



预测歌手社交媒体粉丝数目

监察社交媒体粉丝数目的趋势十分重要，因为这提供了有关公众对歌手的兴趣和支持度的宝贵资讯。在当今的数位世界中，歌手的社交媒体存在感会影响他们的工作机会和整体人气。作为几位歌手的经理人，预测这些趋势对于制定市场策略、演唱会宣传和公关工作至关重要。

想象一下，你是一位负责监察几位歌手社交媒体粉丝数目的经理人。你的工作包括预测每位歌手在不久的将来将拥有多少粉丝。这些预测不仅有助于你评估他们的表现，还能促进与潜在合作伙伴的讨论。

通过数学建模，你将分析粉丝数目的历史数据，以进行预测并识别各种趋势中的形态。准备好成为一位能够利用社交媒体数据取得成功的专业经理人吧！

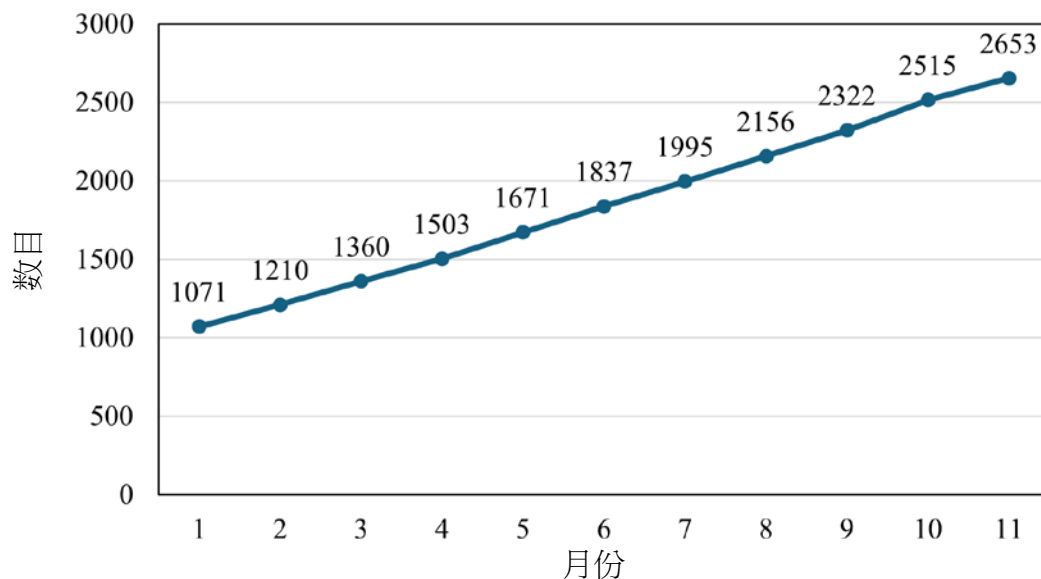
预测歌手社交媒体粉丝数目

工作纸 2

活动 2

探索适用于线性趋势的建模方法。

1. 下图显示了歌手 H 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒体粉丝数目。



请提出一些预测 2023 年 12 月歌手 H 粉丝数目的方法。

2. 在下表中，计算每个月之间粉丝数目的变化。

| 月份 | 变化 | 月份 | 变化 |
|----------|----|------------|----|
| 1 月到 2 月 | | 6 月到 7 月 | |
| 2 月到 3 月 | | 7 月到 8 月 | |
| 3 月到 4 月 | | 8 月到 9 月 | |
| 4 月到 5 月 | | 9 月到 10 月 | |
| 5 月到 6 月 | | 10 月到 11 月 | |

我们可运用試算表應用程式 (例如 MS Excel) 計算這些變化。

| 步骤 | 描述 |
|----|----|
|----|----|

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

| | A | B | C |
|----|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | 變化 |
| 2 | | 1 | 1071 |
| 3 | | 2 | 1210 |
| 4 | | 3 | 1360 |
| 5 | | 4 | 1503 |
| 6 | | 5 | 1671 |
| 7 | | 6 | 1837 |
| 8 | | 7 | 1995 |
| 9 | | 8 | 2156 |
| 10 | | 9 | 2322 |
| 11 | | 10 | 2515 |
| 12 | | 11 | 2653 |

ii. 第 C 欄：變化

- 在儲存格 C3，輸入
 $= B3 - B2$

這意思是：

當前數目 - 前月數目

- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，
讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3
越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

| | A | B | C |
|---|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | 變化 |
| 2 | | 1 | 1071 |
| 3 | | 2 | 1210 |
| 4 | | 3 | 1360 |
| 5 | | 4 | 1503 |
| 6 | | 5 | 1671 |
| 7 | | 6 | 1837 |
| 8 | | 7 | 1995 |

以下讨论四种可能的建模方法，以预测歌手 H 在未来的粉丝数目。

3. 建模方法 1：

这个方法只考虑最近两个月（即 2023 年 10 月和 11 月）之间的变化。它假设 2023 年 11 月和 12 月之间的变化等于 2023 年 10 月和 11 月之间的变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 变化 |
|----------|----|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 变化 |
|------------|----|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 1），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

(d) 模型 1 有什么优点和缺点？

4. 建模方法 2：

这个方法考虑了每个月之间的所有变化（即从 1 月到 2 月、2 月到 3 月、... 以及从 10 月到 11 月）。它计算这些变化的平均值，以得出每个月的平均变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的变化等于这个每月的平均变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 变化 |
|----------|----|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 变化 |
|------------|----|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 2），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

(d) 模型 2 有什么优点和缺点？

5. 建模方法 3：

这个方法只考虑月份之间的最近三个变化(即从 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月)。它计算这些变化的平均值，以获得这段时间内的每月的平均变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的变化等于这个每月的平均变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 变化 |
|----------|----|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 变化 |
|------------|----|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型(模型 3)，以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

