

## 第三十三屆香港數學競賽(HKMO) (2015/16)

### 宗旨/目標

本附件旨在邀請各中學參加上述比賽。

### 詳情

2. 「第三十三屆香港數學競賽」(33rd HKMO)是由教育局數學教育組及香港教育學院數學與資訊科技學系聯合舉辦。比賽旨在發展學生的數學能力和培養他們對數學的興趣。

3. 初賽將於 **2016 年 2 月 27 日** (星期六)舉行。初賽中總分(個人項目、團體項目及幾何作圖項目的積分總和)最高的五十隊將進入決賽，而決賽將於 2016 年 4 月舉行。

4. 為了優化比賽，第三十三屆香港數學競賽籌備委員會邀請有興趣參與比賽的教師設計數學題，作為 33rd HKMO 初賽或決賽中的題目。有興趣參與的教師可以把題目(1 至 2 題，英文、中文或中英文雙語版本)及完整解題寫在附錄 5d 內，並於 **2015 年 12 月 11 日(星期五)或以前傳真**至教育局數學教育組。審題小組將會從中挑選合適的題目，所有未被採用的題目將會密封並保存一年，之後予以銷毀。

5. 由本屆開始，HKMO 初賽個人項目的比賽模式將會作出改變。個人項目將會由甲和乙兩部分組成。甲部包括 10 題數學題，每題 1 分；乙部包括 5 題數學題，每題 2 分。整個項目的總分為 20 分。樣本試卷隨附於附錄 5c，供教師參考之用。團體項目及幾何作圖項目的比賽模式將維持不變。

6. 擬派隊參加上述比賽的學校請填妥隨附的參賽表格(附錄 5a)或從網頁：

<http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/sa/hkmo-33-hkmo.html> 下載的表格，並於 **2015 年 12 月 11 日(星期五)或以前傳真**至教育局數學教育組。

7. 有關上述比賽的規則，請參閱附錄 5b。

### 聯絡人

8. 如有查詢，請致電 2153 7436 與教育局課程發展處數學教育組鄭仕文先生聯絡。

參賽表格

致 九龍彌敦道 405 號  
九龍政府合署 4 樓  
教育局數學教育組  
傳真號碼： 3426 9265  
(煩交 鄭仕文先生)

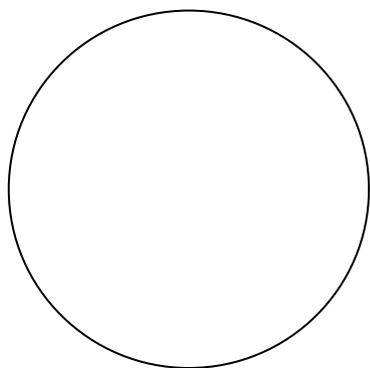
第三十三屆香港數學競賽(2015/16)

本校提名下列學生參加上述競賽。

編號	學生姓名		性別 (男/女)	班別
	英文姓名 (大寫)	中文姓名		
1				
2				
3				
4				
5				
6				

領隊老師為 \_\_\_\_\_ 博士 / 先生 / 女士 / 小姐\*。

\*請將不適用者刪去



學校蓋章

校長簽名： \_\_\_\_\_

校長姓名： \_\_\_\_\_

校名： \_\_\_\_\_

地址： \_\_\_\_\_

電話： \_\_\_\_\_ 傳真： \_\_\_\_\_

日期： \_\_\_\_\_

**第三十三屆香港數學競賽 (2015/16)****初賽規則**

1. 初賽分個人項目、團體項目和幾何作圖項目三部分，個人項目限時六十分鐘，團體項目限時二十分鐘，而幾何作圖項目則限時二十分鐘。
2. 每隊由四至六位中五或以下同學組成。其中任何四位可參加個人項目；又其中任何四位可參加團體項目及幾何作圖項目。不足四位同學的隊伍將被撤銷參賽資格。
3. 每隊隊員必須穿著整齊校服，並由負責教師帶領，於上午 9 時或以前向會場接待處註冊，同時必須出示身分證/學生證明文件，否則將被撤銷參賽資格。
4. 指示語言將採用粵語。若參賽者不諳粵語，則可獲發給一份中、英文指示。比賽題目則中、英文並列。
5. 每一隊員於個人項目中須解答 15 條問題（當中甲部佔 10 題、乙部佔 5 題）；而每一隊伍則須於團體項目中解答 10 條問題；並在幾何作圖項目中解答 3 條問題。
6. 團體項目及幾何作圖項目中，各參賽隊員可進行討論，但必須將聲浪降至最低。
7. 各參賽隊伍須注意：
  - (a) 個人項目及團體項目比賽時，不准使用計算機、四位對數表、量角器、圓規、三角尺及直尺等工具，
  - (b) 幾何作圖項目比賽時，只准使用書寫工具（例如：原子筆、鉛筆等）、圓規及大會提供的直尺，違例隊伍將被撤銷參賽資格或扣分。
8. 除非另有聲明，否則所有個人項目及團體項目中問題的答案均為數字，並應化至最簡，但無須呈交證明及算草。
9. 參賽者如有攜帶電子通訊器材，應把它關掉(包括響鬧功能)並放入手提包內或座位的椅下。

