

教育統籌局 數學教育組

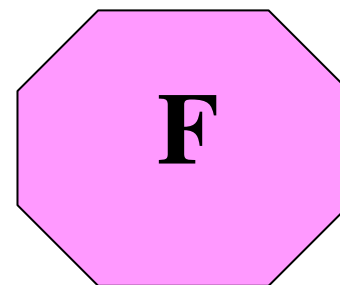
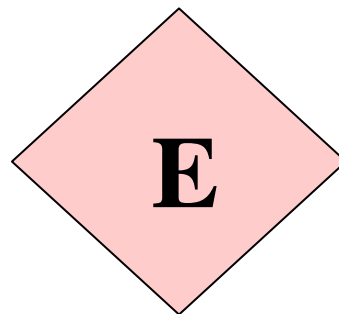
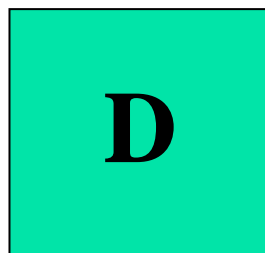
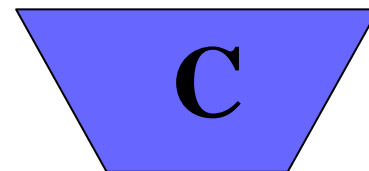
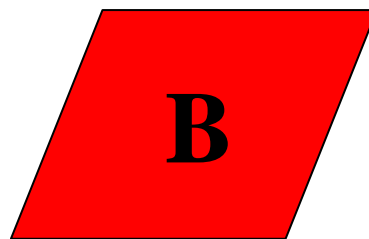
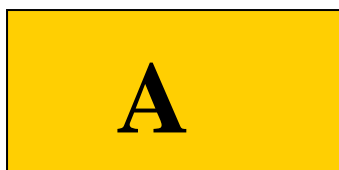


小學數學基礎概念的學與教

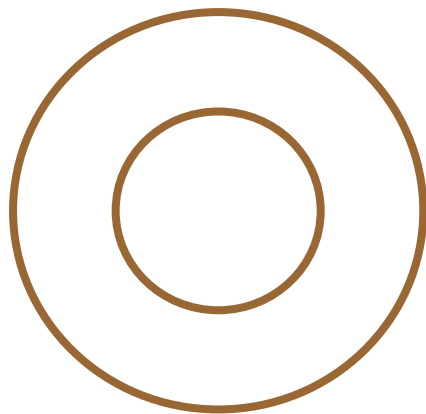
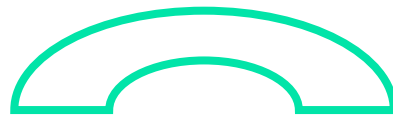
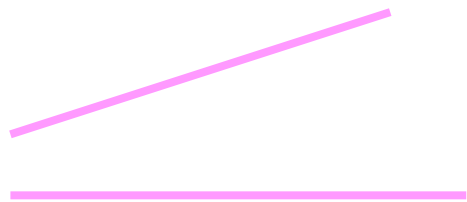
單元五

香港小學數學課程的學與教 三、「圖形與空間」範疇

找出平行四邊形



找出平行線





日常生活的關係

- 解決日常的問題
- 空間能力對許多的工作都很重要
- 培養解決問題的能力
- 遊戲



數學學習

- 四則運算，例如：加法、對位...
- 應用題
- 幫助記憶，例如：電話號碼
- 其他範疇，例如：統計



幾何 Geometry

- geo 及 metria 古希臘的兩個字根
- geo 土地
- metria 量度



空間感

- 一個人對其周圍環境及事物的直覺感覺
- Spatial sense is an intuitive feel for one's surroundings and the objects in them (NCTM,1989, p.49)



與空間相關七種的技能

- 1) 眼與動作協調能力 *Eye-motor coordination*
- 2) 圖形-背景知覺能力 *Figure-ground perception*
- 3) 知覺恆常能力又稱圖形恆常能力 *Perceptual constancy*
- 4) 空間中-位置知覺能力 *Position-in-space perception*
- 5) 空間關係知覺能力 *Perception of spatial relationships*
- 6) 視覺分辨能力 *Visual discrimination*
- 7) 視覺記憶能力 *Visual memory*



眼與動作協調能力

Eye-motor coordination

幾何活動涉及眼與身體其他部分的協調。

例如：寫字

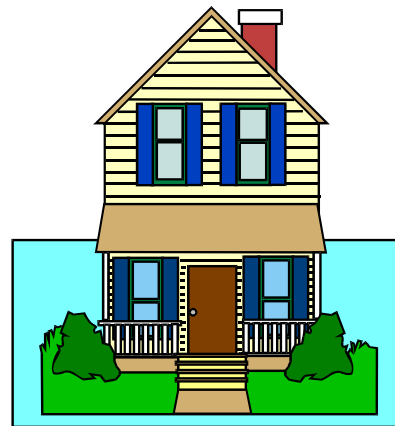
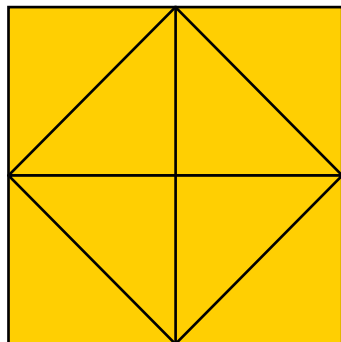


圖形-背景知覺能力

Figure-ground perception

充滿複雜背景裏指認某一特殊的組成部份。

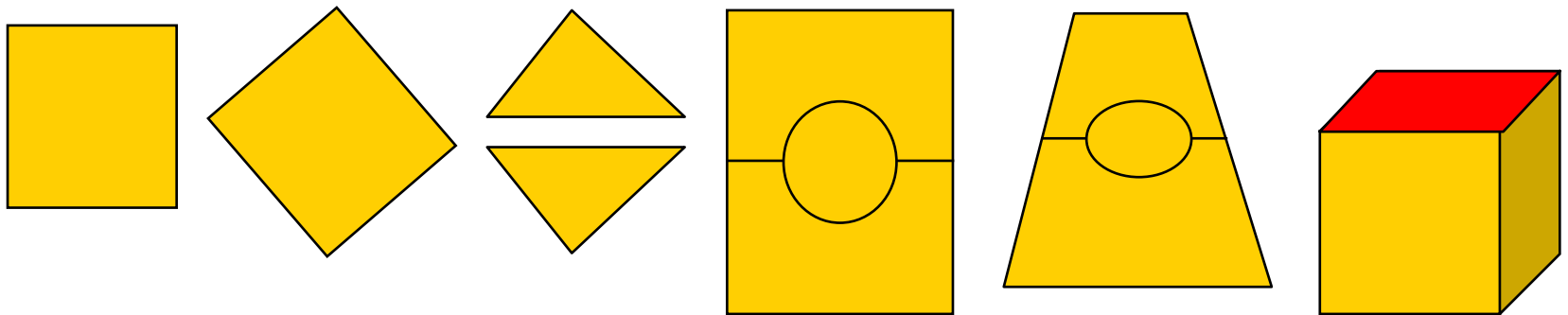
- 從背景中分辨前景
- 在複雜背景內指認一特殊部份(找出隱藏的圖形)
- 依圖形描出未完成的部分
- 如:七巧板(由各部份拼組成一個圖形)