(d) 模型 3 有什么优点和缺点？

6. 模型 1 至 3 有什么共同的假设和限制？

以下，我们尝试纳入「权」的概念来分析模型 1 至 3。

7. 例如，模型 1 只考虑最近两个月（即 2023 年 10 月和 11 月）之间的变化。因此，这一个变化的权设定为 1，而其他所有变化的权则定为 0。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | 0 |
| 2 月到 3 月 | 150 | 0 |
| 3 月到 4 月 | 143 | 0 |
| 4 月到 5 月 | 168 | 0 |
| 5 月到 6 月 | 166 | 0 |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | 0 |
| 7 月到 8 月 | 161 | 0 |
| 8 月到 9 月 | 166 | 0 |
| 9 月到 10 月 | 193 | 0 |
| 10 月到 11 月 | 138 | 1 |

模型 2 考虑了每个月之间的所有变化（即从 1 月到 2 月、2 月到 3 月、... 以及从 10 月到 11 月）。因此，所有变化的权都定为 1。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | 1 |
| 2 月到 3 月 | 150 | 1 |
| 3 月到 4 月 | 143 | 1 |
| 4 月到 5 月 | 168 | 1 |
| 5 月到 6 月 | 166 | 1 |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | 1 |
| 7 月到 8 月 | 161 | 1 |
| 8 月到 9 月 | 166 | 1 |
| 9 月到 10 月 | 193 | 1 |
| 10 月到 11 月 | 138 | 1 |

模型 3 只考虑月份之间的最近三个变化（即从 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。

在下表中，写出各个变化所对应的权。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | |
| 2 月到 3 月 | 150 | |
| 3 月到 4 月 | 143 | |
| 4 月到 5 月 | 168 | |
| 5 月到 6 月 | 166 | |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | |
| 7 月到 8 月 | 161 | |
| 8 月到 9 月 | 166 | |
| 9 月到 10 月 | 193 | |
| 10 月到 11 月 | 138 | |

8. 建模方法 4：

这个方法考虑了各个月份之间变化的权。它计算这些变化的加权平均值，以获得每月的加权平均变化。

(a) 提出这些变化的权，并完成下表。

试解释你的答案。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | |
| 2 月到 3 月 | 150 | |
| 3 月到 4 月 | 143 | |
| 4 月到 5 月 | 168 | |
| 5 月到 6 月 | 166 | |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | |
| 7 月到 8 月 | 161 | |
| 8 月到 9 月 | 166 | |
| 9 月到 10 月 | 193 | |
| 10 月到 11 月 | 138 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 4），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

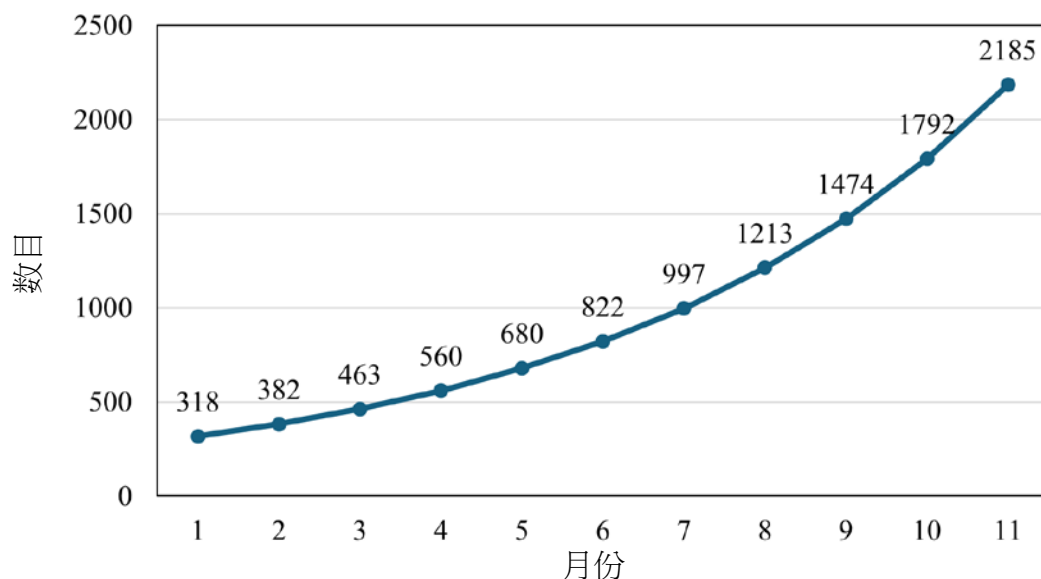
预测歌手社交媒体粉丝数目

工作纸 3

活动 3

探索适用于指数趋势的建模方法。

1. 下图显示了歌手 K 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒体粉丝数目。



使用在活动 2 中的模型 1 至 3 来预测 2023 年 12 月歌手 K 的粉丝数目是否合适？试解释你的答案。

2. 在下表中，计算每个月之间粉丝数目的百分变化。把答案准确至两位小数。

| 月份 | 百分变化 |
|----------|------|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 百分变化 |
|------------|------|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

我们可运用試算表應用程式 (例如 MS Excel) 計算這些變化。

| 步驟 | 描述 |
|----|----|
|----|----|

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

| | A | B | C |
|----|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | % 變化 |
| 2 | | 1 | 318 |
| 3 | | 2 | 382 |
| 4 | | 3 | 463 |
| 5 | | 4 | 560 |
| 6 | | 5 | 680 |
| 7 | | 6 | 822 |
| 8 | | 7 | 997 |
| 9 | | 8 | 1213 |
| 10 | | 9 | 1474 |
| 11 | | 10 | 1792 |
| 12 | | 11 | 2185 |

ii. 第 C 欄：百分變化

- 在儲存格 C3，輸入

$$= (B3 - B2)/B2$$

這意思是：

$$\frac{\text{當前數目} - \text{前月數目}}{\text{前月數目}}$$

- 運用「選單」內的工具
 - ✓ 設定格式為百分數
 - ✓ 顯示兩位小數



- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3 越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

| | A | B | C |
|---|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | % 變化 |
| 2 | | 1 | 318 |
| 3 | | 2 | 382 |
| 4 | | 3 | 463 |
| 5 | | 4 | 560 |
| 6 | | 5 | 680 |
| 7 | | 6 | 822 |
| 8 | | 7 | 997 |

