

4. 開放式問題

由於紙筆測試的局限，往往只能反映學生在個別範疇上的成就，對於學生在整個學習過程中，就概念掌握的程度和所遭遇到的困難，未能為教師提供進一步的資料。一般來說，傳統紙筆測試的題目是較容易編寫。批閱短答題較容易，但單從學生短答題的答案，教師較難理解學生掌握概念的程度和困難，而未能擬訂針對性的教學策略。例如：單由學生準確的計算及能解決一些常規的應用題，教師就學生對課程的理解程度所知不多。更且，閉合式的題目會帶給學生一個錯誤的訊息，以為解難就是找尋唯一的答案，而忽略了思考能力的培養。因此，進行評估時，教師亦應包括一些開放式問題以理解學生各方面的能力。

(1) 開放式問題的特性

- 答案的多樣性
開放題的答案不囿於只有單一答案。開放題的答案可以是無解的，亦可以是多於一個解的，更可以是針對問題而解，給予一些意見、記錄思考的過程或對觀察的描述等。
- 求解方法的多樣性
除了答案的多樣性外，開放題對於解題的方法亦較有彈性和空間，學生可選擇不同的方法和不同的角度來處理問題。
- 題目給定的條件
在傳統的問題中，所給定條件的數目剛可讓學生求解，不會過多，亦不會過少。這類題目不經意的讓學生養成過於依賴題目的習慣，對於給定條件足夠與否或合理與否不大關注。開放式問題可以是一些包括條件不足夠的題目，或有過多資料的題目，可讓學生經過思考後再作篩選。

(2) 開放式問題的優點

- 啓發學生思考
開放式問題能提供學生更多思考空間，有助啓發學生思考，唯教師應就學生的能力適當地使用及佈置開放式問題，過量的開放式問題未必對一般慣於常規學習的學生有預期的效果。
- 讓教師對學生的數學能力更理解
透過不同方式的開放式問題，教師可蒐集或觀察學生多方面的表現，例如學生對數學概念及技巧的掌握、認知、理解和應用。
- 開放式問題是促進學與教的工具

(3) 採用開放式問題進行評估須注意的地方

- 一般來說，解答開放式問題所需的時間較長。在測驗和考試中，不宜包括太多的開放式問題，以免因而減少其他課題的評估，進而影響整個測驗的其他目的，掛一漏萬。同樣地，批閱開放式問題所需的時間亦頗長，過多的開放式問題增加批改的工作量。
- 除了以文字作答外，教師亦可著學生以口述方式描述來代替，一方面可減省時間，令學與教更流暢，亦可訓練學生傳意技巧，有助一些尚未習慣以文字來描述的學生的發展。
- 題目內容應儘量與學生熟識的情景或與學生的日常生活有關，從而添加學生學習的興趣，並鼓勵他們把知識與實際環境聯繫。
- 開放式問題的形式與一般常見的應用題有很大的差別，若學生未能習慣開放式題目的問題及作答模式，教師應在適當的時候向學生提供指導。

(4) 設計開放式問題

開放式的問題本質上較富有彈性，並沒有一定的規範。設計開放式問題時，可採用以下的方法：

- 透過重新界定內容，設定情境，或要求學生就問題的情況製作模型、圖表、平面圖等方式，將閉合式的題目改寫；
- 將幾題較細小的題目歸納及重組。

教師亦可進一步提問以下問題：

- 說明或解釋如何得出有關答案；
- 就圖表的內容加以描述或說明；
- 你是否同意有關答案？試解釋為何你認為答案是正確的；
- 利用有關資料說明怎樣得出答案；
- 解釋你的答案，並舉例說明。

(5) 開放式問題的批改

在解答上述的開放式問題時，學生不能再單靠強記方法來處理題目，他們需要理解題目，經過觀察和思考，結合以往的知識和技能來解題。同樣地，開放式問題無論在擬題或批改上對教師的要求亦相當高。

批改學生的答案時，教師需注意學生的解答是否合理，注意學生就課題或概念的理解和學習上的困難，從而為學生提供適當的回饋。

(6) 編寫開放式問題的例子

大部分有既定答案的傳統問題，只需稍作更改，便可將問題變得更開放。以下為一些將傳統的問題修改的例子。

例題一：小皮球 5 元一個，大皮球 8 元一個。商店今天售出小皮球 10 個，大皮球 8 個，商店出售皮球共得到多少元？（答案：114 元）

經修改後的問題

小皮球 5 元一個，大皮球 8 元一個。商店今天售出皮球共得 114 元，售出的大小皮球各多少個？

答案：

小皮球	大皮球	共得(元)
2	13	114
10	8	114
18	3	114

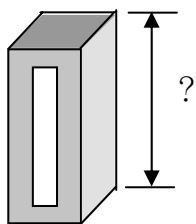
例題二：在 65729 中，6 的位值是什麼？（答案：萬位）

經修改後的問題

用 2, 5, 6, 7 和 9 這五個數字組成一個五位數，且 6 是放在萬位的數可以是什麼？

(答案可以是 62579，62597，62759，... 等 24 個五位數其中的一個)