知覺恆常能力又稱圖形恆常能力

Perceptual constancy

- 辨識以各種方式呈現的圖形
- 如：辨認相似圖形、辨認全等圖形、依大小排列圖形

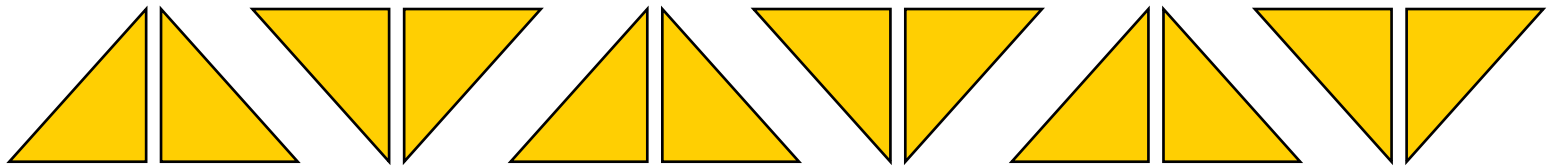
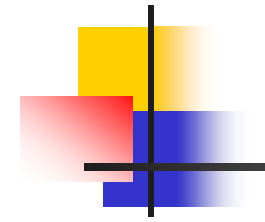




空間中-位置知覺能力

Position-in-space perception

- 尋求空間中的一個物體與**自己**的關係的能力
- 如:辨識移位、旋轉角度、翻轉的倒轉
- 如:左右、順時針、逆時針



b d

6 9

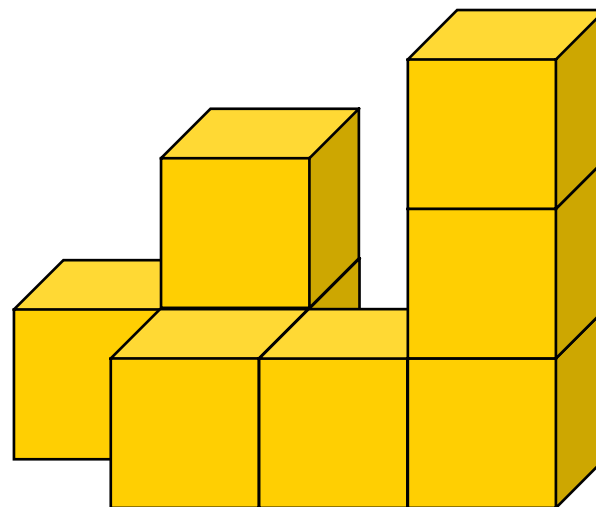


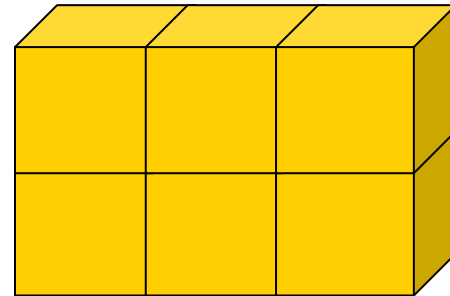
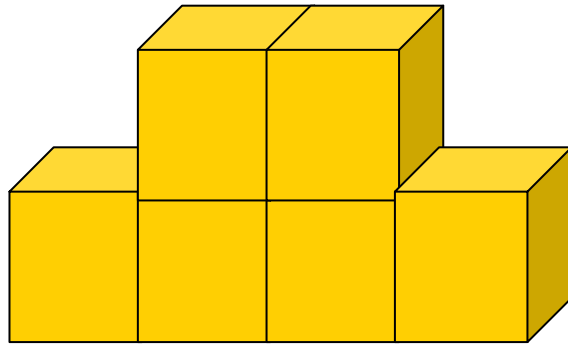
空間關係知覺能力

Perception of spatial relationships

判別出二、三件物體與自己的
關係間彼此的關係。

- 積木在自己的什麼位置
- 積木之間位置的關係

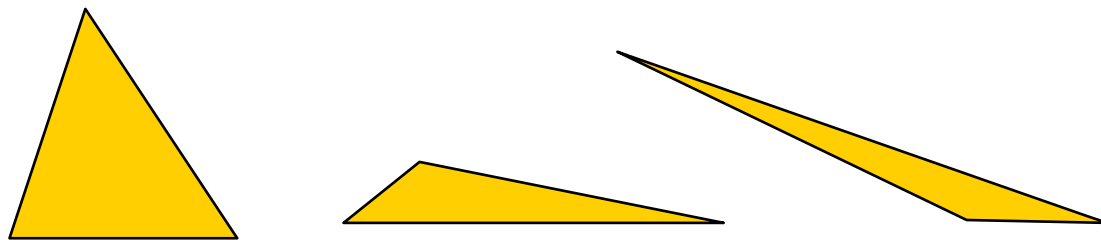




視覺分辨能力

Visual discrimination

認物體間相似或相異之能力。例如：
物體的分類
形狀、大小、顏色...



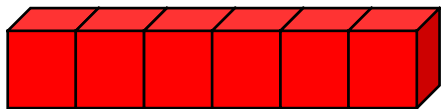


視覺記憶能力

Visual memory

能正確回憶現已不在視線內的物體，並且將其特質聯結到其他看得見或看不見物體上。

- 如:憑記憶，仿畫圖形、估量
- 實物有幫助





幾何思維發展

Piaget & Inhelder

知覺層次 (透過解覺和視覺而學習)

概念層次 (思考與想像)

The van Hieles Theory

Pierre van Hiele and Dieke van Hiele-Geldof



The van Hiele Theory

Level 0 認識(recognition)

Level 1 分析(analysis)

Level 2 關係(relationships)

Level 3 演譯(deduction)

Level 4 定理(axiomatics)



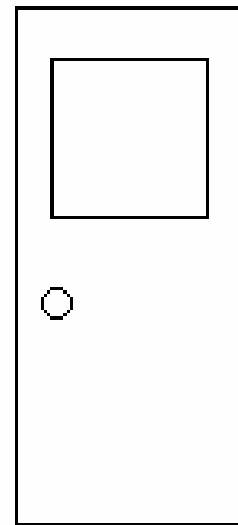
Level 0 認識(recognition)