以下讨论四种可能的建模方法，以预测歌手 K 在未来的粉丝数目。

3. 建模方法 5：

这个方法只考虑最近两个月（即 2023 年 10 月和 11 月）之间的百分变化。它假设 2023 年 11 月和 12 月之间的百分变化等于 2023 年 10 月和 11 月之间的百分变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 百分变化 |
|----------|------|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 百分变化 |
|------------|------|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 5），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

(d) 模型 5 有什么优点和缺点？

4. 建模方法 6：

这个方法考虑了每个月之间的所有百分变化（即从 1 月到 2 月、2 月到 3 月、...以及从 10 月到 11 月）。它计算这些百分变化的平均值，以得出每个月的平均百分变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的百分变化等于这个每月的平均百分变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 百分变化 |
|----------|------|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 百分变化 |
|------------|------|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 6），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

(d) 模型 6 有什么优点和缺点？

5. 建模方法 7：

这个方法只考虑月份之间的最近三个百分变化（即从 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。它计算这些百分变化的平均值，以获得这段时间内的每月的平均百分变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的百分变化等于这个平均百分变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 百分变化 |
|----------|------|
| 1 月到 2 月 | |
| 2 月到 3 月 | |
| 3 月到 4 月 | |
| 4 月到 5 月 | |
| 5 月到 6 月 | |

| 月份 | 百分变化 |
|------------|------|
| 6 月到 7 月 | |
| 7 月到 8 月 | |
| 8 月到 9 月 | |
| 9 月到 10 月 | |
| 10 月到 11 月 | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 7），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

(d) 模型 7 有什么优点和缺点？

6. 建模方法 8：

与建模方法 4 相似，这个方法考虑了各个月份之间百分变化的权。它计算这些百分变化的加权平均值，以获得每月的加权平均百分变化。

(a) 提出这些百分变化的权，并完成下表。

试解释你的答案。

| 月份 | 百分变化 | 权 |
|----------|--------|---|
| 1 月到 2 月 | 20.13% | |
| 2 月到 3 月 | 21.20% | |
| 3 月到 4 月 | 20.95% | |
| 4 月到 5 月 | 21.43% | |
| 5 月到 6 月 | 20.88% | |

| 月份 | 百分变化 | 权 |
|------------|--------|---|
| 6 月到 7 月 | 21.29% | |
| 7 月到 8 月 | 21.66% | |
| 8 月到 9 月 | 21.52% | |
| 9 月到 10 月 | 21.57% | |
| 10 月到 11 月 | 21.93% | |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 8），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

7. 模型 5 至 8 有什么共同的假设和限制？



预测歌手社交媒体粉丝数目

监察社交媒体粉丝数目的趋势十分重要，因为这提供了有关公众对歌手的兴趣和支持度的宝贵资讯。在当今的数位世界中，歌手的社交媒体存在感会影响他们的工作机会和整体人气。作为几位歌手的经理人，预测这些趋势对于制定市场策略、演唱会宣传和公关工作至关重要。

想象一下，你是一位负责监察几位歌手社交媒体粉丝数目的经理人。你的工作包括预测每位歌手在不久的将来将拥有多少粉丝。这些预测不仅有助于你评估他们的表现，还能促进与潜在合作伙伴的讨论。

通过数学建模，你将分析粉丝数目的历史数据，以进行预测并识别各种趋势中的形态。准备好成为一位能够利用社交媒体数据取得成功的专业经理人吧！

预测歌手社交媒体粉丝数目的趋势

工作纸 1

活动 1

初步分析建模情境并进行简单的预测。

1. 你认为有哪些因素可能影响歌手在社交媒体上的粉丝数目？

[参考例子]

- 与歌手本身相关的因素，例如歌手的年龄、个人魅力、公开露面次数。
- 与社交媒体相关的因素，例如帖文质素、发帖频率、与粉丝在社交媒体上的互动、社交媒体的演算法。

2. 下表显示了歌手 A 和歌手 B 在 1 月至 5 月的社交媒体粉丝数目。

| 歌手 | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 歌手 A | 30 | 55 | 80 | 105 | 130 |
| 歌手 B | 20 | 40 | 80 | 160 | 320 |

- (a) 如果我们只能使用这些数据来预测歌手 A 和歌手 B 在往后月份的社交媒体粉丝数目，我们需要作出哪些假设？
- (b) 按 (a) 的假设，预测歌手 A 和歌手 B 在 6 月份的社交媒体粉丝数目，并解释你的答案。

(a) 假设：

1. 主要的影响因素是之前的粉丝数目。
2. 稳定的增长模式。
3. 歌手 A 是线性增长，而歌手 B 是指数增长。

(b) 对于歌手 A，每个月的粉丝数目比前一个月多 25。

$$\begin{aligned}\text{歌手 A 在 6 月的社交媒体粉丝数目} &= 130 + 25 \\ &= 155\end{aligned}$$

对于歌手 B，每个月的粉丝数目是前一个月的 2 倍。

$$\begin{aligned}\text{歌手 B 在 6 月的社交媒体粉丝数目} &= 320 \times 2 \\ &= 640\end{aligned}$$