例題三：量度下圖的高度。



經修改後的問題

我準備量度的傢俱是_____。

(貼上準備量度的
傢俱圖片)

這件傢俱是從(自己家裏/傢俱店裏)*找到的。
我準備量度這傢俱的(高度/長度/闊度)*。

1. 我估計這傢俱的(高度/長度/闊度)*是_____。
2. 量度時，我使用的工具是_____。得到這件傢俱的
(高度 / 長度 / 闊度)* 是_____。

* 刪去不適用者

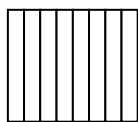
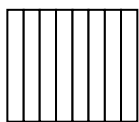
(7) 給學生的回饋

若評估的目的不是只爲了篩選，而是爲了解學生的學習情況和促進學與教，那麼只給予學生一個等級作回饋是不足夠的。評估後，我們更需要給予學生有建設性、有指導性、有方向性的回饋，好讓學生了解自己的強項和有待改善的地方，從而知道應該怎樣改進。回饋並不單只是答案對與錯的判斷或教師的稱許，而應該是改善的建議，讓學生知道其作答的結果及評閱的有關標準。



以下兩個例子說明如何根據學生的表現向他們作出回饋：

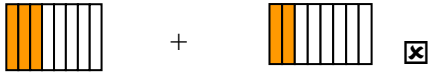

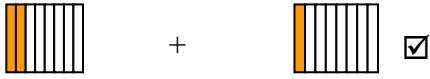
例題四：

媽媽把月餅切成 8 等份，小明和小芬合共吃去八分之三，問小明和小芬各吃去多少？用分數記錄小明和小芬各吃去的部分並填上顏色。



小明吃去 + 小芬吃去 = 小明和小芬共吃去八分之三。

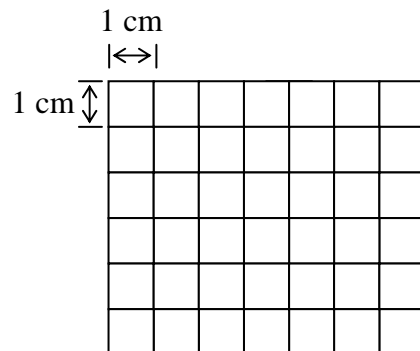
學生答案	評語/建議
<p>(a)</p>  <p>小明吃去 $\frac{3}{16}$ + 小芬吃去 $\frac{3}{16}$ <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>小明吃去 $\frac{1.5}{8}$ + 小芬吃去 $\frac{1.5}{8}$ <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>小明吃去 $1\frac{1}{8}$ + 小芬吃去 $1\frac{1}{8}$ <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>小明吃去 1.5 + 小芬吃去 1.5 <input checked="" type="checkbox"/></p>	<p>繪圖符合題目要求，也能用正確的分數表示各人吃去的部分，顯示這位學生能掌握分數的概念和分數加法的認識。</p> <p>繪圖符合題目要求，也能用正確的分數表示各人吃去的部分，但未有把分數化簡，表示這兩位學生需加強用分數作記錄的能力。教師亦應指出 $\frac{1.5}{8}$ 及 $1\frac{1}{8}$ 的寫法欠妥善。</p> <p>繪圖符合題目要求，但未能用正確的分數表示各人吃去的部分。教師需加強學生在用分數作記錄的認識。</p>
<p>(b)</p>  <p>小明吃去 $\frac{3}{8}$ + 小芬吃去 $\frac{8}{8}$ <input checked="" type="checkbox"/></p>	<p>繪圖不符合題目要求，但能用正確的分數表示各人吃去的部分。教師需用圖或實物加強學生對分數加法的認識。</p>