這一階段的兒童認識及知道圖形的名稱乃根據其整體外觀，而不考慮它的部分。

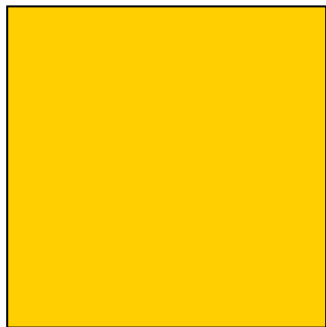


■ 視覺化階段

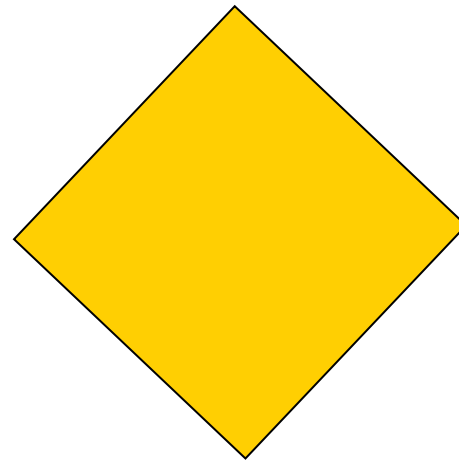
一圖形為長方形
是因其像一堵門
而不是它有四直
線及四直角。



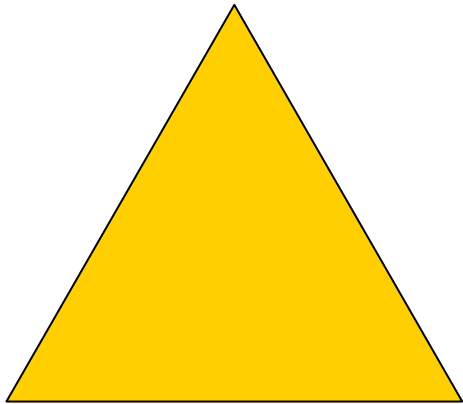
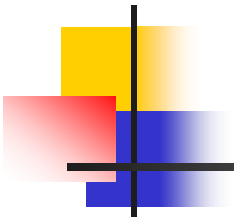
- 根據圖形整體外觀辨識，不清楚圖形的特質及圖形間各部份的關係



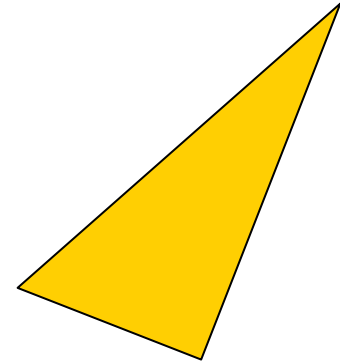
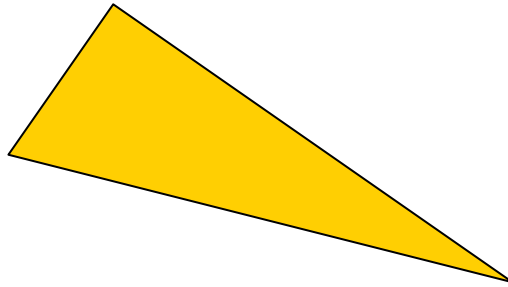
正正的



不是正方形



這是三角形





Level 1 分析(analysis)

兒童能分辨圖形的簡單特性，
但不能看出圖形間的相互關係。

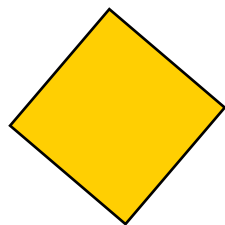
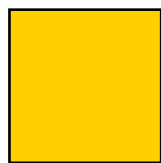


分析階段

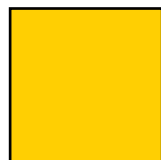
- 指出長方形有四條邊，兩長兩短
- 正方形有四條相等的邊、四個直角



圖形特質辨識



都是正方形



不是長方形



不了解各種圖形之間的相互關係

不知道

- 正方形是長方形的特例
- 正方形是有直角的菱形
- 長方形是平行四邊形的一種



Level 2 關係(relationships)

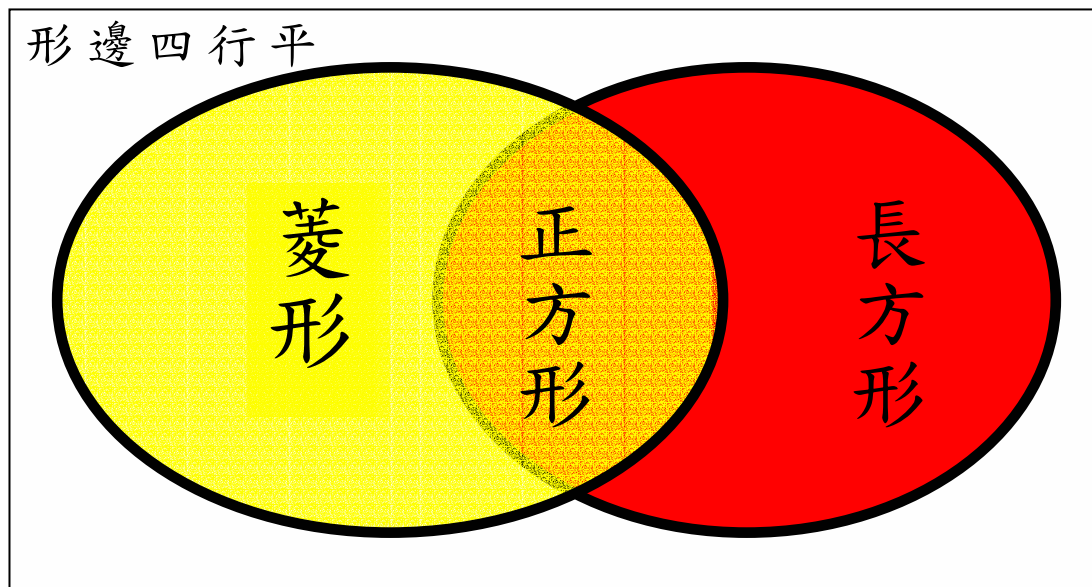
非正式推理階段

- 將圖形以最少的特徵加以定義、分類

例如： 一個直角的平行四邊形是
長方形

建構不同類形間的關係

例如：菱形、正方形、長方形、
平行四邊形關係





Level 3 演譯 (deduction)

運用演譯推理階段

- 理解證明中的邏輯敘述
- 會意二個不同邏輯敘述對同樣的定理是有效的
- 自己發展一系列的演繹性邏輯敘述去解釋與證明定理
- 換言之，能正式推理、解釋為什麼邏輯敘述是正確的



Level 4 定理 (axiomatics)

達精確嚴密階段

- 對數學結構有很深的了解，而且能理解不同公理系統間的區別和關係，如同數學家一樣。(周，p132)



注意事項

- 小學約到第二層階--關係這階段
- 循序漸進
- 配合兒童認知發展
- 建基於上一階段
- 幾何概念建基於經驗而不是年紀



各階段的學習

- 幾何發展 (The van Hiele Theory)
- 年齡



年齡

■ 4-7 歲

- 以自我為中心，開始知道空間之間的結構及安排
- 立體 → 平面
- 平面圖形：圓 → 長方形 → 正方形 →
 三角形 → 菱形 (三角形有斜線)
- 空間方位：上面 → 下面 → 前面 →
 後面 → 左面 → 右面
- 利用水平作參考 — | /



