



預測歌手社交媒體粉絲數目

監察社交媒體粉絲數目的趨勢十分重要，因為這提供了有關公眾對歌手的興趣和支持度的寶貴資訊。在當今的數位世界中，歌手的社交媒體存在感會影響他們的工作機會和整體人氣。作為幾位歌手的經理人，預測這些趨勢對於制定市場策略、演唱會宣傳和公關工作至關重要。

想像一下，你是一位負責監察幾位歌手社交媒體粉絲數目的經理人。你的工作包括預測每位歌手在不久的將來將擁有多少粉絲。這些預測不僅有助於你評估他們的表現，還能促進與潛在合作伙伴的討論。

通過數學建模，你將分析粉絲數目的歷史數據，以進行預測並識別各種趨勢中的形態。準備好成為一位能夠利用社交媒體數據取得成功的專業經理人吧！

預測歌手社交媒體粉絲數目的趨勢

工作紙 1

活動 1

初步分析建模情境並進行簡單的預測。

1. 你認為有哪些因素可能影響歌手在社交媒體上的粉絲數目？

2. 下表顯示了歌手 A 和歌手 B 在 1 月至 5 月的社交媒體粉絲數目。

歌手	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月
歌手 A	30	55	80	105	130
歌手 B	20	40	80	160	320

- (a) 如果我們只能使用這些數據來預測歌手 A 和歌手 B 在往後月份的社交媒體粉絲數目，我們需要作出哪些假設？
- (b) 按 (a) 的假設，預測歌手 A 和歌手 B 在 6 月份的社交媒體粉絲數目，並解釋你的答案。

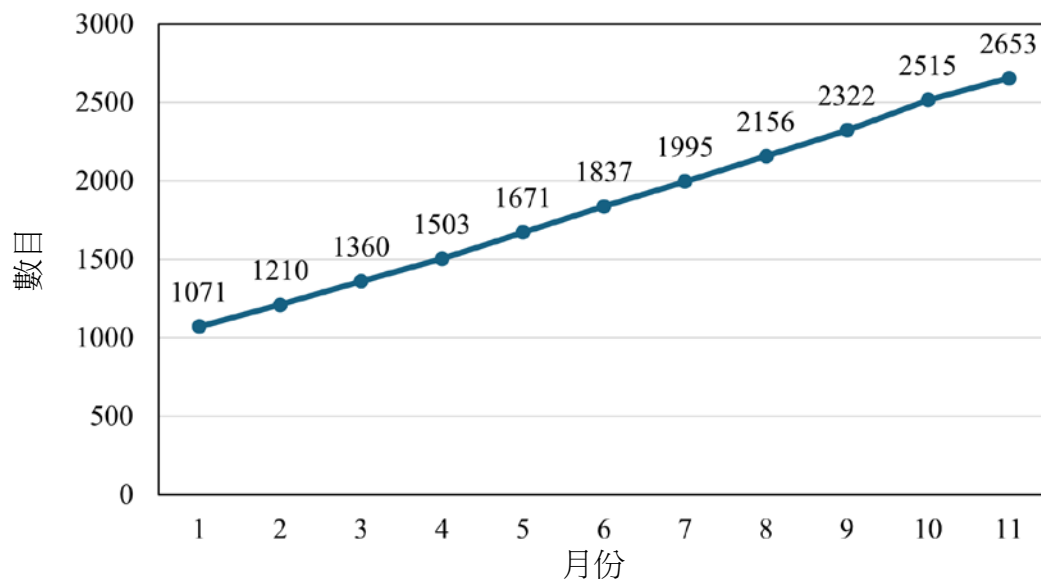
預測歌手社交媒體粉絲數目

工作紙 2

活動 2

探索適用於線性趨勢的建模方法。

1. 下圖顯示了歌手 H 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒體粉絲數目。



請提出一些預測 2023 年 12 月歌手 H 粉絲數目的方法。

2. 在下表中，計算每個月之間粉絲數目的變化。

月份	變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

我們可運用試算表應用程式（例如 MS Excel）計算這些變化。

步驟	描述
----	----

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

	A	B	C
1	月份	數目	變化
2		1	1071
3		2	1210
4		3	1360
5		4	1503
6		5	1671
7		6	1837
8		7	1995
9		8	2156
10		9	2322
11		10	2515
12		11	2653

ii. 第 C 欄：變化

- 在儲存格 C3，輸入
 $= B3 - B2$

這意思是：

當前數目 - 前月數目

- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3 越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