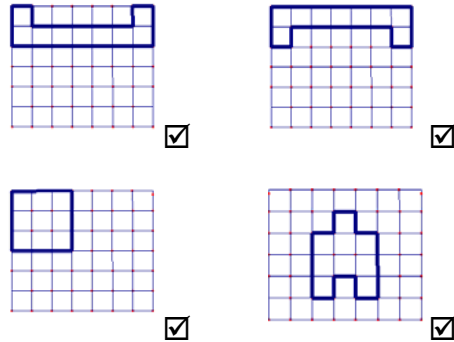
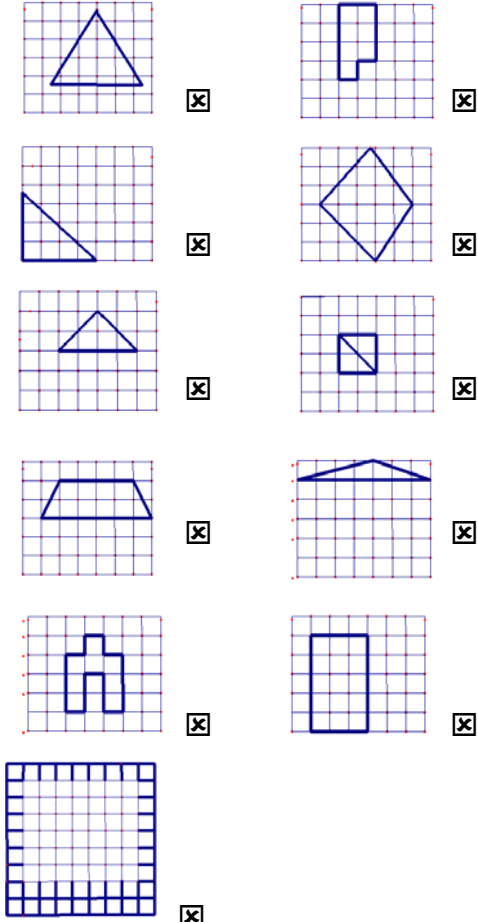
學生答案	評語/建議
(c)  $\text{小明吃去 } \frac{3}{8} + \text{小芬吃去 } \frac{2}{8}$	繪圖不符合題目要求，但能用正確的分數表示各人吃去的部分。教師需用圖或實物加強學生對分數加法的運算。
(d)  $\text{小明吃去 } \frac{1}{4} + \text{小芬吃去 } \frac{1}{8}$	繪圖符合題目要求，亦能用正確的分數表示各人吃去的部分，表示此學生能掌握分數的概念、等分、擴分和分數加法的認識。
(e)  $\text{小明吃去 } \frac{8}{2} + \text{小芬吃去 } \frac{8}{1}$	繪圖符合題目要求，但未能用正確的分數表示各人吃去的部分。從這學生給予的答案發現他把分子和分母混淆了，同時亦未能掌握分數加法的概念。從答案中可推算這學生把 $\frac{8}{2} + \frac{8}{1} = \frac{8}{3}$ ，以為已達到题目的要求。教師需重新教導學生表示分數的方法。

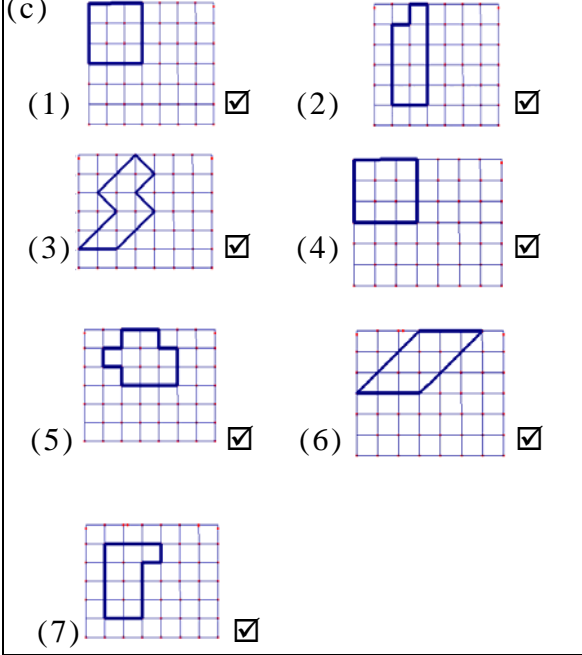
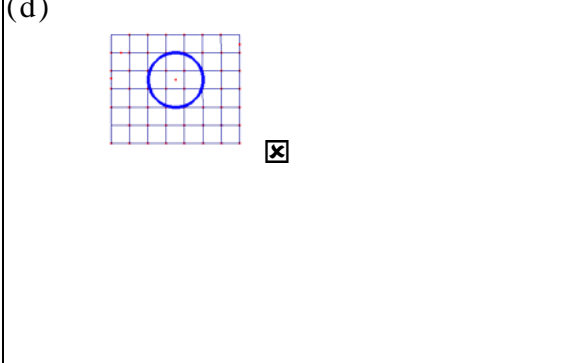
從以上例子中，學生給予的繪圖和答案，可得知學生對分數和分數加法的認識是否掌握，教師對於未能掌握此概念的學生可策畫跟進的輔導教學。