年齡

■ 7-9 歲

- 守恆觀念
- 建基早期知識
- 開始從不同角度觀察事物



年齡

■ 9-12 歲

- 開始依賴邏輯解釋及表達自己的思維及答案
- 仍未能掌握某些抽象的觀念
- 開始掌握到所有正方形都是長方形



小學課程

- 立體圖形
- 線
- 平面圖形
- 角
- 方向



學習目標

- 第一學習階段(小一至小三)
 - 學生能
 - 辨認及描述平面和立體圖形，並把它們分類
 - 直觀地認識立體圖形的基本性質
 - 認識平面圖形的性質
 - 從已知條件製作平面和立體圖形
 - 認識、描述及欣賞圖形
 - 辨別四個方向
- 第二學習階段(小四至小六)
 - 學生能
 - 理解平面和立體圖形的性質
 - 進行平面和立體圖形的分類及製作
 - 辨別八個方向



四個不同的幾何系統

- 1) Topological geometry 拓樸幾何
- 2) Euclidean 歐氏幾何
- 3) Coordinate geometry 坐標幾何
- 4) Transformation geometry 變換幾何



發展的次序

- 幾何圖形：立體 → 平面
- 平面圖形：圓 → 長方形 → 正方形 → 三角形 → 菱形
- 空間方位：上面 → 下面 → 前面 → 後面 → 左面 → 右面
- 參照系統：自我中心 → 固定 → 協調



教學方法

- 教師掌握有關的知識
- 照顧兒童的全面發展
- 建基於兒童的學習模式
- 不同的活動、遊戲
- 提供機會讓兒童透過活動將知識擴展



教學法

- 日常生活中常見的事物中、以生活情境為素材
- 透過直觀辨認、配對、比較、分類、排列
- 透過活動，包括描述、觸摸、實物操作、摺紙、繪畫、製作及探究
- 利用不同的教學資源
- 透過合作、與人溝通並結合其他數學範疇或學科
- 透過不同的學習組織，提供足夠機會



生活情境

- 到圖書閣旁的小櫃取圖畫紙
- 現在我們排隊到操場，嘉嘉第一，樂兒排在曉霖的後面
- 將書包放在自己的椅下
- 將手冊放在書包的裏面
- 將圓錐體(雪糕筒)放在籃球架後

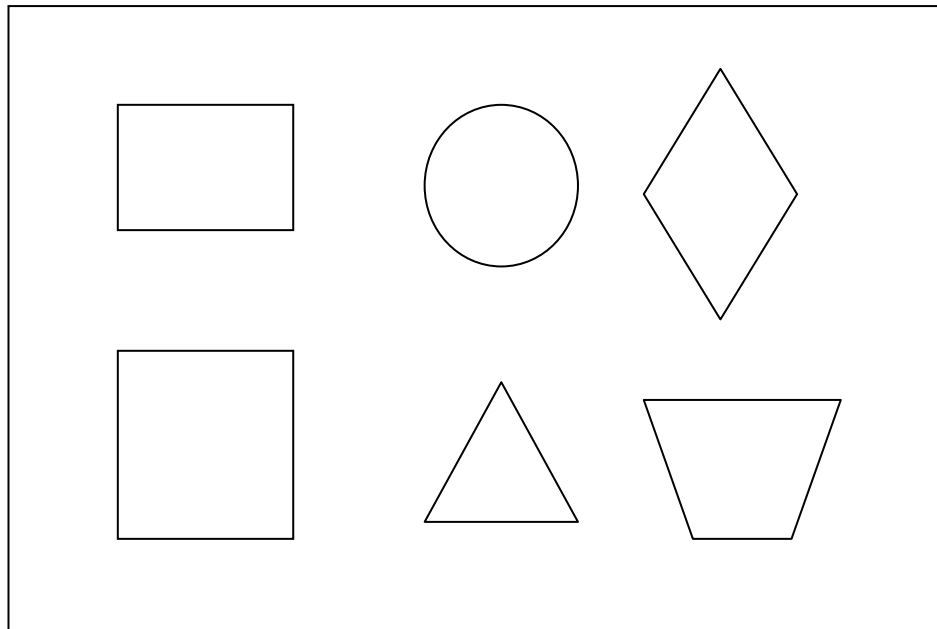


直觀辨認、配對、比
較、分類、排列

透過以下的活動

直觀辨認、配對、比較、分類、排列

- 將立體圖形分類
- 辨認圖形





活動

描述

- 物件之間相互關係
- 黑箱遊戲
- 硬幣是圓的
- 樹葉是心形的
- 釘板遊戲



活動

觸摸

- 黑箱遊戲
- 繩子拉出圖形
- 利用釘板橡筋做出各種圖
- 利用火柴枝砌出圖形



活動

實物操作

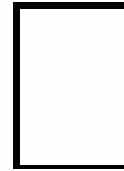
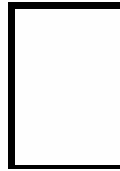
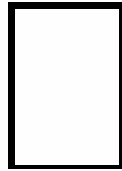
- 黏土製作
- 釘板遊戲
- 畫出立體的各面圖形
- 利用圖形設計



認識平面圖形

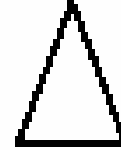
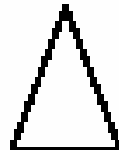
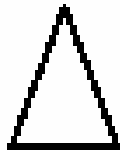
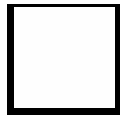
- 沿物件的邊在紙上勾畫出各個面的外形

三角柱體



共有五個面，包括兩個三角形，三個長方形。

四角錐體



共有五個面，包括一個正方形，四個三角形。

1 三角錐體

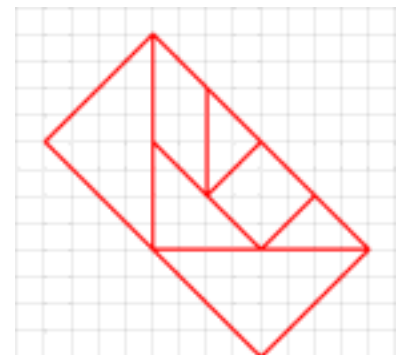
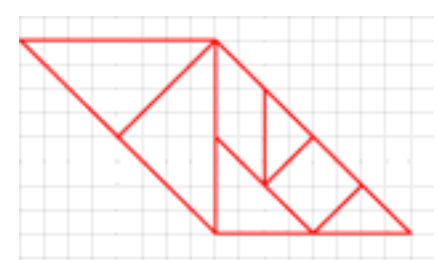
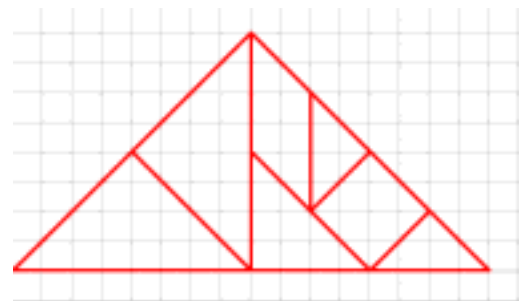
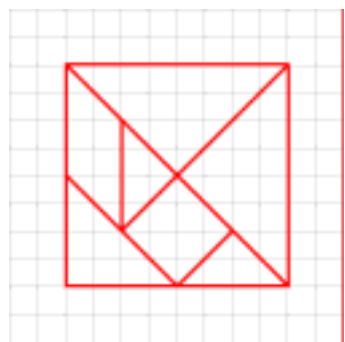
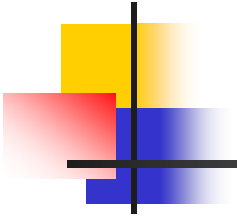
三角錐體共有 _____ 個面，
包括 _____ 個 _____ 形，
_____。