	A	B	C
1	月份	數目	變化
2		1	1071
3		2	1210
4		3	1360
5		4	1503
6		5	1671
7		6	1837
8		7	1995

以下討論四種可能的建模方法，以預測歌手 H 在未來的粉絲數目。

3. 建模方法 1：

這個方法只考慮最近兩個月（即 2023 年 10 月和 11 月）之間的變化。它假設 2023 年 11 月和 12 月之間的變化等於 2023 年 10 月和 11 月之間的變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 1），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

(d) 模型 1 有什麼優點和缺點？

4. 建模方法 2：

這個方法考慮了每個月之間的所有變化（即從 1 月到 2 月、2 月到 3 月、… 以及從 10 月到 11 月）。它計算這些變化的平均值，以得出每個月的平均變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的變化等於這個每月的平均變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 2），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

(d) 模型 2 有什麼優點和缺點？

5. 建模方法 3：

這個方法只考慮月份之間的最近三個變化（即從 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。它計算這些變化的平均值，以獲得這段時間內的每月的平均變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的變化等於這個每月的平均變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 3），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

(d) 模型 3 有什麼優點和缺點？

6. 模型 1 至 3 有什麼共同的假設和限制？

以下，我們嘗試納入「權」的概念來分析模型 1 至 3。

7. 例如，模型 1 只考慮最近兩個月（即 2023 年 10 月和 11 月）之間的變化。因此，這一個變化的權設定為 1，而其他所有變化的權則定為 0。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	0
2 月到 3 月	150	0
3 月到 4 月	143	0
4 月到 5 月	168	0
5 月到 6 月	166	0

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	0
7 月到 8 月	161	0
8 月到 9 月	166	0
9 月到 10 月	193	0
10 月到 11 月	138	1

模型 2 考慮了每個月之間的所有變化（即從 1 月到 2 月、2 月到 3 月、... 以及從 10 月到 11 月）。因此，所有變化的權都定為 1。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	1
2 月到 3 月	150	1
3 月到 4 月	143	1
4 月到 5 月	168	1
5 月到 6 月	166	1

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	1
7 月到 8 月	161	1
8 月到 9 月	166	1
9 月到 10 月	193	1
10 月到 11 月	138	1

模型 3 只考慮月份之間的最近三個變化（即從 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。

在下表中，寫出各個變化所對應的權。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	
2 月到 3 月	150	
3 月到 4 月	143	
4 月到 5 月	168	
5 月到 6 月	166	

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	
7 月到 8 月	161	
8 月到 9 月	166	
9 月到 10 月	193	
10 月到 11 月	138	

8. 建模方法 4：

這個方法考慮了各個月份之間變化的權。它計算這些變化的加權平均值，以獲得每月的加權平均變化。

(a) 提出這些變化的權，並完成下表。

試解釋你的答案。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	
2 月到 3 月	150	
3 月到 4 月	143	
4 月到 5 月	168	
5 月到 6 月	166	

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	
7 月到 8 月	161	
8 月到 9 月	166	
9 月到 10 月	193	
10 月到 11 月	138	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 4），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

