼在透明容器外，根據水位的高度，在紙條上標示「500mL」刻度。
5. 學生再把 500 毫升水注入透明容器中，根據水位的高度，在紙條上標示「1L」刻度。(參看後頁圖示)

討論問題：

1. 可以把透明容器用作量杯，量度其他容器的容量嗎？
2. 這個自製量杯有甚麼缺點？（只能量度 500 毫升和 1 升）
3. 如何改良這個量杯？

教師備註：

1. 教師須確保學生有明確方向改良他們的量杯。
2. 教師可在活動中使用有均勻截面的容器或其他容器。
3. 若容器的截面並不均勻，「500mL」刻度的位置不一定在「1L」刻度與紙條底端的正中間。



活動二

1. 教師給予學生一段時間（例如兩星期）改良他們的量杯。
2. 每組報告他們如何改良量杯和所遇到的困難。
3. 教師給予每組一些容器（容量介乎 500 毫升和 1 升），以測試他們的量杯。

教師備註：

1. 教師可讓學生在家中進行活動二的前半部。
2. 教師可按學生的能力決定是否給予提示。
3. 教師可引導學生重複活動一的方法（即標上「500mL」和「1L」刻度

的方法)，利用家中的一些小量杯，找出如「200mL」和「400mL」等刻度的位置。

4. 教師應給予學生足夠的時間進行研習活動。
5. 評估學生表現的建議準則：

準則	準則的具體描述
對專題研習主題的理解	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有把「500mL」和「1L」刻度標示在正確的位置？ • 學生有沒有加上合適的新刻度？
策略和方法的運用	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有運用合適方法找出「1L」刻度的位置，而非只把500毫升的水位高度倍增？ • 學生有沒有找出適當策略，在紙條上加上更多刻度？
準確性	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有依據水位高度準確地畫上刻度？ • 學生有沒有運用適當策略（如重複量度），令刻度的位置更可靠？
表達與溝通	<ul style="list-style-type: none"> • 學生能否清晰地講解他們的設計意念？ • 學生能否清晰地報告他們量度的過程？
態度	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有以協作的方式進行活動？ • 學生有沒有積極投入活動？

以上建議準則只屬舉例性質，而每項準則的佔分比重亦不必相同。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 協作能力
 - 積極參與討論及找出不同刻度位置的適當策略
 - 耐心聆聽他人意見，善於與他人磋商及作出協調，從而選擇合適的設計
2. 明辨性思考能力
 - 找出刻度不是均勻分佈的原因
 - 找出自製量杯的優點和局限，並找出改善方法
3. 解決問題能力
 - 制定在合適位置加上新刻度的策略

示例 4 尋找對稱

學習階段： 2

學習範疇： 圖形與空間

學習單位： 對稱

目標：
(i) 認識對稱圖形
(ii) 辨認對稱圖形
(iii) 製作對稱圖形

先備知識： 認識規則和不規則平面圖形

教學資源： 手工紙、剪刀、工作紙

活動內容：

活動一

1. 每位學生獲發一把剪刀及一張手工紙。教師要求學生以最簡單的方法，剪出心形或蝴蝶圖形等簡單圖形。
2. 教師選出學生作品中大致對稱的圖形，張貼在黑板上。

討論問題：

1. 用甚麼方法能最快剪出黑板上的圖形？
2. 用對摺方法與不用對摺方法剪出的圖形有何分別？
3. 對於用對摺方法剪出的圖形，摺痕兩邊的圖形有何特徵？

活動二

1. 教師介紹對稱圖形和對稱軸的概念。
2. 每位學生獲發一些手工紙。教師要求學生用對摺方法創作對稱圖形。
3. 教師選出部分學生作品，張貼在黑板上。

討論問題：

1. 哪些圖形是對稱圖形？它們有甚麼共通點？
2. 如何辨認對稱圖形？

3. 還有其他辨認對稱圖形的方法嗎？
4. 對摺一次與對摺兩次製作的圖形有甚麼分別？

教師備註：

1. 當學生完成一個圖形時，教師可提示他們考慮對摺多於一次。
2. 除了透過對摺，學生也可使用鏡子辨認對稱圖形。教師可以引導學生透過觀察發現對摺中重疊的點的連線垂直於對稱軸，且被對稱軸分割為兩條相同的線段。

活動三

1. 教師把全班學生分為三至四人的小組。
2. 每組獲發一張「對稱圖形」工作紙（教師可把工作紙上的平面圖形放大並分發給學生，以輔助學生辨認對稱圖形。）。
3. 教師著學生辨認哪些是對稱圖形，並在對稱圖形上加上對稱軸。

討論問題：

1. 工作紙上哪些圖形是對稱圖形？
2. 各圖形的對稱軸在哪裏？（教師可在黑板上張貼圖形，要求學生在圖形上加上對稱軸）
3. 哪些對稱圖形有多於一條對稱軸？
4. 你能找出日常生活中的對稱圖形嗎？（討論後，教師可要求學生回家搜集有關圖片）

教師備註：

1. 教師可按學生的能力，選擇是否需要把工作紙上的圖形放大，以供他們用對摺、量度或其他方法驗證圖形是否對稱。

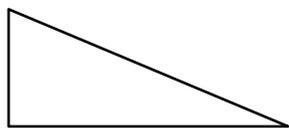
此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 描述對稱圖形的特徵
 - 討論不同辨認對稱圖形的方法的優點和缺點
2. 創造力
 - 用對摺方法創作對稱圖形
3. 明辨性思考能力
 - 根據對稱圖形的概念和性質，判別圖形是否對稱

對稱圖形

試辨認下列哪些圖形是對稱圖形，並在對稱圖形上加上對稱軸。

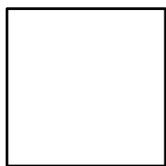
1.



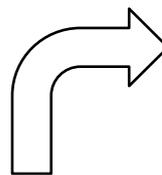
2.



3.



4.



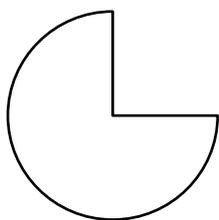
5.



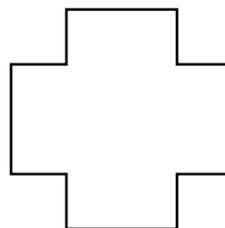
6.



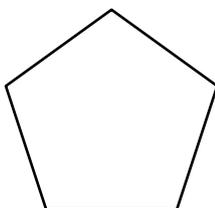
7.



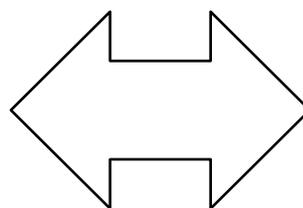
8.



9.



10.



示例 5 求面積

- 學習階段：** 2
- 學習範疇：** 度量
- 學習單位：** 面積（一）
- 目標：** 鞏固面積的概念
- 先備知識：** 能以公認單位「平方厘米」（ cm^2 ）量度圖形的面積
- 教學資源：** 工作紙（方格紙和釘點紙）

活動內容：

1. 教師派發方格紙，並引導學生解答以下問題：
 - (a) 你能畫出三個與方格紙上陰影部分面積相同，但形狀不同的圖形嗎？
 - (b) 怎樣知道所繪畫的圖形與陰影部分的面積相同？
2. 當學生完成繪圖，教師可邀請他們分享繪畫圖形時所使用的策略。
3. （延伸）教師派發後頁之釘點紙，並引導學生解答以下問題：
 - (a) 釘點紙陰影部分的面積和方格紙陰影部分的面積相同嗎？
 - (b) 你能創作一些與釘點紙陰影部分形狀大小皆不相同的圖形嗎？
 - (c) 所創作的圖形的面積是多少平方厘米？

教師備註：

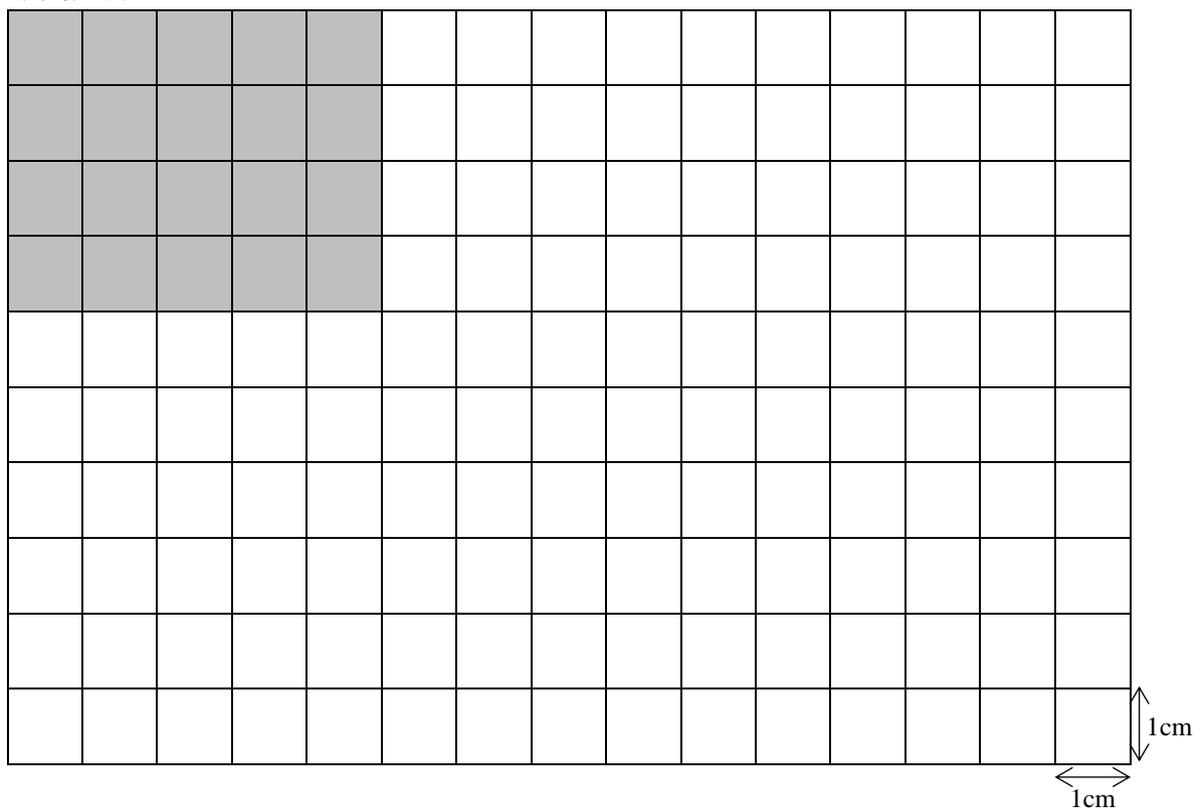
1. 教師必須給予學生足夠的時間構作圖形。
2. 學生繪畫的圖形可以是常見的圖形，也可以是不規則的多邊形。
3. 這活動著重學生對面積概念的掌握及構作圖形的創意。

4. 教師可依據下面的準則評估學生的表現：
- (a) 學生能否掌握面積的意義？（所畫出的是否一個閉合圖形？）
 - (b) 學生能否正確地把面積以「平方厘米」（ cm^2 ）表示？
 - (c) 學生能否達成題目有關圖形大小和數量的要求？
 - (d) 學生能否歸納創作圖形時所使用的策略？

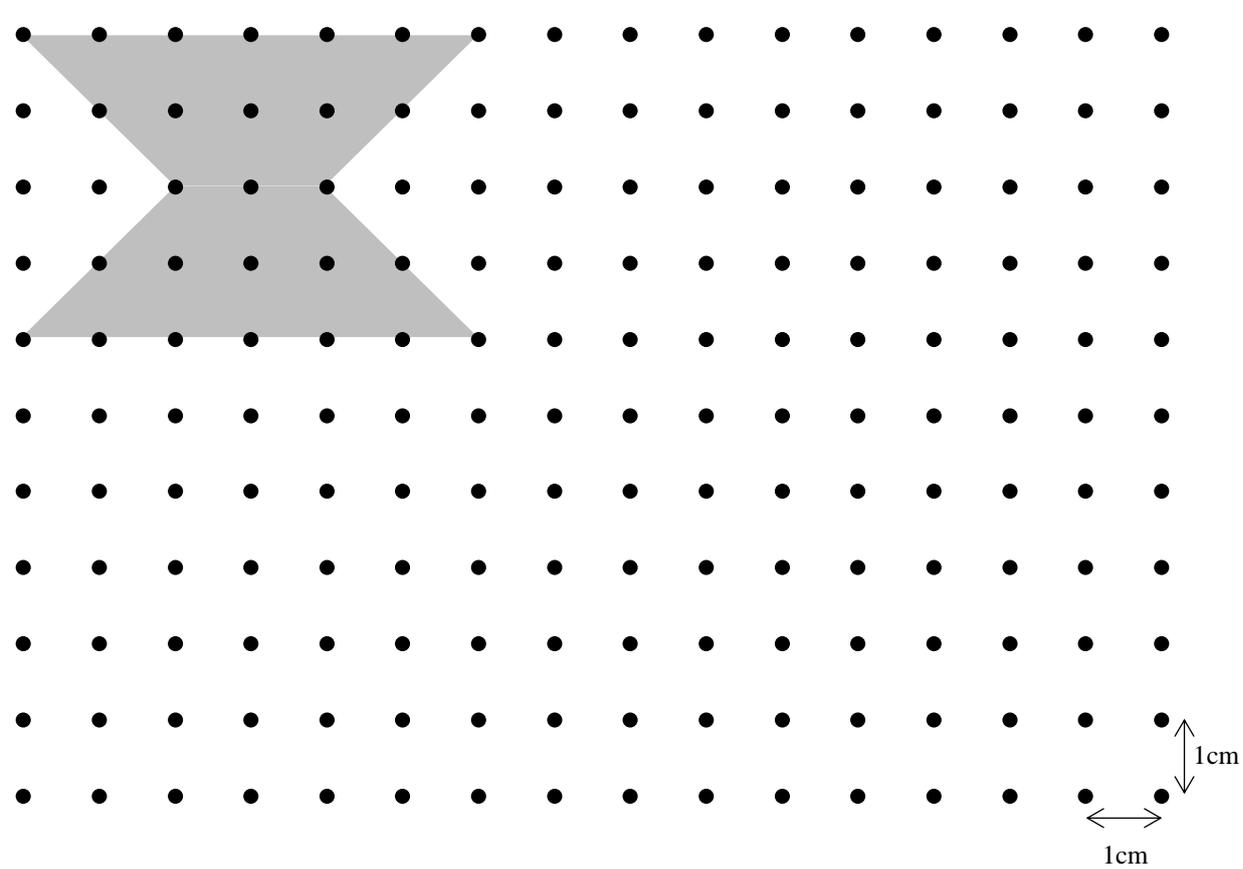
此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 以圖示輔助說明圖形的面積相同
2. 創造力
 - 繪畫常見圖形以外的不規則圖形
 - 以不同方法求圖形的面積
3. 解決問題能力
 - 以簡單方法求圖形面積
 - 以不同策略創作圖形
 - 運用已有知識作圖

方格紙



釘點紙



示例 6 橡皮筋動力車

- 學習階段：** 2
- 學習範疇：**
 數學 度量（學習單位：速率）
 常識 日常生活中的科學與科技（核心學習元素：能量的有效轉移及其與物料的相互作用）
- 目標：**
- (i) 鞏固速率的概念
 - (ii) 利用「米每秒」(m/s) 或「公里每小時」(km/h) 作為速率的單位
 - (iii) 認識能量的有效轉移及其與物料的相互作用
 - (iv) 運用不同的物料設計和製作模型，並測試所製成模型的功能及特性
 （與常識科協作進行）
- 先備知識：** 認識速率、時間和距離的關係
- 教學資源：** 工作紙、秒表、捲尺、計算機
- 相關網站：** 科學探究系列 — 勢能車
<http://www.hkedcity.net/edb/teachingresources/project/?p=science&path=/car>
 科學魔術師
<https://sites.google.com/site/sciencemagician/> （點擊連結“橡皮筋動力車”）
- 活動內容：**
活動一
 教師透過提問鞏固學生對速率的概念。
- 討論問題：**
1. 如果甲、乙二人同樣跑了 100 米，甲用了 20 秒，乙用了 30 秒，平均來說誰跑得比較快？

2. 如果丙、丁二人同樣跑了 10 秒，丙跑了 50 米，而丁則跑了 60 米，平均來說誰跑得比較快？
3. 相同距離的情況下，時間和速率有甚麼關係？相同時間的情況下，距離和速率有甚麼關係？
4. 當二人不在同一起點開始移動，須獲得甚麼資料才能判斷兩人的速率？

教師備註：

教師可提供相關網頁的連結，讓學生於課前分組預備及製作橡皮筋動力車。



活動二

1. 教師口述工作紙第一部分作為引子。學生分作兩人小組，討論當二人奔跑的距離和時間皆不相同時，如何比較二人的快慢。教師引導學生找出計算平均速率的公式。
2. 教師向各組分派工作紙，讓學生完成工作紙第一部分，並匯報結果。
3. 學生利用製作好的橡皮筋動力車分組進行測試，並把數據填寫在工作紙第二部分。

討論問題：

1. 假如我們已獲得物體移動的距離和時間，如何計算物體平均 1 秒所移動的距離？
2. 如何計算物體平均用多少時間移動 1 米？
3. 你會用哪一個方法來比較工作紙中甲、乙二人的快慢？為甚麼？
4. 兩組的橡皮筋動力車所移動的距離和時間皆不相同，如何判斷兩組中哪一組較快？

教師備註：

1. 活動目的在於測試橡皮筋動力車的速率，並非速度競賽，無須刻意安排各動力車同時同地出發。
2. 為了減省計算的時間，教師可讓學生運用電子計算機完成工作紙第二部分的題目。
3. 教師可提醒學生如何使用秒表及捲尺進行量度。

活動三

教師與學生討論能量的轉換及如何改善橡皮筋動力車的構造

討論問題：

1. 當捲動橡皮筋時，儲存了哪種能量？
2. 把橡皮筋動力車放在地上後，儲存在橡皮筋的能量會轉換成哪種能量？這種能量與動力車的速率有甚麼關係？
3. 如何能提升車子的速率和持久力？

教師備註：

1. 教師可提醒學生參考別組的設計和物料的使用，以改善自己組別的橡皮筋動力車。

綜合與應用

科學教育：能量轉換

科技教育：模型製作及物料選擇

數學教育：速率的概念和量度

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 協作能力
 - 與同學以小組形式進行協作
 - 分擔責任和了解個別組員在製作橡皮筋動力車中的角色
2. 創造力
 - 改進和完善橡皮筋動力車的設計
3. 解決問題能力
 - 提出不同的解決方案，以增加橡皮筋動力車的速度和持久力
 - 通過不同的實驗嘗試和改進設計方案

工作紙

(一) 以下是甲同學和乙同學的跑步紀錄：

	距離	時間
甲	100 米	20 秒
乙	150 米	25 秒

如何比較二人的快慢？

方法一	方法二
甲平均用 1 秒跑了_____米。 乙平均用 1 秒跑了_____米。 _____同學跑得較快，因為他平均用 1 秒移動的距離較_____。	甲平均跑 1 米用了_____秒。 乙平均跑 1 米用了_____秒。 _____同學跑得較快，因為他平均跑 1 米用的時間較_____。
你喜歡用哪一個方法來比較二人的快慢？為甚麼？	

(二) 填寫各項紀錄，並計算各橡皮筋動力車的平均速率。

距離 (米)	時間 (秒)	速率 (米每秒)

備註：速率的計算結果可捨入至 1 位小數。

示例 7

立體圖形的截面

- 學習階段：** 2
- 學習範疇：** 圖形與空間
- 學習單位：** 立體圖形（三）
- 目標：**
- (i) 認識角柱和圓柱的截面的概念
 - (ii) 認識角柱和圓柱中平行於底的截面，無論其形狀和大小，皆與底相同
- 先備知識：**
- (i) 辨認不同的立體圖形
 - (ii) 辨認不同的平面圖形
- 教學資源：**
- (i) 形狀為立體圖形的物件或泥膠
 - (ii) 立體圖形的實物模型（包括三角柱、長方體、正方體、三角錐、四角錐、圓柱及圓錐）
 - (iii) 平板電腦
 - (iv) 有關截面的電子學習資源（例如 https://sites.google.com/site/hkgeogebra/ks2/ss/3d_sections）

活動內容：

活動一

1. 教師展示形狀為角柱或圓柱的物件（如水果和蛋糕等）或泥膠，以膠刀或直尺按不同方向切開，並向學生介紹所得的平面是立體圖形的「截面」。
2. 教師提供圓柱及圓錐的實物模型予學生觀察，讓他們討論及猜想圓柱及圓錐平行於底的截面的形狀。
3. 學生繼而在平板電腦上運用電子學習資源檢視自己的猜想是否正確。
4. 學生可透過使用平板電腦，討論圓柱與圓錐平行於底的截面的相同及相異之處。

討論問題：

1. 沿平行於底的方向的切法得出的各個圓柱截面，它們的形狀一樣嗎？圓錐的情況又如何？
2. 沿平行於底的方向的切法得出的各個圓柱截面，它們的大小一樣嗎？圓錐的情況又如何？
3. （進深討論）還有甚麼方法可以切出形狀和大小一樣的圓柱截面？
4. （進深討論）可以從圓柱/圓錐切割出長方形的截面嗎？應怎樣切割？

教師備註：

1. 若有需要，教師可讓學生通過切割實物學習立體圖形截面的概念，然後才開始使用電腦軟件進行探究；唯教師須留意在課堂中集中討論平行於底的截面
2. 教師宜先讓學生討論圓柱的截面，因圓柱的情況比圓錐的簡單一些。
3. 為方便討論及解說，可提醒學生在有需要時利用平板電腦的畫面擷取功能。

活動二

1. 教師讓學生利用平板電腦探究三角柱及三角錐平行於底的截面，並於需要時提供協助。

討論問題：

1. 三角柱與圓柱平行於底的截面有甚麼不同？
2. 三角錐與圓錐平行於底的截面有甚麼不同？
3. 三角柱與三角錐平行於底的截面有甚麼相同及相異之處？
4. （進深）從三角柱和三角錐上，分別可切出哪些多邊形截面？

教師備註：

1. 當學生有足夠操作電子學習資源的經驗後，教師可讓學生以自學的方式探討長方體的截面及四角錐的截面。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 明辨性思考能力
 - 通過觀察，討論，猜想和驗證的過程，認識圓柱和圓錐平行於底的截面的異同
2. 運用資訊科技能力
 - 利用電子學習資源學習截面的概念
3. 自學能力
 - 從資料中主動識別並組織重點，例如，記錄不同立體的截面以作比較

示例 8 認識社區

- 學習階段：** 2
- 學習範疇：** 圖形與空間、數據處理
- 學習單位：** 方向和位置（三）、統計的應用和誤用
- 目標：**
- (i) 利用指南針找出八個方向
 - (ii) 熟悉校園附近社區的環境
 - (iii) 繪畫校園附近社區的平面圖
 - (iv) 認識社區所提供的設施及服務
 - (v) 用統計圖表表達所蒐集的資料
- 先備知識：**
- (i) 用指南針找出四個主要方向
 - (ii) 製作簡單棒形圖
- 教學資源：** 指南針