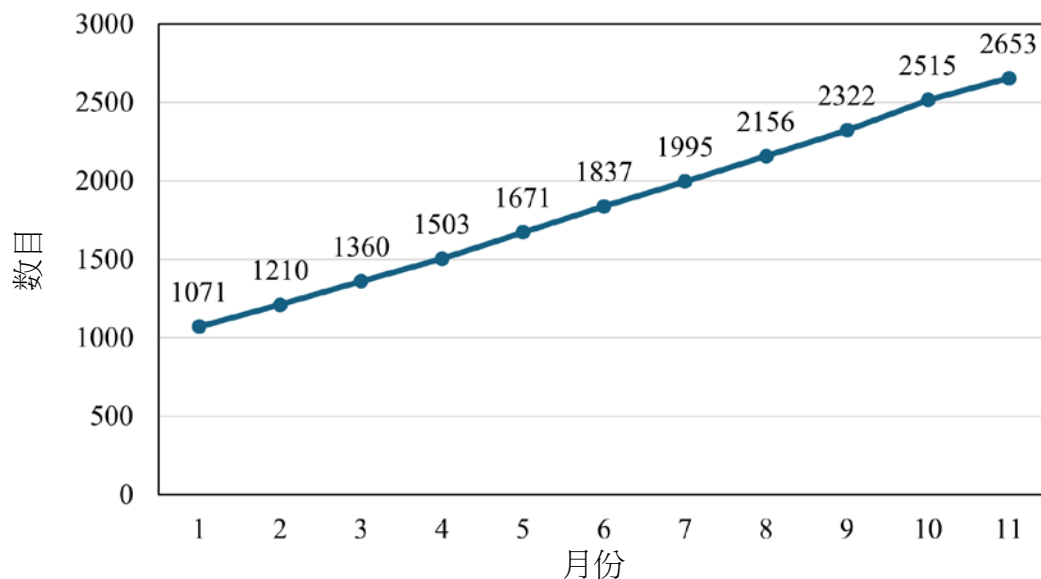
预测歌手社交媒体粉丝数目

工作纸 2

活动 2

探索适用于线性趋势的建模方法。

1. 下图显示了歌手 H 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒体粉丝数目。



请提出一些预测 2023 年 12 月歌手 H 粉丝数目的方法。

[参考例子]

1. 考虑最近两个月的变化，然后使用这个变化来预测 12 月的粉丝数目。
2. 考虑每个月之间的变化并计算平均值，然后使用该平均值来预测 12 月的粉丝数目。

2. 在下表中，计算每个月之间粉丝数目的变化。

| 月份 | 变化 |
|----------|-----|
| 1 月到 2 月 | 139 |
| 2 月到 3 月 | 150 |
| 3 月到 4 月 | 143 |
| 4 月到 5 月 | 168 |
| 5 月到 6 月 | 166 |

| 月份 | 变化 |
|------------|-----|
| 6 月到 7 月 | 158 |
| 7 月到 8 月 | 161 |
| 8 月到 9 月 | 166 |
| 9 月到 10 月 | 193 |
| 10 月到 11 月 | 138 |

我们可运用試算表應用程式 (例如 MS Excel) 計算這些變化。

| 步骤 | 描述 |
|----|----|
|----|----|

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

| | A | B | C |
|----|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | 變化 |
| 2 | | 1 | 1071 |
| 3 | | 2 | 1210 |
| 4 | | 3 | 1360 |
| 5 | | 4 | 1503 |
| 6 | | 5 | 1671 |
| 7 | | 6 | 1837 |
| 8 | | 7 | 1995 |
| 9 | | 8 | 2156 |
| 10 | | 9 | 2322 |
| 11 | | 10 | 2515 |
| 12 | | 11 | 2653 |

ii. 第 C 欄：變化

- 在儲存格 C3，輸入
 $= B3 - B2$

這意思是：

當前數目 - 前月數目

- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，
讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3
越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

| | A | B | C |
|---|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | 變化 |
| 2 | | 1 | 1071 |
| 3 | | 2 | 1210 |
| 4 | | 3 | 1360 |
| 5 | | 4 | 1503 |
| 6 | | 5 | 1671 |
| 7 | | 6 | 1837 |
| 8 | | 7 | 1995 |

以下讨论四种可能的建模方法，以预测歌手 H 在未来的粉丝数目。

3. 建模方法 1：

这个方法只考虑最近两个月（即 2023 年 10 月和 11 月）之间的变化。它假设 2023 年 11 月和 12 月之间的变化等于 2023 年 10 月和 11 月之间的变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 变化 |
|----------|-----|
| 1 月到 2 月 | 139 |
| 2 月到 3 月 | 150 |
| 3 月到 4 月 | 143 |
| 4 月到 5 月 | 168 |
| 5 月到 6 月 | 166 |

| 月份 | 变化 |
|------------|-----|
| 6 月到 7 月 | 158 |
| 7 月到 8 月 | 161 |
| 8 月到 9 月 | 166 |
| 9 月到 10 月 | 193 |
| 10 月到 11 月 | 138 |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月} : 2653 + 138 = 2791$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月} : 2653 + 138 \times 2 = 2929$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 1），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$2023 \text{ 年 } 11 \text{ 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2653 + 138n$$

(d) 模型 1 有什么优点和缺点？

优点：

1. 这个模型易于理解。
2. 这个模型可以反映歌手当前的受欢迎程度。

缺点：

1. 这个模型忽视了包含较早月份的整体趋势。
2. 最近两个月之间的变化可能因特殊事件而异常高或低，这可能导致高估或低估。
3. 这个模型假设了粉丝数目是以单一规律变化。

4. 建模方法 2：

这个方法考虑了每个月之间的所有变化（即从 1 月到 2 月、2 月到 3 月、... 以及从 10 月到 11 月）。它计算这些变化的平均值，以得出每个月的平均变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的变化等于这个每月的平均变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 变化 |
|----------|-----|
| 1 月到 2 月 | 139 |
| 2 月到 3 月 | 150 |
| 3 月到 4 月 | 143 |
| 4 月到 5 月 | 168 |
| 5 月到 6 月 | 166 |

| 月份 | 变化 |
|------------|-----|
| 6 月到 7 月 | 158 |
| 7 月到 8 月 | 161 |
| 8 月到 9 月 | 166 |
| 9 月到 10 月 | 193 |
| 10 月到 11 月 | 138 |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

$$\text{平均变化} = \frac{139+150+\dots+138}{10} = 158$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2653 + 158 = 2811$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2653 + 158 \times 2 = 2969$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 2），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$\text{2023 年 11 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2653 + 158n$$