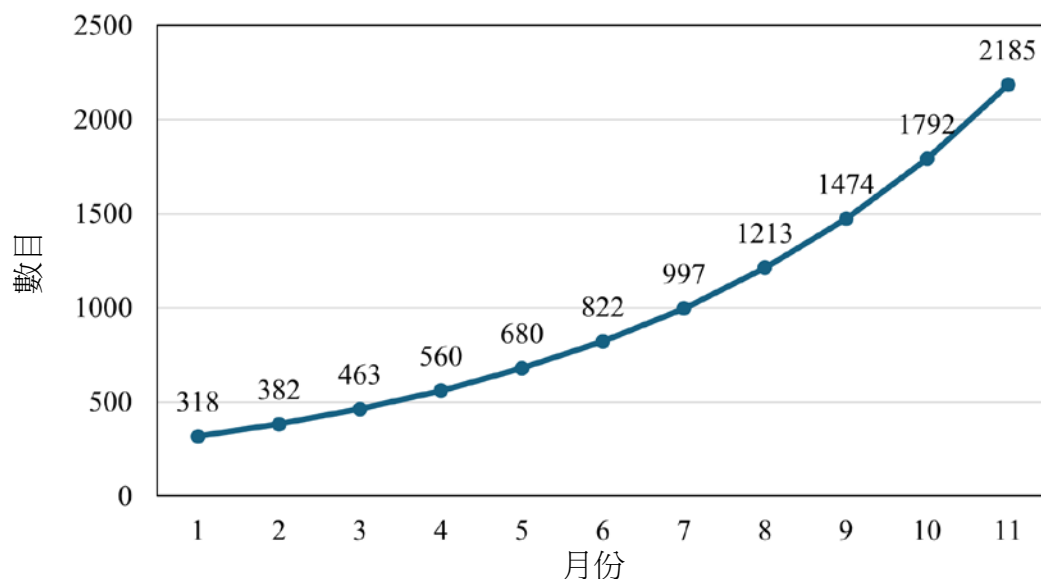
預測歌手社交媒體粉絲數目

工作紙 3

活動 3

探索適用於指數趨勢的建模方法。

1. 下圖顯示了歌手 K 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒體粉絲數目。



使用在活動 2 中的模型 1 至 3 來預測 2023 年 12 月歌手 K 的粉絲數目是否合適？試解釋你的答案。

2. 在下表中，計算每個月之間粉絲數目的百分變化。把答案準確至兩位小數。

月份	百分變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	百分變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

我們可運用試算表應用程式（例如 MS Excel）計算這些變化。

步驟	描述
----	----

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

	A	B	C
1	月份	數目	% 變化
2		1	318
3		2	382
4		3	463
5		4	560
6		5	680
7		6	822
8		7	997
9		8	1213
10		9	1474
11		10	1792
12		11	2185

ii. 第 C 欄：百分變化

- 在儲存格 C3，輸入

$$= (B3 - B2)/B2$$

這意思是：

$$\frac{\text{當前數目} - \text{前月數目}}{\text{前月數目}}$$

- 運用「選單」內的工具
 - ✓ 設定格式為百分數
 - ✓ 顯示兩位小數



- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3 越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

	A	B	C
1	月份	數目	% 變化
2		1	318
3		2	382
4		3	463
5		4	560
6		5	680
7		6	822
8		7	997

以下討論四種可能的建模方法，以預測歌手 K 在未來的粉絲數目。

3. 建模方法 5：

這個方法只考慮最近兩個月（即 2023 年 10 月和 11 月）之間的百分變化。它假設 2023 年 11 月和 12 月之間的百分變化等於 2023 年 10 月和 11 月之間的百分變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	百分變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	百分變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 5），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

(d) 模型 5 有什麼優點和缺點？

4. 建模方法 6：

這個方法考慮了每個月之間的所有百分變化（即從 1 月到 2 月、2 月到 3 月、…以及從 10 月到 11 月）。它計算這些百分變化的平均值，以得出每個月的平均百分變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的百分變化等於這個每月的平均百分變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	百分變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	百分變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 6），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

(d) 模型 6 有什麼優點和缺點？

5. 建模方法 7：

這個方法只考慮月份之間的最近三個百分變化（即從 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。它計算這些百分變化的平均值，以獲得這段時間內的每月的平均百分變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的百分變化等於這個平均百分變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	百分變化
1 月到 2 月	
2 月到 3 月	
3 月到 4 月	
4 月到 5 月	
5 月到 6 月	