活動內容：

活動一：

1. 學生利用指南針找出四個方向，並按這四個方向描述校園附近的社區設施。
2. 學生利用指南針找出八個方向，並按這八個方向記錄校園附近的社區設施。

討論問題：

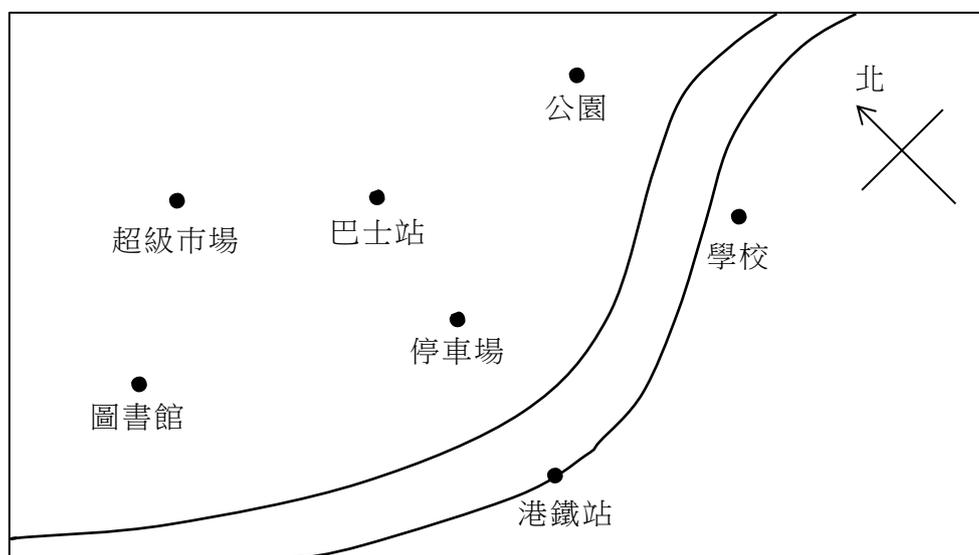
1. 當你身處校園某固定位置但轉換所面對的方向時，由指南針指所判定的社區設施的方向有沒有改變？
2. 當你身處校園的不同位置時，由指南針指所判定的社區設施的方向有沒有改變？

活動二：

學生以小組形式完成下列工作：

1. 利用指南針，簡略地繪畫校園附近社區的平面圖。

例如：



（備註：因為社區設施之間的距離並不是這個活動的主要關注項目，因此學生只須憑直覺估計大概的距離便可。）

2. 搜集校園附近的社區設施與服務的有關資料，例如區內街市、公園和圖書館的數目。可選擇一項或兩項設施作較深入的資料搜集，例如設施的規模、區內居民使用設施的頻次等。（學生可通過小型的問卷調查蒐集資料。）
3. 整理蒐集得的數據，並以合適的統計圖顯示出來，例如棒形圖。教師亦可鼓勵學生利用資訊科技去匯報他們蒐集所得的資料。例如，學生可以利用電子試算表記錄數據和繪畫統計圖，以及使用流動數碼裝置拍攝照片等。
4. 製作報告，並口頭匯報所得的結果。
5. （延伸）對社區設施提出可行的改善建議。

討論問題：

1. 校園附近的社區內有甚麼類型的設施？
2. 你認為哪些設施是過剩的？為甚麼？

3. 你認為哪些設施是不足的？為甚麼？
4. 如果你是社區的規劃者，你會如何重新規劃這個社區？
5. 我們應如何愛護及改善社區的設施及環境？

教師備註：

1. 教師必須給予學生足夠的時間去完成這個專題研習。
2. 教師應提示學生在製作校園附近社區平面圖時應避免參考地圖（包括印刷版地圖、網上地圖和地圖應用程式）及應運用八個方向的知識製作簡單的平面圖以認識社區。惟當學校實際位置或環境不利學生以觀察製作平面圖時，學生可參考地圖進行製作。
3. 教師應給予學生清晰的指示，以及提供一些蒐集資料的具體方法和途徑給他們參考。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 協作能力
 - 在蒐集數據和匯報結果時，分擔職責及了解個別組員的角色。
 - 在繪畫校園附近社區的平面圖時，與組員討論及交換意見，以決定蒐集哪些資料和蒐集資料的策略。
 - 積極參與專題研習，在討論時耐心聆聽他人的意見。
 - 明白具不同文化背景的組員對改善社區設施或會持有不同的意見
2. 創造力
 - 運用創意解決問題，表達對社區設施的意見及提出改善建議
3. 明辨性思考能力
 - 選取、分類及組織在學校附近地方所蒐集得來的資料
 - 判別資料是否合用，例如選取有用的資料去支持社區設施的改善建議
4. 解決問題能力
 - 選取合適的資料以解決問題，例如選用適當的數據去支持社區設施的改善建議
 - 利用不同工具解決問題，例如，利用表列方式統計有關設施的使用頻次，以及利用電子試算表記錄數據和繪畫統計圖

示例 9 課外活動

學習階段： 2

學習範疇： 數據處理

學習單位： 棒形圖（二）

目標：

- (i) 使用合適的方法蒐集和整理數據
- (ii) 使用合適的統計圖來表達所蒐集得的數據
- (iii) 閱讀及討論所製作的統計圖
- (iv) 根據所蒐集的數據提出建議

先備知識： 蒐集數據和製作簡單棒形圖

教學資源： 方格紙

活動內容：

1. 教師幫助學生分為四人小組。
2. 教師引導各組訂定有關課外活動的專題研習主題，例如參與課外活動所花的時間、哪些課外活動較受歡迎、學校課外活動場地的使用情況等。
3. 學生分組討論及構思收集與所選主題相關的資料的方法。
4. 學生蒐集數據及整理所得的數據。
5. 學生選擇合適的統計圖來表達數據。
6. 學生與組員閱讀及討論統計圖，並根據所得的數據提出有關課外活動的建議，例如應多開辦某些活動或增加某類活動室的數目。
7. 各組向全班同學作口頭匯報及呈交報告。

教師備註：

1. 教師預先準備校內所有課外活動的資料。
2. 評估學生在專題研習的表現時，不應只集中於研習的結果（如書面報告），亦應考慮其他因素，例如學生的工作態度及參與程度等（見下面第 5 點的建議評分準則）。

3. 部分研習工作可在家中完成，教師可給予學生較長的時間進行討論及預備
4. 教師宜就專題研習的工作時間表，向學生提供意見，並清楚說明習作的完成期限。
5. 可根據以下的建議準則來評估學生的表現：

準則	準則的具體描述
對專題研習主題的理解	<ul style="list-style-type: none"> • 學生是否透切理解專題研習的主題？ • 學生是否認識怎樣進行專題研習，以及應蒐集哪些數據？
策略和方法的運用	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有設計適當的方法來蒐集數據及蒐集相關的資料？ • 學生有沒有使用合適的統計圖來表達所蒐集得的數據？ • 學生有沒有分析及比較數據？
準確性	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有正確地製作統計圖？ • 學生有沒有準確地分析統計圖？ • 學生有沒有根據分析提供可行的建議？
表達與溝通	<ul style="list-style-type: none"> • 學生能否有系統及有邏輯地表達他們的工作？ • 學生有沒有準確地作出報告？
態度	<ul style="list-style-type: none"> • 學生有沒有發揮團隊精神？ • 學生有沒有積極投入活動？ • 學生有沒有在研習過程中作適時的檢討？

以上建議準則只屬舉例性質，而每項準則的佔分比重亦不必相同。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 協作能力

- 以小組形式協作及分擔責任。了解個別組員在蒐集數據、製作統計圖及報告專題研習結果所擔當的角色
- 在進行專題研習時，與別人進行討論及交換意見
- 在設計蒐集數據和報告專題研習方法時與組員磋商及作出協調
- 在建議學校的課外活動時，願意與別人交換意見

2. 溝通能力

- 以恰當的方式蒐集資料
- 在全組合作工作進行時，與組員互相討論
- 向全班作出匯報，以及在匯報時，願意與同學及教師認真討論

3. 明辨性思考能力

- 閱讀及討論統計圖，找出當中的重點或關鍵的部分
- 根據所得的資料，作出合乎邏輯的總結及提出可行及合邏輯的建議

示例 10

四季

學習階段： 2

學習範疇：

數學

數據處理（學習單位：折線圖）

常識

人與環境（學習重點：識別及描述氣候與季節的轉變及其影響）

目標：

- (i) 閱讀及討論折線圖
- (ii) 製作折線圖
- (iii) 認識四季的氣溫變化
（與常識科協作進行）

先備知識：

- (i) 能計算一組數據的平均值
- (ii) 能闡釋及製作數據較大的棒形圖

教學資源：

世界地圖、地球儀、電腦

相關網站：

香港天文台：<http://www.hko.gov.hk>
澳洲氣象局：<http://www.bom.gov.au>

活動內容：

活動一

教師讓學生記錄該周七天每天的氣溫，無需刻意指定學生記錄的方法及形式，學生可透過不同的方法（例如溫度計和天氣報告）記錄一周的氣溫。一周後，教師與學生討論他們蒐集的數據。

討論問題：

1. 為何不同學生每天所蒐集的數據會不一致？
2. 若需選取某一天的氣溫來代表該周的氣溫，該選取哪一天？

教師備註：

1. 教師可引導學生討論數據不一致的原因，例如每天的氣溫會變化，一天中不同時間所量得的數據會不一樣；於不同地點或使用不同工具量度氣溫，也會導致不同的結果。教師最後引導學生總結出蒐集數據時需要定立一些條件或準則。
2. 教師可藉著討論結果，指出不同地區會以最高氣溫、最低氣溫或平均氣溫來描述某時段的氣溫。可參考以下網址：
 - ◆ 氣候資料服務（香港天文台）：
http://www.weather.gov.hk/cis/climat_c.htm
 - ◆ 澳洲地區的氣候統計數據（澳大利亞氣象局）（只有英文版）：
<http://www.bom.gov.au>（經由路徑 Bureau Home > Climate > Climate Data Online）
3. 教師藉討論介紹在日常生活中會使用數據的平均值代表該組數據。

活動二

教師依活動一的討論結果，與學生透過討論訂出記錄氣溫的方案，並重新讓學生記錄該周七天的氣溫。

討論問題：

1. 你會在一個或數個固定時間量度氣溫嗎？若是的話，以何時最為合適？
2. 若不以固定時間記錄氣溫，會以當天最高或最低氣溫作目標蒐集數據嗎？如何蒐集當天的最高或最低氣溫數據？

教師備註：

教師可向學生介紹以下網頁及簡介本港天文台自動氣象站的常規觀測儀器，以引起學生的興趣：

http://www.hko.gov.hk/education/article_uc.htm?title=ele_00454

活動三

1. 教師向學生介紹和與學生討論互聯網上的氣溫資料，例如香港天文台網頁所提供的香港各月份的平均每日最高氣溫。
2. 學生於香港天文台及澳洲氣象局蒐集氣溫資料。
3. 學生在教師引導下利用 Excel 製作折線圖。
4. 教師可與學生討論利用 Excel 製作折線圖時應注意的地方。
5. 學生閱讀折線圖及討論折線圖的特點。

6. 教師展示依據兩地氣溫資料繪製的折線圖，引導學生比較及找出兩者的分別及探究造成這些現象的原因。

討論問題：

1. 香港的夏季和冬季分別在哪幾個月？
2. 澳洲的夏季和冬季分別在哪幾個月？
3. 若小英想於聖誕期間探望居住在澳洲的外婆，她該預備較厚還是較薄的衣服？
4. 試描述兩個地區的氣溫變化情況。為甚麼會有這樣的分別？

教師備註：

1. 當學生利用 Excel 製作折線圖時，教師應引導學生選取恰當的圖表類型。
2. 學生製作折線圖後，教師可引導學生檢查圖表上的資料是否齊備，如圖表標題、兩軸的名稱等。
3. 為方便教師備課，香港及澳洲柏斯兩地的氣溫數據已擷取於資料頁中。
4. 教師可選取兩地每日最高或最低氣溫的月平均值作比較。
5. 若有需要，學生可使用香港和澳洲以外再的其他地方的數據製作折線圖，作為支持學生的結論的參考數據。

綜合和應用：

科學教育：地球的公轉

科技教育：利用電腦製作統計圖表

數學教育：數據的蒐集及處理

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 創造力
 - 設計一個用來記錄每日氣溫的方案
2. 明辨性思考能力
 - 尋找理由解釋為何不同學生所記錄的每日氣溫存在差異，和為何香港與澳洲的季節性氣溫變化並不相同，及判斷該些理由是否合理
3. 運用資訊科技能力
 - 利用試算表程式製作統計圖表

1981-2010 年*香港天文台及澳洲氣象局錄得每日最高及最低氣溫的月平均值

香港	平均每日 最高氣溫 (°C)	平均每日 最低氣溫 (°C)
一月	18.6	14.5
二月	18.9	15.0
三月	21.4	17.2
四月	25.0	20.8
五月	28.4	24.1
六月	30.2	26.2
七月	31.4	26.8
八月	31.1	26.6
九月	30.1	25.8
十月	27.8	23.7
十一月	24.1	19.8
十二月	20.2	15.9

澳洲柏斯#	平均每日 最高氣溫 (°C)	平均每日 最低氣溫 (°C)
一月	31.9	17.3
二月	32.1	17.6
三月	29.9	16.2
四月	26.1	13.4
五月	22.2	10.9
六月	19.2	9.0
七月	18.1	8.1
八月	18.7	8.2
九月	20.4	9.3
十月	22.9	10.5
十一月	26.5	13.3
十二月	29.2	15.2

注釋：

兩組數據資料分別源自香港天文台（<http://www.weather.gov.hk>）和澳洲氣象局（<http://www.bom.gov.au>）

* 為使數據可比及更可靠，兩地均選取三十年間（1981 至 2010）的平均數據。

從澳洲各地區中選擇柏斯，是因這城市與香港屬同一時區。

示例 11

探究 GPS 追蹤應用程式的量度誤差

學習階段： 3

數學教育學習範疇： 度量、圖形與空間（學習單位：量度的誤差）

科技教育知識範圍： 資訊及通訊科技（單元：電腦系統）

目標：

- (i) 鞏固量度中誤差的概念
- (ii) 明白資訊和通訊科技是日常生活及學習上的重要工具，並懂得實際應用

先備知識：

- (i) 計算不同種類的誤差
- (ii) 運用率、比及比例解現實生活問題

教學資源： 載有比例尺的學校操場平面圖、滾輪及附有 GPS 追蹤應用程式的平板電腦



活動內容：

1. 教師向學生介紹活動，並複習比及比例的概念。
2. 教師給予每位學生一張載有比例尺的學校操場平面圖。
3. 學生分組量度學校操場平面圖上的長度和闊度，並按比例計算學校操場的實際長度和闊度。
4. 學生討論如何驗證步驟（3）的答案。

5. 學生同時使用滾輪及附有 GPS 追蹤應用程式的平板電腦量度學校操場的長度和闊度。
6. 學生比較步驟（3）和步驟（5）所得的結果，並以滾輪所量度得的數值作參照，比較由量度操場平面圖及由 GPS 追蹤應用程式所得的結果的誤差。
7. 學生討論哪一種方法較可靠及如何在量度過程中減低誤差。

教師備註：

1. 學生宜以小組形式進行活動。
2. 教師應給予學生足夠的機會討論及自行得出結論，並應避免提供直接的提示。
3. 教師應預先準備學校操場的長度和闊度的資料。
4. 教師應預先安裝 GPS 追蹤應用程式於平板電腦。
5. 教師亦可在標準運動場進行活動，並要求學生量度跑道的長度，以研究 GPS 追蹤應用程式的量度誤差。
6. GPS 功能現已被廣泛採用。教師可鼓勵學生從網絡上搜尋 GPS 的原理和應用。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 理解、分析和回應教師的口頭指示及工作紙上的書面指示
 - 運用合適的語文及算式表達計算方法和結果
 - 與他人討論及協作以完成課業，例如透過討論決定最合適的量度方法
2. 明辨性思考能力
 - 明白實際量度的限制
 - 評估找出操場的實際長度和闊度的不同方法
 - 基於足夠的數據及證據作出合乎邏輯的結論，例如：比較不同的方法和相關的量度誤差以找出最合適的量度方法
3. 運用資訊科技能力
 - 使用附有 GPS 追蹤應用程式的平板電腦進行探究活動
4. 解決問題能力
 - 比較不同量度方法的結果，並就方法的選用提出理據

示例 12

設計健康飲食餐單

學習階段： 3

學習領域： 科學教育、科技教育和數學教育學習領域

學習元素：

學習領域	學習元素
科學教育	<ul style="list-style-type: none"> • 常見的食物成份 • 食物成份的功能 • 食物金字塔 • 均衡飲食 • 健康的生活方式
科技教育	<ul style="list-style-type: none"> • 食品分類，膳食目標和飲食習慣 • 膳食計劃 • 食物準備的原則和技巧，衛生和安全 • 食物產品的開發-按設計週期創造和開發食物產品，以滿足一個特定的需求規格，例如能針對青少年的健康問題和乎合對產品的感官要求 • 健康的生活方式/久坐的生活方式/不健康的生活方式
數學教育	<ul style="list-style-type: none"> • 近似與估算 • 數據的蒐集和整理 • 統計圖的製作和闡釋 • 集中趨勢的量度

目標： 綜合和運用科學、科技和數學教育學習領域的知識與技能解決現實生活問題

活動內容：

在這活動，教師採用跨學習領域的方式綜合科學、科技及數學教育學習領域的學習。專題研習本身是獨立於各學習領域的活動。教師或學生把三個學習領域的學習元素融入專題研習活動之中。

- 教師先選取與大多數學生相關的真實問題。例如常有學生投訴學校午餐供應商的飯盒的味道、食物份量和品質。然而，飯盒的營養價值對青少年學生的健康來說也是十分重要的。教師要求學生進行有關為午餐飯盒供應商設計健康飲食餐單的專題研習，幫助學生明白健康飲食的重要。
- 由這研習主題可為學生帶出許多學習機會，讓他們組織、綜合和應用三個學習領域的知識與技能。學生可使用資訊科技能力從互聯網搜尋有關食物和日常飲食的資料，包括各種食物成份的功能、營養價值、建議每天攝取量等。學生可應用數學能力去計算和分析不同食物的營養價值。學生亦可進行調查以了解同學對食物的喜好，及安排試食。在適當分析後，學生可向午餐飯盒供應商提交他們的健康飲食餐單以作參考。
- 在專題研習的過程中，教師宜向學生提供合適的指導，並在有需要時給予回饋、資源及協助。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 協作能力
 - 分擔責任及了解個別組員所擔當的角色
 - 通過討論找出完成專題研習的合適策略
2. 創造力
 - 在食物營養與材料比例的限制下設計健康飲食餐單
3. 解決問題能力
 - 找出與專題研習有關的問題
 - 根據所蒐集的數據設計餐單

示例 13

數學魔術

學習階段： 3

學習範疇： 數與代數

學習單位： 代數式
整數指數律

目標： 運用代數語言和位值概念探究一些數字遊戲背後的原理

先備知識： (i) 以代數式表達文字片語
(ii) 把數分拆為各數字和所屬數位的位值的積之和

活動內容：

1. 教師幫助學生分組進行專題研習。由於主題的複雜性不大，每組可少於四人。
2. 教師展示一個「數學魔術」的例子，例如猜年齡遊戲，並向學生解釋專題研習的主題。

一個簡單的遊戲例子：

- (a) 選一個兩位數。
- (b) 把該數加上 6，然後把結果乘以 2。
- (c) 做「相反」的事情，即把上一步的結果減去 6，並把結果除以 2。
- (d) 從上一步的結果減去最初的兩位數。
- (e) 我知道你得到的數是 3。

一個較複雜的「魔術」例子：

- (a) 「數學魔術師」要求你使用格式 `yyyymm` 來構作兩個數字，第一個由現在的年份和月份組成，第二個則由你的出生年份和月份組成。然後，從第一個數字中減去第二個數字。
- (b) 然後計算 (a) 的結果與反轉它的數字所形成的數之差，即較大的數減較小的。例如，如果 (a) 的結果是 12345，則計算 $54321 - 12345$ 。

(c) 你從 (b) 的結果中刪除一個你選擇的數字，然後告訴魔術師剩餘數字的總和。

(d) 雖然魔術師並不知道你的出生年份和月份，但他可以說出你所刪除的數字。

(參考：<http://www.guokr.com> 數學魔術：瑪雅人告訴你哪個數字被偷了)

3. 學生須

(i) 從書籍或互聯網中找尋一些沒有提供背後原理的「數學魔術」或猜數字遊戲；

(ii) 研究遊戲或魔術背後的原理；

(iii) 比較不同的遊戲或魔術；及

(iv) 設計自己的數學魔術。

4. 教師應留意每組的進度，並在學生有需要時提供適切的協助。

5. 學生須向同學匯報他們的成果，並向教師提交一份簡短的報告。

教師備註：

1. 根據學生的能力，教師可選擇就所提供給學生的例子給予進一步的解釋。例如，對於上述的第一個遊戲，教師可示範以代數語言來表達運算過程：

$$[(x + 6) \times 2 - 6] \div 2 - x = (2x + 6) \div 2 - x = 3$$

2. 不同類型的數字遊戲皆適合作研習之用，例如：

猜數字或日期

<http://www.cut-the-knot.org> 搜尋 “A matter of age”

使用二進數

<https://scratch.mit.edu> 搜尋 「生日密碼與數學魔術」

3. 教師可就下列準則評核學生的表現：

準則	準則的具體描述
對專題研習主題的理解	<ul style="list-style-type: none"> 學生是否完全了解專題研習的主題？ 學生是否懂得如何進行研習及懂得該蒐集哪些資料？
策略和方法的運用	<ul style="list-style-type: none"> 學生是否懂得運用代數式研究遊戲背後的原理？

準則	準則的具體描述
	<ul style="list-style-type: none"> 學生是否選用了可行的策略以研究遊戲背後的原理？學生能否有系統地設定變數？
準確性	<ul style="list-style-type: none"> 所構作的代數式是否正確？ 是否正確地進行代數運算？ 所提出的原理能否完整地解釋遊戲？
創造力	<ul style="list-style-type: none"> 每組能否設計自己的遊戲？
表達與溝通	<ul style="list-style-type: none"> 學生能否有系統及邏輯地匯報他們的專題研習？ 報告是否簡潔及能與主題配合？
協作	<ul style="list-style-type: none"> 學生在組內的分工是否恰當？ 組員間是否存在良好的合作關係？

以上建議準則只屬舉例性質，而每項準則的佔分比重亦不必相同。

- 當完成專題研習後，每組同學須向班上的同學匯報他們的成果，而設計了遊戲的組別在匯報期間可與同學們一起玩該些遊戲。每組亦應預留一些時間以供同學及教師提問。
- 在這活動中，教師應指出進行專題研習的過程實較所得的結果為重要。對一些積極參與專題研習，但卻得到不滿意或錯誤結果的組別成員，教師仍應給予他們正面的鼓勵。
- 教師應提醒學生，不要花太多時間在報告的美術設計上。例如，報告內加入複雜的電腦美工圖像其實是不必要的。另外，教師在考慮專題研習的性質及學生的能力後，應決定專題研習在課堂或家裏進行，還要給予學生有關的工作時間表及呈交的日期。
- 教師應給予同學充足的時間，以便他們能按時完成專題研習。