例題五：

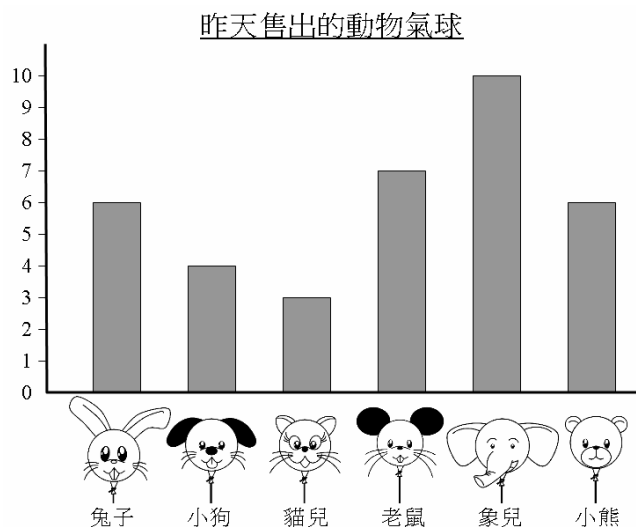
在下圖的方格中，繪一個面積為 9 平方厘米的圖形。



學生答案	評語/建議
<p>(a)</p> 	<p>學生的繪圖正確，設計多樣化，且有創意，亦顯示學生能掌握面積的概念。</p>
<p>(b)</p> 	<p>學生的繪圖不正確。部分圖形的面積比 9 平方厘米大，亦有部分圖形的面積比 9 平方厘米小，學生雖然有創意，惜未能掌握面積的概念。</p>

學生答案	評語/建議
<p>(c)</p> 	<p>學生的繪圖正確，圖（3）、（5）和（7）顯示學生既掌握面積的概念，亦嘗試以非常規的圖形來表示答案，很富創意。</p>
<p>(d)</p> 	<p>答案不正確，學生可能因為想設計一個較有創意的答案而忽略了答案的準確性，教師宜再作跟進。圖中圓形覆蓋了九個小方格，教師宜了解為何學生對以「數格法」來估算不規則圖形面積有不正確的理解。</p>

例題六：



試從上面的統計圖中，講述一些有關售出氣球的資料。

以下是一些小四學生的回應：

學生 A

1. 兔子氣球比小狗氣球多 2 個。 ✓
2. 小熊氣球和貓兒氣球合共 9 個。 ✓
3. 全部氣球合共 36 個。 ✓
4. 兔子氣球的數目是貓兒的 2 倍。 ✓
5. 象兒的數量最多，有 10 個。 ✓
氣球

學生 A 能依據統計數據說出每種氣球售出的數量，並能作出簡單的報告和比較。

學生 B

1. 昨天售出最多的動物氣球是象兒。
2. 牠售出了氣球 10 個。
3. 那兩個氣球是一樣的。是小熊和兔子。
4. 小狗和貓兒加起來是不是和老鼠一樣呢？
5. 是的。數目
老鼠比小熊多了記多呢？
多了一個。

學生 B 能依據統計數據自擬問題和給予正確答案，他的思維能力的表現較學生 A 為高。

以下是一些小五學生的回應：

學生 C

1. 喜歡兔子和小熊的氣球一樣多。
2. 喜歡貓兒的氣球最少。
3. 喜歡象兒的氣球最多
4. 喜歡兔子的、小熊的氣球一樣多。
5. 喜歡象兒的比老鼠的氣球多。
6. 喜歡象兒的比兔子氣球多。
7. 貓兒的氣很昂貴所以很少人購買。
8. 象兒的氣球較便宜所以較多人購買。
9. 兔子和小熊的樣子同樣可愛所以一樣受歡迎。
10. 貓兒的樣子沒精打采，大多數人都不喜歡它。
11. 昨天共售出動物氣球 32 個。