月份	百分變化
6 月到 7 月	
7 月到 8 月	
8 月到 9 月	
9 月到 10 月	
10 月到 11 月	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 7），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

(d) 模型 7 有什麼優點和缺點？

6. 建模方法 8：

與建模方法 4 相似，這個方法考慮了各個月份之間百分變化的權。它計算這些百分變化的加權平均值，以獲得每月的加權平均百分變化。

(a) 提出這些百分變化的權，並完成下表。

試解釋你的答案。

月份	百分變化	權
1 月到 2 月	20.13%	
2 月到 3 月	21.20%	
3 月到 4 月	20.95%	
4 月到 5 月	21.43%	
5 月到 6 月	20.88%	

月份	百分變化	權
6 月到 7 月	21.29%	
7 月到 8 月	21.66%	
8 月到 9 月	21.52%	
9 月到 10 月	21.57%	
10 月到 11 月	21.93%	

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 8），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

7. 模型 5 至 8 有什麼共同的假設和限制？



預測歌手社交媒體粉絲數目

監察社交媒體粉絲數目的趨勢十分重要，因為這提供了有關公眾對歌手的興趣和支持度的寶貴資訊。在當今的數位世界中，歌手的社交媒體存在感會影響他們的工作機會和整體人氣。作為幾位歌手的經理人，預測這些趨勢對於制定市場策略、演唱會宣傳和公關工作至關重要。

想像一下，你是一位負責監察幾位歌手社交媒體粉絲數目的經理人。你的工作包括預測每位歌手在不久的將來將擁有多少粉絲。這些預測不僅有助於你評估他們的表現，還能促進與潛在合作伙伴的討論。

通過數學建模，你將分析粉絲數目的歷史數據，以進行預測並識別各種趨勢中的形態。準備好成為一位能夠利用社交媒體數據取得成功的專業經理人吧！

預測歌手社交媒體粉絲數目的趨勢

工作紙 1

活動 1

初步分析建模情境並進行簡單的預測。

1. 你認為有哪些因素可能影響歌手在社交媒體上的粉絲數目？

[參考例子]

- 與歌手本身相關的因素，例如歌手的年齡、個人魅力、公開露面次數。
- 與社交媒體相關的因素，例如帖文質素、發帖頻率、與粉絲在社交媒體上的互動、社交媒體的演算法。

2. 下表顯示了歌手 A 和歌手 B 在 1 月至 5 月的社交媒體粉絲數目。

歌手	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月
歌手 A	30	55	80	105	130
歌手 B	20	40	80	160	320

- (a) 如果我們只能使用這些數據來預測歌手 A 和歌手 B 在往後月份的社交媒體粉絲數目，我們需要作出哪些假設？
- (b) 按 (a) 的假設，預測歌手 A 和歌手 B 在 6 月份的社交媒體粉絲數目，並解釋你的答案。

- (a) 假設：
1. 主要的影響因素是之前的粉絲數目。
 2. 穩定的增長模式。
 3. 歌手 A 是線性增長，而歌手 B 是指數增長。

(b) 對於歌手 A，每個月的粉絲數目比前一個月多 25。

$$\begin{aligned}\text{歌手 A 在 6 月的社交媒體粉絲數目} &= 130 + 25 \\ &= 155\end{aligned}$$

對於歌手 B，每個月的粉絲數目是前一個月的 2 倍。

$$\begin{aligned}\text{歌手 B 在 6 月的社交媒體粉絲數目} &= 320 \times 2 \\ &= 640\end{aligned}$$

