



## IV. 數字感

### 一、甚麼是數字感？

數學教育學者對數字感有下列的說法：

- 數字感是對數字之間的關係、大小、運算等相互效果的認知與明瞭（Fennell & Landis, 1994）
- 數字感是透過對數字及其運算法則的明瞭，促進判斷及發展解決問題能力（Burton, 1993 & Reys, 1991）
- 數字感是關乎數字意義與關係、數字的相對數量、數字運算的相對效果和生活環境中各種事物的數量參照標準（Thompson & Rathmell, 1989）
- 數字感是與數字處理、數字表達形式的轉移、判斷結果的合理性等的的能力有關（Markovits & Sowder, 1994； Reys et. al, 1999）
- 數字感是一種對數字及其使用和解釋的感覺（Hope, 1989）

從以上不同學者的定義所見，數字感並沒有一個單一的解釋，也沒有很具體的定義，而只有廣義的定義。



## 二、為甚麼要培養數字感？

協助學生培養數字感是小學數學課程的其中一個教學目標，因為數字感能讓學生對數字及其使用和解釋產生感覺，使學生在計算時更了解數字間的關係，幫助他們判斷答案的合理性（楊德清，2006），從而對答案的正確作出肯定或置疑，有助提升學生在解題過程中的分析能力，對運算過程作出反思和改善。此外，可讓學生靈活地應用數字和運算知識，不被公式限制，運用不同的解題方法解決問題，並選擇適合的計算程序。

數字運算並不是學習數學的全貌，良好的運算能力並不同學生具有良好的數字感（Reys & Yang, 1998）。學生在學習過程中須透過與數字的接觸，了解數字的意義，發現和建構數字間的關係，思考以不同的表示方法描述和記錄，繼而靈活運用這些關係，提升解決問題的能力。

如果小孩子最初學習數學時，其學習經歷是透過認識物件的數量而建立數字的概念，當你問他：「5 和 7，哪一數字較大？」他當然沒有困難回答此問題；若果小孩子沒有透過這種經歷，而只是在數字的符號層面上學習數字，他只能靠強記去作比較，又或者會作瞎猜，因為他並不清楚數字本身代表的意義(ASCD, 2004)。在初小階段，若果學生明瞭數字與其背後代表的數量的意義，在判斷以下問題的正确答案應沒有多大困難的： $7+4=74$ ， $7+4=11$ ， $7+4=12$ ， $7+4=3$ 。數字感較佳的學生會選取  $7+4=11$  為正確的答案，偶爾也有可能



時弄錯而選擇  $7+4=12$  為答案；若果學生選擇  $7+4=74$ ，這反映出他的數字感薄弱，不明白或忽略 7 和 4 這兩個數字背後的意義，只是把 7 和 4 兩個數字併在一起而得出 74；若果學生選擇  $7+4=3$ ，則反映出他對加和減運算法則的認識含糊，數字感也屬較弱。

數字感並不單是計算，它對數字之間的關係、計算過程與結果的合理性起著監控作用，例如  $2/3 + 1/7 = 3/10$ ，這是一些學生初學分數時常犯的錯誤，對數字觸覺敏銳的學生來說，透過估算，他知道  $2/3$  已多於一半，而答案  $3/10$  則是少於一半，這樣的推算已知答案不合理。數字感並不是只局限在數學學科層面，它可以在日常生活中，對不同事物數量的標準起著參照作用。若果計算出初生嬰兒體重 20 公斤、一輛校車能載 400 個學生等答案，數字感強的學生會察覺這些答案不合理，繼而追溯計算步驟有否出錯、問題提供的資料是否準確等，這種對數字之間的大小、相互關係的明瞭能提升學生對答案合理性的判斷能力和增強解決問題的信心。

### 三、數字感是怎樣發展的？

人類在幼兒時期已具分辨數量多寡的能力，例如用一塊布幕遮著木偶，然後揭開布幕，向幼兒輪流展示兩隻木偶、一隻木偶和使木偶完全消失，幼兒對不同數目的木偶的展現會感到驚訝，這種表現顯示人類在幼兒時期已經擁有數字感 (Wynn, 1992)。



學生的學習過程須從具體到抽象，從特殊到一般，先學習數數、讀數和認數，繼而學習口述及圖像作記錄，最後學習以文字記錄數字（香港課程發展議會，2000）。在學前教育階段，學生對表達數字的能力是透過數算實物而培養，先數算物件數目，後說出數字。學生在 5 至 6 歲階段已能將這種依賴實物的運算能力轉移至符號代表，例如：3 件玩具加 2 件玩具是多少件？學生可以並不需要透過實物數算，而是透過概念轉移，從特殊過渡至一般，進行數字的運算，這正是數字感概念的初型建立(ASCD, 2004)。

7 至 8 歲時，學生發展到能處理一些涉及多於一種數學單位且略為複雜的概念，如十位數和個位數、時間的分和秒、長度的厘米和毫米、貨幣的元和角等。建基於這些概念的基礎，學生逐步發展至明瞭較複雜概念，例如位值的意義（如分辨 89 和 91 哪一個兩位數較大）、心算兩位數相加（如心算  $13+42$  的值）等。9 至 10 歲時，學生應能夠將以前所學的知識和掌握的數字概念融合，處理再複雜些的數字問題，例如涉及多個數字的四則運算、分數、小數等問題。

數字感並不是單靠處理數字的運算而建立，當學生覺得計算是有目的，及與日常生活有關，並能體驗到數學的重要性，他們便會更有興趣地去學習（香港課程發展議會，2002），例如教授分數時，教師會用分切蛋糕或分配物件為例，教授百分數時，教師會用購物折扣為例，這些例子都能令學生感受到數字運用在日常生活中是必須的，學生便會潛移默化地



將數字感的重要性栽種在腦中。

根據學生平日的表現，他們一般在計算上錯誤的原因可以包括對概念理解不清和轉移能力欠佳（鄭毓信，2001），教師宜讓學生在學習過程中，自由地說出想法和計算方法，了解和觀察學生對數字感的掌握和發展情況。教師對學生答案的對與錯亦宜小心處理，不要過分強調對錯，應讓學生不畏懼地說出想法，自由地聯想數字間的關係，學生可能會在計算過程中創造一套自己的算法，清楚明白自己的解題過程。教師應讓學生多聆聽其他同學的解題方法，作出比較，然後選擇自己覺得最佳的方法。這樣，學生便能內化對數字的感覺，提升數字感，這比只是算得答案還重要。

總的來說，教師可採用適當的教學策略，讓學生從豐富的學習活動中明瞭數字間的聯繫，透過探索和討論，仔細思考，循序漸進地引入數學概念，使學生的數字感得以有效發展。