(d) 模型 2 有什么优点和缺点？

优点：

1. 这个模型考虑了较长时间的每个月之间的变化，提供了一个对于整体趋势的更全面分析。
2. 考虑较长的时间范围可以减低短期异常变化的影响。

缺点：

1. 因为这个模型依赖较长时间的历史数据，所以可能无法完全反映歌手当前的受欢迎程度。
2. 这个模型假设了粉丝数目是以单一规律变化。

5. 建模方法 3：

这个方法只考虑月份之间的最近三个变化(即从 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月)。它计算这些变化的平均值，以获得这段时间内的每月的平均变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的变化等于这个每月的平均变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 变化 |
|----------|-----|
| 1 月到 2 月 | 139 |
| 2 月到 3 月 | 150 |
| 3 月到 4 月 | 143 |
| 4 月到 5 月 | 168 |
| 5 月到 6 月 | 166 |

| 月份 | 变化 |
|------------|-----|
| 6 月到 7 月 | 158 |
| 7 月到 8 月 | 161 |
| 8 月到 9 月 | 166 |
| 9 月到 10 月 | 193 |
| 10 月到 11 月 | 138 |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

$$\text{平均变化} = \frac{166+193+138}{3} = 166$$

$$\text{2023 年 12 月: } 2653 + 166 = 2819$$

$$\text{2024 年 1 月: } 2653 + 166 \times 2 = 2985$$

(c) 由此，制定一个数学模型(模型 3)，以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$\text{2023 年 11 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2653 + 166n$$

(d) 模型 3 有什么优点和缺点？

优点：

1. 考虑最近的变化可以反映歌手当前的受欢迎程度。
2. 考虑四个月时间范围的平均变化可以减低短期异常变化的影响。

缺点：

1. 考虑最近三个变化的理由不明确。
2. 这个模型假设了粉丝数目是以单一规律变化。

6. 模型 1 至 3 有什么共同的假设和限制？

假设：这些模型假设粉丝数目以单一规律变化并遵循线性模式。
 限制：这些模型未考虑一些重要因素，例如歌手的发帖频率和公开露面情况。

以下，我们尝试纳入「权」的概念来分析模型 1 至 3。

7. 例如，模型 1 只考虑最近两个月（即 2023 年 10 月和 11 月）之间的变化。因此，这一个变化的权设定为 1，而其他所有变化的权则定为 0。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | 0 |
| 2 月到 3 月 | 150 | 0 |
| 3 月到 4 月 | 143 | 0 |
| 4 月到 5 月 | 168 | 0 |
| 5 月到 6 月 | 166 | 0 |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | 0 |
| 7 月到 8 月 | 161 | 0 |
| 8 月到 9 月 | 166 | 0 |
| 9 月到 10 月 | 193 | 0 |
| 10 月到 11 月 | 138 | 1 |

模型 2 考虑了每个月之间的所有变化（即从 1 月到 2 月、2 月到 3 月、... 以及从 10 月到 11 月）。因此，所有变化的权都定为 1。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | 1 |
| 2 月到 3 月 | 150 | 1 |
| 3 月到 4 月 | 143 | 1 |
| 4 月到 5 月 | 168 | 1 |
| 5 月到 6 月 | 166 | 1 |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | 1 |
| 7 月到 8 月 | 161 | 1 |
| 8 月到 9 月 | 166 | 1 |
| 9 月到 10 月 | 193 | 1 |
| 10 月到 11 月 | 138 | 1 |

模型 3 只考虑月份之间的最近三个变化（即从 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。

在下表中，写出各个变化所对应的权。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | 0 |
| 2 月到 3 月 | 150 | 0 |
| 3 月到 4 月 | 143 | 0 |
| 4 月到 5 月 | 168 | 0 |
| 5 月到 6 月 | 166 | 0 |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | 0 |
| 7 月到 8 月 | 161 | 0 |
| 8 月到 9 月 | 166 | 1 |
| 9 月到 10 月 | 193 | 1 |
| 10 月到 11 月 | 138 | 1 |

8. 建模方法 4：

这个方法考虑了各个月份之间变化的权。它计算这些变化的加权平均值，以获得每月的加权平均变化。

(a) 提出这些变化的权，并完成下表。

试解释你的答案。

| 月份 | 变化 | 权 |
|----------|-----|---|
| 1 月到 2 月 | 139 | 0 |
| 2 月到 3 月 | 150 | 0 |
| 3 月到 4 月 | 143 | 0 |
| 4 月到 5 月 | 168 | 0 |
| 5 月到 6 月 | 166 | 0 |

| 月份 | 变化 | 权 |
|------------|-----|---|
| 6 月到 7 月 | 158 | 0 |
| 7 月到 8 月 | 161 | 0 |
| 8 月到 9 月 | 166 | 1 |
| 9 月到 10 月 | 193 | 2 |
| 10 月到 11 月 | 138 | 3 |

为了反映较近期数据对预测的影响程度，最近的变化设定为最高的权 3。

第二和第三最近的变化分别设定为权 2 和 1，这表明它们的影响程度较低。

这些月份以外的变化设定为权 0，因为它们被视作不再相关。

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉丝数目。

$$\text{平均变化} = \frac{166 \times 1 + 193 \times 2 + 138 \times 3}{1 + 2 + 3} = 161$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2653 + 161 = 2814$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2653 + 161 \times 2 = 2975$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 4），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$\text{2023 年 11 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2653 + 161n$$