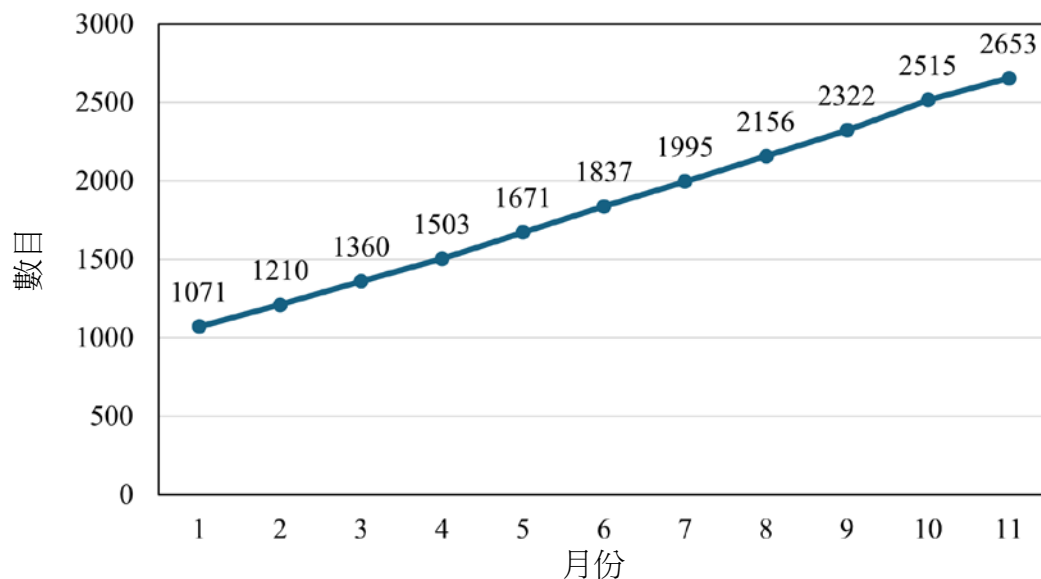
預測歌手社交媒體粉絲數目

工作紙 2

活動 2

探索適用於線性趨勢的建模方法。

1. 下圖顯示了歌手 H 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒體粉絲數目。



請提出一些預測 2023 年 12 月歌手 H 粉絲數目的方法。

[參考例子]

1. 考慮最近兩個月的變化，然後使用這個變化來預測 12 月的粉絲數目。
2. 考慮每個月之間的變化並計算平均值，然後使用該平均值來預測 12 月的粉絲數目。

2. 在下表中，計算每個月之間粉絲數目的變化。

月份	變化
1 月到 2 月	139
2 月到 3 月	150
3 月到 4 月	143
4 月到 5 月	168
5 月到 6 月	166

月份	變化
6 月到 7 月	158
7 月到 8 月	161
8 月到 9 月	166
9 月到 10 月	193
10 月到 11 月	138

我們可運用試算表應用程式（例如 MS Excel）計算這些變化。

步驟	描述
----	----

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

	A	B	C
1	月份	數目	變化
2		1	1071
3		2	1210
4		3	1360
5		4	1503
6		5	1671
7		6	1837
8		7	1995
9		8	2156
10		9	2322
11		10	2515
12		11	2653

ii. 第 C 欄：變化

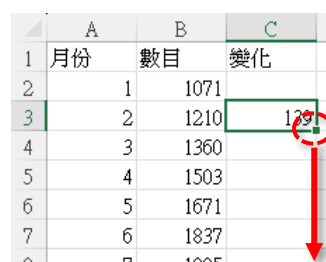
- 在儲存格 C3，輸入
 $= B3 - B2$

這意思是：

當前數目 - 前月數目

- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3 越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

	A	B	C
1	月份	數目	變化
2		1	1071
3		2	1210
4		3	1360
5		4	1503
6		5	1671
7		6	1837
8		7	1995



以下討論四種可能的建模方法，以預測歌手 H 在未來的粉絲數目。

3. 建模方法 1：

這個方法只考慮最近兩個月（即 2023 年 10 月和 11 月）之間的變化。它假設 2023 年 11 月和 12 月之間的變化等於 2023 年 10 月和 11 月之間的變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	變化	月份	變化
1 月到 2 月	139	6 月到 7 月	158
2 月到 3 月	150	7 月到 8 月	161
3 月到 4 月	143	8 月到 9 月	166
4 月到 5 月	168	9 月到 10 月	193
5 月到 6 月	166	10 月到 11 月	138