2 四角錐體

四角錐體共有 _____ 個面，
包括 _____ 個 _____ 形，
_____。

	頂	部				前	面				側		面	





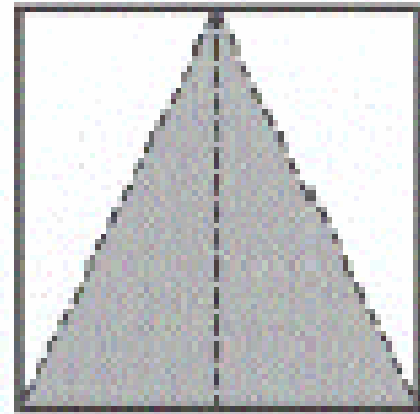
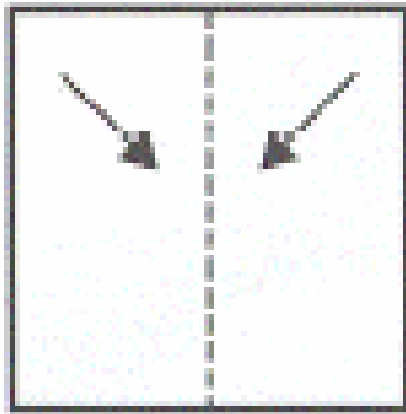