10. 個人項目中，甲部和乙部的每一正確答案分別可得 1 分及 2 分。每隊可得之最高積分為 80 分。
11. 團體項目中，每一正確答案均可得 2 分。每隊可得之最高積分為 20 分。
12. 至於幾何作圖項目，每隊可得之最高積分為 20 分（必須詳細列出所有步驟，包括作圖步驟）。
13. 初賽中，並不給予快捷分。
14. 參賽者必須自備工具，例如：原子筆、鉛筆及圓規。
15. 籌委會將根據各參賽隊伍的總成績（個人項目、團體項目及幾何作圖項目的積分總和）選出最高積分的五十隊進入決賽。
16. 初賽獎項：
  - (a) 於個人項目比賽中，
    - (i) 取得滿分者將獲頒予最佳表現及積分獎狀；
    - (ii) 除上述 (i) 中取得最佳表現的參賽者外，
      - (1) 成績最佳的首 2% 參賽者將獲頒予一等榮譽獎狀；
      - (2) 隨後的 5% 參賽者將獲頒予二等榮譽獎狀；
      - (3) 緊接著的 10% 參賽者將獲頒予三等榮譽獎狀。
  - (b) 於團體項目中取得滿分的隊伍將獲頒予最佳表現及積分獎狀。
  - (c) 於幾何作圖項目中表現優秀的隊伍將獲頒予獎狀。
  - (d) 於各分區的比賽中，總成績（個人項目、團體項目及幾何作圖項目的積分總和）最高之首 10% 的參賽隊伍將獲頒予獎狀。
17. 如有任何疑問，參賽者須於比賽完畢後，立即向會場主任提出。所提出之疑問，將由籌委會作最後裁決。

**Hong Kong Mathematics Olympiad (2015 / 2016)**

**Heat Event (Individual) Sample Paper**

香港數學競賽 (2015 / 2016)

初賽項目(個人) 模擬試卷

**Part A**

甲部

1. 除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。  
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.
2. 本部各題佔分相等，每題 1 分。  
All questions in this section are of equal marks, each question carries 1 mark.

1. 整數  $x$  減去 12 後是一個整數的平方。將  $x$  加上 19 後則是另一個整數的平方。求  $x$  的值。

An integer  $x$  minus 12 is the square of an integer.  $x$  plus 19 is the square of another integer. Find the value of  $x$ . (2010/11 Heat Event (Individual) Qu. 5)

2. 已知  $(10^{2015})^{-10^2} = \underbrace{0.000\dots01}_{n \text{ 個 } 0}$ ，求  $n$  的值。

Given that  $(10^{2015})^{-10^2} = \underbrace{0.000\dots01}_{n \text{ times}}$ . Find the value of  $n$ .

(2014/15 Heat Event (Individual) Qu. 2)

3. 如圖一所示， $ABCD$  為圓內接四邊形，其中  $AD = 5$ 、 $DC = 14$ 、 $BC = 10$  及  $AB = 11$ 。求四邊形  $ABCD$  的面積。

As shown in Figure 1,  $ABCD$  is a cyclic quadrilateral, where  $AD = 5$ ,  $DC = 14$ ,  $BC = 10$  and  $AB = 11$ . Find the area of quadrilateral  $ABCD$ .

