



IV. 批判性思考能力和創造力

一. 為甚麼要培養學生的批判性思考能力和創造力？

廿一世紀是知識型的年代，隨著資訊科技的急速發展，新知識的不斷湧現，社會對工作方面的要求及學生學習的模式，都起了重大的變化。

知識型社會的工作者，要在工作崗位上取得成功，必須具備冒險、創新的精神及高階思維的能力，並能為決策負上個人的責任 (Warner, 2006, p.9)。在這瞬息萬變、知識急速更新的年代，人們更要緊貼社會發展的步伐，因此，終身學習成了必然的趨勢。

學會學習是終身學習的基礎，是學校教育其中一個重要使命。資訊科技的發達拓展了年青人攫取知識、技能和價值觀的渠道，他們學習的模式因而變得與過去截然不同 (Warner, 2006, p.9)。在新的學習模式下，學習者須透過反思和選取去建立概念架構進行學習 (Glaserfeld, 1995, p.14)。學會學習是指當面對極豐富的資訊時，學習者懂得如何篩選和作出調適，然後加以應用，進而創造新知識。由此可見，批判性思考能力和創造力在學習過程中是不可或缺的。

為此，香港課程發展議會和教育統籌委員會分別在 2000 年和 2001 年的教育改革報告書中，提出培養學生批判性思考能力和創造力（及溝通能力）作為重點發展事項之一（例如，香港課程發展議會，2001，頁 95-96；2002，頁 14）。香港課程發展議會（2002，頁 14）認為通過數學情境首先集中發展學生的溝通能力、創造力和批判性思考能力，自然有助提升學生的整體能力，從而達致課程改革所定下的目標。

二. 甚麼是批判性思考能力和創造力？

香港課程發展議會（2002）對以上兩種共通能力的闡釋如下：



批判性思考是指檢出資料或主張中所包含的意義，對資料的準確性進行質疑和探究，判斷甚麼可信，甚麼不可信，從而建立自己的觀點或評論他人觀點的正誤（頁 18）。

創造力卻是一個重要但令人困惑的概念 ... 有研究者把創造力界定為一種產生出原創、新穎、獨特意念或產品的能力，或是解決問題的能力；也有研究者將之界定為一種歷程，或創造者所具有的人格特質。事實上，創造力是一個複雜而具多元性的建構。個體的創造性行為，不但源自其認知能力和技巧，也涉及其性格、動機、策略和超認知技能等因素，並且與個體本身的發展進程不一定有關連（頁 17）。

有關對創造力的理解，還可以加上 Smith（2006）對創意解決問題的演繹：

Creativity is about the successful exploitation of ideas, including old ideas that are useful, and the generation of ideas, usually new ideas (p. 9) .

Creativity involves hard work and effort, also relaxing and letting go (p. 20) .

三．如何培養學生的批判性思考能力和創造力？

在數學學習領域中培養學生的批判性思考能力和創造力，教師可先從學生個人對數學情境的闡釋和解決問題着手，然後引導他們學習與別人有效地溝通 — 聆聽、說話、閱讀和書寫 — 從別人觀點着眼，討論、合作解釋情境問題，建立和檢查自己的假設，改變自己的看法。這樣，我們可培養學生上述的共通能力和建構實用可行的知識（例如，香港課程發展議會，2002，頁 16；Beard, 1969, pp. 117-119, pp. 130-131；Oliveira, 2003, p. 85）。



教師除了要讓學生學習聯繫已有的知識和問題的情境以找出解決問題的策略外，更要讓他們知道熟識的方法並不能保證他們能成功解決問題，和須有創新的方法才行。同時，有些思考過程是會下意識地完成的，在他們沒有直接從事解決問題的時候，可能會突然發現解決方法，但在言語中沒有充分的反映出來(叫做「頓悟」或「Aha！」)(例如，Mason, Burton, & Stacey, 1985)。這恍然有得的快感(叫做「發現的喜悅」)對他們以後的學習和嘗試是有力的幫助和鼓勵。所以，我們要培養學生面對「難題」的正確態度和學習控制未能解決問題時的「消沉」情緒。除了辛勤工作、努力不懈和鏗而不捨的精神之外，學生還要學習開放懷抱、適當時候放鬆，讓潛意識完成部分創新的工作。

在課堂教學中，教師可安排足夠的時間與學生進行較深入及較高層次的討論，嘗試要求學生回答「你有何想法？」、「你的結論是甚麼？」、「為甚麼？」、「如何處理？」、「如何驗證／算？」、「何時驗證／算？」、「何處可應用？」等問題。此類討論能促進學生思考，提升他們在驗算及檢查活動結果方面的能力，引導他們為活動下結論及完善結論。這樣，學生在建構知識的同時，也能發展他們的批判性思考能力及創造力。在提問後，教師應謹記預留足夠的停頓時間，方能讓學生的思維能力得以完全發揮。