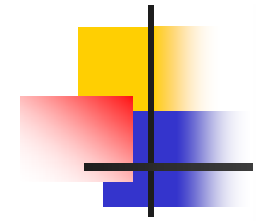
活動

摺紙、繪畫、製作及探究
勾畫立體圖形的各個面

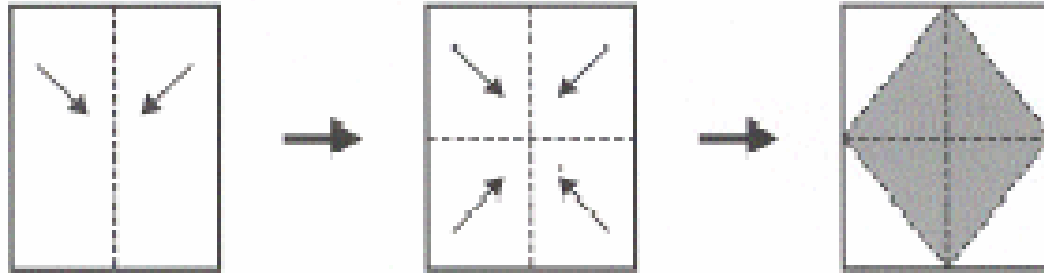
摺紙

等腰三角形

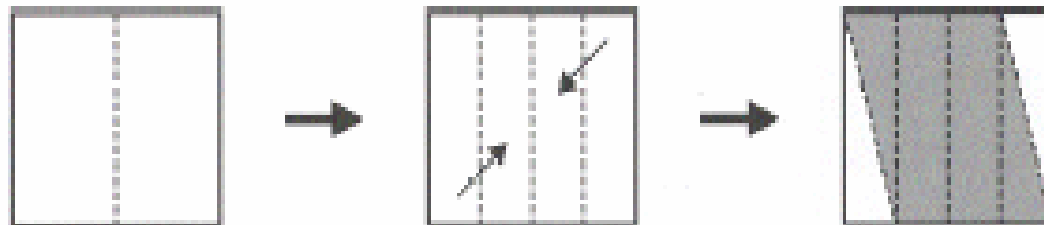


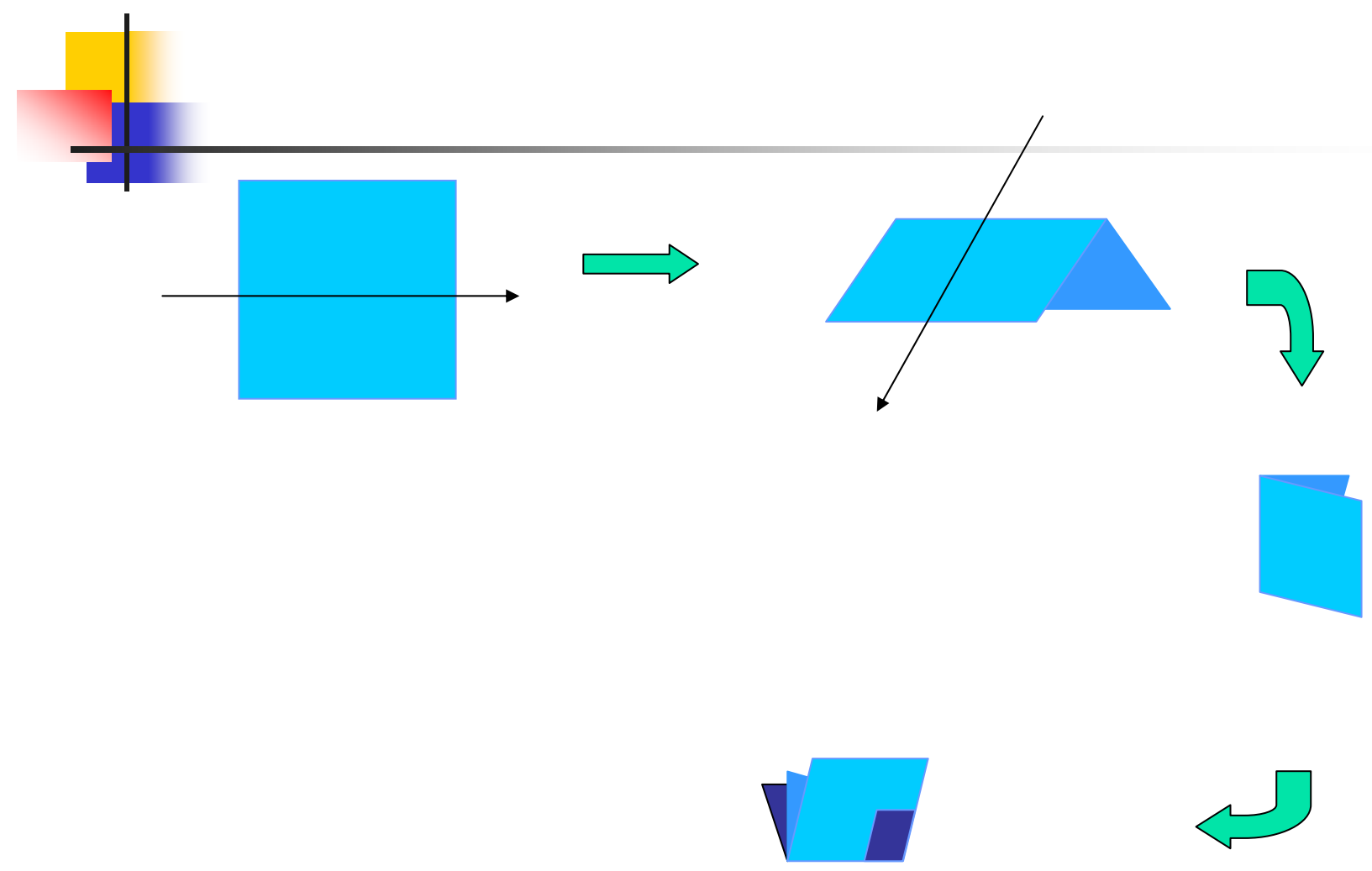


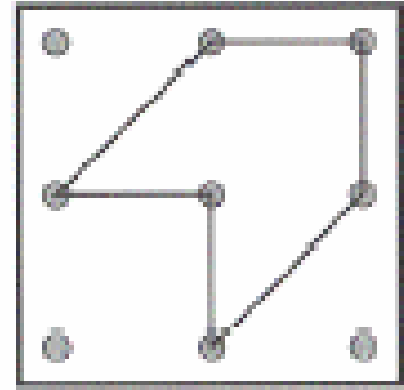
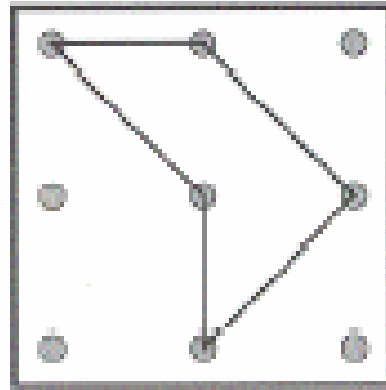
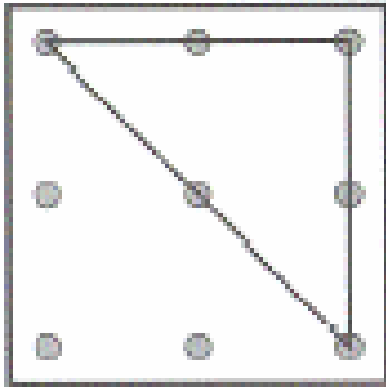
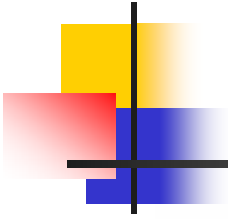
菱形 (宜用長方形紙)

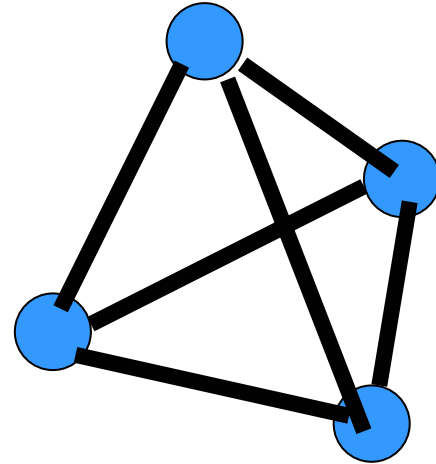
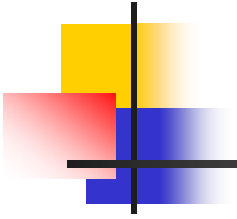


