



II. 分數的概念及重點分析

(i) 引言

雖然分數的基本概念，例如蘋果的一半、蛋糕的一半等，低年級學生都能理解，但當分數的概念涉及不同整體的部分及一組物件的部分時，學生便不易掌握。在學習分數之前，學生是學習整數的，而整數與分數無論在概念及運算上均截然不同，這更令學生容易混淆。同時，分數對其後其他課題的學習，例如百分數、小數等，有極其密切的關連，若學生未能對分數的學習奠下良好的基礎，肯定會影響他們對這些課題的學習及其知識的掌握。

(ii) 分數的意義

分數有多種不同的意義。在小學，分數通常解釋為整體與部分或兩個整數的商。下列為分數的一些解釋及記法：

(a) 整體與部分

這包括以下的兩個概念：

(1) 整體與其部分的關係

例：

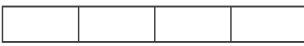
- 若

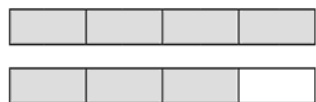
--	--	--	--

 代表一整體，下圖陰影部分表示這整體的 $\frac{3}{4}$ ：



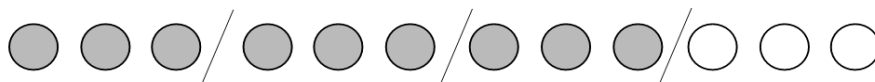


- 若  代表一整體，下圖陰影部分表示這整體的 $1\frac{3}{4}$ ：



(2) 一組物件的部分

例：下圖陰影部分表示 12 粒珠的 $\frac{3}{4}$ ：



(b) 兩個整數的商

分數符號 $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) 可解釋為 $a \div b$ ，即兩個整數相除之商。

例： $\frac{6}{3}$ 與 2 相等及 $\frac{2}{5}$ 與 0.4 相等。

(iii) 學生學習分數時所面對的困難

毫無疑問，分數是小學階段較難處理的課題之一。原因可歸納如下：

(a) 學生未能掌握分數不同的解釋及記法

對小學生而言，分數是繁複及難於理解的。他們通常被分數不同的解釋及記法所混淆，例如： $\frac{1}{2}$ 可理解為整體的一部分，或當 $1 \div 2$ 時的商是 0.5 等。

同時， $\frac{1}{2}$ 可寫成 $\frac{3}{6}$ ， $\frac{4}{8}$ ， $\frac{5}{10}$ ……等。



(b) 學生未能清晰理解整體與部分的關係

很多學生未能掌握等分的概念，例如：當要求學生將下圖分半時，他們會作下列的分法：



同時，學生亦未能清晰理解整體與部分的關係。例如：

- (1) 若將  當一整體，則下圖陰影的部分應是這整體的

$\frac{7}{4}$ 而不是 $\frac{7}{8}$ ，



但若將  當一整體，則陰影的部分應

是這整體的 $\frac{7}{8}$ 。



- (2) 若將下圖當一整體，則陰影的部分應是這整體的 $\frac{3}{10}$ 而不是 $\frac{3}{7}$ 。



(iv) 介紹分數概念常用的方法

概念的引入是分數學與教重要的一步，這一步做得不好會影響到學生對分數概念的理解、認識和掌握。由於分數的概念十分繁複及抽象，教師應認真研究各種分數概念的引入方法，以便學生對分數獲得充分的理解和認識。下面介紹幾種常用的引入分數概念的方法。



(a) 實物教具

當向學生初次引入分數的概念時，應用具體的實物，例如數粒、積木等，藉以幫助學生理解整體與部分的概念。

例：

- (1) 如下圖所示，有 $\frac{3}{4}$ 的積木是黑色的：



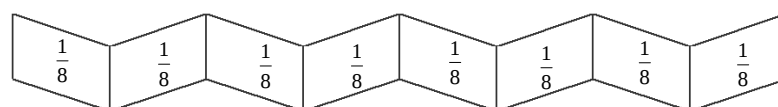
- (2) 紙條的 $\frac{3}{4}$ 填上顏色：



當用實物教具引入分數的概念時，應多讓學生操作。同時，所選的教具應能揭示所要引進的概念的本質特性，否則學生的注意力會被分散，從而影響施教的效果。

(b) 摺紙

通過將紙對摺，學生得到 $\frac{1}{2}$ 的概念。進一步將紙對摺三次，學生可將整體分為 8 等份：



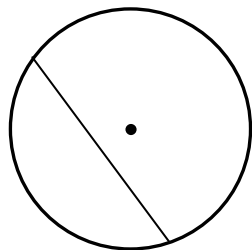
摺紙是很有趣的教學活動，可加深學生理解整體與部分的關係。但教師需留意其缺點是較難將紙摺成單數的等份，例如 3 等份、5 等份等。