此示例主要涉及以下共通能力：

- 協作能力
 - 分擔責任及了解每位參與專題研習的組員所扮演的角色

- 透過與組員討論及考慮支持的理據，選取合適的策略以研究遊戲背後的原理
2. 溝通能力
- 與其他組員討論及交換意見時持開放態度
 - 討論時能有系統及邏輯地表達意見
 - 於完成專題研習後，作出一個簡潔並能配合主題的報告。
 - 於口頭匯報時，能清晰地回應教師及同學的提問。
3. 明辨性思考能力和解決問題能力
- 找出專題研習的主要工作
 - 運用合適的知識和技能找出遊戲背後的原理

示例 14

開放式幾何問題

學習階段： 3

學習範疇： 度量、圖形與空間

學習單位： 三角形的心

目標： 探究涉及三角形的角、線段和面積間的關係

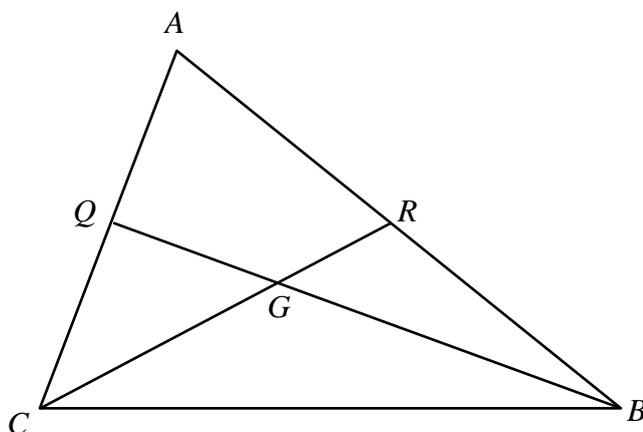
先備知識：

- (i) 全等三角形的判別條件
- (ii) 等腰三角形的性質
- (iii) 三角形的心

活動內容：
教師要求學生解答以下問題。

問題

圖中 ABC 為等腰三角形， $BA = BC$ 。 G 為 $\triangle ABC$ 的形心。 Q 和 R 分別為 AC 和 AB 上的點使 BQ 和 CR 皆為穿過 G 的線段。 試寫出有關下圖的所有等式，並提供理由或證明。 等式可涉及幾何圖形的角、線段和面積。



教師備註：

這是一道開放式問題，教師評估學生在這問題的表現時，可參照學生能否列出各類有關角、線段和面積的等式，並提供理由或證明。如果學生只能提供其中一些等式，教師可適當地調整學生的分數或等級。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 使用數學語言描述結果及解釋所提出的猜想
2. 明辨性思考能力
 - 把資料按不同的基本幾何知識分類，例如，找出和全等三角形有關的等角
 - 在找出面積相等的三角形的過程中進行演繹推理
3. 解決問題能力
 - 選擇相關的資料及幾何知識解決問題
 - 理解問題，並針對問題所提供的重要資料作出思考
 - 應用已學會的知識解決新問題

示例 15

垂直線的斜率

- 學習階段：** 3
- 學習範疇：** 度量、圖形與空間
- 學習單位：** 直角坐標系
- 目標：** 藉資訊科技的輔助，加深對垂直線的斜率關係的理解
- 先備知識：**
- (i) 一點繞原點旋轉 90° 後其坐標的變化
 - (ii) 求直線的斜率
 - (iii) 平行線的斜率關係
- 教學資源：**
- (i) 適用於平板電腦的動態幾何軟件
(例如 GeoGebra)
 - (ii) 有關「繞原點旋轉的點的坐標」的短片
 - (iii) 平板電腦

活動內容：

課前預習活動

教師囑咐學生於課前觀看短片「繞原點旋轉的點的坐標」及回答問題「求點 $P(s, t)$ 繞原點旋轉 90° 後的坐標。」

教師備註：

以下的課堂活動一及二的目的是引導學生發現及理解垂直線的斜率之間的關係。在活動開始之前，教師可扼要地回顧在課前預習活動中提及的相關概念，以了解學生對短片內容是否存有疑問。

活動一

1. 學生按指示使用動態幾何軟件 GeoGebra
 - (a) 構作一條通過原點 O 及點 $P(6, 5)$ 的直線 L ；

- (b) 把直線 L 繞原點旋轉 90° 使成為新的直線 L_1 ；及
 - (c) 把點 P 繞原點旋轉 90° ，並在 L_1 上標示旋轉後的影像為點 Q 。
2. 學生接著
 - (a) 考慮點 P 及點 Q 的坐標，分別求 L 及 L_1 的斜率。；及
 - (b) 透過觀察，寫出 L 及 L_1 的斜率之間的關係。
 3. 試利用不同的點 P 的坐標，重複上述步驟 (1) 及 (2)，並驗證步驟 2(b) 的結果。
 4. 在整個過程中，教師可提出下列問題，讓學生思考：
 - (a) [在步驟 1(b) 中] L 及 L_1 有著甚麼關係？
 - (b) [在步驟 1(c) 中] 你找出的點 Q 的坐標是甚麼？
 - (c) [在步驟 2(a) 中] 這裡的結果與點 P 的坐標有著甚麼關係？
 - (d) [在步驟 2(b) 及 3 中] 你能夠得出甚麼結論？ 你能以其他方式表達你的結論嗎？
 5. 讓學生在得出任何結論前，有充足的時間討論及探索。

活動二

1. 教師可以重複活動一，但這次的直線 L 將會通過點 $P(5, 0)$ 及 $Q(1, 6)$ ，並要求學生把 L 繞著點 $R(3, 3)$ 旋轉 90° 。求 L 在旋轉前和旋轉後的斜率。
2. 學生須要透過分組討論，決定在活動一的步驟 3 的結論在兩線非相交於原點時，是否仍然正確。學生須就他們討論的結果，提供一個合乎邏輯的解釋。

教師備註：

1. 學生宜以小組形式進行活動。
2. 教師應給予學生足夠的機會討論及自行得出結論，並應避免提供直接的提示。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 運用資訊科技能力
 - 運用動態幾何軟件及平板電腦促進學習。
2. 解決問題能力
 - 透過連繫有關點的旋轉變換的先備知識和兩線的垂直關係，辨識問題的焦點。
3. 自學能力
 - 透過課前預習活動了解自己是否已掌握學習新課題所需的先備知識。

示例 16

平截頭體體積

- 學習階段：** 3
- 學習範疇：** 度量、圖形與空間
- 學習單位：** 求積法
- 目標：**
- (i) 透過理解《九章算術》中有關計算平截頭體體積的方法，讓學生欣賞古代中國在數學上的成就
 - (ii) 提升學生對數學的文化層面的認識
- 先備知識：**
- (i) 相似三角形的性質
 - (ii) 利用分割法計算立體體積
 - (iii) 計算長方錐體體積
- 教學資源：** 正方體積木
- 延伸閱讀材料：** 《九章算術》第五章〈商功〉篇

活動內容：

1. 學生先嘗試計算一個以正方形為底的平截頭體的體積。該平截頭體的上下正方形面的邊長分別為 40 厘米及 50 厘米，並高 50 厘米。在這活動中，學生將嘗試求以正方形為底的平截頭體的體積公式（即 $V = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + ab)h$ ，其中 V 、 a 、 b 和 h 分別為平截頭體的體積、上底正方形邊長、下底正方形邊長和高。）
2. 教師向學生介紹《九章算術》第五章在「方亭」一題中所用到計算體積的分割法（古稱「棊驗術」）：
 - a. 教師向學生介紹「立方」、「壅堵」、「陽馬」和「鱉臠」四種在「棊驗術」中用於計算體積的基本立體。教師可借助電腦軟件讓學生觀察由「立方」分割成「壅堵」、「陽馬」和「鱉臠」的情況，如圖 1a 和 1b 所示。

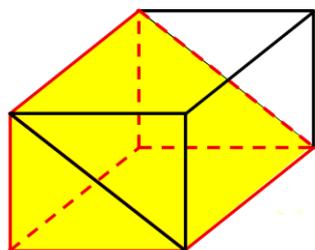


圖 1a

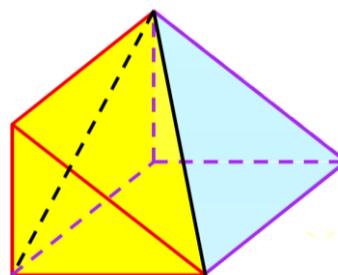


圖 1b

- b. 教師引導學生探究尺寸相同的「立方」、「塹堵」和「陽馬」的體積比（即長方體、直角三角柱體，及頂點位於長方形底其中一頂點正上方的長方錐體；而尺寸相同指塹堵和陽馬由所考慮的立方切割而來）。
- c. 教師引導學生探究一個以正方形為底的平截頭體可如何被垂直分割成若干個「立方」、「塹堵」和「陽馬」，並填妥如下代表分割的俯視圖的表。

陽馬	塹堵	陽馬
塹堵	立方	塹堵
陽馬	塹堵	陽馬

圖 2 所示為分割的例子。學生須留意分割所得的立方、塹堵和陽馬的尺寸不一定相同（非來自同一立方）。

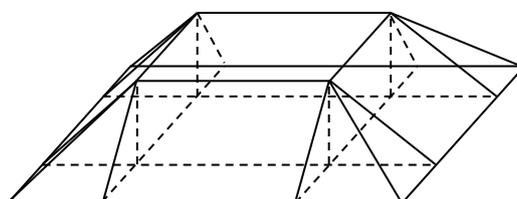


圖 2

- d. 教師引導學生考慮把上表各立體以相同倍數增加其數目（遍乘），使每一格的總體積為整數個「立方」的體積，即把每格立體的數量乘以 6，如下表：

2 立方	3 立方	2 立方
3 立方	6 立方	3 立方
2 立方	3 立方	2 立方

(表中各立方或許有不同的尺寸)

- e. 教師可提供一些正方體積木讓學生以立體顯示上表(如圖 3 所示)，從而引導他們從觀察模型探究如何導出步驟 1 的體積公式。

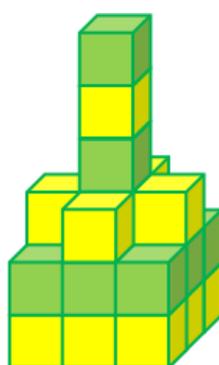


圖 3

注：教師宜提醒學生以上 (c) 和 (d) 表中的各方格所代表的立體的尺寸不一定相同；而「立方」一詞亦不如現代般只代表正方體。正方體積木應被視為用作把抽象的方法具體化的實物工具。

3. (增潤活動) 學生討論透過應用步驟 2 的方法於以長方形為底的平截頭體，將上述體積公式推廣至一般以長方形為底的稜台體 (即所有的頂點位於兩個平行面上的多面體) 上，例如楔形立體和截頭楔形立體。期望學生欣賞《九章算術》中的方法比利用相似三角形求平截頭體體積的方法更具一般性及有效。

教師備註：

1. 「棊驗術」中最具特色的方法是透過操作原文稱為「棊」的基礎體積元件來求取較複雜立體的體積。在這個例子中，應用的基礎體積元件為「立方」、「壅堵」及「陽馬」。教師應強調這些基礎體積元件的**尺寸若相同**，則它們有固定的體積比。
2. 教師應注意在步驟 2c 或 2d 的表中，任意兩格所代表的基礎體積元件的尺寸不一定相同，即所考慮的平截頭體未必由一直立稜錐體衍生。因此，學生不能透過單獨計算每一個基礎體積元件的體積來求平截頭

體的體積。相反，若要僅由題目所提供的資料計算體積，步驟 2d 的遍乘是必須的，藉此方能找到能夠以最初的給定尺寸計算體積的立體部分。

- 經過合適倍數的遍乘，使表中每格均為整數數目的立方後，學生便不需知道個別基礎體積元件的尺寸也能計算一個以長方形為底的稜台體的體積。所需的資料只包括上、下長方形底的長和闊、及稜台體的高，便足以計算該稜台體體積。換言之，教師可引導學生理解到稜台體上底和下底的相對位置在計算體積時並不重要。對於能力較高和對數學較有興趣的學生，這可作為學生認識祖暅原理（亦即 Cavallieri's Principle）的切入點。
- 教師亦可透過立體打印科技製作出平截頭體的分割模型（如圖 3a 和 3b 所示），讓學生對各種基本立體進行動手操作，以理解「棊驗術」的概念。



圖 3a



圖 3b

- 雖然在《九章算術》中的數學用語可能引起部分學生的興趣，但若運用這些用語窒礙學生學習數學，則教師不須運用這些古典數學用語。然而，教師可鼓勵文言文閱讀理解能力較高的學生閱讀《九章算術》劉徽注的原文，以淺嘗古代中國數學家的數學造詣。《九章算術》的原文可在一些網上電子圖書館找到，圖 4 所示為電子書的樣本。

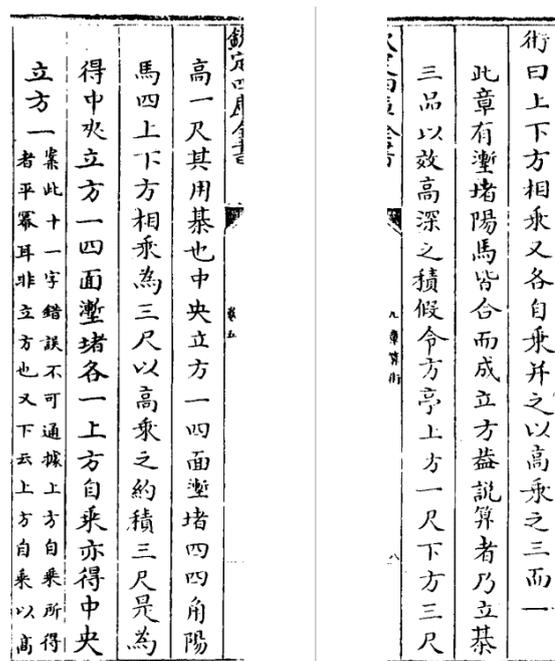


圖 4

此示例可用作提升學生對數學的文化和歷史層面的理解、欣賞和興趣。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 創造力
 - 欣賞及延伸求平截頭體體積的其他方法
2. 溝通能力
 - 理解和分析文言文，並轉化為現代數學言語和圖像
3. 解決問題能力
 - 透過考慮一些已知其體積公式的立體，配合有計劃地分割平截頭體和倍增立體，推導平截頭體的體積公式

示例 17

角柱的表面面積

學習階段： 3

學習範疇： 度量、圖形與空間

學習單位： 求積法

目標： (i) 認識角柱表面面積的概念
(ii) 探究正方柱體的底邊長及高與其表面面積之間的關係

先備知識： 求簡單多邊形的面積和角柱的體積

教學資源： 空紙盒（例如餅乾盒和巧克力盒）、顏色筆、剪刀、一組正方體、工作紙和電腦

活動內容：

活動一

此活動使學生認識角柱表面面積的概念。

1. 教師把學生分作四人小組，每組分發一些空紙盒（例如餅乾盒和巧克力盒）和工作紙一。
2. 教師接著引導學生思考下列問題：
 - (a) 盒子的表面有多少個面？
 - (b) 盒子的面是哪一類平面圖形（如長方形和三角形）？
 - (c) 盒子的哪些稜可用作計算盒子的表面面積？
 - (d) 有沒有全等的面？
3. 各組沿盒子的稜剪開盒子，形成平面圖樣。
4. 各組量度盒子某些合適的稜的長度，作計算盒子的表面面積之用。
5. 學生們完成工作紙一。

教師備註：

1. 教師宜引導學生認識角柱的表面面積是各面的面積之和。

- 活動的主要重點是找出哪些是計算盒子的表面面積時須量度的稜或長度。

活動二

這項活動讓學生探究一固定體積的正四角柱（即底為正方形的四角柱）在甚麼尺寸下才能得出最小的表面面積。

- 教師把學生分作四人小組，每組獲發 64 個正方體和工作紙二。學生將所得的正方體，砌成不同底邊長（ a 單位）和不同高（ h 單位）的正四角柱，並計算每一情況下角柱的表面面積（ A 平方單位）。
- 學生須記錄資料和完成工作紙二。
- 學生須嘗試求 a 和 h 的值使正四角柱的表面面積為最小。

教師備註：

在這個活動中，學生應發現在角柱的高度由 64 單位減至 1 單位的過程中，角柱的表面面積，並非不斷增加。

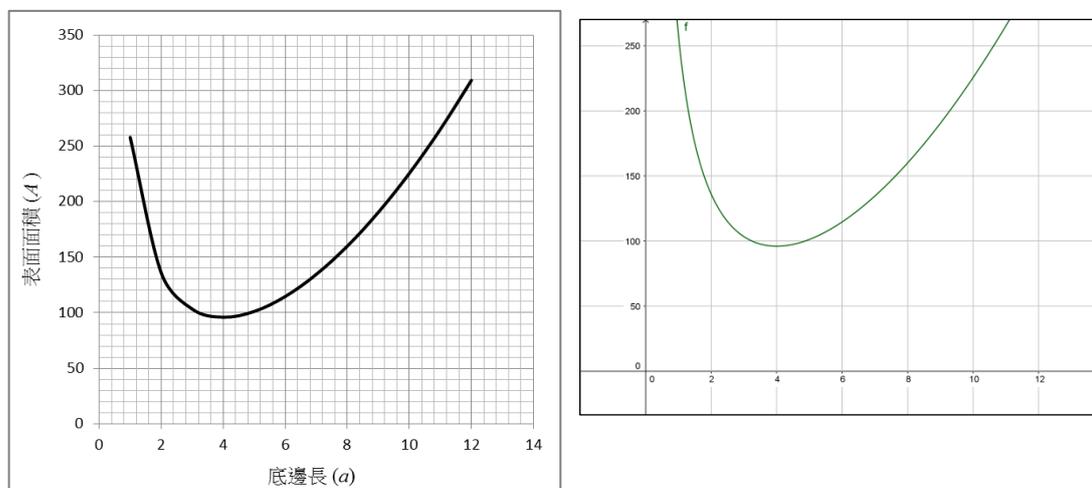
活動三

這項活動讓學生運用圖解法探究活動二中角柱的表面面積，但長度 a 和高度 h 不會如活動二般限制在某些值。在此活動中， a 可以是任何正數。

- 學生以 a 和 h 寫出正四角柱的體積（ V 立方單位）和表面面積（ A 平方單位）的公式。
- 由以上兩數式，學生以 a 和 V 表示 A 。
- 考慮 $V = 64$ 及 a 取數值 1, 2, 3, ..., 12，學生以試算表軟件列出相應的 h 和 A 值。

體積 (V)	底長 (a)	高度 (h)	表面面積 (A)
64	1	64.00	258.00
64	2	16.00	136.00
64	3	7.11	103.33
64	4	4.00	96.00
64	5	2.56	101.20
64	6	1.78	114.67
64	7	1.31	134.57
64	8	1.00	160.00
64	9	0.79	190.44
64	10	0.64	225.60
64	11	0.53	265.27
64	12	0.44	309.33

4. 學生使用試算表或任何圖像軟件繪製 A 對應 a 的圖像，其中 $V = 64$ 。



5. 學生需從圖像中找出哪個 a 值使 A 達到最小值。教師可讓學生以其他數值的 V (如 125、216、1000) 重複以上步驟，並嘗試指出一固定體積的正四角柱在甚麼尺寸下，其表面面積為最小。

教師備註：

1. 在活動一和二中，學生較多使用實物模型來輔助學習，這學習模式有利於那些通過課堂活動或以動手操作活動達致最佳學習效果的學生。
2. 在以上所有活動中，教師宜多採用提問，小組討論及匯報等策略促進互動學習，這模式有利於那些通過聽課、小組學習及討論達致最佳學習效果的學生。
3. 如果學生能應付較抽象的代數運算，教師可略過活動二，因為活動三的圖表製作與活動二有著相似的學習目標。
4. 活動三的圖解法不是表面面積最小值的證明。如果學生想要證明當 $a = h$ 時 A 的值最小，教師可鼓勵他們在高中學習微積分。

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 溝通能力
 - 用簡單而恰當的數學詞彙，以口述方式描述正四角柱的尺寸和表面面積的關係
 - 以恰當的繪圖、圖像和數式邏輯地表達結果

2. 明辨性思考能力
 - 根據計算結果，指出一固定體積的正四角柱在甚麼尺寸下，其表面面積為最小

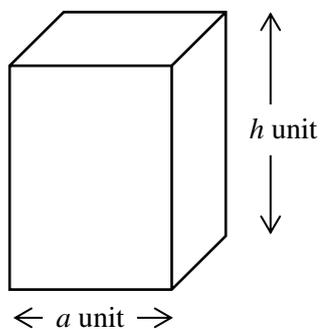
3. 解決問題能力
 - 通過考慮活動二的所有情況和試算表所計算的數據解答問題
 - 比較不同的解題方式

工作紙一
角柱的表面面積

角柱的立體圖	摺紙圖樣 (在圖樣上標示計算表面面積 所需的稜長或長度)	表面面積 (準確至最接近的 平方厘米)

工作紙二
正四角柱的表面面積

用獲發的 64 個正方體砌成不同底邊長 (a 單位) 和高 (h 單位) 的正四角柱，並找出達至最小表面面積的底邊長和高。



在下表中記錄你所構作的正四角柱的底邊長和高。(設正方體邊長為 1 單位)

角柱的立體圖	底邊長 a 單位	高 h 單位	表面面積 A 平方單位

示例 18

可反式量匙

學習階段： 3

學習範疇： 度量、圖形與空間

學習單位： 求積法

目標： 理解體積和長度的計算在工業設計上的實際應用，以及物料的適當選取

先備知識：

- (i) 計算圓周和球體體積的基礎概念
- (ii) 理解並運用相似物體中邊長比和體積比等關係
- (iii) 根據平面圖像想像立體圖形

與其他 STEM 教育的學習領域的關係：

相關課題包括《科學教育學習領域課程指引補充文件 — 科學（中一至中三）》（2017）中的「物質在三態中的特性」、「酸的腐蝕性」及「現今世上的材料」。

教學資源：

- (i) 關於可反式量匙、矽膠的物理及化學特性的網上資源
- (ii) 連接至互聯網的平板電腦

情境：

量匙是重要的烹飪用具，可準確地量度材料的分量。傳統上，每個特定容量（例如 1 湯匙、1/2 湯匙、1 茶匙和 1/2 茶匙）分別配以一隻量匙來量度。然而，由於一些具高度延性和彈性的物料（如矽膠）的出現，發明家便設計出可反式量匙，令一隻量匙可同時量度兩個不同的常用標準容量。（參考網址：<https://www.youtube.com/watch?v=yKTgaZnkaqc>）