平行四邊形

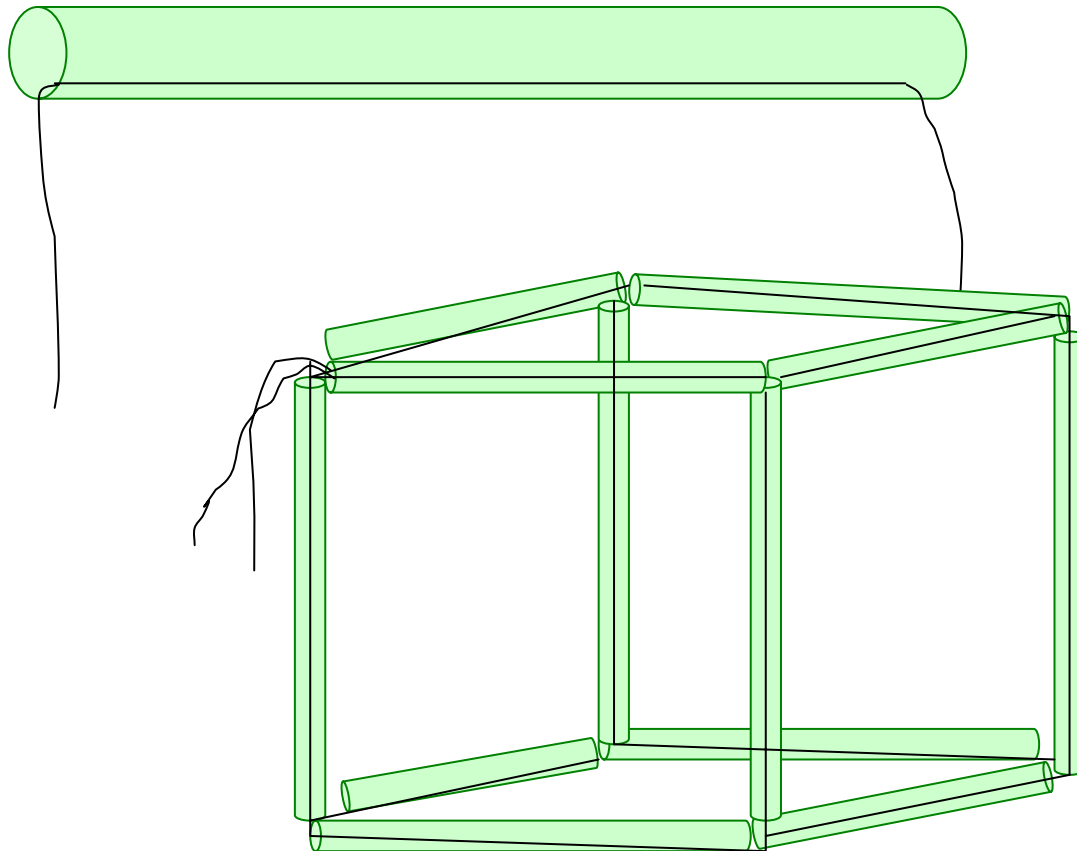


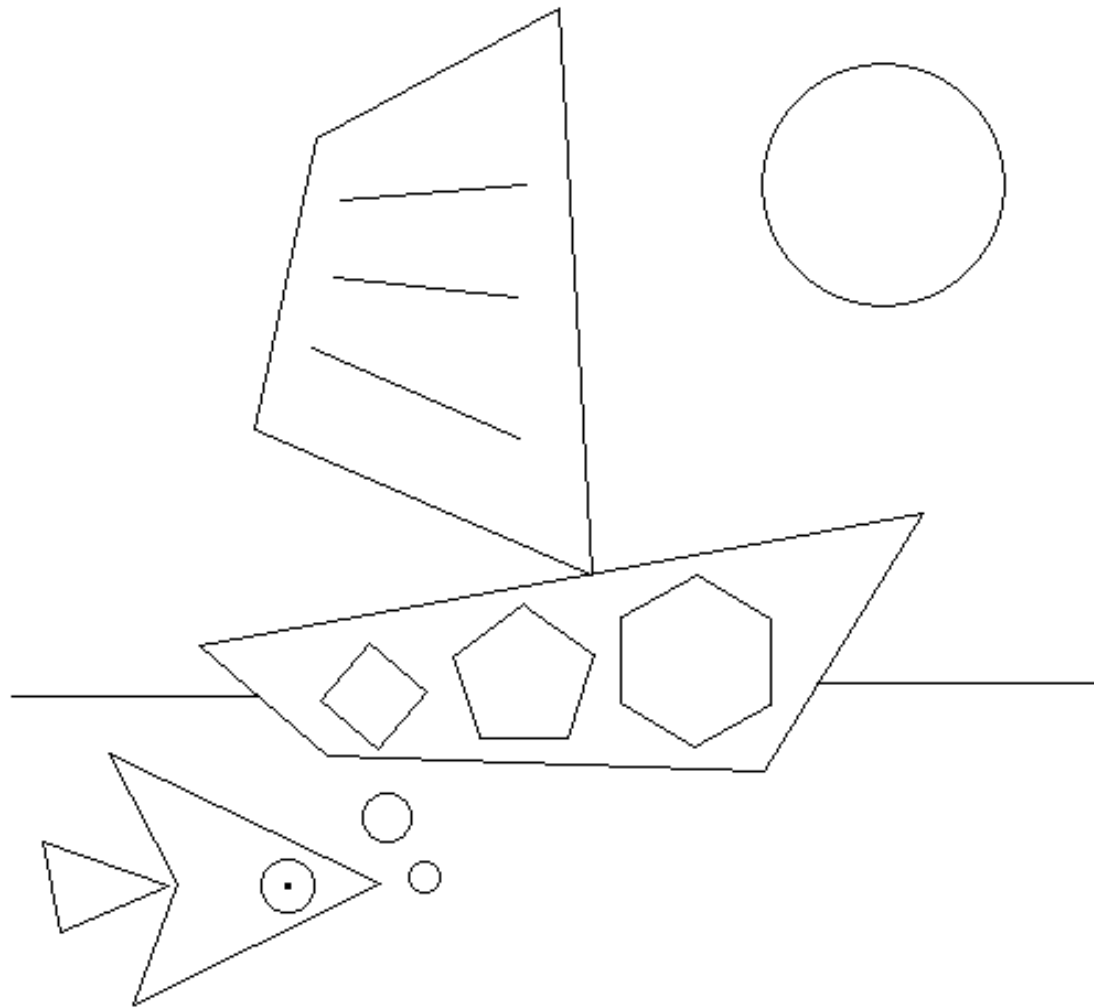
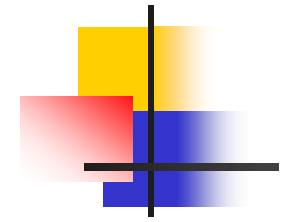


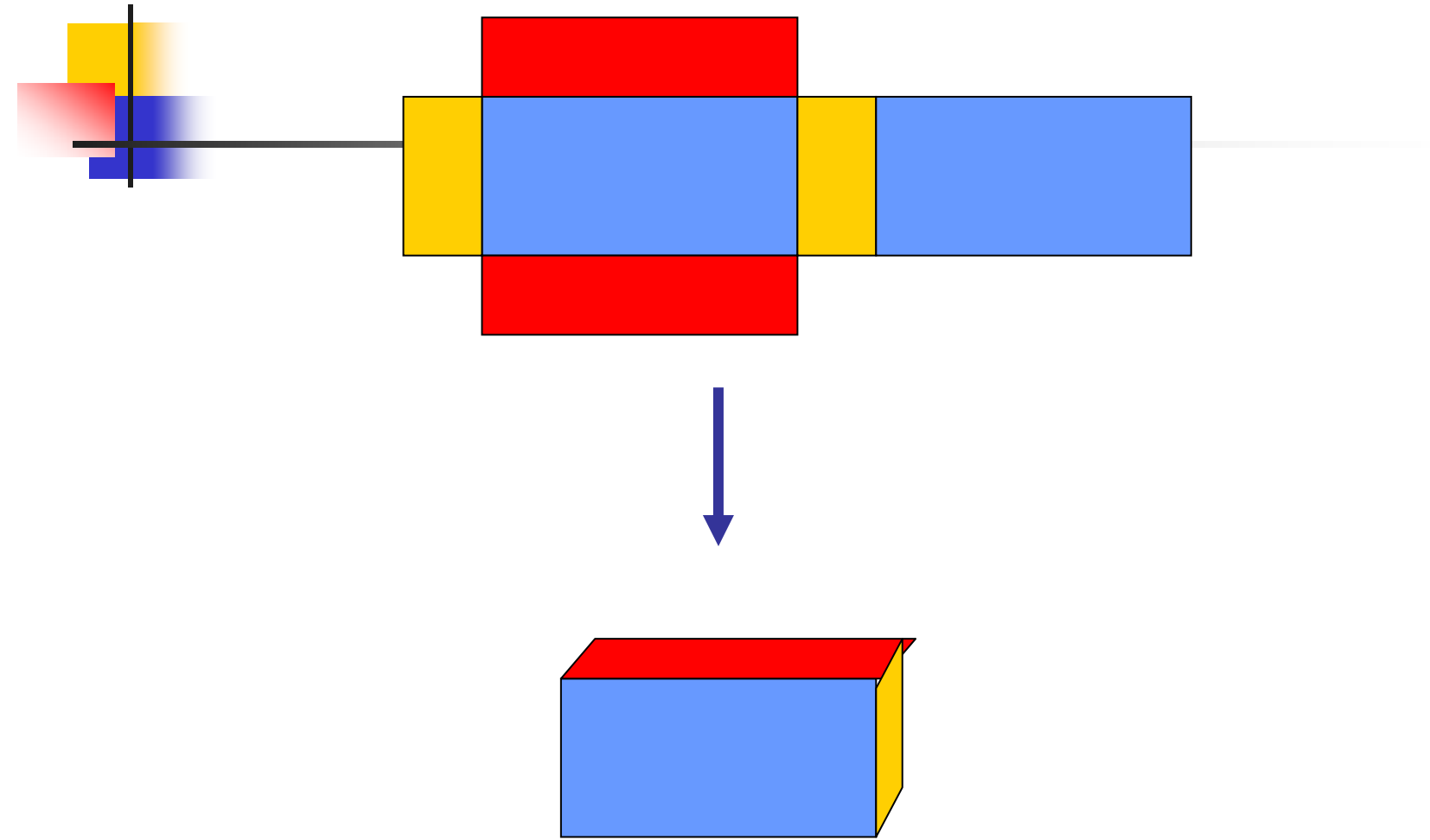




飲管









<http://www.lee-pl.com/shape0303/>



[#2a-color.pdf](#)