學生 D

1. 因為象兒的鼻子很有趣，所以購買它的人最多。
2. 因為貓兒的膚色很難看，所以購買它的人最少。
3. 因為兔子和小熊的面孔很特別，所以購買它們的人一樣。
4. 因為小狗的耳朵很奇怪，所以購買它的人比較少。
5. 因為老鼠的外型很可愛，所以購買它的人比較多。
6. 象兒比老鼠多了個小朋友購買它。

學生 C 和 D 不單只報告有關售出氣球的數量，並有創意地嘗試解釋有些氣球比其他氣球出售數量較多的原因。

學生 E

- ① 象兒是售出最多的氣球，共有 10 個。
- ② 象兒氣球比貓兒的多 3 個。×
- ③ 兔子氣球是貓兒的 3 倍。×
- ④ 兔子氣球與小熊的數量相同。
- ⑤ 象兒氣球是貓兒的 3 倍。×
- ⑥ 昨天共售出 36 個氣球。
- ⑦ 昨天平均售出 6 個不同的氣球。

學生 E 的表現不太理想，未能正確地閱讀數據，對倍的概念未能掌握，但仍能找出售出氣球的平均數目。教師宜加強學生閱圖的能力和技巧。

學生 F

- ① 在當時最受小朋友歡迎的是象兒圖案的氣球。
- ② 在當時最不受小朋友歡迎的是貓兒圖案的氣球。
- ③ 有象兒圖案的氣球要加價。
- ④ 銷量較少的氣球要減價。
- ⑤ 銷量較多的氣球要增加貨量。
- ⑥ 出售更多不同圖案來的氣球。

這位學生假設自己是店主，從統計結果估計應如何入貨。他雖然沒有列出每項的數量，但從他給予的答案可知道這學生明白這統計圖。他能利用這些統計資料作為入貨的指標，亦能推算出氣球的款式與售出數量的關係，與其他學生給予的常規答案比較，他更明白數據處理的應用。教師應教導和鼓勵學生在日常生活中應用統計資料。

以下是一些六年級學生的回應：

學生 G

兔子售出6個。
氣球
小狗氣球售出4個。
貓兒氣球售出3個。
老鼠氣球售出7個。
象兒氣球售出10個。
小熊氣球售出6個。
小能氣球比小狗氣球售多2個。
象兒氣球售出最多。
貓兒氣球售出最少。
兔子氣球和小熊氣球售出的數量相同。
兔子氣球比老鼠氣球售少1個。

學生 H

兔子有6個
小狗有4個
貓兒有3個
老鼠有7個
象兒有10個
小熊有6個

昨天售出的動物氣球有：
 $6 + 4 + 3 + 7 + 10 + 6$
 $= 36$ (個)

學生 G 和 H 能閱讀統計圖中的資料，但未有提供進一步資料的分析。

總結：依據各級的學生對這統計圖的回應，可發現大部分學生能掌握基本的閱圖技巧，但只有少部分同學能更有創意地表達他們對統計圖的理解。

從以上三個例子中，我們不難知道學生是否掌握有關的數學概念和運算技巧，或有什麼不足之處和需要輔導的地方。

(7) 評估準則

批改開放式問題時，教師們需要有共識，以免在批改時有不同的準則。在批改前，宜先訂定評估準則，抽取數位學生的習作試行批改，從而找出眾人認同的評估準則。雖然批改開放式問題的時間較長，但能較詳細地評估學生的知識，多花時間也是值得的。以下是蔡金法教授就評估準則的建議。

表現優秀:

- 所應用的解題策略清晰及完整，並附有充分的解答過程。
- 對問題所涉及的數學觀點有正確和清晰的理解。
- 解答過程未有遺漏；能正確和完整地解答問題，並提供正確的解釋。
- 學生的解答可能富有創作性或包含非常規性的解答過程。
- 答案和解答過程可能超出題目的要求。
- 對解答的正確性能作出核查。

表現良好:

- 解答過程清晰地表明了正確策略的使用。
- 解答的過程基本完整或正確。
- 解答過程表明學生理解題目中涉及的條件、彼此間的關係和問題的要求，可能有遺漏但不至關重要。
- 論證過程基本完整，可能有遺漏但不至關重要。
- 能核查答案。

表現一般:

- 對題目所涉及的内容只有部分的理解。
- 對題目某些重要的條件和關係有所理解。
- 論證過程可能有點混亂、不完整或遺漏。
- 表現出解題的計畫，但在應用時出現錯誤，或沒有具體實施計畫。

表現不理想:

- 嘗試去解答，但未有應用正確的解題策略。
- 對題目所涉及的内容的理解非常有限。

- 可能應用了無關的資料或過份強調某些不重要的條件。
- 只提供正確答案，而沒有包括如何得出正確答案的解答過程。

表現很不理想：

- 無任何嘗試。
- 嘗試的解答未有意義。
- 無意義地對問題涉及的數字進行運算。
- 錯誤地應用數學公式或規律。

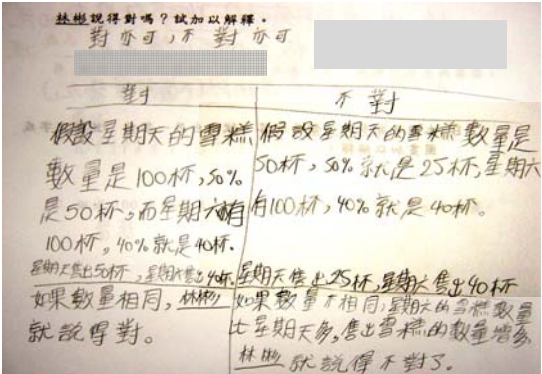
(原文見附錄三)

(8) 評估示例

例題一：

在星期六售出的雪糕中，有 40% 是朱古力味。在星期天售出的雪糕中，有 50% 是朱古力味。

於是林杉說，雪糕店在星期天售出的雪糕比在星期六售出的多，因為 50% 比 40% 大。林杉說得對嗎？試加以解釋。

學生	學生答案	建議的評級及意見
學生 A		<p>(表現優秀)</p> <p>學生作出深入的分析。學生能指出不同的情況會導致答案的對與錯，並能用對比的方法來解釋。</p>

學生	學生答案	建議的評級及意見
學生 B	<p>林彬說得對嗎？試加以解釋。</p> <p>他說得不對，因為星期六與星期六售出雪糕的總數量不相等，所以有了一個百分數也不能代表售出朱古力味雪糕的數量。</p> <p>例如 星期六共有雪糕 100 杯，而朱古力味的佔 50%，這樣朱古力味雪糕就有 50 杯。</p> <p>星期六共有雪糕 150 杯，而朱古力味的佔 40%，這樣朱古力味雪糕有 60 杯。</p> <p>所以林彬說得不正確，除非他知道售出的總數。</p>	<p>(表現優秀)</p> <p>學生能假設星期六和星期天的雪糕售出的總數不同來作出結論。學生能作深入的分析，並就星期六和星期天的銷售情況進一步討論。</p>
學生 C	<p>林彬說得對嗎？試加以解釋。</p> <p>不能確定，因不知星期六、星期天售出雪糕的數量，所以不能作出比較。</p>	<p>(表現良好)</p> <p>學生能指出不同的情況會有不同的答案，但沒有進一步討論和解釋。</p>
學生 D	<p>林彬說得對嗎？試加以解釋。</p> <p>不對，因為雪糕不是只有朱古力味，可能是有士多啤梨味、橙味等等，因此不能單憑朱古力味售出的杯數而決定總售出杯數。</p>	<p>(表現良好)</p> <p>學生能理解題目內容，並討論星期六和星期天的雪糕售出的數量間的關係，亦指出不能以朱古力雪糕售出的百分率較多來推斷整體雪糕的銷售量。</p>
學生 E	<p>林彬說得對嗎？試加以解釋。</p> <p>他說得對，因為：</p> <p>在星期六售出的雪糕 例如是 100 杯：</p> $100 \times 40\% = 40 \text{ (杯)}$ <p>朱古力味 40 杯。</p> <p>在星期日售出的雪糕例如也是 100 杯：</p> $100 \times 50\% = 50 \text{ (杯)}$ <p>朱古力有 50 杯。</p> <p>所以星期日比星期六多。</p>	<p>(表現一般)</p> <p>學生用了一個特例來決定林彬說得對，未有注意到不同情況會有不同的答案。</p>

學生	學生答案	建議的評級及意見
學生 F	<p>林彬說得對嗎？試加以解釋。 對，因為50%比40%多。</p>	<p>(表現不理想)</p> <p>學生只是從數字的大小作比較，未有因應題意進行討論。 學生亦有嘗試解釋，可給予 1 分作鼓勵。</p>
學生 G	<p>林彬說得對嗎？試加以解釋。 對，因為%愈大，得出來的結果愈小。</p>	<p>(表現很不理想)</p> <p>學生對百分率的概念理解錯誤。</p>

在批改開放式問題時，宜集中評估學生是否能正確地運用數學概念和詞彙來解答問題，並就學生能否運用完整和準確的語句酌情考慮給分。