本活動要求學生探討可反式量匙的實際工業設計。活動中學生需運用有關度量方法的數學知識和解釋某特定物料是否適合用作製造廚具的科學知識。

活動內容

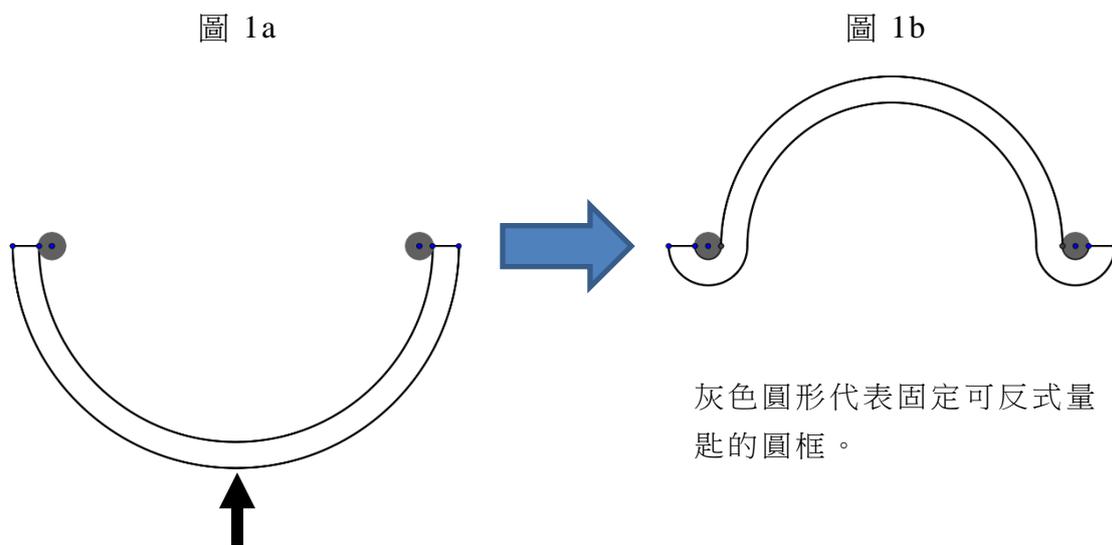
預備活動（非必要）

學生重溫由已知體積的半球體求半徑的方法。例如，若一湯匙的容積為 15 cm^3 ，並假設量匙的形狀為半球體，學生須計算可量度 1 湯匙和 1/2 湯匙的量匙的半徑。教師可建議學生利用相似圖形的概念，透過兩款量匙的體積比來求它們的半徑比。

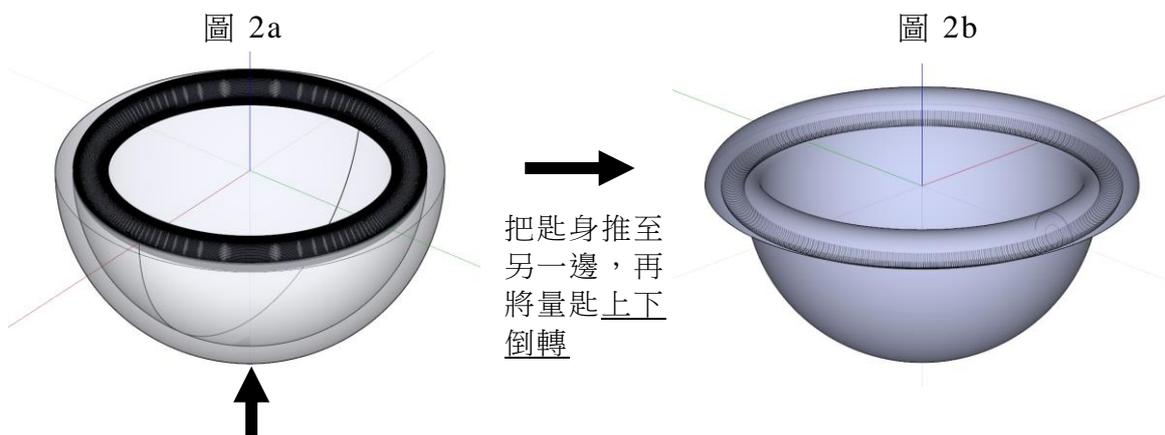
活動一

教師可播放短片（網址見上頁）予學生觀看，讓學生初步理解可反式量匙的工業設計概念，認識量匙能量度兩個不同的常用標準容量。

觀看短片後，教師可進一步以可反式量匙的截面圖像幫助學生明白量匙的設計（見圖 1a 及 1b）：



注：教師亦可借助立體繪圖軟件說明可反式量匙的設計（見圖 2a 及 2b）：



討論問題：

1. 若要設計一隻可量度 1 湯匙及 1/2 湯匙的可反式量匙，並假設在兩個情況下量匙的內部形狀均為半球體，這兩個半球體的半徑分別是多少？
2. 設 t 為用作製造可反式量匙物料的厚度、 r 為固定可反式量匙的圓框半徑。你能否建議一條 t 和 r 的關係式，令可反式量匙在兩個形態時容積分別為 1 湯匙及 1/2 湯匙？
3. 「量匙為半球體」這假設會否帶來的誤差？能否透過改變 t 和 r 的值來減少誤差？

活動二

教師要求學生在互聯網搜尋矽膠的一些物理及化學性質，如其融點、耐久性、彈性、傳導率、毒性、化學反應、抗酸性等等，從而分析這種物料是否適合用來製造廚具。數學教師宜與校內科學教師合作，令課堂活動能與科學學習領域連繫起來，相關的初中科學課題包括「物質在三態中的特性」、「酸的腐蝕性」和「現今世上的材料」。

討論問題：

1. 為何在選擇製造廚具物料時須考慮物料的融點？除融點外，還有哪些關於溫度的因素亦須考慮？
2. 可反式量匙的設計能被實現，是由於矽膠的哪些物理性質？有沒有其他物料具有相似的物理性質？
3. 當考慮對人體健康和環境的影響時，矽膠和塑膠中哪一類物料較適合用作製造廚具？

此示例主要涉及以下共通能力：

1. 明辨性思考能力
 - 仔細理性地討論可反式量匙的設計和所用物料的優點及限制
 - 運用數學建模的概念作為量性模擬可反式量匙的設計的工具，並解決設計是否可行的問題
2. 自學能力
 - 自行透過不同渠道搜集製造可反式量匙的物料的資訊
 - 自發提出問題去改善和修改可反式量匙的設計

示例 19

函數的平移

- 學習階段：** 4
- 學習範疇：** 數與代數
- 學習單位：** 續函數圖像
- 目標：** 從圖像及符號角度理解已知函數 $f(x)$ 的水平和垂直平移
- 先備知識：**
- (i) 直角坐標系上平移變換的基礎概念
 - (ii) 以代數和圖像方法來表達函數
 - (iii) 動態幾何軟件的基本操作
- 教學資源：** 動態幾何軟件，例如 GeoGebra

事前準備：

1. 為了更有效運用教學資源進行學習活動，教師可考慮選用合適的軟件，因應學生需要修改現有的電子教學資源或自行製作電子教學資源。
2. 教師在製作或修改電子教學資源時宜考慮下列問題：
 - 學生應透過教學活動觀察到哪些關鍵元素？
 - 軟件中的功能如何能將這些關鍵元素清晰表達出來？
 - 有哪些關鍵元素不能透過軟件的功能有效地演示出來？
3. 以下建議步驟指出如何運用 GeoGebra 製作探究函數圖像的平移的電子工作紙：
 - 3.1 建立兩個數值滑桿，並命名為 a 和 b 。
 - 3.2 在輸入欄鍵入「 $f(x) = x$ 」以建立名為 $f(x)$ 的函數。
 - 3.3 建立一個輸入欄位並連結至函數 $f(x)$ 。由此學生可隨意輸入任何函數來定義 $f(x)$ 。
 - 3.4 新增兩個函數 $g(x)$ 及 $h(x)$ ，令 $g(x) = f(x) + a$ 及 $h(x) = f(x + b)$ 。
 - 3.5 在 $y = f(x)$ 圖像上加入任意點 P 。
 - 3.6 由此，定義另外兩點 $P' = P + (0, a)$ 及 $P'' = P + (-b, 0)$ 。

3.7 另外，分別在 $y = g(x)$ 及 $y = h(x)$ 的函數圖像上定義兩點 Q' 及 Q'' ，令線段 PQ' 及 PQ'' 分別為一水平及鉛垂線段。

注：

- a. 點 Q' 及 Q'' 的位置可由從點 P 作一水平和一鉛垂線，然後利用軟件中求交點的功能得出。
- b. 基於函數 $f(x)$ 的類型， Q' 及 Q'' 未必一定存在。此外， Q'' 亦未必唯一。但是這些情況可以在討論「能否把一水平平移視作垂直平移，或把一垂直平移視作水平平移」時作比對。）

3.8 加上線段 PP' 、 PP'' 、 PQ' 和 PQ'' ，並量度它們的長度。

3.9 新增一個勾選框，標記為「顯示距離」，並連結 PP' 、 PP'' 、 PQ' 和 PQ'' 。以滑鼠右擊勾選框以重新命名它為 s 。

3.10 新增兩個勾選框，分別標記為「垂直平移」和「水平平移」。將這兩個勾選框重新命名為 t 和 u 。將「垂直平移」的勾選框連結以下物件：函數 $g(x)$ 、數值滑桿 a 、 P' 、 Q' 、 PP' 和 PQ' 。將「水平平移」的勾選框連結以下物件：函數 $h(x)$ 、數值滑桿 b 、 P'' 、 Q'' 、 PP'' 和 PQ'' 。

3.11 依次以滑鼠右擊 PP' 及 PQ' 。在「屬性」選項「進階」視窗中，於「顯示物件的條件」欄位鍵入「 $s \wedge t$ 」、如圖 1 所示：

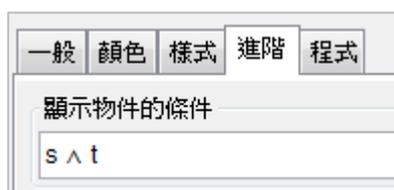


圖 1

相似地，將顯示 PP'' 及 PQ'' 的條件設定為「 $s \wedge u$ 」。

3.12 設定「顯示距離」的勾選框的顯示條件為「 $t \vee u$ 」，即 t 或 u 。

活動內容：

活動 1a

1. 教師與學生複習在直角坐標系統中進行平移變換的基本概念，包括運用代數符號如 $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 來表達平移變換。
2. 教師可指示學生在他們的平板或手提電腦中的 GeoGebra 電子工作紙輸入任意一個以 x 為變量的一元二次函數，並勾選「垂直平移」模組（見圖 2）。

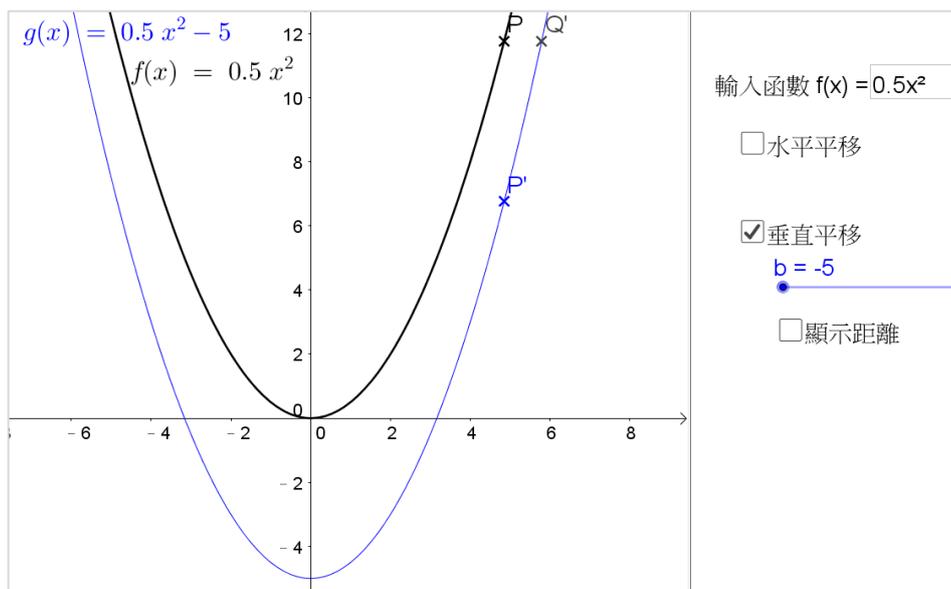


圖 2

3. 透過改變數值滑桿的數值，學生觀察並口頭描述圖像的平移。教師引導學生討論數值滑桿的數值的正負號與平移方向的關係。
4. 教師然後指示學生勾選「顯示距離」，並移動原函數上的點（見圖 3）。由此，教師引導學生觀察在不同位置，函數圖像之間的水平和鉛垂距離。

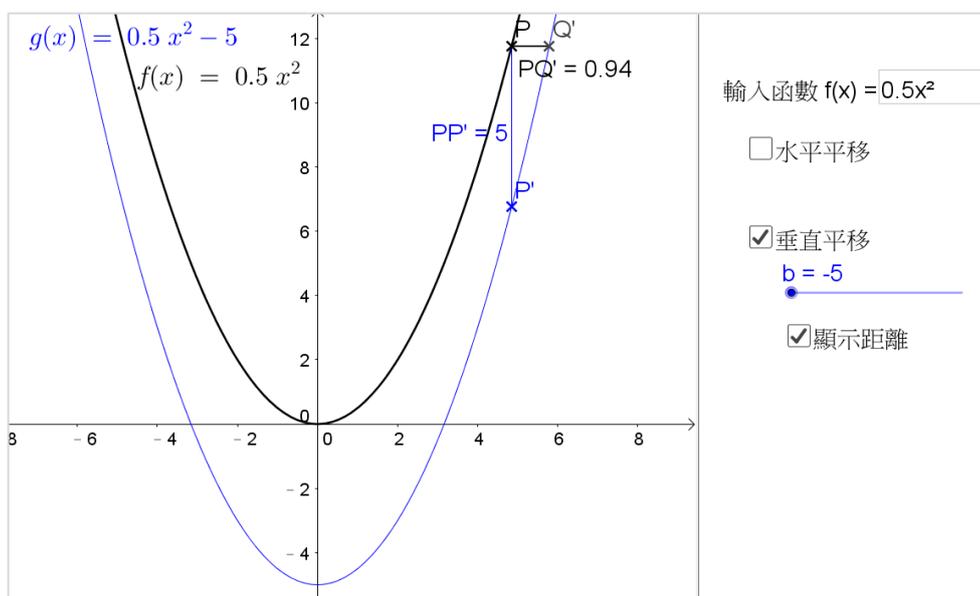


圖 3

5. 教師引導學生觀察和討論數值滑桿的數值、函數圖像的水平和鉛垂距離、函數的代數表達式，及平移變換的位移之間的關係。由此，教師可讓學

生對利用代數方法描述垂直平移作一些猜想。

6. 最後，教師可引導學生透過輸入不同類型的函數來驗證他們的猜想。

活動 1b

1. 教師提供函數的垂直平移的一個定義。
2. 教師指導學生考慮函數圖像為點 $(x, f(x))$ 的集合，然後討論如何透過代數方法以函數 f 表達經垂直平移後的函數 f' 。
3. 教師其後可要求學生驗證並由此證明函數圖像 $y = f(x)$ 與 $y = f(x) + a$ 在所有 x 值的鉛垂距離均相等。
4. 教師引導學生就把函數 $f(x)$ 變換為 $f(x) + k$ 所產生的變化下結論。

活動 2a

1. 教師可指示學生在他們的平板或手提電腦中的 **GeoGebra** 電子工作紙輸入任意一個以 x 為變量的一元二次函數、取消勾選「垂直平移」模組及「顯示距離」，並勾選「水平平移」模組（見圖 4）。

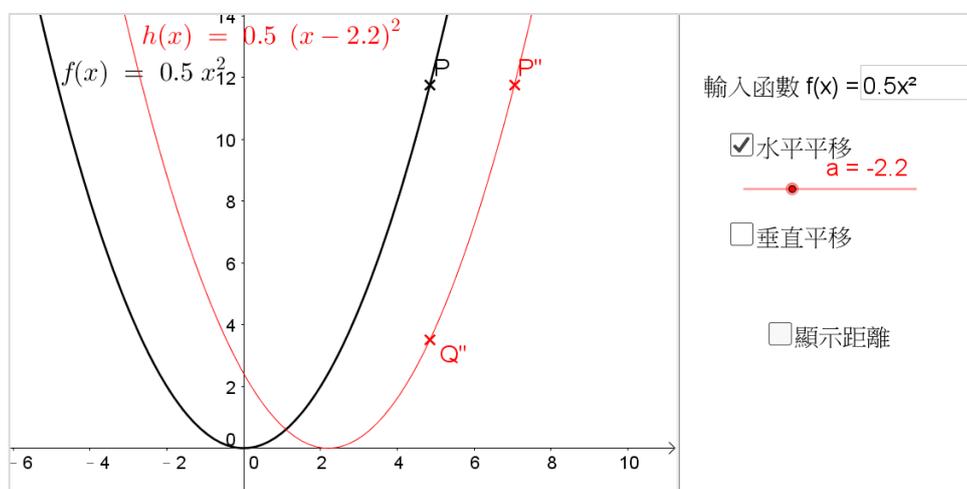


圖 4

2. 透過改變數值滑桿的數值，學生觀察並口頭描述圖像的平移。教師引導學生討論數值滑桿的數值的正負號與平移方向的關係。
3. 教師然後指示學生勾選「顯示距離」，並移動原函數上的點（見圖 5）。由此，教師引導學生觀察在不同位置，函數圖像之間的水平和鉛垂距離。

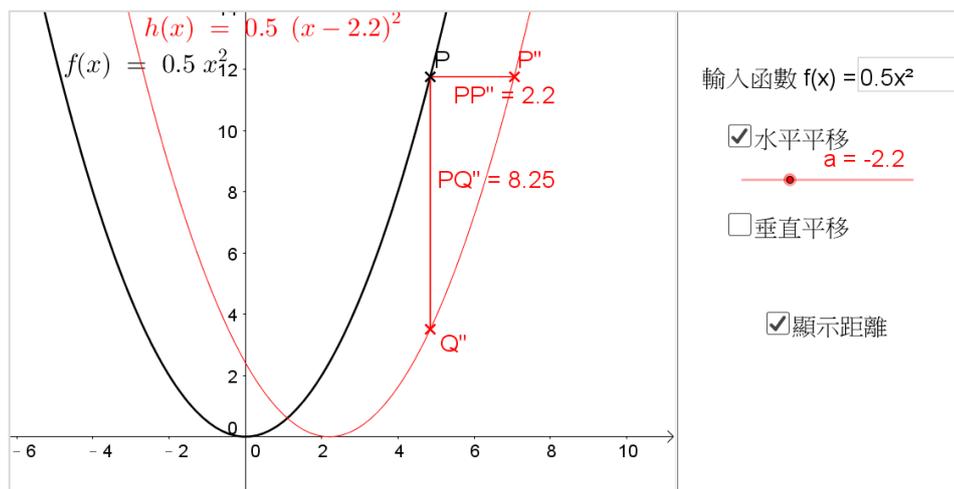


圖 5

4. 教師引導學生觀察和討論數值滑桿的數值、函數圖像的水平和鉛垂距離、函數的代數表達式，及平移變換的位移之間的關係。由此，教師可讓學生對利用代數方法描述水平平移作一些猜想。
5. 最後，教師可引導學生透過輸入不同類型的函數來驗證他們的猜想。

活動 2b

1. 教師提供函數的水平平移的一個定義。
2. 教師指導學生考慮函數圖像為點 $(x, f(x))$ 的集合，然後討論如何透過代數方法以函數 f 表達經水平平移後的函數 f' 。
3. 教師其後可要求學生驗證並由此證明函數圖像 $y = f(x)$ 與 $y = f(x - b)$ 在所有 x 值的水平距離均相等。

活動 2c (為較高能力學生而設的增潤活動)

1. 教師要求學生觀察線性函數 $y = x$ 在垂直平移和水平平移時的情況，並比較兩種平移對函數圖像變化的影響有沒有分別。
2. 教師要求學生利用他們的平板或手提電腦輸入以 x 為變量的任意一元線性函數，並勾選「垂直平移」模組。
3. 勾選「顯示距離」後，教師指示學生改變數值滑桿的數值並移動原函數圖像上的點，從而觀察兩函數在不同位置水平和鉛垂距離的變化。

4. 教師引導學生討論當 f 為一線性函數時， $(x, f(x)) \rightarrow (x, f(x) + a)$ 這類變換是水平還是垂直平移變換。
5. 類似地，教師引導學生探究和討論當 f 為一線性函數時，變換 $(x, f(x)) \rightarrow (x - b, f(x))$ 是水平還是垂直平移變換。
6. 教師引導學生證明對於所有線性函數 $f(x)$ ， $f(x - p)$ 必定可以寫成 $f(x) + q$ 的模式，其中 q 為一常數。

教師備註：

1. 教師宜先讓學生討論垂直平移，然後再討論水平平移。在適當的設計下，教師亦宜提供機會讓學生比較對同一函數進行垂直平移和水平平移對函數圖像的不同影響。
2. 雖然應用資訊科技能有效提供各種函數的圖像供學生作討論，教師仍需注意只運用圖像演示未必能直接協助學生建立利用代數表達變換的概念。因此，一些傳統的鞏固練習是必要的。
3. 教師可利用活動 2c 作為延伸活動，以提升數學能力較佳學生對數學的潛能和興趣。
4. 為照顧學生學習風格的多樣性，教師可將平移變換的代數表達，由 $y = f(x) + k$ 寫為 $y - k = f(x)$ 、及由 $y = f(x + k)$ 寫為 $y = f(x - k)$ ，並幫助學生以常數 k 在表達式的位置和正負號去認識變換的影響。（注：可運用坐標軸的變換的概念向較高數學能力和有興趣的學生介紹此表達方式，包括在其他諸如 $y = f(kx)$ 及 $y = kf(x)$ 的變換上的類似應用，作為增潤教學活動）。

此示例主要涉及以下的共通能力：

1. 創造力
 - 透過個人的觀察作出猜想
2. 運用資訊科技能力
 - 運用動態幾何軟件探究函數平移的性質

示例 20 傳染病的建模

學習階段： 4（必修部分 和 單元一/單元二）

學習單位： 進階應用
探索與研究

目的：

- (i) 幫助學生聯繫 STEM 教育與現實生活
- (ii) 讓學生認識生活中的數學及應用資訊科技解決問題
- (iv) 讓學生認識數學是協助規劃的有效工具

先備知識：

- (i) 必修部分學習單位「指數函數與對數函數」的內容
- (ii) 初中學習單位「概率」的內容
- (iii) 延伸部分單元一或單元二中有關微積分的課題

背景資料

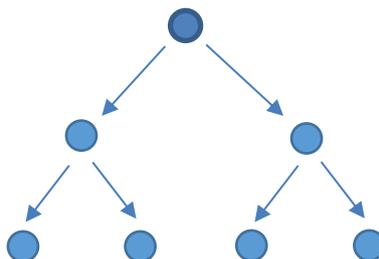
禽流感、沙士、伊波拉病毒都是曾於過去二十年發生大型爆發的致命傳染病例子，它們嚴重損害全球人類的生命。究竟傳染病是以甚麼模式散播？以下介紹兩個模擬傳染病散播的數學模型。

兩個數學模型的基本假設：

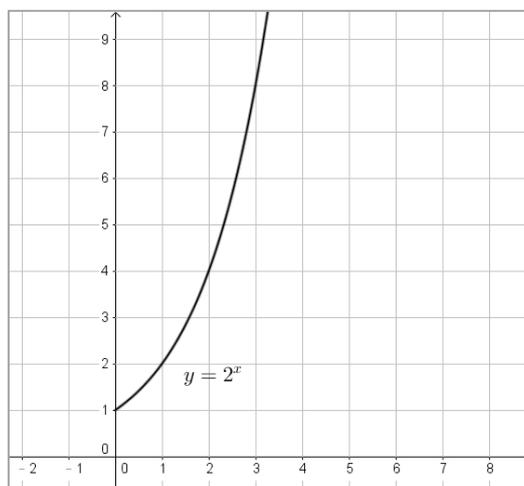
1. 人口處於一個封閉範圍
2. 人口數目固定
3. 傳染病經個人一次直接接觸傳染
4. 不考慮康復人士