(c) 圖形

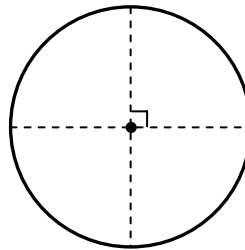
利用圖形表示分數是小學常用的方法。圖形是將抽象的分數概念具體化的一種有效的教具。通過觀察圖形，學生可進行思考、分析、比較，累積經驗，從而能將抽象的分數概念逐步形成。有些圖形是不易用來介紹分數的



概念，例如圓形。學生往往不能掌握對圓形分爲一半的意義（如圖一），爲加強他們對概念的理解，教師可將圓形紙對摺，在學生面前展示如何將圓形紙分爲若干等份（如圖二）。



（圖一）



（圖二）

（v）教學建議

爲了幫助學生理解分數，教師在教學時宜採用不同的方式，務求能提供足夠機會讓學生學習分數的內容，兼且能實踐學習及運用知識的方法。教師應讓學生有較多機會學習如何觀察、分析、理解分數的概念，發展他們初步的思維能力，爲日後學習其他課題，例如百分數、小數等奠定基礎。總而言之，教師應避免作注入式的講述，盡量讓學生有機會自己進行探索及發現。對於分數的學與教，有下列的建議策略：

（a）將思維過程用數學語言表達出來

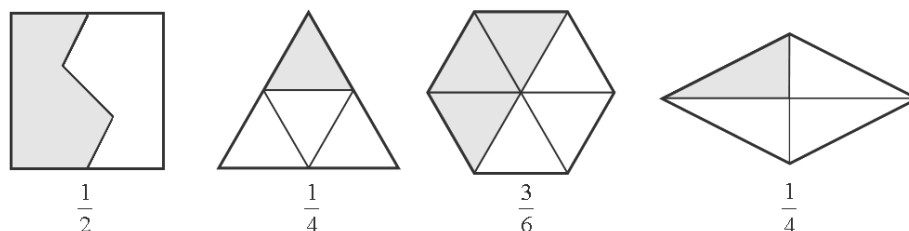
在講解分數的過程中，教師應提供機會讓學生運用數學語言，包括以說、寫和圖表方式去解釋結果、簡述解決或探究問題的方法。在引入分數的概念時，教師可讓學生將思維過程用分數語言表達出來。例：教師對學生說，將一個蛋糕切爲四等份，叫他取去一份並問他取去整個蛋糕的多少？若他答：「一份」，則教師可告訴他：「整個蛋糕分爲四等份，取去一份，即佔全體多少？」這樣，學生覺察到相對整個蛋糕而言應是四等份中的一份。這時，教師可教導學生用分數的語言「四分之一」讀出來。用同一方式，教師可引導學生了解剩餘的蛋糕佔整體的多少，並用分數的語言讀出



來。在整個教學過程中，教師讓學生用分數的語言將思考過程表達出來，這樣，學生透過運用數學語言，了解和思考某些經驗，將知識組織和重組，從而歸納出一些模式和意念，同時亦糾正對分數的一些誤解。

(b) 利用各種圖形增強學生對整體與部分關係的理解

由於學生的學習經歷有限，在設計分數的教學材料時，教師應以學生為中心，所用的教材宜將學生的已有知識及經驗聯繫起來，使學生能易於掌握分數的概念及運算的法則，並幫助他們從具體事例逐步過渡至抽象思維的階段。為加強學生對整體與部分關係的理解，教師可設計適當的圖形引導學生並應讓學生理解等分的重要性。為引起學生的學習分數的興趣，教師可用不同種類的圖形，如：