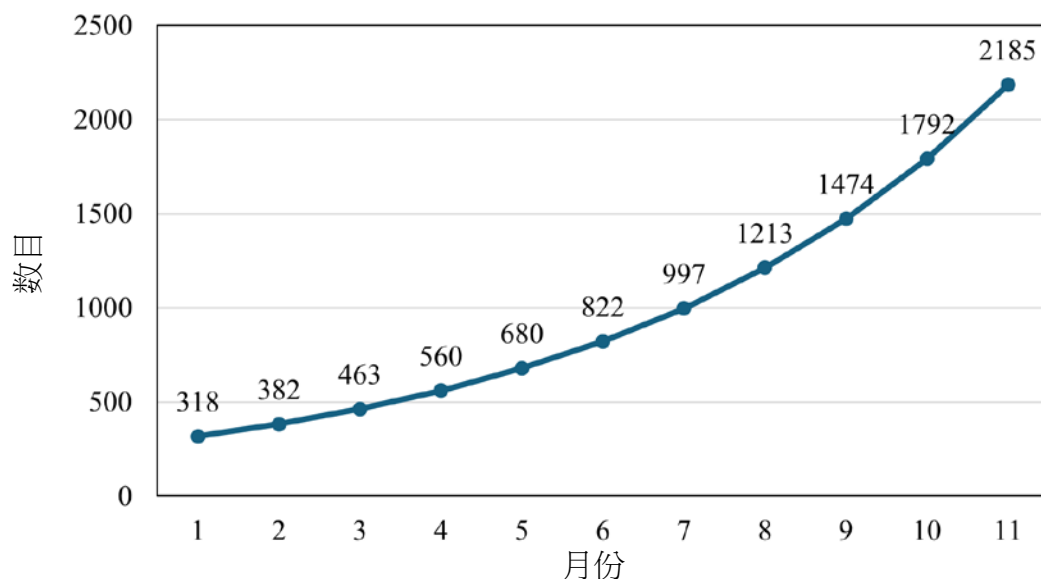
预测歌手社交媒体粉丝数目

工作纸 3

活动 3

探索适用于指数趋势的建模方法。

1. 下图显示了歌手 K 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒体粉丝数目。



使用在活动 2 中的模型 1 至 3 来预测 2023 年 12 月歌手 K 的粉丝数目是否合适？试解释你的答案。

有别于活动 2 的数据，歌手 K 的粉丝数目的每月变化值明显不一。而且，该图显示粉丝数目的增长呈加速趋势。考虑到这一个非线性的趋势，模型 1 至 3 可能不适合用以进行预测。

2. 在下表中，计算每个月之间粉丝数目的百分变化。把答案准确至两位小数。

| 月份 | 百分变化 |
|----------|--------|
| 1 月到 2 月 | 20.13% |
| 2 月到 3 月 | 21.20% |
| 3 月到 4 月 | 20.95% |
| 4 月到 5 月 | 21.43% |
| 5 月到 6 月 | 20.88% |

| 月份 | 百分变化 |
|------------|--------|
| 6 月到 7 月 | 21.29% |
| 7 月到 8 月 | 21.66% |
| 8 月到 9 月 | 21.52% |
| 9 月到 10 月 | 21.57% |
| 10 月到 11 月 | 21.93% |

我们可运用試算表應用程式 (例如 MS Excel) 計算這些變化。

| 步骤 | 描述 |
|----|----|
|----|----|

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

| | A | B | C |
|----|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | % 變化 |
| 2 | | 1 | 318 |
| 3 | | 2 | 382 |
| 4 | | 3 | 463 |
| 5 | | 4 | 560 |
| 6 | | 5 | 680 |
| 7 | | 6 | 822 |
| 8 | | 7 | 997 |
| 9 | | 8 | 1213 |
| 10 | | 9 | 1474 |
| 11 | | 10 | 1792 |
| 12 | | 11 | 2185 |

ii. 第 C 欄：百分變化

- 在儲存格 C3，輸入

$$= (B3 - B2)/B2$$

這意思是：

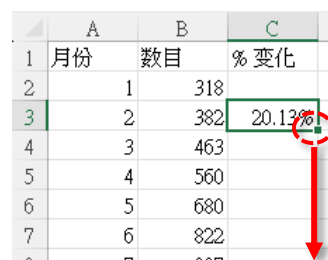
$$\frac{\text{當前數目} - \text{前月數目}}{\text{前月數目}}$$

- 運用「選單」內的工具
 - ✓ 設定格式為百分數
 - ✓ 顯示兩位小數



- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，
讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3
越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

| | A | B | C |
|---|----|----|------|
| 1 | 月份 | 數目 | % 變化 |
| 2 | | 1 | 318 |
| 3 | | 2 | 382 |
| 4 | | 3 | 463 |
| 5 | | 4 | 560 |
| 6 | | 5 | 680 |
| 7 | | 6 | 822 |
| 8 | | 7 | 997 |



以下讨论四种可能的建模方法，以预测歌手 K 在未来的粉丝数目。

3. 建模方法 5：

这个方法只考虑最近两个月（即 2023 年 10 月和 11 月）之间的百分变化。它假设 2023 年 11 月和 12 月之间的百分变化等于 2023 年 10 月和 11 月之间的百分变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 百分变化 | 月份 | 百分变化 |
|----------|--------|------------|--------|
| 1 月到 2 月 | 20.13% | 6 月到 7 月 | 21.29% |
| 2 月到 3 月 | 21.20% | 7 月到 8 月 | 21.66% |
| 3 月到 4 月 | 20.95% | 8 月到 9 月 | 21.52% |
| 4 月到 5 月 | 21.43% | 9 月到 10 月 | 21.57% |
| 5 月到 6 月 | 20.88% | 10 月到 11 月 | 21.93% |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

$$\begin{aligned} \text{2023 年 12 月：} & 2185(1 + 21.93\%) = 2664 \\ \text{2024 年 1 月：} & 2185(1 + 21.93\%)^2 = 3248 \end{aligned}$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 5），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$\text{2023 年 11 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2185(1 + 21.93\%)^n$$

(d) 模型 5 有什么优点和缺点？

- 优点：
1. 这个模型易于理解。
 2. 这个模型可以反映歌手当前的受欢迎程度。
- 缺点：
1. 这个模型忽视了包含较早月份的整体趋势。
 2. 最近两个月之间的百分变化可能因特殊事件而异常高或低，这可能导致高估或低估。
 3. 这个模型假设了粉丝数目是以单一规律变化。