模型一：簡單傳染病模型

傳染病的擴散由一個受感染的人士開始。這人直接把疾病傳染給另外兩位人士。兩位新感染人士又繼續各自把病毒傳給另外兩位人士（如下圖）。過程持續，直至所有人均受到感染。



每輪傳播受感染的人數是 2 的冪。我們可以運用指數函數 $y = 2^x$ 描述該情境。教師可藉此機會與學生重溫指數函數的性質。



教師可就函數的圖像提出以下問題：

- ◆ 當 x 值增加時，指數函數的圖像會越來越斜或是越趨平坦？
- ◆ 圖像有否 y 軸截距？若有，數值為何？若沒有，試解釋為何沒有。
- ◆ 圖像有否 x 軸截距？若有，數值為何？若沒有，試解釋為何沒有。

數學模型的討論問題：

- ◆ 若要感染課室內所有人，需要多少輪傳播？感染整間學校又需多少輪？
- ◆ 若首位感染者改為另一人，我們會否得到相同答案？
- ◆ 若每次有三人受感染，情況有甚麼分別？
- ◆ 這個模型有甚麼限制？

教師備註：

這是模擬疾病散播的模型中最簡單的模型之一，但它有著很多限制和不太貼近現實情況。這個模型並沒有考慮受感染而康復的人會有免疫力，也沒有考慮被隔離的病者。現實中的疫症並不按照此模型擴散。

模型二：計算瘟疫模型

我們使用骰子模擬受感染人數的變動。每一位感染者每輪所能產生的新受感染人士的數目由投擲一粒公平骰子所得出的點數來決定，因此受感染率並不固定。我們會研究此模型的兩個情境：

- (i) 感染率大於 1
- (ii) 感染率小於 1

情境 1：

骰子上的數字	新受感染者的數量
1	0
2	0
3	1
4	2
5	2
6	3

感染率的期望值 = $\frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 = \frac{4}{3}$ ，數值大於 1。傳染病擴散。

情境 2：

骰子上的數字	新受感染者的數量
1	2
2	1
3	1
4	0
5	0
6	0

感染率的期望值 = $\frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 0 = \frac{2}{3}$ ，數值少於 1。傳染病不會擴散。

課堂活動：

教師可要求學生分成小組，每組給與一粒骰子及約 30 顆數粒。每組學生根據以下步驟進行活動：

1. 選擇情境一或情境二。
2. 先把一顆數粒放於桌面代表一位受感染人士，即最初的感染人士。
3. 投擲骰子一次。假設擲出數字 4。在情境一，即兩位人士受感染，須多放兩顆數粒於桌上。在情境二，沒有人受感染，傳染病停止擴散。
4. 繼續為**每一位**新受感染人士擲骰，根據結果把適當數目的數粒置於桌上。
5. 繼續擲骰直至傳染病停止擴散或用盡所有的數粒。
6. 記錄傳染病的傳播過程於圖表上。
7. 模擬兩種情境數次並比較它們的圖像。

數學模型的討論問題：

- ◆ 在每種情境下，傳染病會否爆發？
- ◆ 平均來說，傳染病在每個情境下可以傳播多少輪？
- ◆ 這個模型在哪一方面可以幫助我們理解傳染病的傳播過程？

挑戰題：

現有一群人受到傳染病的威脅。該群人可分為兩類：健康人士和受感染人士。設 p 為健康人士受感染的概率， r 為每月受感染人士康復的概率。設起初有 8 位健康人士，2 位受感染人士。

建立模型

學生可投擲一粒公平的六面骰子，模擬該 10 位人士在這 10 個月間的健康變化。假設這 10 個月內沒有人病逝，及我們每月為每一人士投擲公平骰子。若我們為一位健康人士擲得數字 1, 2 或 3，則該人士在該月會受到感染 ($p = \frac{1}{2}$)。若我們為一位受感染人士擲得 4 或 5，則該人士在該月康復 ($r = \frac{1}{3}$)。若出現其他結果，他們的情況不變。

建議答案

設 x 為人群中受感染的人數比例，初始值為 0.2。我們可以用以下的表達式模擬 x 的變化率：

$$\frac{dx}{dt} = p(1-x) - rx$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}(1-x) - \frac{1}{3}x$$

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = \frac{3-5x}{6}}$$

教師備註：

- (i) 學生應能從所給予的條件建立有關 x 變化率的表達式，但課程並不要求學生解微分方程。教師可向能力較高的學生展示解題技巧。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{3-5x}{6}$$

$$\int \frac{6}{3-5x} dx = \int dt$$

$$-\frac{6}{5} \ln(3-5x) = t + k \quad \text{當中 } k \text{ 為常數}$$

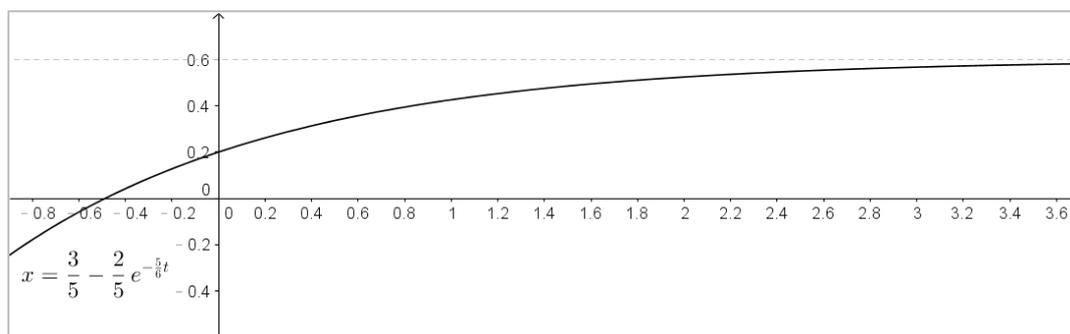
當 $t = 0$ 時， $x = 0.2$ ；所以 $k = -\frac{6}{5} \ln 2$ ，因此

$$-\frac{6}{5} \ln(3-5x) = t - \frac{6}{5} \ln 2$$

$$-t = \frac{6}{5} \ln\left(\frac{3-5x}{2}\right)$$

$$e^{-\frac{5}{6}t} = \frac{3-5x}{2}$$

因此 $x = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} e^{-\frac{5}{6}t}$ ，而當 t 趨向無限大時， x 趨向 $\frac{3}{5}$ 。數學模型的圖像如下：



若 p 和 r 的數值改變，答案會產生怎樣的變化？

- (ii) 另一個處理這個問題的做法是給學生建議答案 $x = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} e^{-\frac{5}{6}t}$ 並要求他們驗證這答案是否滿足微分方程。

參考資料：

Epidemics: Modelling with mathematics : <https://motivate.maths.org> (經由連結 *Maths and Our Health* 和 *Epidemics: Modelling with mathematics*)

可由以上網頁開啟模擬模型二「計算瘟疫模型」的電腦程式和有關模型二的短片

此示例主要涉及以下的共通能力：

1. 明辨性思考能力
 - 比較數學模型與現實情況，分析數學模型的不足之處
2. 解難能力
 - 在解決現實生活問題時運用數學知識建構答案
 - 應用實物模擬抽象數學情景

示例 21

回報與風險

學習階段： 4

學習範疇： 數據處理

學習單位： 續概率
離差的度量

目標： 理解運用期望值與標準差描述回報與風險

先備知識： (i) 理解概率的概念
(ii) 認識期望值的概念
(iii) 理解分組數據和不分組數據的標準差之概念

活動詳情：

本示例透過兩個遊戲帶出以數據的期望值和標準差來描述風險與回報的基本概念。參與遊戲者需要根據風險與回報作出決定。

遊戲一

1. 學生先分為二至四人小組。
2. 開始前，教師向每組派發 10 粒朱古力和一副 52 張的撲克牌。
3. 每組需「洗牌」並每次隨機抽取一張牌來決定朱古力數量的變化。學生須記錄數量的變化（教師此時不須收回或增派朱古力）。

情境一： 若該組抽出一張方塊牌，可獲 10 粒朱古力，否則，他們損失 5 粒朱古力。

情境二： 若該組抽出一張紅色牌，可獲 7 粒朱古力，否則，他們損失 3 粒朱古力。

情境三： 若該組抽出一張數字少於 4 的紅色牌，可獲 40 粒朱古力，否則，他們損失 10 粒朱古力。

若朱古力的數量減至零或負數，或增加至 40 或以上，則一局結束。

4. 所有組別須於 10 分鐘內完進行這個遊戲最少三局。完成三局後，各組可以停止遊戲或繼續進行直至限時到達為止。若某組在某一局的朱古力的數量達 40 或以上，則該組可保留手上的 10 粒朱古力。
5. 每組於每局前須投擲一顆六面的公平骰子去決定根據何種情境玩遊戲。若他們得到“1”或“6”，他們會根據情境一進行遊戲。若他們得到“3”或“4”，他們會根據情境二進行遊戲。若他們得到“2”或“5”，他們會根據情境三進行遊戲。
6. 每組須根據各種情境下計算遊戲的期望值，並指出若可自由選擇，他們會選取哪一個情境來進行遊戲。

討論問題：

1. 根據以上步驟 5 所提及的規則，每組是否有相同機會選取三個情境？
2. 長遠來說，每組應選取哪一個情境來進行遊戲以獲取最大回報？試解釋。

教師備註：

1. 根據理論概率，在每一情境下朱古力數量增長的期望值為

- 情境一

$$\text{朱古力數量增長的期望值} = \frac{13}{52} \times 10 + \left(1 - \frac{13}{52}\right) \times (-5) = -1.25$$

- 情境二

$$\text{朱古力數量增長的期望值} = \frac{26}{52} \times 7 + \left(1 - \frac{26}{52}\right) \times (-3) = 2$$

- 情境三

$$\text{朱古力數量增長的期望值} = \frac{4}{52} \times 40 + \left(1 - \frac{4}{52}\right) \times (-10) = -6.15$$

由此看來，長遠來說我們應選取情境二以獲取最大回報。同時，情境三會帶來極大損失。情境三的期望值亦反映極大回報背後的風險。

2. 實際上，由於學生玩遊戲的次數有限，他們須認識在特定情境下實際所得的朱古力數量可能有別於期望值所反映的。他們同時需要認識期望值與朱古力數量減少的風險的關係。

遊戲二

遊戲者須考慮及分析回報的變化情況，然後作出決定。假設我們有兩項計劃，它們的期望回報相等。選取回報變化較少的計劃是一個合理的做法。因應回報的變化，我們可以利用方差或標準差來計算風險的程度。

1. 學生先分為二至四人小組。
2. 教師向各組分發 10 粒朱古力及兩顆骰子。其後教師要求各組根據以下規則進行遊戲：

情境一

- (i) 投擲兩顆骰子，並由大點數減去細點數。我們把結果稱為「骰子差」。
- (ii) 每次投擲，若「骰子差」為 0 或 1，該組可得 2 粒朱古力，其他情況下該組須歸還 1 粒朱古力給教師。
- (iii) 當該組把所有朱古力歸還教師，遊戲便結束。
- (iv) 若某組還有朱古力，該組須繼續進行投擲至 20 次。
- (v) 每組須記錄每次投擲結果及計算朱古力增減以作比較。

情境二

- (i) 投擲兩顆骰子，並把兩骰點數相加，我們把結果稱為「骰子和」。
- (ii) 每次投擲，若「骰子和」為 5 或以下，該組可得 9 粒朱古力，其他情況下該組須歸還 3 粒朱古力給教師。
- (iii) 當該組把所有朱古力歸還教師，遊戲便結束。
- (iv) 若某組還有朱古力，該組須繼續進行投擲至 20 次。
- (v) 每組須記錄每次投擲結果及計算朱古力增減以作比較。

遊戲結束時，每組可得到所記錄的數量的朱古力。擁有最多朱古力的組別獲勝。

討論問題：

1. 依照規則，情境一和情境二中朱古力數量增長的期望值分別是多少？遊戲是否公平？
2. 假設你須揀選情境一或情境二進行遊戲，為了勝出遊戲，你會選擇哪個情境？試解釋你的選擇。你可參考各情境中朱古力數量增長的標準差。
3. 以標準差來描述遊戲的風險有甚麼缺點嗎？

教師備註：

投擲兩粒骰子的可能結果如下：

		第一顆骰子					
		1	2	3	4	5	6
第二顆 骰子	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

1. 根據理論概率，不同情境的規則下朱古力數量增長的期望值為：

情境一

$$\text{朱古力數量增長的期望值} = \frac{16}{36} \times (+2) + \left(1 - \frac{16}{36}\right) \times (-1) = \frac{1}{3}$$

情境二

$$\text{朱古力數量增長的期望值} = \frac{10}{36} \times (+9) + \left(1 - \frac{10}{36}\right) \times (-3) = \frac{1}{3}$$

長遠來說，每組均能賺取朱古力，且朱古力數量增長的期望值相同。遊戲對玩家有利。

2. 每組須如下表記錄他們的結果。我們可以採用網上模擬程式（例如：<http://www.virtualdiceroll.com/>）獲取投擲骰子的結果。下表列出在兩種情境下分別模擬兩次的結果：

情境一

第一組	骰子差	增長	朱古力數量	第二組	骰子差	增長	朱古力數量
1. (6,2)	4	-1	9	1. (3, 5)	2	-1	9
2. (6,3)	3	-1	8	2. (1, 3)	2	-1	8
3. (1,1)	0	2	10	3. (3, 6)	3	-1	7
4. (1,5)	4	-1	9	4. (2, 4)	2	-1	6
5. (3,5)	2	-1	8	5. (4, 1)	3	-1	5
6. (3,1)	2	-1	7	6. (2, 2)	0	2	7
7. (2,2)	0	2	9	7. (6, 4)	2	-1	6
8. (5,5)	0	2	11	8. (5, 6)	1	2	8
9. (6,2)	4	-1	10	9. (3, 5)	2	-1	7
10. (1,4)	3	-1	9	10. (2, 5)	3	-1	6
11. (1,5)	4	-1	8	11. (4, 5)	1	2	8
12. (3,6)	3	-1	7	12. (2, 5)	3	-1	7
13. (4,4)	0	2	9	13. (4, 5)	1	2	9
14. (6,5)	1	2	11	14. (5, 5)	0	2	11
15. (6,3)	3	-1	10	15. (6, 6)	0	2	13
16. (2,3)	1	2	12	16. (5, 4)	1	2	15
17. (3,6)	3	-1	11	17. (1, 5)	4	-1	14
18. (3,6)	3	-1	10	18. (6, 6)	0	2	16
19. (1,4)	3	-1	9	19. (1, 1)	0	2	18
20. (6,2)	4	-1	8	20. (5, 6)	1	2	20
增長的標準差= 1.4				增長的標準差= 1.5			

情境二

第一組	骰子和	增長	朱古力數量	第二組	骰子和	增長	朱古力數量
1. (6,2)	8	-3	7	1. (3, 5)	8	-3	7
2. (6,3)	9	-3	4	2. (1, 3)	4	9	16
3. (1,1)	2	9	13	3. (3, 6)	9	-3	13
4. (1,5)	6	-3	10	4. (2, 4)	6	-3	10
5. (3,5)	8	-3	7	5. (4, 1)	5	9	19
6. (3,1)	4	9	16	6. (2, 2)	4	9	28
7. (2,2)	4	9	25	7. (6, 4)	10	-3	25

第一組	骰子和	增長	朱古力數量	第二組	骰子和	增長	朱古力數量
8. (5,5)	10	-3	22	8. (5, 6)	11	-3	22
9. (6,2)	8	-3	19	9. (3, 5)	8	-3	19
10. (1,4)	5	9	28	10. (2, 5)	7	-3	16
11. (1,5)	6	-3	25	11. (4, 5)	9	-3	13
12. (3,6)	9	-3	22	12. (2, 5)	7	-3	10
13. (4,4)	8	-3	19	13. (4, 5)	9	-3	7
14. (6,5)	11	-3	16	14. (5, 5)	10	-3	4
15. (6,3)	9	-3	13	15. (6, 6)	12	-3	1
16. (2,3)	5	9	22	16. (5, 4)	9	-3	-2
17. (3,6)	9	-3	19	17. /	/	/	/
18. (3,6)	9	-3	16	18. /	/	/	/
19. (1,4)	5	+9	25	19. /	/	/	/
20. (6,2)	8	-3	22	20. /	/	/	/
增長的標準差 = 5.5				增長的標準差 = 4.7			

根據模擬結果，若選取情境二，玩家或許可獲得較多的朱古力（兩次最多時均為 28 粒）；但由增長數量的變動所引致的風險亦高，該組可能損失所有朱古力。

- 對有興趣的學生，教師可建議一些延伸閱讀材料，例如小冊子《數學的應用：投資組合及市場效率》（可於 <http://www.edb.gov.hk/attachment/en/curriculum-development/kla/ma/res/portfolio.pdf> 下載）。

此示例主要涉及以下共通能力：

- 明辨性思考能力
 - 根據數據及事實作合邏輯的判斷，例如，每組當完成三局遊戲後便馬上停止進行遊戲。
- 解難能力
 - 從遊戲規則識別問題。
 - 選取相關資料及策略來解決問題。

示例 22

數學閱讀計劃

學習階段： 1-4

學習範疇： 所有

「從閱讀中學習」是課程改革的四個關鍵項目之一，旨在提升學生學會學習及自主學習的能力。學校可建基於「從閱讀中學習」的成果，進一步推動「跨課程閱讀」。本示例提供閱讀計劃和活動的建議，以達成以下目的：

- (i) 培養學生的閱讀數學文章的興趣和習慣，並提升他們的讀寫能力；
- (ii) 培養學生的共通能力（如溝通能力、自學能力）；
- (iii) 提供機會，讓學生連繫數學知識和其他學科的內容；及
- (iv) 擴闊學生對數學在現實生活的應用及數學的文化層面的認識。

閱讀計劃/活動的規劃

學校可參考以下建議籌劃數學閱讀計劃：

- 學校可訂立校本閱讀計劃的長期和短期目標，並分階段落實計劃。
- 學校在訂定校本的數學閱讀計劃時，可考慮以下各項，。
 - ✧ 學校的關注項目；
 - ✧ 學生的閱讀能力；
 - ✧ 學生對數學的興趣和能力；
 - ✧ 教師推廣數學閱讀的經驗；及
 - ✧ 所提供的閱讀材料的數量。
- 學校可鼓勵數學科與其他科組及學校圖書館協作，為學生組織數學的閱讀活動。
- 教師可檢視哪些數學閱讀材料配合學生的興趣和能力，並作適當的分類。學校可預早計劃在課室或學校圖書館添置優質的數學閱讀材料。我們亦鼓勵教師充分利用公共圖書館的資源。
- 教師可設計合適的延伸活動，以鞏固學生的學習，以及幫助他們發現閱讀材料中的數學概念和數學在不同學科中的應用，以及認識數學的文化層面。
- 學校可以選擇合適的評估方法和適當的成功準則，定期評估計劃實施的有效性。

學校例子：

學校甲（小學）

背景：從閱讀中學習是學校當前發展週期的關注項目之一。學校的學生都熱衷於閱讀，但他們閱讀數學圖書的經驗較少。家長都支持學校的政策和閱讀計劃。學校圖書館亦添置了適合低年級學生的數學閱讀材料。

閱讀計劃實施方案

對象：小二學生

- 目標：
1. 營造校內透過閱讀數學圖書學習數學的良好氣氛
 2. 培養學生對閱讀數學書籍或篇章的興趣和習慣
 3. 透過閱讀分享活動培養學生的溝通能力

活動及策略：

- 簡介閱讀計劃
於九月的一個早會向參與計劃的學生和家長介紹閱讀計劃的目的及詳情。
- 親子閱讀
學生與家長於每學期進行親子閱讀四次。每次教師把選定的圖書或篇章放於閱讀袋，讓學生在家中與家長一起閱讀，並填寫記錄表。
- 全校閱讀獎勵計劃
鼓勵學生參與學校圖書館的全校閱讀獎勵計劃，及借閱數學圖書。學生於記錄冊上填寫曾借閱的圖書，完成計劃後，他們除了獲得原有的獎勵外，每閱讀三本數學書籍可獲得額外的禮物。
- 閱讀大使伴讀計劃
安排高年級學生為數學閱讀大使，每星期一次與二年級學生於早讀課時段進行伴讀。
- 分享好書或好篇章
學生在數學課堂上分享好書或好篇章的內容，並於每學期的分享後選出最喜愛的書籍或篇章。

學校乙（中學）

背景：學校已於上年度開展了中一數學閱讀試驗計劃，以提升學生對閱讀的興趣和幫助學生建立閱讀數學書籍的習慣。參與試驗計劃的教師體會到學生閱讀的成果，並在數學科組內分享試驗計劃的成效。建基於此良好的經驗和做法，有關的閱讀計劃將推展至所有初中班別。

閱讀計劃實施方案

對象：中一至中三學生

目標：

1. 通過閱讀數學書籍，提高學生的思考能力、解決問題的能力和創造力
2. 拓展學生的數學知識和視野
3. 培養學生對數學的文化層面的認識
4. 幫助學生把數學的學習與其他學科（例如語文科目和歷史科）連繫起來

活動及策略：

- 數學閱讀研習小組
學生四人一組按著教師訂立的主題進行研習。學生可從網上資源或課外書籍尋找相關的閱讀材料進行研習。中一級主題為「數學家的故事」，中二級主題為「數學遊戲及謎題」，中三級主題為「數學與生活」。
- 圖書推介
在研習進行期間，教師定時向學生推介與主題相關的圖書或網上閱讀材料，幫助學生進行研習。
- 閱讀工作紙
教師為不同的主題設計工作紙。例如中一學生須選擇一個數學家，閱讀他/她的生平和貢獻，然後設計一道與該數學家生平有關的問題並填寫在工作紙上；中二學生須閱讀有關數學遊戲及謎題的圖書，並從中提出一道有趣或具挑戰性的數學謎題，填寫在工作紙上，讓其他同學思考及解答。
- 閱讀成果分享會
各組完成研習後，學生在課堂上進行研習匯報，分享研習結果和閱讀心得，並展示工作紙上的問題讓同學思考及解答。
- 出版學生作品
教師將學生整年的閱讀和研習經驗結集成書，以展示學生的成果。

附錄

附錄

	頁數
1. 小學及中學教育的七個學習宗旨	167
2. 數學課程中共通能力的發展	169
3. 共通能力的綜合應用	189
4. 支援數學學與教的網站和應用程式	194
5. 數學科學與教資源表	197
6. 數學科協作研究及發展（「種籽」）計劃	203

附錄 1： 小學及中學教育的七個學習宗旨

小學及中學教育的學習宗旨分別於 2014 及 2017 年更新，以回應學生完成小學及中學教育後在七個範疇內知識、技能及價值觀和態度循序漸進的發展，以進一步培養他們全人發展及終身學習能力。基於學生在小學及中學階段不同的發展需要和學習經歷，此兩階段課程宗旨的闡述和次序稍為不同。

小學教育的七個學習宗旨

《基礎教育課程指引—聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）

學生能夠：

- 懂得分辨是非善惡，能適切地履行自己在家庭、社會和國家所擔當的責任，並對多元的價值觀，展現接納與寬容；
- 認識自己的國民身份，並懂得關心社會、國家和世界，成為負責任的公民；
- 養成廣泛閱讀的興趣和主動閱讀的習慣；
- 積極主動地以兩文三語與人溝通；
- 發展獨立學習的能力，特別是自我管理能力及協作能力；
- 透過八個學習領域的課程，掌握相關的基礎知識，為升讀中學作好準備；以及
- 建立健康的生活方式，培養對體藝活動的興趣和基本鑑賞能力。