此外，教師應留意教室常規的建立、清晰的指示和仔細的分工，這些安排均有助學與教活動的進行。學生必須透過個人的學習活動才能真正學習，所以，課堂中不應只側重分組活動，必須有個人學習活動，以確保每一個學生都有機會進行有意義的學習。

總括來說，教師可採用適當的教學策略，讓學生從多元化的學與教活動中，透過解決問題時的探索和討論過程，在學習數學知識的同時，亦培養他們的批判性思考能力及創造力。

四. 教學建議

讓我們先看看兩個教學情境。



(i) 兩個教學情境

(a) 情境 1：分橙問題

當學生解決問題的時候，一般都會不自覺地應用「較粗糙」的批判性思考和創造力。如果我們將三個橙分給兩個人，學了除法平分概念的學生會因為接受了嚴格數學訓練的關係，會很快地、慣性地告訴我們，每人可分得一個，餘下一個。他們從已經建構的除法「平分」和「包含」知識，選取了第一個概念，自信這分橙方法是「對的」。他們在解決問題的過程中，運用了批判性思考，創立了一個在這情境下，「可行」的結果。當橙被分配之後，學生亦會檢查這兩人是否真的每人分得一個，和是否還有一個橙餘下來。

被寵壞了的孩子可能會自己取去全部三個，並不留下任何水果給另一人。他按照自己的準則，作了一些判斷，創造了一個令一般人覺得「不合情理」、「獨特」、「新穎」的解決問題方案。亦有小朋友會將所有橙都不要，因為他不喜歡吃水果。後者的解決問題方法可能是經過他不經意的判斷，作了一個「明智」的抉擇。這兩位小朋友都不會察覺自己已經用了批判性的思考能力和創造力。

如果教師或家長以公平的原則或健康的理由游說上述的兩位小朋友，這兩位小朋友可能會基於「公平」或「健康」這新的知識 – 如果是新知識的話 – 將三個橙重新分配：一個人分得兩個和另一個人一個，或每人一個餘下一個。如果可以任意選擇其中的水果的話，最好更可以得到最大的一個便好了。當中的家長亦可能更提出將餘下的橙去皮，將橙肉平分。我們看到小朋友們對剛提出的「新知識」加以了解、質疑、判斷，繼而選擇自以為可行的方法，重新創造不同的分橙方式，解決了在這情況下發生的問題。小朋友們已經利用了批判思考和創意，而不自知。



讓我們考慮另一情境。

(b) 情境 2：數數問題

如果我們要求學生數一數放在他們面前一堆較大數量的糖果，他們會怎樣做呢？如果學生只學會逐個數（一、二、三、四、五、...）的唯一的方法，他會開始逐一粒糖點算，記着每一粒只可數一次而不能重覆被點算，亦不能漏數其中的一粒。學生可以自由選擇從某一粒糖數起，而無需由我們規定數數的程序，因為他們知道無論由那一粒數起，只要自己能保證每一粒糖都被點算過，同時亦沒有一粒被遺漏，所得糖果的數量是不會變的。學生正檢出已知的可行的知識 – 批判思考，解決一條新的問題 – 創意解決問題。

跟着，我們要求學生利用較快的方法找出糖果的數目，雖然學生未必能夠應付。這個時候，我們可以教學生兩個一數（二、四、六、八、...）的技巧，讓學生自由選擇從某一對糖果數起（口述「二」），放在一角、取去另一對糖果（口述「四」），放在一角，依次類推，不重覆，不漏數，他們便可得出糖果的數量，印證逐個數的結果。我們更進一步要求學生同時利用「逐個數」和「兩個一數」的方法，尋找不同數量的糖果數目，讓學生自擬不同的例子（即不同數量的糖果），利用「逐個數」的肯定結果，質疑、探究、判斷「兩個一數」的可行性 – 批判思考的培養。這樣的做法更能讓我們觀察學生對這技巧的認識和熟習的程度，有利我們即時糾正學生的數數技巧。每次要求學生兩個一數的同時，重覆口述「兩個一數」、「二、四、六、八、...」等詞彙，除了訓練學生兩個一數的數數技巧外，亦能使學生認識新的概念，了解 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... 的規律，更讓學生學習自擬（創造力）恰當（創造力和批判性思考）的例子，進行探究（創造力和批判性思考）的活動。

當學生熟習了「兩個一數」之後，我們可加上另一挑戰：請學生創作



類似「兩個一數」的方法(暫不要告訴學生可以利用例如「十個一數」、「五個一數」的方法)，解釋和檢查新方法的可行性，從而建構更多的解決數較大數目問題的方案。以上的數數問題除了要求學生利用創造力解決之外，學生同時學到批判性的思考方式，例如，選擇利用比「逐個數」、「較快」的「兩個一數」的知識，創造和驗證「十個一數」、「五個一數」這類新的數學知識；更為將來學習位值的概念和不同數字系統，例如十進的數制、二進的數制鋪路。