4. 建模方法 6：

这个方法考虑了每个月之间的所有百分变化（即从 1 月到 2 月、2 月到 3 月、...以及从 10 月到 11 月）。它计算这些百分变化的平均值，以得出每个月的平均百分变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的百分变化等于这个每月的平均百分变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 百分变化 | 月份 | 百分变化 |
|----------|--------|------------|--------|
| 1 月到 2 月 | 20.13% | 6 月到 7 月 | 21.29% |
| 2 月到 3 月 | 21.20% | 7 月到 8 月 | 21.66% |
| 3 月到 4 月 | 20.95% | 8 月到 9 月 | 21.52% |
| 4 月到 5 月 | 21.43% | 9 月到 10 月 | 21.57% |
| 5 月到 6 月 | 20.88% | 10 月到 11 月 | 21.93% |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

$$\text{平均百分变化} = \frac{20.13\% + 21.20\% + \dots + 21.93\%}{10} = 21.26\%$$

$$\text{2023 年 12 月: } 2185(1 + 21.26\%) = 2650$$

$$\text{2024 年 1 月: } 2185(1 + 21.26\%)^2 = 3213$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 6），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$\text{2023 年 11 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2185(1 + 21.26\%)^n$$

(d) 模型 6 有什么优点和缺点？

优点：

1. 这个模型考虑了较长时间的每个月之间的百分变化，提供了一个对于整体趋势的更全面分析。
2. 考虑较长的时间范围可以减低短期异常变化的影响。

缺点：

1. 因为这个模型依赖较长时间的历史数据，所以可能无法完全反映歌手当前的受欢迎程度。
2. 这个模型假设了粉丝数目是以单一规律变化。

5. 建模方法 7：

这个方法只考虑月份之间的最近三个百分变化（即从 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。它计算这些百分变化的平均值，以获得这段时间内的每月的平均百分变化，并假设 2023 年 11 月和 12 月之间的百分变化等于这个平均百分变化。

(a) 圈出用于预测的数据。

| 月份 | 百分变化 | 月份 | 百分变化 |
|----------|--------|------------|--------|
| 1 月到 2 月 | 20.13% | 6 月到 7 月 | 21.29% |
| 2 月到 3 月 | 21.20% | 7 月到 8 月 | 21.66% |
| 3 月到 4 月 | 20.95% | 8 月到 9 月 | 21.52% |
| 4 月到 5 月 | 21.43% | 9 月到 10 月 | 21.57% |
| 5 月到 6 月 | 20.88% | 10 月到 11 月 | 21.93% |

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

$$\text{平均百分变化} = \frac{21.52\% + 21.57\% + 21.93\%}{3} = 21.67\%$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2185(1 + 21.67\%) = 2658$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2185(1 + 21.67\%)^2 = 3235$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 7），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$\text{2023 年 11 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2185(1 + 21.67\%)^n$$

(d) 模型 7 有什么优点和缺点？

优点：

1. 考虑最近的百分变化可以反映歌手当前的受欢迎程度。
2. 考虑四个月时间范围的平均百分变化可以减低短期异常变化的影响。

缺点：

1. 考虑最近三个百分变化的理由不明确。
2. 这个模型假设了粉丝数目是以单一规律变化。

6. 建模方法 8：

与建模方法 4 相似，这个方法考虑了各个月份之间百分变化的权。它计算这些百分变化的加权平均值，以获得每月的加权平均百分变化。

(a) 提出这些百分变化的权，并完成下表。

试解释你的答案。

| 月份 | 百分变化 | 权 |
|----------|--------|---|
| 1 月到 2 月 | 20.13% | 0 |
| 2 月到 3 月 | 21.20% | 0 |
| 3 月到 4 月 | 20.95% | 0 |
| 4 月到 5 月 | 21.43% | 0 |
| 5 月到 6 月 | 20.88% | 0 |

| 月份 | 百分变化 | 权 |
|------------|--------|---|
| 6 月到 7 月 | 21.29% | 0 |
| 7 月到 8 月 | 21.66% | 0 |
| 8 月到 9 月 | 21.52% | 1 |
| 9 月到 10 月 | 21.57% | 2 |
| 10 月到 11 月 | 21.93% | 3 |

为了反映较近期数据对预测的影响程度，最近的百分变化设定为最高的权 3。

第二和第三最近的百分变化分别设定为权 2 和 1，这表明它们的影响程度较低。

这些月份以外的百分变化设定为权 0，因为它们被视作不再相关。

(b) 预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉丝数目。

$$\text{平均百分变化} = \frac{21.52\% \times 1 + 21.57\% \times 2 + 21.93\% \times 3}{1 + 2 + 3} = 21.74\%$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月: } 2185(1 + 21.74\%) = 2660$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月: } 2185(1 + 21.74\%)^2 = 3238$$