中學教育的七個學習宗旨
《中學教育課程指引》（2017）

學生能夠：

- 成為有識見、負責任的公民，認同國民身份，並具備世界視野，持守正面價值觀和態度，珍視中華文化和尊重社會上的多元性；
- 獲取和建構廣闊而穩固的知識基礎，能夠理解當今影響學生個人、社會、國家及全球日常生活的問題；
- 掌握兩文三語，有利更好學習和生活；
- 綜合發展和應用共通能力，成為獨立和自主的學習者，以利未來進修和工作；
- 靈活、有效和合乎道德地運用資訊和資訊科技；
- 了解本身的興趣、性向和能力，因應志向，為未來進修和就業，發展和反思個人目標；以及
- 建立健康的生活方式，積極參與體藝活動，並懂得欣賞運動和藝術。

附錄 2：數學課程中共通能力的培養

我們針對廿一世紀學生的學習需要，在學校課程中識別了九項重要的共通能力。為方便整全地理解和運用共通能力，現按性質把九項共通能力歸納為三組，即：基礎能力、思考能力、個人及社交能力。

基礎能力	思考能力	個人及社交能力
溝通能力	明辨性思考 [#] 能力	自我管理能力
數學能力 [*]	創造力	自學能力 [*]
運用資訊科技能力	解決問題能力	協作能力

本附錄說明這九項共通能力以及數學教育如何促進它們的發展。

[#] 過去譯作「批判性思考」。2015年起，建議使用「明辨性思考」作為 **critical thinking** 的中譯，以強調其要義是謹慎思考，明辨分析。為保持課程文件用語的一致性，所有於 2015 年或以後更新的中、小學課程文件均會相應更新。我們理解其他華語地區的教育專業部門及群體多採用「批判性思考」或「批判思維」，我們將按需要予以註明。

^{*} 數學能力和自學能力在以往的課程文件，例如《學會學習：課程發展路向·終身學習·全人發展》(2001)，分別稱為「運算能力」和「研習能力」。

協作能力

在小組內解決難題、進行規劃及決策，均需要協作能力。協作能力包括溝通、欣賞、協商、妥協和勇於領導的能力。具備這些能力的學生，將能在團隊中積極參與，發揮所長。

此項共通能力的學習成果不宜用學習階段劃分。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>明白小組協作的性質</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 認同團隊合作的重要性以及需要共同承擔責任 • 認同個人和團隊均需要為自己的行為承擔後果 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 參與有關數學的小組協作，例如蒐集數據、量度物件和匯報專題研習結果，並理解團隊工作的好處 2. 進行數學分組活動時，能接納及遵從小組對個人角色的安排，並明白組員的行動影響到小組工作的成果（例如能否找到正確的答案）
<p>小組協作的理想取向</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 對於別人的意見，採取開放及樂於回應的態度，對他人所提出的意念和付出的努力表達欣賞、鼓勵和支持 • 積極參與討論和提問，與別人交流意見，擇善並適當地堅持所執，闡釋論據，並反思不同的意見 • 提高對定型問題的敏感度；在未取得實證前，不妄下判斷 • 因應不同群體和處境，調整行事的方法或策略 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 在完成數學課業和解決數學問題的過程中，以開放的態度與他人進行討論和交換意見及探究結果 2. 討論數學問題時（例如在探究數型或構想幾何問題的證明時），能耐心聆聽他人的意見 3. 與同學共同完成數學課業或解決數學問題時，重視他人的供獻，並藉由合作產生更佳成果 4. 懂得欣賞別人解決數學問題的不同方法」（例如利用不同方式證明數學定理） 5. 在解決數學問題的過程中（例如，討論研究統計問題時應採用的策略），積極參與討論及提出問題以澄清本身的論據，並提出有理據的改進和修正方案

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>小組工作所需的技能</p> <p>學生將學會</p> <p><u>定立目標</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • 通過協作，選取及制訂策略，完成團隊的任務 <p><u>各司其職</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • 了解團隊成員的優點與缺點，充分發揮團隊的潛能 • 釐清和接受每個成員的角色與責任，並願意遵從團隊規則行事 <p><u>同心協力</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • 聯繫隊員以掌握各方意見及各種可動用的資源 • 彼此磋商，作出協調 <p><u>反思調整</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • 反思和評估小組所採用的策略，從而作出適當的調整 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 與組員分享解決數學問題的經驗，並按各人認同的理據選擇合適的解決問題策略 2. 按組員的強項和弱項分配工作，並尊重工作角色的分配（例如具有良好的表達能力、資訊科技能力、建模能力等的組員，都能在相關的工作角色上完成數學課業） 3. 在解決數學問題時，能客觀及理性地澄清本身的論據，並尋找合乎邏輯的框架（例如檢視所採用的解題策略是否恰當） 4. 在選擇合適的策略解決數學問題時，能與別人溝通、磋商及作出協調（例如在解決幾何問題時在演繹法或分析法之間進行選擇，以及與小組成員商討統計研究的主題和研究方法） 5. 評估所採取的策略，並提出改善建議（例如評估通過小組蒐集數據或由單一組員匯報研究成果的效能，和建議一個更有效的方法）

溝通能力

溝通能力是指人與人在交往(包括面對面或虛擬等不同情境)的過程中,透過文字或非文字去傳遞和接收信息,以期達至既定目標或成果的能力。要有效溝通,學生應學習如何有效地聆聽、說話、閱讀和寫作,既要準確、有條理和得體地表達,亦需了解、尊重別人的觀點和期望,又能因應目標、情境和對象,採用適合的資料和表達方式,並評估溝通果效,找出需改善之處,以達至最佳效果。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第一學習階段（初小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 理解和適當回應口頭指示 • 理解不同媒體的資訊所傳遞的明顯信息 • 運用清楚和適當的溝通方法,包括文字及非文字,來表達意思及感受 • 與別人協作和討論,完成簡單的任務 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 按教師的口頭指示,從象形圖或方塊圖擷取資訊 2. 閱讀圖像、圖形(例如長方形和正方體)和符號(例如 +、-、× 和 ÷),並能使用淺白的語句(例如以「2 加 3」描述 $2 + 3$)和恰當的數學詞彙進行描述(例如正方體有六個面) 3. 利用圖像和符號表達所求得的结果 4. 以列表和統計圖表達數據(例如棒形圖) 5. 比較分數的大小,並口頭解釋比較結果 6. 以數學語言表達日常生活的簡單問題(例如使用 $\\$4 \times 3$ 等符號) 7. 以小組形式討論量度教室長度和闊度的方法
<p>第二學習階段（高小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 理解和回應不同類型的文章及話語 • 理解和推斷不同媒體的資訊所傳遞的信息 • 運用口語、文字、圖像及其他非文字的表達方法,介紹資料、表達意見,並解釋意念 • 與別人協作和商討,以發展意念和完成任務 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 閱讀圖像、符號(例如 %)、表和統計圖(例如閱讀和討論折線圖) 2. 以口述和書面方式描述和解釋數學課業的調查或計算結果(例如學生的測驗平均積分、最喜愛的水果等) 3. 以恰當的圖像和符號表達課業的結果,及以統計圖表和圖像表達數據(例如棒形圖、折線圖) 4. 有邏輯地表達問題的解(例如適當地運用符號「=」)

預期學習成果	在數學教育中的示例
	5. 以數學語言表達簡單的問題 6. 在完成課業過程中與他人討論，例進行有關求不規則物件體積的專題研習
第三學習階段（初中） 學生將學會 <ul style="list-style-type: none"> • 理解、分析、評鑑和回應不同類型的文章及話語 • 綜合來自不同媒體的資訊所傳遞的信息 • 運用合適的語文及／或其他溝通形式，介紹資料、表達不同意見和感受 • 與別人協作和商討，解決問題和完成任務 • 檢討與別人溝通的效能，改善溝通技巧 	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 分析在媒體上出現的日常生活問題，識別當中的數學元素（例如指出疫症的傳播速度） 2. 使用數學語言以口頭和書面方式描述結果或解釋猜想（例如這兩個三角形是全等的） 3. 選用合適的統計圖表達數據，以及使用適當的數學用語或符號闡釋意念 4. 以適當的符號、用語和理由，構寫涉及平面直線圖形的簡單幾何證明 5. 運用準確的數學詞彙，以口述和書面方式恰當地回應他人的數學論證 6. 認識在數學情境和在日常生活中詞義的不同之處（例如「相似」），並以日常用語描述數學概念和步驟 7. 恰當地以數學語言和日常用語向他人表達問題的解答（例如解釋計算的策略）
第四學習階段（高中） 學生將學會 <ul style="list-style-type: none"> • 以審慎態度聆聽和閱讀，評價不同媒體的資訊所傳遞的信息，並因應讀者及聽眾，流暢地表達 • 運用適當的溝通方法，提供資料和娛樂，進行游說和議論，以達至預期目標 • 化解分歧和解決問題，從而完成任務 • 多角度評估與人溝通的效能，改善溝通技巧 	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 通過邏輯的陳述展示對數學概念和數學應用的理解（例如以適當的符號和用語作較複雜的幾何證明） 2. 結合日常用語、數學語言、圖表和圖像來描述和解釋數學概念或現實生活問題的解決方案（例如以統計量回答哪組運動員有更穩定的表現） 3. 以一般人能理解的方式清晰地說明數學概念是如何應用於現實情境（例如黎克特地震震級表），並在獲取別人的反饋後使用適當的圖像或圖表作進一步的闡述 4. 編寫簡潔及內容編排合宜的統計調查報告供小組討論，以及評估所選用的圖表在表達調查結果上的效能

創造力

創造力通常會以嶄新的意念、行為或製成品呈現。創造力可自然地，或經深思熟慮，透過擴散性和聚斂性思考而產生。它需要整合一般或特定範疇的知識，以達至某個具意義的目的。創造力會帶來改變或轉化。

此項共通能力的學習成果不宜用學習階段劃分。發展創造力涉及以下各種能力、個性及有利促進創造力的要素。

1. 能力

能力	簡述
敏覺力	觀察細緻入微，反應敏銳
流暢力	思考敏捷，意念豐富
變通力	融會貫通，隨機應變
獨創力	意念嶄新不凡，匠心獨運
精進力	拓展、提煉意念，精益求精

2. 個性

個性	簡述
好奇心	樂於探究，喜歡尋根究柢
冒險心	勇於面對不明朗景況，意志堅定不移
想像心	思想縱橫馳騁，提出新穎意念
挑戰心	熱愛探索新奇事物，不怕紛繁，敢於迎難而上

3. 有利促進創造力的要素¹³

要素	相應行動
環境氛圍	<ul style="list-style-type: none"> • 營造有助益的環境及氛圍（開放、鼓勵及接納的氣氛；資源充足、安全且具啟發性的環境）
學習者特質	<ul style="list-style-type: none"> • 認識和接納學生的特質和個性（強項、弱項、學習風格、學習需要、動機和準備程度） • 識別及發展學生的創意潛能

¹³ Mooney, R. L. (1975). A conceptual model for integrating four approaches to the identification of creative talent. In C. W. Taylor & F. Barron (Eds.), *Scientific Creativity: Its Recognition and Development* (pp. 331-340). New York, NY: Robert E. Krieger.

要素	相應行動
創作過程	<ul style="list-style-type: none"> 讓學生有選擇空間，探索個人興趣 以有趣和具啟發性的課題，激發創意，滿足渴望 讓學生經歷創作的不同階段(準備期、醞釀期、豁朗期和驗證期) 欣賞學生嘗試提出嶄新意念，鼓勵他們精益求精
創作成果	<ul style="list-style-type: none"> 鼓勵具創意的行動和產出(意念、計劃、方法、解決方案、成果、理論) 重視創作經驗，表揚學生的創意產出 鼓勵學生游說別人(尤其是業界的專家)接納其創意產品

在數學教育中的示例：

第一學習階段	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 提出在日常生活中除數的應用 2. 設計一個比較兩個不規則容器的容量的方法 3. 設計借助形狀為簡單平面或立體圖形的物件來繪畫平行線和垂直線的方法
第二學習階段	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 創作周界或面積相同，但形狀不同的多邊形 2. 設計對稱圖形或圖案 3. 設計不同的方法求圓形物件的周界
第三學習階段	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以三角形或四邊形的平面密鋪為基礎設計圖案 2. 設計由不同的正多面體和角柱拼砌成的卡紙機器人 3. 參與小組專題研習，為社區的建築物設計輪椅斜道
第四學習階段	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 設計一個加密和解密的方法來將信息傳遞給同學 2. 設計一個在形狀、容量和材料的體積上都滿足特定要求的網球筒 3. 提出問題的其他解決方法

明辨性思考¹⁴能力

明辨性思考是指找出資料或主張中的含義，對資料或主張的準確性及可信性進行質疑與探究，從而建立自己的看法，審視自己和別人的論點。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第一學習階段（初小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 選取資料、加以分類和組織 • 辨識和陳述主要觀點、問題或核心議題 • 理解簡單直接的因果關係 • 分辨明顯的事實與意見 • 指出明顯的矛盾，加以澄清，並作簡單推測 • 推斷出簡單而符合邏輯的結論，不會與所得的證據和數據產生矛盾 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 按不同的準則（例如形狀和大小）將物件分類 2. 選用適當的工具量度物件，例如使用軟尺量度圓形桌子的圓周 3. 運用歸納法進行推理（例如探究加法的交換性質） 4. 選擇相關的信息解決問題（例如從一個盒子裏有 3 列火車，5 個蘋果和 6 個娃娃的資料中說出玩具的數量） 5. 檢驗問題的答案是否合理（例如學生一天的飲水量會否大得不合常理）
<p>第二學習階段（高小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 從資料中作出歸納／推斷 • 參考其他資料以判斷所得資料的可信性 • 明白切題與離題的概念 • 分辨事實與意見、資料與證據 • 辨識明顯的不一致性、缺漏、假設、成見和偏見 • 訂定適當的問題，作出有理據的推測和假設 • 根據充足的數據和證據，推斷出符合邏輯的結論，並推測後果 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 按不同的準則將資料分類（例如在討論四邊形的性質時考慮有關長度和平行邊的性質） 2. 選用合適的方法和單位量度物件（例如利用排水法量度不規則物件的體積） 3. 利用歸納法進行推理（例如探究長方形的面積公式） 4. 檢視問題的解決方法是否合理（例如解決問題的步驟是否過於複雜） 5. 在探究時提出數學問題（例如在量度圓形物件時，提出有關周長和直徑的關係的問題）

¹⁴ 過去譯作「批判性思考」。2015 年起，本局建議使用「明辨性思考」作為 *critical thinking* 的中譯，以強調其要義是明辨分析，謹慎思考。不過，由於其他華語地區的教育部門及專業群體多仍用「批判性思考」或「批判思維」的譯法，為方便溝通，我們將按處境使用「批判性思考」或「明辨（批判）性思考」的譯法。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第三學習階段（初中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 辨識議題的關鍵所在 • 廓清及釐定關鍵字詞以引導思考 • 比較不同來源的資料，記下當中的異同，並判斷這些資料的可信性 • 分辨事實、意見與有理據的判斷 • 明白資料中的觀點或判斷會受提供者的價值取向和思想意識影響 • 指出並質疑成見、情緒因素、宣傳成分及謬論 • 推斷並驗證結論和假設，識別其他有理據的結論，並且推測可能產生的結果 • 承認個人限制，以及思考過程中可能存在的缺失或錯誤 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 利用演繹推理學習幾何圖形的性質，例如一個凸多邊形的外角和是四個直角 2. 以符號形式歸納由具體經驗得出的觀察結果（例如從觀察一些例子歸納出指數定律） 3. 判別所提供的資料是否與問題密切相關（例如識別幾何問題中多餘的資料） 4. 檢視問題的解的合理性及評估所採用的策略（例如評估以圖解法解一元線性方程的成效） 5. 比較解傳統數學問題的不同手法（例如畢氏定理的不同證明或使用同一款三角形地磚鋪蓋地板的不同方法）
<p>第四學習階段（高中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 分辨真實與陳述事件、錯誤與準確概念、相關與不相關的證據 • 分辨複雜的事實、意見與有理據的判斷 • 指出並質疑不明顯的基本假設，以及所滲透的價值觀和思想意識 • 察覺個人觀點對資料／事實的選擇和運用的影響 • 閱讀、書寫和演說時對內容作有理據的判斷、推測、後果評估並推斷出有根據的結論 • 運用合適的思考方法以評估及反思個人的思考過程，並提出改善建議 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 研究和判斷從分析數據組而得的論點的有效性 2. 評估不同來源（例如新聞媒體和研究報告）的統計研究，並察覺不同的動機、角度和價值觀可能會影響結論（例如一間公司可能會濫用統計數據以誇大其銷售額） 3. 比較和評估以圖解法和代數方法解二次不等式的效能 4. 建構、檢驗和修改涉及圓的幾何性質的演繹證明 5. 反思解題方法是否錯誤或不完善（例如反思運用等比數列的無限項求和公式時，有否先考慮公比的值）

運用資訊科技能力

運用資訊科技能力是指以審慎的態度使用資訊科技去搜尋、篩選、分析、管理和分享資訊的能力。掌握資訊科技能力，將有利於協作學習、解決問題和自主學習。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第一學習階段（初小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 操作電腦或流動裝置 • 輸入中文字 • 在教師的協助下，使用電子資源支援學習 • 認識一些方法，按照特定搜索條件找出及獲取資訊 • 在學習活動中，使用資訊科技工具構思、演示及安全地分享意念 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 使用適當的應用程式探究數型和數的性質（例如奇數、偶數、遞增、遞減） 2. 使用適當的應用程式繪製和探究幾何圖形（例如七巧板應用程式） 3. 從互聯網搜尋海底隧道的長度
<p>第二學習階段（高小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 用各種軟件進行文字處理、計算、圖像處理及其他學習活動 • 製作設計簡單的多媒體簡報 • 透過電腦網絡和其他媒體搜尋、篩選和謹慎地分享資訊 • 運用資訊科技工具處理資訊和製作個人用戶衍生內容¹⁵ 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 使用適當的應用程式探究圖形性質，以及繪畫和製作幾何圖案（例如繪畫正方形、長方形、三角形、圓形，並利用這些圖形創作幾何圖案） 2. 在進行統計專題研習時，利用試算表記錄數據及製作統計圖（例如在試算表輸入數據，並以折線圖或棒形圖表達數據） 3. 利用從互聯網取得的資料進行自主學習或作專題研習之用（例如日常生活中的對稱物件），並透過學校的電子平台分享結果

¹⁵ 個人用戶衍生內容是指數碼媒體使用者製作及分享的內容。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第三學習階段（初中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 利用合適的資訊科技工具促進學習 • 利用資訊科技工具及策略處理和演示資訊 • 製作設計合適，符合需要的多媒體簡報 • 透過電腦網絡及其他媒體與人溝通和協作 • 驗證及判斷資訊的準確性和可信性 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 利用圖像軟件進行各類計算和探究活動（例如繪畫直線並探究兩線垂直的條件） 2. 使用適當的應用程式探究數的關係（例如數型）、公式（例如面積和體積的公式）和圖像（例如以圖解法求聯立方程組的解） 3. 使用適當的應用程式繪製合適的統計圖（例如頻數多邊形、組織圖）來表達給定的數據和找出簡單的統計量（例如平均數、眾數） 4. 使用動態幾何軟件探究平面直線圖形的性質（例如平行四邊形角與角之間或各邊之間的關係），及顯示平面圖形和立體圖形的幾何性質（例如柱體的均勻截面） 5. 利用從互聯網取得的資料作專題研習（例如研究香港的氣候變化）或自主學習之用，並通過學校的電子平台討論資訊的可靠性
<p>第四學習階段（高中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 加強資訊科技應用能力，以達至終身學習的目的 • 因應特定的目的，分析並合乎道德地使用來自不同來源的資訊 • 比較以不同方法（包括運用資訊科技工具）解決問題的成效 • 在不同的學習層面選用合適的資訊科技工具，包括處理資訊、構思和巧妙地向不同背景的受眾傳達原創意念 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 使用動態幾何軟件探究滿足給定條件的點的軌跡，和理解涉及三維空間的問題 2. 在解涉及圖像變換的問題時使用圖像軟件描繪函數圖像 3. 綜合運用各種資訊科技工具/應用軟件進行統計專題研習 4. 從互聯網選取可靠的數據（例如從政府統計處獲取數據），選擇合適的圖像表達數據，並通過學校電子平台討論結果 5. 判斷使用資訊科技工具解數學問題是否合適（例如使用動態幾何軟件構寫幾何證明）

數學能力¹⁶

數學能力包括進行不同形式的數的運算和估算、描述物件的空間關係、進行量度、處理數據、運用邏輯推理作有效推論的能力，並應用數學概念以解決不同情境中的問題。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第一學習階段（初小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 進行整數的比較和基本計算 • 描述形狀、大小及位置 • 應用度量的知識，並使用適當的單位和工具進行量度 • 運用簡單的圖表顯示數據和從簡單的圖表中擷取資訊 • 使用基本的邏輯概念，例如「和」、「或」、「所有」、「有些」、「因為」、「如果…則」及「矛盾」進行簡單邏輯推理 • 在日常生活中運用簡單數學知識 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以自然數描述和比較物件的數量 2. 恰當地進行涉及非負整數的基本計算 3. 按物件（例如餅乾盒、甜筒）的幾何形狀進行分類和命名 4. 辨別東、南、西、北四個基本方向 5. 以合適的工具量度課室或操場的長度和寬度（例如米尺和滾輪）以決定裝飾材料的份量 6. 閱讀簡單的統計圖（例如簡單棒形圖） 7. 組成滿足兩項條件的數，例如以四個數字組成一個比某數少的單數
<p>第二學習階段（高小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 進行整數、分數、小數和百分數的計算和簡單的估算，例如估算開支 • 運用簡單幾何特性，例如對稱、平行和垂直，較準確地描述形狀、大小及位置 • 應用策略和公式進行量度 • 蒐集和處理數據，使用合適的圖表顯示數據，並從圖表中擷取資訊 • 進行邏輯推理，例如三段論式和提出反例 • 在日常生活中運用數學概念 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 把數寫成恰當的形式以表達資料（例如使用百分數表示某班配戴眼鏡的學生的人數與全班相比是多少） 2. 估算一個星期購物的總支出 3. 使用八個方向，例如東北、西南，以找出建築物的相對位置 4. 運用公式求桌面的面積和課室儲物櫃的容量 5. 蒐集同學對聖誕聯歡會的食品和飲料的偏好，並使用合適的統計圖表達數據以幫助作出決定 6. 提供反例否定「一個四邊相等的平面圖形必定是正方形」 7. 使用方程解決簡單問題