(Modified from 2013/14 Heat Event (Individual) Qu. 5)

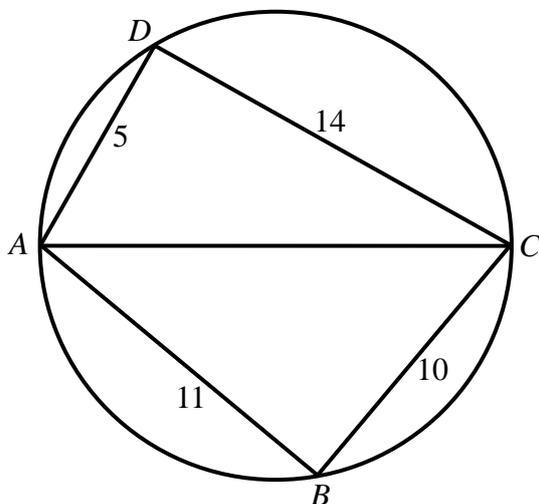


Figure 1

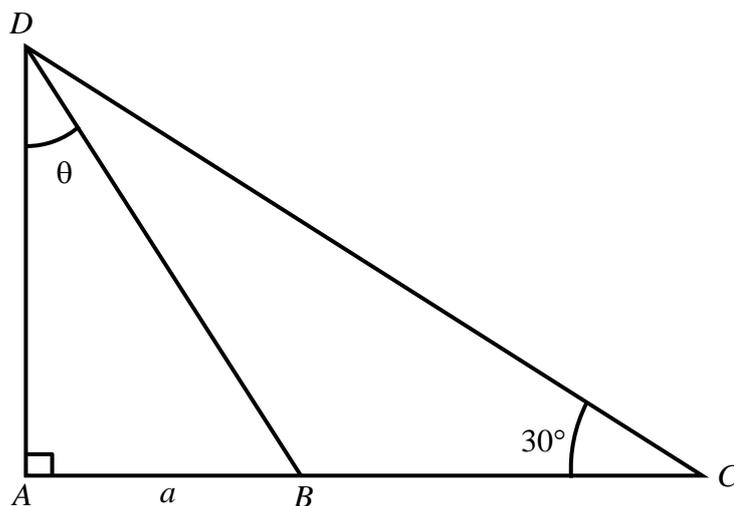
圖一

4. 圖二所示為一直角三角形  $ACD$ ，其中  $B$  是  $AC$  上的點且  $BC = 2AB$ 。已知  $AB = a$  及  $\angle ACD = 30^\circ$ ，求  $\theta$  的值。

Figure 2 shows a right-angled triangle  $ACD$  where  $B$  is a point on  $AC$  and  $BC = 2AB$ . Given that

$AB = a$  and  $\angle ACD = 30^\circ$ , find the value of  $\theta$ .

(Modified from 2012/13 Heat Event (Individual) Qu. 3)



圖二

Figure 2

5. 學校推出每張面值為 \$10、\$15、\$25 及 \$40 的四種賣物券。甲班用若干張 \$100 紙幣買了 30 張賣物券，包括其中兩種賣物券各 5 張及另外兩種賣物券各 10 張。問甲班共用了多少張 \$100 紙幣購買賣物券？

A school issues 4 types of raffle tickets with face values \$10, \$15, \$25 and \$40. Class A uses several one-hundred dollar notes to buy 30 raffle tickets, including 5 tickets each for two of the types and 10 tickets each for the other two types. How many one-hundred dollar notes does Class A use to buy the raffle tickets?(2010/11 Heat Event (Individual) Qu. 8)

6. 求  $2^{2011}$  除以 13 的餘數。

Find the remainder when  $2^{2011}$  is divided by 13.

(2010/11 Heat Event (Individual) Qu. 1)

7.  $2^{20} \times 25^{12}$  是一個多少個位的數？

Find the number of places of the number  $2^{20} \times 25^{12}$ .

(2011/12 Heat Event (Individual) Qu. 4)

8. 甲、乙及丙三人互相傳球。甲首先將球傳出。有多少不同方案使得經過 5 次傳球後，球會回傳給甲？

A, B and C pass a ball among themselves. A is the first one to pass the ball to the other one. In how many ways will the ball be passed back to A after 5 passes?

(2010/11 Heat Event (Individual) Qu. 6)

9. 已知  $a$  及  $b$  為不相同質數，且  $a^2 - 19a + m = 0$  及  $b^2 - 19b + m = 0$ ，求  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  的值。

Given that  $a$  and  $b$  are distinct prime numbers,  $a^2 - 19a + m = 0$  and  $b^2 - 19b + m = 0$ . Find the value of  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ . (2011/12 Heat Event (Individual) Qu. 6)

10. 已知  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  為一正實數序列，其中  $a_1 = 1$  及  $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n} + \frac{1}{4}$ 。求  $a_{2015}$  的值。

It is given that  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  is a sequence of positive real numbers such that  $a_1 = 1$

and  $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n} + \frac{1}{4}$ . Find the value of  $a_{2015}$ .