當然，不同的學生有不同的學習和解決問題的能力。我們要讓學生了解學習是需要耐性的，知識的純熟運用是要經過千錘百鍊，而未必能一蹴而就的。當問題不能即時解決，而重溫的已有的知識似乎未能派用場的時候，我們要學習忍耐、放鬆心情、暫時忘記問題，讓時間和潛意識幫我們一把，重新處理和找尋答案。

我們在這環節將會提出教學設計的原則和兩個課題的教學例子，具體指出在學習數學知識的同時，如何培養學生的兩種共通能力。在下一節我們將會介紹「種籽學校」試行的教學流程和其中的教學計畫，讓教師進一步了解一般的教學策略，希望學生能因此有意識地學習和利用批判性思考和創造力解決數學問題及學會終身學習。

(ii) 教學設計原則

以下是一些教學設計原則，強調

- (a) 以解決日常生活問題或數學題的活動引入
- (b) 安排有趣的、值得做的、和可以做得到的活動
- (c) 設計有或然性質的活動
- (d) 每教節應有個人參與活動、表達所思、聆聽和反思的環節
- (e) 布置熟識的或陌生的情境：實物操作的、圖像的、文字的、符號的例子



- (f) 聯繫已有知識和給與的條件
- (g) 細心觀察個別例子、各個例子之間的異同，在「噪音」中提取重要部份，找規律
- (h) 提出問題和假設，計畫創作新例子，檢查和監察推測的結果，保留或更新關鍵性的資料

以下是為學生提供不同的學習情境，以解決問題的模式組織學習內容（香港課程發展議會，2002，頁1），讓學生學習和運用批判性思考能力及創造力的教學例子：

(iii) 兩個教學例子

(a) 教學例子（一）：倍數和因數（4N4）

數學內容

(1) 因數的概念【活動一、二】

先有一個整數

這個整數的因數：

- 必定是整數（定義）
- 必整除該整數（定義）
- 介於1和該數之間；可等於1或該數（整除概念）

(2) 找出一個整數的所有因數的技巧【活動三、四】

- 將1, 2, 3, ..., 至該整數順序去除該整數
- 能整除該整數的數便是要找尋的因數（注意：1和該整數必然是該數的因數）

先備知識

(1) 整除的概念



活動一：

活動內容	解說
<p>1. 教師提出問題：</p> <ul style="list-style-type: none"> • 有 16 個橙，可以均分給多少人？ 	<p>學生選取已有知識，創作解決問題的方法，從而找出答案。</p>
<p>2. 學生說出答案及解釋解決問題的方法，其他同學判斷答案的合理性。</p> <p>教師可接受：</p> <ul style="list-style-type: none"> • 32 人，每人分得半個橙 • 64 人，每人分得 $\frac{1}{4}$ 個橙 	<p>學生運用批判性思考能力判斷解題方法及答案的合理性。</p>
<p>3. 教師提出整除關係。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 16 與 3 有沒有整除的關係？ • 16 與 8 有沒有整除的關係？ • 16 與 6 有沒有整除的關係？ 	<p>學生運用批判性思考能力質疑及探究 16 個橙和人數的整除關係。</p>
<p>4. 學生創作例子：</p> <ul style="list-style-type: none"> • 能否舉出多些與 16 沒有整除關係的數？ 	<p>學生創作例子闡明能 / 不能整除 16 的數。</p>
<p>5. 教師介紹「因數」這個名稱。</p> <p>能整除「某整數」的數便是它的因數</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1, 2, 4, 8, 16 是 16 的因數 • 3, 5, 6, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 32, 4, ..., 都不是 16 的因數 	<p>學生運用整除概念學習「因數」的概念。</p>
<p>6. 學生各自創作「因數」的例子和非例子，然後與同學分享。</p> <p>學生以書寫或說話的形式，運用數學語言溝通，練習與「因數」相關的數學詞彙。</p>	<p>學生利用初步建立的概念創作例子和非例子，然後運用批判性思考能力檢驗它們的正誤。</p>



活動二：

活動內容	解說
<p>1. 教師提出問題：</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none">• 16 的因數有 1, 2, 4, 8, 16, 它們與 16 之間有什麼關係？ <hr/> <p>教師可與學生討論及作小結。</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none">• 16 是一個整數• 16 的因數必定是整數• 它不會比 16 大• 不是所有比 16 小的數都是它的因數• $16 \div$「它的因數」的結果是一個整數• $16 \div$「不是它的因數」的結果不是一個整數• 16 的最小因數是 1• 16 的最大因數是它自己 <p>(參考學習內容 1：因數的概念)</p>	<p>學生觀察規律，運用創造力作出不同的假設。</p>
<p>2. 學生驗證上述關係。</p>	<p>學生運用批判性思考能力驗證假設的準確性。</p>
<p>3. 學生利用活動一自擬的例子和非例子，探究是否所有整數與它的因數之間均存在上述的關係，並進行驗證。</p>	<p>學生選取已有知識，設計探究的方法，運用批判性思考能力，找出數與因數之間的規律，歸納出一些定理。然後，再創作新例子去驗證定理。</p>