¹⁶ 共通能力中的數學能力是指在不同的學習領域及科目中應用數學的能力，所應用的概念和技能只是數學科中能普遍應用於不同學科的部分。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第三學習階段（初中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 處理非常大或非常小的數和負數，並留意數值的比例 • 進行數的運算，例如百分變化，並以恰當的策略進行估算 • 描述事物出現或排列的規律，例如由一組圖形排列的圖案及人口增長的趨勢 • 運用距離、角度、比例、方位角和斜率描述物件間的空間關係 • 按照量度的目的所要求的準確度，選擇適當的工具和策略進行量度 • 用不同的方法搜集、組織、分析和顯示量性資訊，並對結果作合理的解說 • 應用簡單概率估算風險和機會 • 進行邏輯推理和驗證、並檢查其有效性 • 在真實情境中應用不同的數學概念 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以合適的單位和記法表示植物細胞的長度和光速 2. 計算某儲蓄計劃提供的複利息 3. 估算佈置課室須預備的材料量 4. 描述劇院座位的編排 5. 以建築物的方位作為參考，在地圖上進行定位 6. 欣賞畢氏定理的證明和驗證一些畢氏三元數 7. 以校隊成員表現的統計數據作為選拔聯校運動會代表的參考資料
<p>第四學習階段（高中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 評估處理量性資訊的工具和策略的適切性 • 在不同的情境中使用量性資訊，作明智的決定 • 審視推理過程，免犯邏輯謬誤 • 在不同的情境中，以適當的策略運用各種數學概念，並意會須在新的處境下作出變通 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 選擇並使用集中趨勢和離差的度量比較學生在數學評估中的表現 2. 使用香港年報或香港天文台網站的統計資料進行專題研習 3. 在應用定理之前，檢查是否已滿足所有條件 4. 研究較發達國家和發展中國家的貧富懸殊（組織和分析統計圖的數據以支持對社會議題的推論）

解決問題能力

解決問題是指運用各種技能去解決難題，過程包括探究問題、整合資料、提取意念以制定最合適的行動方案，學生需要調整及評估解難策略，並總結經驗以建構知識。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第一學習階段（初小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 對問題建立初步想法，辨識相關資料的來源 • 按引導找出一個或以上處理問題的方法 • 藉著支援和參照建議，選用一個解決方案 • 按照指定的步驟檢視和描述成果 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找出文字題的關鍵信息（例如須進行的運算或須計算的量） 2. 運用簡單計算解決問題（例如利用加法計算購物的總額） 3. 採用多種方法解決問題（例如透過繪圖或實物操作進行加法） 4. 選取正確的數據以解決問題（例如從每日銷量棒牙圖中讀取最高銷量）
<p>第二學習階段（高小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 辨識問題，並描述其主要特點 • 提出解決問題的不同方案 • 訂定計劃，試行選取的方案，因應需要尋求支援和作出調整 • 制定適當的方法，衡量選用方案的成效 • 在解決問題的過程中有所領悟 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 運用不同方式解決問題（例如用數算方格數目、分割多邊形，或使用公式求多邊形的面積） 2. 使用不同工具解決問題（例如軟尺和米尺） 3. 選用正確的數據和相關的資料解決問題（例如找出正確的高和底以計算三角形的面積） 4. 把新的問題與過往一些已解決的類似問題作比較，並嘗試利用過往的解難經驗解決新問題（例如比較計算梯形面積的問題和計算三角形面積的問題） 5. 以不同的次序進行計算，並比較計算的過程

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第三學習階段（初中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 探究問題，並辨識問題的焦點 • 建議和比較不同方案可能達至的成果，並就選用的方案提出理據 • 執行擬定的策略，監控進度，並在需要時修訂有關方案 • 根據擬定的準則，評估成果的質素及檢討解決問題過程的成效 • 整合個人見解，以重新敘述或類比的方式解釋解決問題的方法 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 理解幾何問題的已知條件，確定要證明的命題，並制定方案，使用適當的定理來證明該命題 2. 運用分析法和演繹法解幾何問題 3. 當自己或他人提出數學問題的解時，能判斷和評價當中的論據（例如評價支持「眾數是描述市面出售的鞋的最普遍尺碼的最佳度量」的原因） 4. 運用數學處理在真實情境下發生的問題（例如從樓宇單位的平面圖求單位的樓面面積）
<p>第四學習階段（高中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 認識問題的複雜性，通過蒐集所需資訊，解決問題 • 因應短期和長期目標，制定可行策略，以取得最佳效果 • 因應最新形勢，調整目標或策略，並建議補救或改善的措施 • 評估整體策略及結果，並預計可能衍生的問題 • 整合解決困難的經驗以建構知識 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 尋找適當的資料進行關於比較不同銀行的按揭計劃的專題研習 2. 評估解決某一問題（例如解涉及二次方程的聯立方程）所需的計算量，並選擇合適的工具進行計算或使用其他策略來減少計算時間 3. 在蒐集數據以進行「每週使用流動裝置的時間」的統計調查前，檢討和調整問卷設計（例如選項的數目，時間選項的範圍） 4. 評估某個抽樣方法，並找出它的局限

自學能力

自學能力是指學生自發自主地開展、規劃、實行、評估及調整學習活動的能力。有高階自學能力的學生可以為深層次的學習選定或設計有效的策略。自學能力有助提升學習表現及自我效能，亦是終身學習的核心。學生可以藉此獲取新的知識，適應瞬息萬變的世界。

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第一學習階段（初小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 專心聆聽和閱讀，進行學習；主動展示所學 • 集中精神，留心指示 • 辨識及記下要點 • 從指定的來源蒐集資料，並按照預先設定的綱領加以組織 • 嘗試以不同形式表達所想及所學 • 構想簡單的學習計劃以達成短期目標 • 對進一步探究展現興趣 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 小心聆聽指示、積極參與和展示對課堂學習活動的興趣（例如通過使用相同或不同長度的吸管拼砌三角形，探究不同類型的三角形） 2. 充分了解各種概念，而不是單靠背誦來學習（例如理解乘法的概念而不是光背誦乘數表） 3. 運用數學語言，包括符號和圖像（例如象形圖）表達簡單的問題
<p>第二學習階段（高小）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 在自己選定的探究範圍內主動學習 • 主動從不同媒體找出所需資料 • 主動辨識取自不同來源的資料要點並以加以整理，例如寫筆記或畫腦圖 • 揀選最合適的形式表達所想及所學 • 按需要恰當地尋求協助 • 善於管理時間，按計劃完成工作 • 善用回饋，反思各種學習策略的成效 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 設法了解各種概念，而不是單靠背誦來學習（例如認識不同圖形的面積公式之間的關係，而非只記誦公式） 2. 從各種來源搜索參考資料，包括圖書館，參考書籍，互聯網等 3. 使用不同教具建立數學概念（例如使用1-100整數表來學習倍數的規律） 4. 運用圖像、圖畫及圖表幫助理解數學概念（例如記錄移中的動物件在不同時間的位置來理解速率的概念） 5. 從家課、測驗等的錯誤中學習，並從教師和同學給予的回饋中學習解決數學問題

預期學習成果	在數學教育中的示例
<p>第三學習階段（初中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 開展學習活動，運用個人專長，以克服挑戰 • 為學習計劃訂定階段性的目標 • 釐清資料中的推理步驟，找出可能隱含的意思 • 在小組內有效發揮，以達成學習目標 • 選擇最適當的方法，以管理及展示知識 • 調整學習策略，以改進學習成效 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 提議和計劃探究活動以建構知識（例如參與數學專題研習比賽） 2. 從解決數學問題的錯誤中學習，並找出自己的錯誤概念 3. 在解決不同類型的數學問題時，能分辨出其主要異同 4. 藉著圖像、圖畫及圖表表達和幫助理解數學概念（例如利用圖像展示四邊形的分類） 5. 在小組討論時提出建設性的意見以解釋數學結果，或提出解決數學問題的策略
<p>第四學習階段（高中）</p> <p>學生將學會</p> <ul style="list-style-type: none"> • 開展具挑戰性的學習活動，發展個人專長，以克服挑戰 • 為自發進行的探究活動訂定計劃及目標 • 自發、自主地為深層次的學習，選定或設計更有效的學習策略 • 獨立地評價從不同途徑取得的主要觀點、意見及論證，並加以整合，構建和發展出個人的理解 • 評鑑學習策略的成效，並建議改進的方法 • 進行超越課程範圍的學習，並在不同的情境中，應用所學 	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 把觀察結果歸納為較高層次的抽象知識，並將策略遷移至解決更多不同類型的問題上（例如認識一些典型數數問題，並以此解決類似的數數問題） 2. 提議和計劃超越正規課程的探究活動（例如進行有關解決諸如重新設計學校停車場的平面圖等現實生活問題的專題研習） 3. 選擇更有效的學習策略，例如由探究不同複雜程度的例子來學習等差和等比數列的性質，而不是靠背誦相關的公式 4. 通過與他人交流和討論、檢驗假設、從互聯網上搜尋資料等方法進一步理解數學概念，並評估不同策略的效能 5. 通過分析資料、以數學語言建立問題或整合課程各範疇的知識和技能，解決現實生活問題和數學問題

自我管理能力

自我管理能力包括主要的生活技能及理想的個人素質，例如穩定情緒、衡量決策及克己自律。自我管理能力有助學生迎向個人或團隊面對的挑戰。

此共通能力的預期學習成果是按掌握程度描述。

自我管理能力的元素	起步階段	發展階段	成熟階段
	學生將學會		
自我價值	以正面的描述形容自己	辨別和運用個人能力、態度和價值觀，克服挑戰	持守、整合和更新個人的信念和價值觀
定立目標，檢測進度	為學習和個人發展定立目標	定立切實可行的目標，持續檢測進度	定立目標、檢測進度、適時反思及勇於承擔，以追求卓越的人生
作出決策	能按理據在日常生活中作決定	列出建議的優點和缺點，並估量決議的後果	在決策前作周全考慮，包括技術、道德、資源和社區等因素
自信心、抗逆力和適應力	在簡單的任務中培養自信和抗逆力，欣賞已取得的進展	當形勢轉變或遇上困難時，展現魄力、自信、承擔及適應力，為付出的努力和獲取的成果感到滿足	在面對逆境時，展現自信和適應力，容忍不明確的境況，珍視從錯誤中得到的經驗
恰當地表達情緒	明白、接受和恰當地表達情緒	表達個人的感受，如喜樂和失望，並辨別產生這些感受的因素	用恰當的方法克制或紓解個人情緒
資源管理	愛惜個人財物和與他人共享的資源	珍惜並善用時間、金錢和其他資源	為有效地、公平地和道德地使用資源提出建議
恪守承諾	恪守承諾和履行責任	於作出承諾前先評估其可行性	竭力恪守承諾； 因特殊情況而未能實踐諾言時，願意承擔責任及作善後補救
克己自律	能自控，不分心，按時限專注地完成工作	通過發展正面思考和自我肯定等策略，能持續克己自律，避免衝動，並擴展至其他處境	養成克己自律的習慣
反思自省	時常反思，自我省察學習及處事的方式	養成自省的習慣，辨別促進或影響個人學習效能的因素	關注和善用回饋，持續自我完善

自我管理能力的元素	在數學教育中的示例
自我價值	學生： <ol style="list-style-type: none"> 1. 欣賞他們學習數學的積極態度或學習數學時付出的努力 2. 認識他們在「數與代數」、「度量、圖形與空間」和「數據處理」各範疇中的強項 3. 反思他們對不同數學課題的學習態度和數學能力的水平，並制定改進計劃
定立目標，檢測進度	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 訂定數學學習目標（例如理解一個較艱深的概念/定理） 2. 按數學評估的結果檢討他們的學習目標 3. 在訂定數學學習目標時諮詢老師的意見，並監察進展情況以達成目標
作出決策	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 邏輯地解釋他們解決問題的方案 2. 選擇適當的數據蒐集方法進行統計調查 3. 在選擇解決數學問題的策略時考慮各種因素，例如可用的工具、時間限制、解決方案的表達方式和有沒有可運用的一般解
自信心、抗逆力和適應力	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 驗算計算結果以確保結果準確 2. 自信和獨立地應用數學知識解決問題 3. 檢查和修正錯誤的計算、代數運算或演繹證明，查出它們背後不正確的概念及修正對相關課題的理解
恰當地表達情緒	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 在面對解題失敗時，把自己的感受告訴他人 2. 在解決一道數學難題後表現成就感 3. 在被難題困住時，懂得稍作休息以釋放個人的消極感覺
資源管理	學生 <ol style="list-style-type: none"> 1. 在需要時帶備三角尺、直尺、計算機或其他學習工具上課 2. 使用計算機或應用程式協助進行探究活動 3. 在進行專題研習時使用合適的應用程式與組員分享資訊、進行模擬實驗、繪製圖表等
恪守承諾	學生

自我管理能力的元素	在數學教育中的示例
	<ol style="list-style-type: none"> 1. 憑藉鏗而不捨的精神解決困難的問題 2. 與專題研習的組員討論工作的安排，並按時完成自己的部分 3. 當遇到意外情況時（例如電腦故障或數據遺失）知會專題研習的組員
克己自律	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 整潔地完成課業（例如有關統計的專題研習）和處理數學問題（例如利用直尺和鉛筆繪畫幾何圖形） 2. 縱使沒有老師密切的監督，仍能參與及專注於學習活動 3. 對學習計劃堅持不懈，克服重重困難和干擾；當目標實現時享受學習成果，以及欣賞自己付出的努力
反思自省	<p>學生</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 利用評估結果了解自己的學習進度 2. 自我評估在數學學習上自己的強弱之處 3. 在完成任務的過程中，評鑑和採納他人的意見（例如不同的數據蒐集方法、不同的幾何問題解決策略），以改進所採用的解決問題方法

附錄 3：共通能力的綜合應用

在完成較複雜的課業時，共通能力往往是綜合而非獨立地應用。以下是兩組共通能力的綜合應用的描述，它們是「協作式解決問題能力」和「整全性思考能力」。本附錄於各能力的描述後亦附有它們應用於數學教育學習領域的示例。

協作式解決問題能力

協作式解決問題能力是指學生透過有效分工，以及整合從多種途徑獲得的知識、觀點和經驗，同心協力去解決問題的能力。相對於獨自解決問題，協作式解決問題的優勢在於團隊成員能受惠於他人意念的啟發，提昇創意和方案質素。在廿一世紀，善用通訊科技，與不同觀點和專長的人一起協作及解決問題，尤為重要。

此共通能力的預期學習成果是按掌握程度描述。

學生將學會

起步階段	發展階段	成熟階段
協作		
<ul style="list-style-type: none"> 積極回應，願意與團隊成員一同為目標努力 遵守為團隊任務定下的規則和指示 樂於參與，貢獻所長，協助團隊達成目標 	<ul style="list-style-type: none"> 了解其他團隊成員對問題的觀點，建立共識 辨識和善用各成員的能力和潛能 能與不同人士合作，並接受因應情況而作出的計劃調整或崗位調動 	<ul style="list-style-type: none"> 珍視團隊協作，激發成員同心協力，達成目標 面對困境和難以相處的人，仍能彼此尊重，互相支持 主動建議方案，或因應情況調整計劃，調動崗位
溝通		
<ul style="list-style-type: none"> 持開放的態度理解訊息，以提問釐清問題和團隊目標 以言語／非言語形式向團隊成員清晰地表達己見 勇於分享新穎或與眾不同的意念 	<ul style="list-style-type: none"> 提出有建設性的問題，澄清願景、目標和觀點，以尋求更佳方案 具體回應在解決問題過程中產生的疑問 以尊重的態度和有效的溝通方式，加深彼此了解 	<ul style="list-style-type: none"> 透過協商尋求共識，營造合作氛圍，解決衝突 主動引入新資源和發掘新意念，協助團隊不斷進步

起步階段	發展階段	成熟階段
解決問題		
<ul style="list-style-type: none"> 提出多個解決問題的方案和策略 完成團隊中個人崗位的任務 	<ul style="list-style-type: none"> 選取解決問題的策略，制定行動方案 按照分配的崗位行動，並按需要作出調整 	<ul style="list-style-type: none"> 選取解決問題的策略，並準備後備方案 監察和評估個人及團隊的效能

數學科實踐示例

學習階段： 1

學習單位： 分數（1）

活動內容：

學生們分組設計學校後院的菜園。菜園的尺寸為 6 米 × 6 米，並已劃分成 36 個尺寸為 1 米 × 1 米的小方塊。學生須按照下列要求決定在哪些方塊種植蔬菜以及所種蔬菜的種類：四分之一的小方塊種植蕃茄；最少 6 個小方塊的土地種植生菜；種植玉米的小方塊是種植生菜的兩倍；其餘的種植辣椒，但須保留一些小方塊作一條或多條小徑通往各種蔬菜，因為菜園只能從其中一邊進入。

活動的設計旨在促進共通能力的綜合應用，活動著重於幫助學生發展**協作式解決問題能力**，其中涉及協作、溝通和解決問題能力的應用。這學習活動強調學生之間的協同效應，團隊合作和溝通，以提升創造力和解決方案的質素。

學習活動	涉及的共通能力
1. 小組在教師引導下按問題的要求計算種植每種蔬菜的小方塊的數目和以分數表示各種蔬菜所佔的部分。	解決問題能力
2. 在各組內，學生 <ul style="list-style-type: none"> ◆ 分享他們對菜園設計的建議和解釋該些設計建議如何滿足問題的要求； ◆ 討論和設計屬自己組的菜園； ◆ 討論優化菜園的方法，例如各蔬菜區的形狀和位置； 	} 協作能力、 } 溝通能力

學習活動	涉及的共通能力
<ul style="list-style-type: none"> 按組員協定的一些標準評估優化菜園的可能方法； 選擇一個設計方案，繪劃菜園和標記每個蔬菜區以作介紹之用。 	} 解決問題能力
3. 各組報告其菜園的設計，並解釋背後的設計理念。他們在解說時可使用分數來表示數量。	
4. 建基於其他組別匯報時所引發的構想，各組改善自己的設計，例如調整各蔬菜區的形狀。	溝通能力
	協作能力、解決問題能力

整全性思考能力

明辨性思考能力、創造力和解決問題能力一向被歸類為高階思維能力，這三種能力也可結合為整全性思考能力，從而處理複雜的問題。整全性思考能力幫助學生運用明辨性思考能力判斷資料的可信性；運用創造力開發更多的可能性；運用解決問題能力檢視每個方法的可行性。

此共通能力的預期學習成果是按掌握程度描述。

學習者將學會

起步階段	發展階段	成熟階段
明辨性思考：探究及檢視		
<ul style="list-style-type: none"> 透過發問，探究感興趣的事物 識別資料中的重點及釐清當中的含義 	<ul style="list-style-type: none"> 就切身議題提問和探究 理解互相補充和互相矛盾的資料 	<ul style="list-style-type: none"> 就非此時此地議題中的複雜和抽象概念，提問和探究 綜合互相補充和互相矛盾的資料內容
創造力：產出意念		
<ul style="list-style-type: none"> 將現實和想象連在一起，構思新意念 連結兩個意念，創作類比 用腦力激盪法想出多個建議 	<ul style="list-style-type: none"> 並列新舊情境作比較，從意念、規律及趨勢思考新的可能 提出替代或新穎的解決方案 不妄下判斷，從而想出新穎意念及替代方案 	<ul style="list-style-type: none"> 構思大量原始的意念 結合好意念以構思更好的意念 以新穎的形式運用已有知識 暫時放下務實及理性思考，讓新的可能湧現

起步階段	發展階段	成熟階段
明辨性思考及解決問題：分析及比較		
<ul style="list-style-type: none"> • 認識制定方案時的現實限制 • 比較各個解決方案的優點和局限 	<ul style="list-style-type: none"> • 從多角度評估每個解決方案的成本及效益 • 以可行性、可取性及道德考慮作準則，權衡和選擇方案 	<ul style="list-style-type: none"> • 從主流及個人的價值觀比較每個方案可能帶來的結果 • 調和對立的意見，承認個人觀點的不足 • 綜合不同的意見，制定解決方案
創造力與解決問題：預測及微調		
<ul style="list-style-type: none"> • 提出「假如」一類的問題 • 提出方法，處理可能出現的問題 	<ul style="list-style-type: none"> • 在計劃及演示方案時，作出調整，避免思考陷阱(例如含混、定型、誤解) • 因應形勢轉變，考慮其他行動方案 	<ul style="list-style-type: none"> • 因應最新發展，微調計劃 • 對持份者的反應保持敏銳的觸覺 • 預計負面的影響，提出相應的預防或補償方法
解決問題：執行及監察		
<ul style="list-style-type: none"> • 選定解決辦法，運用已有的支援和建議來制定執行計劃 • 為計劃制定可行的步驟 	<ul style="list-style-type: none"> • 執行計劃及監察進度，按需要修訂策略 • 認識過度反應及情緒化用詞的負面影響 	<ul style="list-style-type: none"> • 運用擬定的檢測點和準則監察進度 • 提議方法，趕上進度或取得最佳成果 • 處理過度的反應和激動的情緒
解決問題及明辨性思考：評估和反思		
<ul style="list-style-type: none"> • 反思有否完成任務 • 對意見及回饋持開放態度 	<ul style="list-style-type: none"> • 評估成果的質量和解決問題的過程 • 邀請他人給予回饋，並作評估 	<ul style="list-style-type: none"> • 按正面的價值觀，評估方案的成效 • 預測方案可能帶來的新問題 • 明智而審慎地運用意見和回饋

數學科實踐示例

學習階段： 3

學習單位： 立體圖形、求積法

活動內容：

學生使用一張 20cm × 20cm 的紙張構作直立圓柱。他們須構思從一張正方形紙製作表面面積最大的直立圓柱的可行方法。

教師可首先讓學生熟習計算直立圓柱的表面面積的方法，以及引導學生比較所構作的不同直立圓柱的表面面積。這活動促進**整全性思考能力**的發展，包括運用批判性思考能力評估和綜合已有的資料，運用創造力探究各種可能的方法，以及運用解決問題能力檢視每個尋求最大表面面積的方案的可行情性。

學習活動	涉及的共通能力
1. 每位學生思考和構作盡可能多的直立圓柱摺紙圖樣，圖樣須符合所給定的正方形紙張。	創造力
2. 每位學生 <ul style="list-style-type: none"> ◆ 計算和比較所設計的不同圓柱的表面面積； ◆ 與同學分享自己的最佳設計，並從不同角度討論和比較各人的設計，例如該圖樣是否真能構作圓柱； ◆ 如有需要，調整設計以完成圖樣。 	明辨性思考能力、 解決問題能力
3. 教師挑選部分學生報告他們的設計。學生須比較他們與其他同學的圖樣。學生亦可與同學分享構思過程，從其他學生的設計中學習並調整他們解決問題的策略。	解決問題能力

附錄 4：支援數學學與教的網站和應用程式

下表所列是一些支援數學學與教的網站和應用程式例子，以供教師參考。其中一些網站和應用程式可以在平板電腦上使用。教師可瀏覽數學教育組網站（<http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/link/index.html>）以查閱更全面的網站列表。

網站 / 應用程式例子		小學/中學
(1)	<p>虛擬釘板應用程式 Geoboard, by The Math Learning Center（只有英文版）</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/hk/app/geoboard-by-math-learning/id519896952?mt=8</p> <p>Digital Geoboard（只有英文版）</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=com.beto.deoliveira.DigitalGeoboard</p>	小學
(2)	<p>角度量度應用程式 Angle Meter FREE!（只有英文版）</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/hk/app/angle-meter-free/id422843391?mt=8</p> <p>Angle Meter PRO（只有英文版）</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=iyok.com.anglemeterpro</p>	小學 中學
(3)	<p>GeoGebra（多功能數學應用程式）</p> <p>網站：https://www.geogebra.org</p> <p>應用程式：</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/us/app/geogebra/id687678494?mt=8</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra</p> <p>Windows Mobile https://www.microsoft.com/en-us/store/apps/geogebra/9wzdnrcfj48n</p>	小學 中學

