



III. 分數的運算及重點分析

(i) 引言

在學習分數之前學生是學習整數的。整數與分數無論在概念及四則運算上均有所不同，學生受整數的概念及運算所影響而導致他們在分數運算上有下列的錯誤：

例：

- 當比較同分子、異分母的分數時會得 $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ ，因為受整數 $3 > 2$ 的影響
- $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5+5} = \frac{5}{10}$
- $\frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8-1}{9-3} = \frac{7}{6}$
- $3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 5 + \frac{3+1}{4+2} = 5\frac{4}{6}$
- $6 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$



(ii) 學生學習分數運算時所面對的困難、常犯的錯誤及一些教學建議

分數的四則運算較整數的四則運算為繁複，不同的運算有不同的處理方式，現分述如下：

(a) 分數的加減法

在小學，分數加減的教學法，通常是先從直觀圖形歸納同分母分數相加減的法則，然後引導學生通分，接著按照同分母分數加減的法則進行計算異分母分數的加減，最後才介紹帶分數加減的法則。在教學過程中，宜留意下列數點：

- 從同分母分數加減進入異分母分數的加減時，學生通常都感到困難。教師需要引導學生了解透過通分，將異分母分數化為同分母分數才可進行加減。而進行通分的教學時，要兼顧通分的各種情況，例如：兩個分母互質、要找兩個分母的公倍數等。同時要通過適當的練習，讓學生充分理解通分的概念及熟習通分的技巧。
- 帶分數的加減法則較為繁複，因為它既牽涉到整數的加減法則，亦牽涉到分數的加減法則，尤其是在分數不夠減的情況下，運算更為繁複（例如： $5\frac{1}{7} - 3\frac{2}{5}$ ），學生通常都會感到困難。故此，建議教師將同分母帶分數的加減教學安排在同分母分數的加減教節後，同樣，將異分母帶分數的加減教學安排在異分母分數的加減教節後。

另外，學生在進行分數加減的運算時，最常犯的錯誤是分子與分子相加減、分母與分母相加減、未能適當地通分等，教師宜多加留意。當學生誤用分數加減運算的法則時，教師應即時加以糾正，並將正確的法則再次講解。當然，要讓學生正確地掌握法則，適當的堂課及家課練習是必須的，可參閱本資料冊內有關分數加法、減法的教學/活動示例。



(b) 分數乘法

在小學裏，分數乘法的一般教學程序，是先教（1）分數乘以整數，（2）整數乘以分數，（3）分數乘以分數，（4）帶分數的乘法。學生應較易掌握分數乘法法則，但對乘法概念的理解，則感到十分困難。分數乘法法則的建立，主要是透過簡單的例子，利用分數的概念、整數乘法的法則、摺紙、繪圖等活動推導出來（可參閱本資料冊內有關分數乘法的教學/活動示例）。

學生在進行分數乘法的運算時會經常犯錯，以下是一些例子，教師宜多加留意：

- 整數和分數相乘時，將整數與分母相乘。例： $3 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{3 \times 8} = \frac{1}{24}$ 。
- 分數為帶分數時，沒有把帶分數化為假分數便直接把整數與整數相乘，分數與分數相乘。例： $2\frac{3}{5} \times 7\frac{4}{11} = (2 \times 7) \frac{3 \times 4}{5 \times 11} = 14\frac{12}{55}$ 。
- 不懂得相約的法則。例如：整數和分數相乘時，將整數與分數的分子相約；或分數與分數相乘時，分子與分子相約，分母與分母相約。有時甚至不是用同一個因數相約。

例：
$$\cancel{2}^1 \frac{4}{5} \times \cancel{8}^1 = 1\frac{4}{20}$$

因此，教師宜在教學時，先讓學生清楚了解分數乘法法則的推導過程，通過反覆的練習，再讓學生牢牢掌握法則。當學生錯誤地運用法則時，教師應即時加以糾正。

(c) 分數除法

在小學裏，分數除法的一般教學程序是（1）分數除以整數，（2）整數除以分數，（3）分數除以分數。分數除法法則的建立，與分數乘法的法則



類似，都是通過簡單的例子，透過分數的概念、除法的意義、用圖解、摺紙或觀察規律的方式將法則推導出來（可參閱本資料冊內有關分數除法的教學/活動示例）。與分數乘法一樣，學生應較易掌握分數除法法則，但對除法概念的理解，亦會感到十分困難，所以教師在教學過程中，應盡量引導學生自己探求及理解法則的推導過程。一般來說，學生在進行分數除法的運算時會經常犯錯，以下是一些例子，教師宜多加留意：

- 兩分數相除時，只將乘號改為除號，而忽略將除數的分子及分母顛

倒。例： $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{5}$ 。

- 兩分數相除時，將被除數的分子及分母顛倒。

例： $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}$ 。

- 整數除以分數或分數除以整數時，不懂得如何處理整數部分。

例： $5 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{8} \div 5 = \frac{3}{8} \times 5$ 。

- 當遇上帶分數時，不懂得先將帶分數化為假分數，然後再進行運算。

例： $\frac{3}{8} \div 2\frac{4}{5} = \frac{3}{8} \times 2\frac{5}{4}$ 。

與分數乘法一樣，要避免學生錯誤地運用分數除法的法則，教師必須先讓學生清楚明瞭法則的推導過程，然後通過適當的練習，讓學生懂得如何應用法則，及將法則牢記於心。當學生誤用法則時，教師亦應即時加以糾正。

在講解分數的四則運算時，應先讓學生釐清分數的概念，然後才介紹分數運算法則。數學概念是學習數學基礎知識最重要的部分，若在學習的過程中，學生能正確地理解數學的概念，這不但能有效地幫助他們掌握數學的基礎知識，同時更能幫助他們理解數學運算法則，進而培養及發展他們邏輯思維的能力。若學生因未能清晰掌握有關的概念，便會導致有如



$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$ （分子加分子，分母加分母）的情況出現。因此，教師應先讓學生正確地、清晰地及完整地掌握分數的概念，然後才進入分數的運算。分數四則運算的順序與整數四則運算的順序相同，但由於分數四則運算涉及較為繁複的法則，學生容易混淆，所以建議教師用對比或驗算的方法來加強學生對運算技巧的認識及訓練，從而提高學生的計算能力。

本文所介紹的，只是一些有關分數教學的基本策略，希望能對教師有所幫助；至於如何令學生更有效地學習分數，這還需要教師們因應學生的學習差異來調整教學方法及程序。