學生對掌握整體與部分的關係往往感到十分困難，教師可透過不同類型的活動，由淺入深，讓學生理解整體與部分、部分與整體的關係。下面為一些建議的例子：

- 若

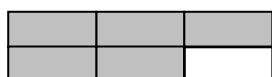
--	--	--

 為一整體，試用分數表示以下圖形中陰影的部分。



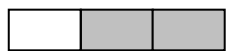
- 若

 為一整體，試用分數表示以下圖形中陰影的部分。

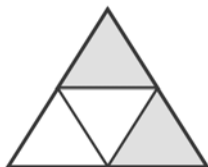




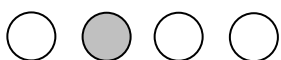
- 若  為一整體，試用分數表示以下圖形中陰影的部分。



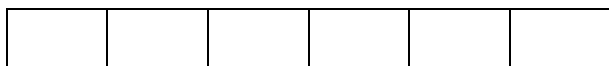
- 左圖陰影部分佔整體的幾分之幾？



- 圖中的黑點佔整體的幾分之幾？白點佔整體的幾分之幾？

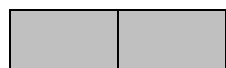


- 如左圖為一整體，塗出陰影部分以表示 $\frac{2}{3}$ 。



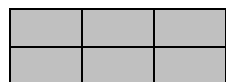
$\frac{2}{3}$

- 左圖只畫出了整個圖形的 $\frac{1}{4}$ ，把餘下的圖形畫上。



$\frac{1}{4}$

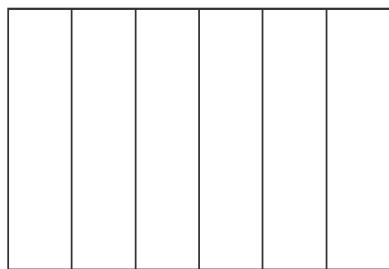
- 左圖只畫出了整個圖形的 $\frac{3}{5}$ ，把餘下的圖形畫上。



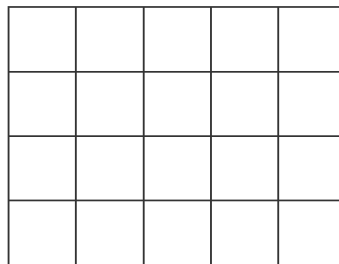
$\frac{3}{5}$



- 依所給分數把圖形適當的部分填上顏色：



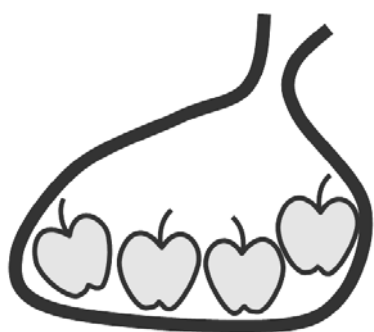
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{2}{5}$$

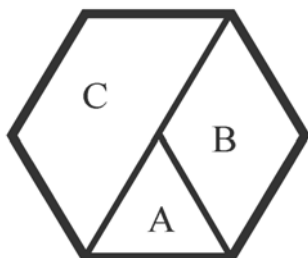
•

•



圖中蘋果的數目佔整袋蘋果數目的 $\frac{2}{3}$ ，試畫出袋內其餘的蘋果。

•



1. 圖中 A、B 和 C 作為一個整體時：

- A 佔整體的幾分之幾？
- B 佔整體的幾分之幾？
- C 佔整體的幾分之幾？

2. 圖中若以不同部分作為整體時：

- A 佔 B 的幾分之幾？
- A 佔 C 的幾分之幾？
- B 佔 C 的幾分之幾？



(c) 增強學生對擴分、約分概念的理解和認識

學生對擴分、約分，例如： $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ ； $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 及 $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 等的學習通常都感到困難，教師可嘗試用下列的方法引導學生對擴分、約分的理解和認識：

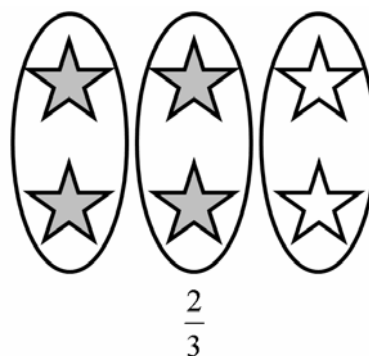
(1) 利用圖表：

教師可利用以下圖表與學生討論擴分與約分的關係。

$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

(2) 將圖形靈活地重組：

以分數表示著色部分佔整體的幾分之幾。



$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$