網站 / 應用程式例子		小學/中學
(4)	<p>Mathway (電腦代數系統, 含圖像功能, 提供英文及簡體中文介面)</p> <p>網站: https://mathway.com/ 或 https://www.mathway.com/zh</p> <p>應用程式:</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/us/app/mathway/id467329677?ls=1&mt=8</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bagatrix.mathway.android</p>	小學 中學
(5)	<p>Nrich enriching mathematics (探究活動, 只有英文版)</p> <p>網站: http://nrich.maths.org/stemrich</p>	小學 中學
(6)	<p>Thatquiz(含不同課題的評估練習, 提供英文及簡體中文介面)</p> <p>網站: https://www.thatquiz.org/</p>	小學 中學
(7)	<p>STEM 教育相關網站</p> <p>STEM Education</p> <p>網站: http://stem.edb.hkedcity.net/zh-hant/home/</p> <p>Intel Education (只有英文版)</p> <p>網站: http://www.intel.com/content/www/us/en/homepage.html (搜尋 “Free teaching resources”)</p> <p>STEM Learning (只有英文版)</p> <p>網站: https://www.stem.org.uk (搜尋 “Primary mathematics resource packages”, 另可按連結 “RESOURCES” 瀏覽其他資源)</p>	小學 中學
(8)	<p>Center for Algebraic Thinking (代數學習網站, 只有英文版)</p> <p>網站: http://www.algebraicthinking.org/</p> <p>應用程式: http://algebraicthinking.org/tech#Apps</p>	中學

網站 / 應用程式例子		小學/中學
(9)	<p>Desmos (函數圖像工具)</p> <p>網站：https://www.desmos.com/</p> <p>應用程式：</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/us/app/desmos-graphing-calculator/id653517540</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=com.desmos.calculator</p>	中學
(10)	<p>iCrosss Lite (立體圖形工具，只有英文版)</p> <p>應用程式：</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/us/app/icrosss-lite/id509927782?mt=8</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=com.oleh.yudin.icrosss.lite</p>	中學
(11)	<p>Minds of Modern Mathematics (介紹數學發展，只有英文版)</p> <p>應用程式：</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/hk/app/minds-of-modern-mathematics/id432359402?mt=8</p>	中學
(12)	<p>Sketchometry (幾何作圖工具)</p> <p>網站：http://sketchometry.org/en/index.html</p> <p>應用程式：</p> <p>iOS https://itunes.apple.com/us/app/sketchometry/id635195332?mt=8</p> <p>Android https://play.google.com/store/apps/details?id=com.sketchometry&hl=zh_TW</p>	中學

附錄 5：數學科學與教資源表

(A) 教育局編製的學與教資源

編號	題目 / 內容簡介	中央資源中心索書號 / 網址
小學 (小一至小六)		
1	小學數學科教學資料冊·第一輯 本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫，目的是為教師提供一些教學活動示例。	EDB 372.7044 X53 2001 http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda1.html
2	小學數學科教學資料冊第二輯 本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫，目的是為教師提供一些教學活動示例。	EDB 372.7044 X53 2002 http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda2.html
3	小學數學科教學資料冊第三輯 本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫，目的是為教師提供一些教學活動示例。	EDB 372.7044 X53 2004 http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda3-index.html
4	小學數學科教學資料冊第四輯 本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫的，目的是為教師提供一些教學活動示例。	EDB 372.7044 X53 2005 http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda4-index.html
5	小學數學科教學資料冊·第五輯 — 分數教學 本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫，目的是為教師提供一些有關分數的教學活動示例。	http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda5.html
6	小學數學科教學資料冊·第六輯 — 數、基本加減 本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫，目的是為教師提供一些有關「數、基本加減」的教學活動示例。	http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda6.html

編號	題目 / 內容簡介	中央資源中心索書號 / 網址
7	<p>小學數學科教學資料冊·第七輯 — 數字感</p> <p>本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫,目的是為教師提供一些培養學生數字感的教學活動示例。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda7.html</p>
8	<p>小學數學科教學資料冊·第八輯 — 透過小學數學課程中度量、圖形與空間範疇,培養學生的批判性思考能力及創造力</p> <p>本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫,目的為教師提供一些培養學生的明辨性思考能力及創造力的教學活動示例。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda8.html</p>
9	<p>小學數學科教學資料冊·第九輯 — 多元化評估—實作評量</p> <p>本教學資料冊是依據《數學課程指引(小一至小六)》(2000)而編寫,目的為教師提供一些動手操作活動的教學活動示例。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/addenda9.html</p>
10	<p>多元化評估模式和策略(小學數學科)</p> <p>本教學資料冊的目的是與教師分享如何透過多元化評估促進學生的學習。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/assessment.html</p>
11	<p>小學數學科輔導教學</p> <p>本教學資料冊的目的是協助學校找出學生的學習困難,並提供適當的輔導。</p>	<p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/PrimaryRemedial/MPR_index.htm</p>
12	<p>空間探究</p> <p>本教學資料冊的目的是透過多元化的活動,讓學生愉快及有效地學習「圖形與空間」範疇的課題。</p>	<p>EDB 372.7044 K66 2000</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/S%20&%20Space/space%20index.htm</p>
13	<p>數之奧秘</p> <p>本教學資料冊是為數學科第二學習階段(小四至小六)而編寫,內容包括應用計算機作四則運算,分數、小數和百分數的互化及應用。</p>	<p>EDB 372.7044 Y86 1999</p> <p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/mystery.html</p>

編號	題目 / 內容簡介	中央資源中心索書號 / 網址
14	<p>三角形的面積</p> <p>本教學資料冊的目的是與教師分享有關三角形的學與教的示例、練習及教學資源。</p>	<p>EDB 372.7044 S26 2002</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/triangle_c/triindex.htm</p>
15	<p>平面圖多面睇</p> <p>本教學資料冊的目的是與教師分享有關四邊形的學與教的示例、練習及教學資源。</p>	<p>EDB 372.7044 P56 2002</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/Plane/planeindex.htm</p>
初中 (中一至中三)		
16	<p>中一至中五數學科學與教資源套 (一)「運用資訊科技」</p> <p>本學與教資源套載有運用資訊科技教授第三學習階段數學的要點和使用本教學資源套內教學示例應留意的地方。</p>	<p>EDB 510.712 Y86 2001</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/it_c/IT_c%20index.htm</p>
17	<p>中一至中五數學科學與教資源套 (二)「照顧學習差異」</p> <p>本學與教資源套載有如何在教授第三學習階段數學時照顧學生的多樣性的要點和使用本教學資源套內教學示例應留意的地方。</p>	<p>EDB 510.712 Z43 2001</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/ld_c/LD_c%20index.htm</p>
18	<p>中一至中五數學科學與教資源套 (三)「培養高層次思維能力」</p> <p>本學與教資源套載有如何在教授第三學習階段數學時培養學生高層次思維能力的要點和使用本教學資源套內教學示例應留意的地方。</p>	<p>EDB 510.712 P45 2001</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/hots_c/HOTS_c%20index.htm</p>
19	<p>中一至中五數學科學與教資源套 (四)「數與代數範疇」</p> <p>本學與教資源套載有第三學習階段「數與代數」範疇的學習目標、學習重點、教學建議和學與教示例。</p>	<p>EDB 510.712 S58 2002</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/NA_c/NA_c%20index.htm</p>
20	<p>中一至中五數學科學與教資源套 (五)「度量、圖形與空間範疇」</p> <p>本學與教資源套載有第三學習階段「度量, 圖形與空間」範疇的學習目標、學習重點、教學建議和學與教示例。</p>	<p>EDB 510.712 D85 2002</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/MSS_c/MSS_c%20index.htm</p>

編號	題目 / 內容簡介	中央資源中心索書號 / 網址
21	<p>中一至中五數學科學與教資源套（六）「數據處理範疇」</p> <p>本學與教資源套載有第三學習階段「數據處理範疇」範疇的學習目標、學習重點、教學建議和學與教示例。</p>	<p>EDB 510.712 S58 2002</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/maths/tc/ref_res/DH_c/DH_c%20index.htm</p>
22	<p>初中生活數學樂趣多</p> <p>本電子學習工具利用互動活動，讓學生從不同情境中學習百分數的應用、坐標系統、直線的坐標幾何、近似值和誤差及指數定律。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/treasure-trove.html</p>
23	<p>立體的對稱</p> <p>本資源套提供教具幫助學生認識正方體和正四面體的反射對稱和旋轉對稱性質。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/js/symmetry.html</p>
高中（中四至中六）		
24	高中數學課程闡釋：必修部分	必修部分：
25	高中數學課程闡釋：單元一（微積分與統計）	EDB 510.712 G36 2009 http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/res/explancp_c.pdf
26	<p>高中數學課程闡釋：單元二（代數與微積分）</p> <p>課程闡釋旨在進一步解釋：</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ 必修部分、單元一及單元二學習重點的要求； ◆ 必修部分、單元一及單元二的教學建議； ◆ 必修部分、單元一及單元二學習單位之間的關係和結構； ◆ 必修部分與其他學習階段（如第三學習階段）的發展脈絡；及 ◆ 必修部分與單元一及單元二的課程銜接。 	<p>單元一：</p> <p>EDB 510.712 G36 2010 http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/res/m1_notes_c.pdf</p> <p>單元二：</p> <p>EDB 510.712 G37 2010 http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/res/m2_chi.pdf</p>
跨年級		
27	<p>三維空間的三角學</p> <p>此電子學習工具利用動畫，幫助教師解釋立體圖形中的角的概念。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/treasure-trove.html</p>

編號	題目 / 內容簡介	中央資源中心索書號 / 網址
28	<p>促進學習的評估（中學數學科）開放式問題</p> <p>本小冊子旨在向教師介紹如何以開放式問題評估學習。</p>	<p>EDB 510.712 C85 2003</p> <p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/js/teaching.html</p>
29	<p>中學數學科輔導教學</p> <p>本小冊子旨在說明實施數學科輔導教學的方法，以協助學校推行數學科輔導教學。</p>	<p>EDB 510.712 Z46 2001</p> <p>http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/math/tc/ref_res/Secondary%20Remedial/SR%20index.htm</p>
30	<p>數學百子櫃系列</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 漫談數學學與教——新高中數學課程必修部分 2. 漫談數學學與教——新高中數學課程延伸部分單元一 3. 漫談數學學與教——新高中數學課程延伸部分單元二 4. 談天說地話數學 5. 數學的應用：圖像處理 — 矩陣世紀 6. 數學的應用：投資組合及市場效率 7. 數學的應用：基因及蛋白的分析 8. 概率萬花筒 9. 數學中年漢的自述 10. 中學生統計創意寫作比賽 2009 作品集 11. 從「微積分簡介」看數學觀與數學教學觀 12. 2010/11 中學生統計創意寫作比賽作品集 13. 2011/12 中學生統計創意寫作比賽作品集 14. 數學教師不怕被學生難倒了 15. 2012/13 中學生統計創意寫作比賽作品集 16. 尺規作圖實例、題解和證明 17. 摺紙與數學 18. 2013/14 中學生統計創意寫作比賽作品集 19. 2014/15 中學生統計創意寫作比賽作品集 20. 宇宙的尺度變異定律 21. 三次數學危機與勇闖無窮大 22. 2015/16 中學生統計創意寫作比賽作品集 <p>本系列各書旨在向教師提供數學學與教的參考資料。</p>	<p>EDB 510.71 Z43 2009</p> <p>EDB 510.71 H36 2009</p> <p>EDB 510.71 H83 2009</p> <p>EDB 510.71 L53 2008</p> <p>EDB 510.71 C43 2009</p> <p>EDB 510.71 Y48 2009</p> <p>EDB 510.71 X8 2009</p> <p>EDB 510.71 X53 2010</p> <p>EDB 510.71 L58 2010</p> <p>EDB 510.71 Z46 2010</p> <p>EDB 510.71 Z43 2010</p> <p>EDB 510.71 Z46 2011</p> <p>EDB 519.50712 Z46 2012</p> <p>EDB 510.71 S58 2013</p> <p>EDB 519.50712 Z46 2013</p> <p>EDB 516.0071 K83 2014</p> <p>EDB 510.71 R83 2014</p> <p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/treasure-trove.html</p>
31	<p>數學科常用英漢辭彙</p> <p>本書旨在向教師提供小學和中學數學科常用數學名詞或用語的英漢對照以供參考之用。</p>	<p>http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/glossary-notes.html</p>

(B) 其他有用資源 / 網上資源

No.	Title	Web link / Type
1	學校數學通訊	http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/smn.html
2	「數學教育的探究學習·學校教育的電子學習」研討會論文集(一)《數學教育的探究學習》	EDB 510.71 I57 2010 / 小冊子
3	香港數學競賽 (HKMO) 歷屆題目	http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/sa/hkmo-papers.html
4	STEM 教學活動示例	http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/STEMexamples.html
5	全港性系統評估評估試卷及評卷參考 (小學)	http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/zh/PriPaperSchema.html
6	全港性系統評估評估試卷及評卷參考 (中學)	http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/zh/SecPaperSchema.html
7	教育電視	http://resources.hkedcity.net/etv/

(C) 社區資源

編號	機構	網址
1	政府統計處	http://www.censtatd.gov.hk/home.html
2	香港數學教育學會	http://www.hkame.org.hk
3	香港數理教育學會	http://www.hkasme.org
4	香港數學會	http://www.hkms.org.hk
5	香港統計學會	http://www.hkss.org.hk
6	國際數學奧林匹克香港委員會	http://www.imohkc.org.hk

附錄 6：數學科協作研究及發展（「種籽」）計劃

年份	「種籽」計劃名稱	計劃編號
以小學為對象的計劃		
2001/2004	透過小學數學課程發展思維能力	MA0101
2003/2004	發展及應用「學習成果架構」以提升小學數學的學與教效能	MA0103
2004/2005	發展及應用「學習成果架構」以提升數學的學與教效能	MA0104
2005/2006	透過小學數學課程培養學生的數字感	MA0105
	透過同儕觀課及評課加強教師數學內容教學知識	MA0205
	發展及應用「學習成果架構」以提升小學數學的學與教效能	MA0405
2006/2007	透過小學數學課程培養學生的數字感	MA0106
	小學數學：促進學習的評估	MA0206
2007/2008	小學數學：促進學習的評估	MA0307
	透過小學數學課程中度量、圖形與空間範疇，培養學生的批判性思考能力及創造力	MA0107
2008/2009	透過小學數學課程中度量、圖形與空間範疇，培養學生的批判性思考能力及創造力	MA0108
	運用多元化評估促進數學學習：實作評量	MA0408
2009/2010	透過小學數學課程中度量、圖形與空間範疇，培養學生的批判性思考能力及創造力	MA0109
	運用多元化評估促進數學學習：實作評量	MA0409
2010/2011	透過小學數學課程中度量、圖形與空間範疇，培養學生的批判性思考能力及創造力	MA0110
2011/2012	探討及發展圖形與空間範疇的學與教的有效策略	MA0111
2012/2013	探討及發展圖形與空間範疇的有效學與教策略	MA0112
2013/2014	探討及發展圖形與空間範疇的有效學與教策略	MA0113
2014/2015	探討及發展度量範疇的有效學與教策略	MA0114
2015/2016	探討及發展度量範疇的學與教策略	MA0115
2016/2017	探討及發展度量範疇的有效學與教策略	MA0116
	探討及發展在小學數學中推展 STEM 教育的有效策略	MA0316

年份	「種籽」計劃名稱	計劃編號
以中學為對象的計劃		
2002/2003	開放式問題在中學數學科學與教的應用	MA0202
2003/2004	發展及應用「學習成果架構」以提升中學數學的學與教效能	MA0203
	中學數學科課程(1999)中難處理課題的學與教	MA0303
2004/2005	發展及應用「學習成果架構」以提升數學的學與教效能	MA0104
	探討及發展數學課程在第四學習階段的有效學與教策略	MA0204
2005/2006	發展及應用「學習成果架構」以提升中學數學的學與教效能	MA0505
	探討及發展數學課程在第四學習階段的有效學與教策略	MA0305
	中學數學課程校本評核	MA0605
2006/2007	數學課程中的多元化評估	MA0306
2007/2008	數學課程中的多元化評估	MA0407
	將數學歷史融入學與教	MA0207
2008/2009	探索與研究：透過建模及實驗進行數學的學與教	MA0208
	小學與中學數學科學與教的銜接	MA0308
2009/2010	小學與中學數學科學與教的銜接	MA0309
	探討及發展在第三學習階段幾何的學習、施教及評估策略	MA0209
	研究及發展把高中數學課程校內校本評估理念轉化為課堂實踐的有效策略	MA0509
2010/2011	探討及發展在第三學習階段幾何的學習、施教及評估策略	MA0210
	研究及發展把高中數學課程校內校本評估理念轉化為課堂實踐的有效策略	MA0310
2011/2012	探討及發展在第三學習階段幾何的學習、施教及評估策略	MA0211
	研究及發展把高中數學課程校內校本評估理念轉化為課堂實踐的有效策略	MA0311
2012/2013	數學在日常生活中的應用	MA0212
	研究及發展高中數學課程中排列、組合及概率的有效學與教策略	MA0312
2013/2014	數學在日常生活中的應用	MA0213
	研究及發展高中數學課程中特選課題的有效學與教策略	MA0313

年份	「種籽」計劃名稱	計劃編號
2014/2015	探討及發展數與代數範疇自主學習的有效策略	MA0214
	探討及發展軌跡和函數變換的有效學與教策略	MA0314
2015/2016	探討及發展數學科自主學習的策略	MA0215
	探討及發展軌跡、直線方程和函數變換的學與教策略	MA0315
2016/2017	探討及發展初中數學科自主學習的有效策略	MA0216
	探討及發展在中學數學中推展 STEM 教育的有效策略	MA0416

(空白頁)

參考文獻

參考文獻

余勝泉、胡翔（2015）。STEM 教育理念與跨學科整合模式。《開放教育研究》，21(4)，13-21。

教育統籌委員會（2000）。《全方位學習活動簡介》。香港：作者。

課程發展議會（1999）。《中學課程綱要——數學科（中一至中五）》。香港：作者。

課程發展議會（2000）。《數學教育學習領域——數學課程指引（小一至小六）》。香港：作者。

課程發展議會（2001）。《學會學習——課程發展路向》。香港：作者。

課程發展議會（2002）。《基礎教育課程指引——各盡所能，發揮所長（小一至中三）》。香港：作者。

課程發展議會（2014）。《基礎教育課程指引——聚焦・深化・持續（小一至小六）》。香港：作者。

課程發展議會（2017）。《中學教育課程指引》。香港：作者。

課程發展議會全面檢討數學課程專責委員會（2000）。《數學課程全面檢討報告》。香港：課程發展議會。

課程發展議會、香港考試及評核局（2007）。《數學課程及評估指引（中四至中六）》。香港：課程發展議會。

Atkinson, R. D. (2012). Why the current education reform strategy won't work. *Issues in Science and Technology*, Spring 2012: 29-36.

Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. Eugene, OR; Alexandria, VA: International Society for Technology in Education; Association for Supervision and Curriculum Development.

Brenda, S. W. & Celestine, H. P. (Ed.). (2014). *Models and approaches to STEM professional development*. Arlington, USA: NSTA press

Clarke, S. (2001). *Recommendations for the Development of Formative Assessment in Hong Kong*. Hong Kong: Education Department.

Committee on Highly Successful Schools or Programs in K-12 STEM Education, Board on Science Education, Board on Testing and Assessment, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, National Research Council. (2011). *Successful K-12 STEM Education: Identifying Effective Approaches in Science, Technology, Engineering, and Mathematics*. Retrieved 23 August 2016 from <http://www.nap.edu/read/13158/chapter/1>

Education Commission (2000). *Reform Proposals for the Education System in Hong Kong*. Hong Kong: The Printing Department.

Education Department (2001). *Information Guide to Support Services for Students with Special Educational Needs in Ordinary School*. Hong Kong.

Freeman, B., Marginson, S. & Tytler, R. (Ed.). (2015). *The age of STEM: educational policy and practice across the world in science, technology, engineering and mathematics*. New York, USA: Routledge.

Knowles, M. S. (1975). *Self-Directed Learning. A Guide for Learners and Teachers*. Englewood Cliffs: Prentice Hall/Cambridge.

Meghan, M. M., Amanda, E. G. & Terri, G. W. (2014). What is STEM education? *Global Education Review*, 1(4), 1-6.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. Retrieved from <http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/reports/international-results-mathematics.html>

OECD (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do (Volume I, Revised edition, February 2014): Student Performance in Mathematics, Reading and Science*. Paris: OECD Publishing. Retrieved from <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results.htm>

Wang, H., Moore, T. J., Roehrig, G. H. & Park, M. S. (2011). STEM integration: Teacher perceptions and practice. *Journal of Pre-College Engineering Education Research*, 1(2): 1-13.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational Psychologist*, 25, 3-17.

Zimmerman, B. J. (2011). Motivational sources and outcomes of self-regulated learning and performance. In B. J. Zimmerman & D. H. Schunk (Eds.), *Handbook of self-regulation of learning and performance* (pp. 49–64). New York, NY: Routledge.

Zollman, A. (2012). Learning for STEM Literacy: STEM Literacy for Learning. *School Science and Mathematics*, 112(1), 12-19

(空白頁)

委員名錄

**課程發展議會數學教育委員會委員名錄
(由 2015 年 9 月至 2017 年 8 月)**

主席：	林家耀先生 新界鄉議局元朗中學	委員：由 2015 年 9 月 1 日起 主席：由 2016 年 9 月 1 日起
	沈昇華先生 佛教覺光法師中學	由 2015 年 9 月 1 日至 2016 年 8 月 31 日
副主席：	衛國強先生 教育局課程發展處數學教育組	由 2016 年 2 月 16 日起
	李栢良先生 教育局課程發展處數學教育組	由 2015 年 9 月 1 日至 2016 年 2 月 15 日
大專院校委員：	陳偉康博士 香港教育大學	由 2015 年 9 月 1 日起
	程瑋琪教授 香港大學	由 2015 年 9 月 1 日起
	羅浩源博士 香港中文大學	由 2015 年 9 月 1 日起
有關專業團體或相關 界別委員：	潘維凱先生 香港數學教育學會	由 2015 年 9 月 1 日起
	徐崑玉女士 香港數理教育學會	由 2015 年 9 月 1 日起
特殊教育委員會委員：	王天玲女士 心光恩望學校	由 2016 年 10 月 6 日起
	張月媚女士 心光恩望學校	由 2015 年 9 月 1 日至 2016 年 8 月 31 日
幼兒教育委員會委員：	成子娟教授 香港中文大學	由 2015 年 9 月 1 日起

校長委員：	莫瑞祺先生 保良局朱敬文中學	由 2016 年 10 月 6 日起
	沈耀光先生 五邑鄒振猷學校	由 2015 年 9 月 1 日起
	黃翠嫻女士 農圃道官立小學	由 2015 年 9 月 1 日起
教師委員：	莊曉莉女士 香港浸會大學附屬學校王錦輝 中小學	由 2015 年 9 月 1 日起
	李永揚先生 順德聯誼總會鄭裕彤中學	由 2015 年 9 月 1 日起
	蕭國亮先生 嗇色園主辦可藝中學	由 2015 年 9 月 1 日起
	鄧學樞先生 保良局兩川小學	由 2015 年 9 月 1 日起
	曾建勳先生 民生書院小學	由 2015 年 9 月 1 日起
	徐鳳鳴女士 漢華中學	由 2015 年 9 月 1 日起
當然委員：	吳少階先生 教育局質素保證及校本支援分 部質素保證組	由 2015 年 9 月 1 日起
香港考試及評核局委員：	朱鏡江先生 香港考試及評核局	由 2015 年 9 月 1 日起
秘書：	吳銳堅博士 教育局課程發展處數學教育組	由 2015 年 9 月 1 日起