(c) 由此，制定一个数学模型（模型 8），以数学方式表达 2023 年 11 月之后第 n 个月的粉丝预测数目。

$$2023 \text{ 年 } 11 \text{ 月之后第 } n \text{ 个月的粉丝预测数目} = 2185(1 + 21.74\%)^n$$

7. 模型 5 至 8 有什么共同的假设和限制？

假设：这些模型假设粉丝数目以单一规律变化并遵循指数趋势。

限制：这些模型未考虑一些重要因素，例如歌手的发帖频率和公开露面。

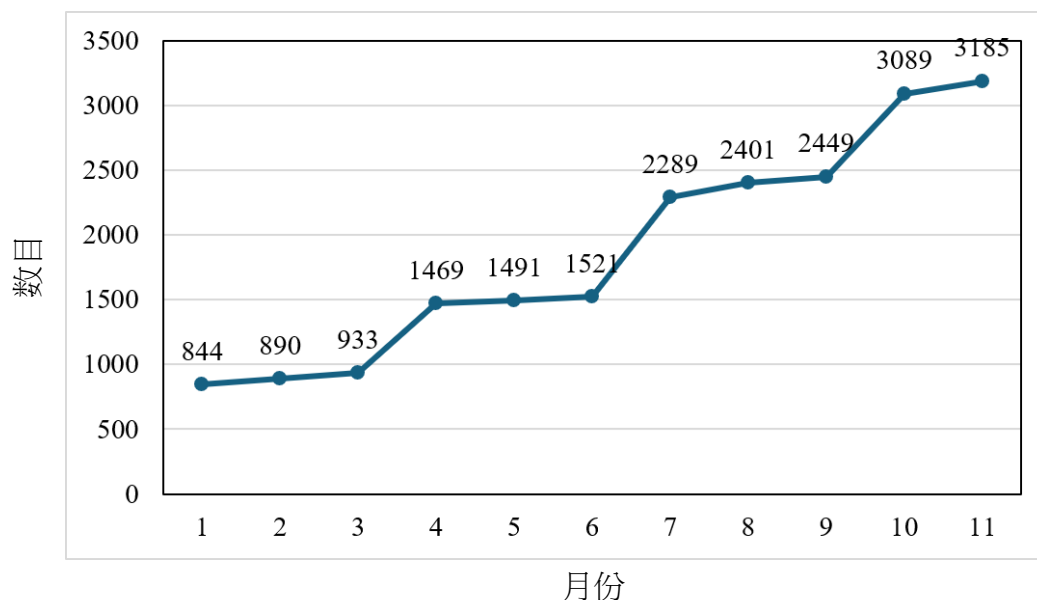
预测歌手社交媒体粉丝数目

工作纸 4

活动 4

进一步探索较复杂的趋势。

1. 下图显示了歌手 G 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒体粉丝数目。



- 提出你对以上趋势的观察。
- 由此作出建模的假设，以预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 G 的粉丝数目。

[参考例子]

- 观察：歌手 G 的粉丝数目每经历三个月差异不大的小幅增长后，便会出现一次显著增长。
- 假设：这个趋势遵循过去所观察到的规律，以及较近期的数据有较高的重要性（权）。

考虑：

$$3 \text{ 月到 } 4 \text{ 月的变化} = 1469 - 933 = 536$$

$$6 \text{ 月到 } 7 \text{ 月的变化} = 2289 - 1521 = 768$$

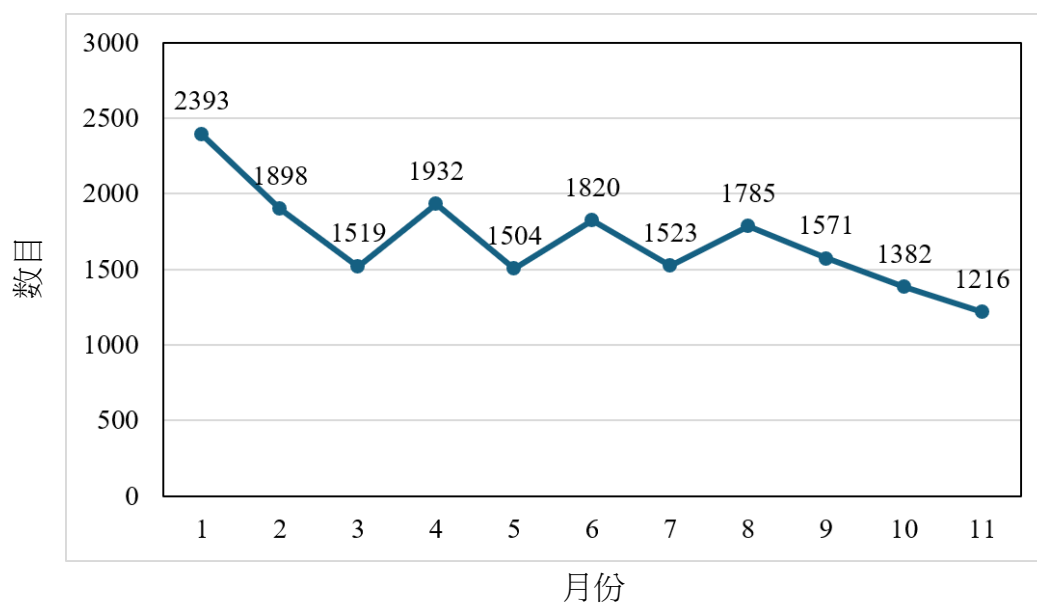
$$9 \text{ 月到 } 10 \text{ 月的变化} = 3089 - 2449 = 640$$

$$10 \text{ 月到 } 11 \text{ 月的变化} = 3185 - 3089 = 96$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月} : 3185 + 96 = 3281$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月} : 3281 + \frac{536 \times 1 + 768 \times 2 + 640 \times 3}{1 + 2 + 3} = 3946$$

2. 下图显示了歌手 Q 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒体粉丝数目。



- (a) 提出你对以上趋势的观察。
- (b) 由此作出建模的假设，以预测 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 Q 的粉丝数目。

[参考例子]

- (a) 观察：从 1 月到 8 月之间，歌手 Q 的粉丝数目呈现下跌的趋势，但没有展示明确的规律。但从 8 月开始，粉丝数目以指数趋势下跌。
- (b) 假设：由于从 1 月到 8 月之间的变化没有展示明确的规律，故在制定模型时，先把这些数据剔除，再假设粉丝数目会继续沿 8 月后的规律持续下降。

考虑：

$$8 \text{ 月到 } 9 \text{ 月的百分变化} = \frac{1571 - 1785}{1785} \times 100\% = -12.0\%$$

$$9 \text{ 月到 } 10 \text{ 月的百分变化} = \frac{1382 - 1571}{1571} \times 100\% = -12.0\%$$

$$10 \text{ 月到 } 11 \text{ 月百分的变化} = \frac{1216 - 1382}{1382} \times 100\% = -12.0\%$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月: } 1216(1 - 12.0\%) = 1070$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月: } 1216(1 - 12.0\%)^2 = 942$$