活動三：

活動內容	解說
1. 學生各自探究找因數的方法。	學生選取已有知識，創造找因數的方法。
2. 學生分享他們的方法。	學生運用批判性思考能力判斷不同方法的可行性，比較它們的優劣，重塑自己的方法。
3. 學生創作新例子，使用同學提供的方法去找因數。	

活動四：

活動內容	解說
<p>1. 數學遊戲：找因數。</p> <p>遊戲用具：數字卡（1-12）每組 4 套</p> <p>遊戲規則：</p> <ol style="list-style-type: none"> i. 4 人遊戲，隨意均分所有數字卡； ii. 猜拳定出卡的先後； iii. 第一位出卡者，隨意出一張卡，其他同學出的卡必須是該卡的因數，若無卡可出者，便棄權讓下一位同學出卡； iv. 若沒有人可再出卡時，則由最後出卡者取得新的出卡權； v. 最先將卡出完者為冠軍，其餘 3 人繼續遊戲，直至全部分出勝負； vi. 遊戲結束後，學生作記錄，將屬於某整數的因數卡疊在一起，將結果記錄。 	遊戲中，學生要運用剛建立有關找尋因數的方法找出因數，檢查自己或他人觀點的合理性，從而更新或改善已建立的知識。



<p>2. 重覆上述遊戲。</p> <hr/> <p>學生可自訂數字卡的數字及遊戲規則。</p>	<p>學生運用創造力和因數知識，創作新的找因數遊戲。</p>
<p>3. 回顧及討論結果。</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none">• 哪一張卡最易出？為什麼？• 哪些卡最難出？為什麼？• 如何能有系統地找出一個整數的所有因數？	<p>學生回顧找因數的經驗，運用創造力作出不同的假設和提出支持他們想法的理據（例如利用遊戲中所作因數的記錄，或自擬新的例子），並運用批判性思考能力驗證假設的準確性。</p>
<p>4. 學生透過解決以下問題，發現其他有關因數的規律。</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none">• 哪些整數只有一個因數？• 哪些整數有兩個因數？• 哪些整數有多於兩個因數？• 是否一個整數愈大，它的因數愈多？	<p>學生連繫已有知識和新建構的知識，創造解決問題的方法，建構另一些有關因數的新知識。</p>

(b) 教學例子 (二)：

周界 (一) (4M1)；面積 (一、二) (4M2、5M1)

數學內容

(1) 矩形 (具有四個直角的四邊形) 周界和面積的關係：

- 若矩形周界固定，它的四邊相等時，面積便達至最大
- 若矩形面積固定，它的四邊相等時，周界便達至最小



先備知識

- (1) 周界的概念
- (2) 面積的概念
- (3) 量度 / 計算周界的技巧
- (4) 量度 / 計算面積的技巧

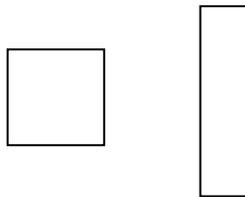
活動：



活動內容

解說

1. 教師提出問題：



- 哪一個圖形的面積較大？
 - 哪一個圖形的面積較小？
 - 哪一個圖形的周界較長？
 - 哪一個圖形的周界較短？
-
- 如何能找出 / 比較這些圖形的周界 / 面積？
 - 圖形的周界和面積是否有一定的關係？如有，這些關係會是怎樣的呢？

教師與學生溫習有關周界和面積的知識，為研習作準備。

2. 學生自擬一些矩形例子探究關係。

學生運用創造力就周界和面積的關係作出假設及進行探究和判斷真偽。



-
- 矩形周界和面積有沒有一定的關係？
-
- 矩形的周界愈長，面積會否愈大？
-
- 矩形的面積愈大，周界會否愈長？
-
- 周界相等的矩形，面積是否相等？
-
- 面積相等的矩形，周界是否相等？
-

3. 學生進行專題研習：

-
- i. 選擇研習內容；
 - ii. 設定研習題目；
 - iii. 擬訂研習計畫，按計畫進行研習；
 - iv. 分析及整理研習結果，提交研習報告。

學生基於自己的假設和初步的判斷，選擇研習內容和題目（i 和 ii）。

學生選取已有知識，創作研習的方法（iii）。

學生運用批判性思考能力檢視研習得來的發現，建立初步的觀點。然後，再進行驗證，確定周界和面積的關係（iv）。