[#2c.pdf](#)



[#2a.pdf](#)



[#2d-color.pdf](#)



[#2b-color.pdf](#)



[#2d.pdf](#)



[#2b.pdf](#)



[#2e-color.pdf](#)

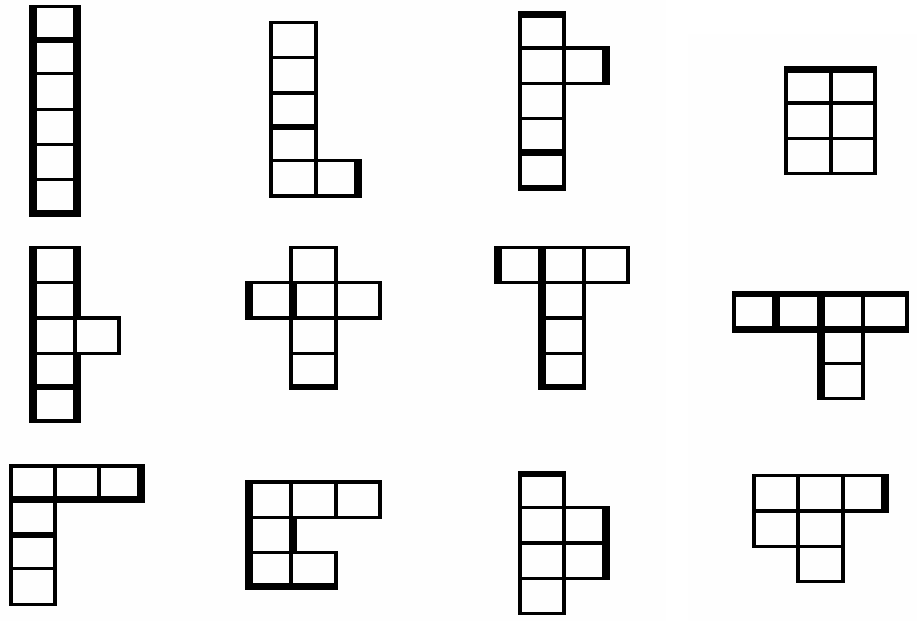


[#2c-color.pdf](#)



[#2e.pdf](#)

觀察下列展開圖，哪個能
摺合成一個正方體





教學資源

- 用實物
 - 沿物件邊畫圖
 - 利用書角作角
- 釘板
- 方格紙、方格板
- 七巧板
- 幾何條
- 幾何圖形板
- 遇水會脹的海棉
- 竹籤與寶貼、飲筒及繩



遊戲

- 中國象棋
- 河內塔（梵天塔）
- 七巧板
- 迷宮
- 聯點成畫
- 俄羅斯方塊



合作、與人溝通

- 你們用了哪些方法把圖形勾畫出來？
- 同一件物件，各個面所勾畫出的形狀是否相同？
- 勾畫出的形狀有多少條邊？是什麼圖形？



不同的學習組織

- 個別

知識的建構，透過以上各種活動

- 分組

2人一組，3人一組...

- 全班



不同的教學資源

■ 用電腦軟件

- 小畫家
- Corel Draw
- Sketchpad
- Cabri geometry

■ 網上資源

- 玩具
- Lego
- 砌圖
- 附件



附件

- 各圖形的定義
- 作參考用途



謝謝！



範疇資料

範疇學習目標

第一學習階段（小一至小三）

第二學習階段（小四至小六）

「圖形與空間」範疇

學生能

- 辨認及描述平面和立體圖形，並把它們分類
- 直觀地認識立體圖形的基本性質
- 認識平面圖形的性質
- 從已知條件製作平面和立體圖形
- 認識、描述及欣賞圖形
- 辨別四個方向

學生能

- 理解平面和立體圖形的性質
- 進行平面和立體圖形的分類及製作
- 辨別八個方向

課程組織定位

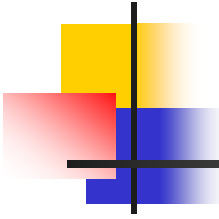
範疇	數 (N)	圖形與空間 (S)	度量 (M)	數據處理 (D)	代數 (A)
學習內容	▪ 整數	▪ 立體圖形	▪ 貨幣	▪ 統計	▪ 代數符號
	▪ 數的性質	▪ 線	▪ 長度		▪ 方程
	▪ 分數、小數 和百分數	▪ 平面圖形	▪ 時間		
		▪ 角	▪ 重量		
	▪ 計算工具	▪ 方向	▪ 容量		
			▪ 周界		
			▪ 面積		
			▪ 體積		
			▪ 速率		



範疇概覽

第一學習階段（小一至小三）

- 立體圖形（一）（柱體、錐體和球體）
- 立體圖形（二）（角柱、圓柱、角錐和圓錐）
- 直線和曲線
- 平面圖形（多邊形和圓形）
- 四邊形（一）（長方形、正方形、梯形、菱形等）

- 
- 四邊形（二）（平行四邊形的特性）
 - 三角形
 - 角（一）（角及直角）
 - 角（二）（銳角、鈍角）
 - 四個主要方向
 - 平行和垂直



第二學習階段（小四至小六）

- 四邊形（三）（四邊形的特性）
- 圖形拼砌與分割
- 對稱
- 八個方向
- 立體圖形（三）（柱體、錐體和球體的特性）
- 立體圖形（四）（頂、棱、面和截面）
- 圓

教學時間分配

學習 階段	範疇							課節 總數
	建議 課節	數	圖形 與 空間	度量	數據 處理	代數	備用 課節	
一		221 (46 %)	74 (15 %)	97 (20 %)	12 (3 %)	0 (0 %)	76 (16 %)	480 (100%)
二		196 (41 %)	63 (13 %)	78 (16 %)	46 (10 %)	33 (7 %)	64 (13 %)	480 (100%)
總計		417 (44 %)	137 (14 %)	175 (18 %)	58 (6 %)	33 (3 %)	140 (15 %)	960 (100%)

詞彙

「圖形與空間」範疇

直線	曲線	平行
垂直	角	銳角
鈍角	四邊形	平行四邊形
長方形	正方形	梯形
菱形	對邊	三角形
不等邊三角形	等腰三角形	等邊三角形
直角三角形	圓	立體圖形
柱體	角柱	圓柱
長方體	正方體	球體
錐體	角錐	圓錐
棱	頂	對稱軸
方向	東	南
西	北	東南
東北	西南	西北

課程
流程
圖