(2014/15 Heat Event (Individual) Qu. 5)

## Part B

### 乙部

1. 除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。  
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.
2. 本部各題佔分相等，每題 2 分。  
All questions in this section are of equal marks, each question carries 2 marks.

11. 若方程  $(k^2 - 4)x^2 - (14k + 4)x + 48 = 0$  有兩個相異的正整數根，求  $k$  的值。

If the quadratic equation  $(k^2 - 4)x^2 - (14k + 4)x + 48 = 0$  has two distinct positive integral roots, find the value(s) of  $k$ .  
(2011/12 Heat Event (Individual) Qu. 8)

12. 已知  $y = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2013$ ，求  $y$  的最小值。

Given that  $y = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2013$ , find the minimum value of  $y$ .  
(2012/13 Heat Event (Individual) Qu. 5)

13. 在 1 至 2015 之間(包括 1 及 2015 在內)有多少對相異整數的積是 5 的倍數?  
How many pairs of distinct integers between 1 and 2015 inclusively have their products as multiples of 5?  
(2014/15 Heat Event (Individual) Qu. 1)

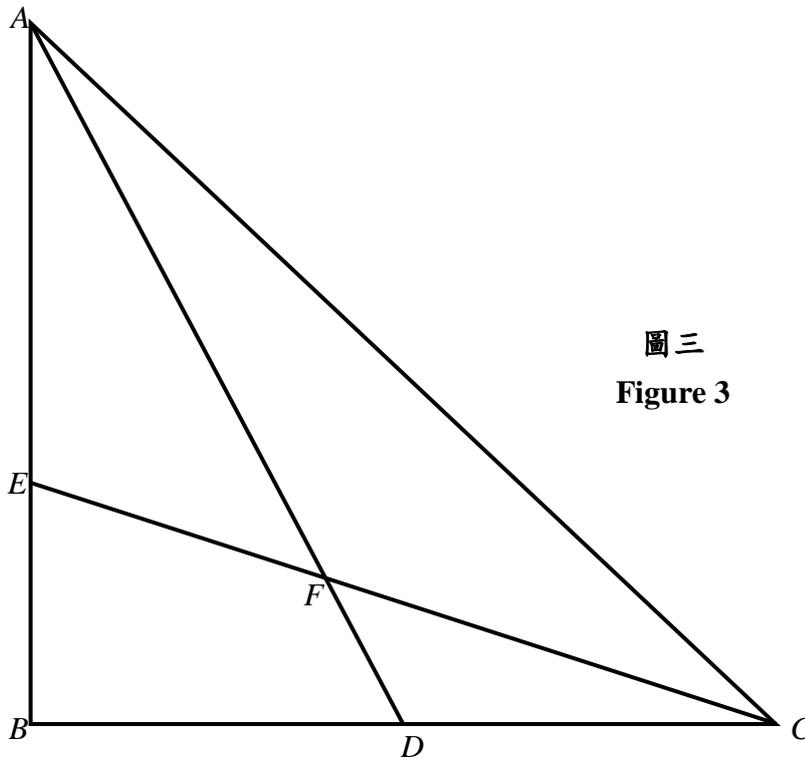
14. 設  $x$  為實數。求  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 130}$  的最小值。

Let  $x$  be a real number. Find the minimum value of  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 130}$ .  
(2014/15 Heat Event (Individual) Qu. 9)

15. 如圖三， $AE = 14$ ， $EB = 7$ ， $AC = 29$  and  $BD = DC = 10$ 。求  $BF^2$ 。

In Figure 3,  $AE = 14$ ， $EB = 7$ ， $AC = 29$  and  $BD = DC = 10$ . Find  $BF^2$ .

(Modified from 2011/12 Heat Event (Individual) Qu. 10)



圖三  
Figure 3

完  
END

## 擬題表格

致 九龍彌敦道 405 號  
九龍政府合署 4 樓  
教育局數學教育組  
傳真號碼： 3426 9265  
(煩交 鄭仕文先生)

教師姓名： \_\_\_\_\_

學校： \_\_\_\_\_

### 第 33 屆香港數學競賽 (2015/16)

題目：

解：

(如有需要，請自行使用白紙補足)