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月} : 2653 + 138 = 2791$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月} : 2653 + 138 \times 2 = 2929$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 1），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$2023 \text{ 年 } 11 \text{ 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2653 + 138n$$

(d) 模型 1 有什麼優點和缺點？

優點：

1. 這個模型易於理解。
2. 這個模型可以反映歌手當前的受歡迎程度。

缺點：

1. 這個模型忽視了包含較早月份的整體趨勢。
2. 最近兩個月之間的變化可能因特殊事件而異常高或低，這可能導致高估或低估。
3. 這個模型假設了粉絲數目是以單一規律變化。

4. 建模方法 2：

這個方法考慮了每個月之間的所有變化（即從 1 月到 2 月、2 月到 3 月、… 以及從 10 月到 11 月）。它計算這些變化的平均值，以得出每個月的平均變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的變化等於這個每月的平均變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	變化
1 月到 2 月	139
2 月到 3 月	150
3 月到 4 月	143
4 月到 5 月	168
5 月到 6 月	166

月份	變化
6 月到 7 月	158
7 月到 8 月	161
8 月到 9 月	166
9 月到 10 月	193
10 月到 11 月	138

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

$$\text{平均變化} = \frac{139+150+\dots+138}{10} = 158$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2653 + 158 = 2811$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2653 + 158 \times 2 = 2969$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 2），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$\text{2023 年 11 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2653 + 158n$$

(d) 模型 2 有什麼優點和缺點？

優點：

1. 這個模型考慮了較長時間的每個月之間的變化，提供了一個對於整體趨勢的更全面分析。
2. 考慮較長的時間範圍可以減低短期異常變化的影響。

缺點：

1. 因為這個模型依賴較長時間的歷史數據，所以可能無法完全反映歌手當前的受歡迎程度。
2. 這個模型假設了粉絲數目是以單一規律變化。

5. 建模方法 3：

這個方法只考慮月份之間的最近三個變化（即從 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。它計算這些變化的平均值，以獲得這段時間內的每月的平均變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的變化等於這個每月的平均變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	變化
1 月到 2 月	139
2 月到 3 月	150
3 月到 4 月	143
4 月到 5 月	168
5 月到 6 月	166

月份	變化
6 月到 7 月	158
7 月到 8 月	161
8 月到 9 月	166
9 月到 10 月	193
10 月到 11 月	138

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

$$\text{平均變化} = \frac{166+193+138}{3} = 166$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2653 + 166 = 2819$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2653 + 166 \times 2 = 2985$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 3），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$\text{2023 年 11 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2653 + 166n$$

(d) 模型 3 有什麼優點和缺點？

優點：

1. 考慮最近的變化可以反映歌手當前的受歡迎程度。
2. 考慮四個月時間範圍的平均變化可以減低短期異常變化的影響。

缺點：

1. 考慮最近三個變化的理由不明確。
2. 這個模型假設了粉絲數目是以單一規律變化。

6. 模型 1 至 3 有什麼共同的假設和限制？

假設：這些模型假設粉絲數目以單一規律變化並遵循線性模式。
 限制：這些模型未考慮一些重要因素，例如歌手的發帖頻率和公開露面情況。

以下，我們嘗試納入「權」的概念來分析模型 1 至 3。

7. 例如，模型 1 只考慮最近兩個月（即 2023 年 10 月和 11 月）之間的變化。因此，這一個變化的權設定為 1，而其他所有變化的權則定為 0。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	0
2 月到 3 月	150	0
3 月到 4 月	143	0
4 月到 5 月	168	0
5 月到 6 月	166	0

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	0
7 月到 8 月	161	0
8 月到 9 月	166	0
9 月到 10 月	193	0
10 月到 11 月	138	1

模型 2 考慮了每個月之間的所有變化（即從 1 月到 2 月、2 月到 3 月、... 以及從 10 月到 11 月）。因此，所有變化的權都定為 1。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	1
2 月到 3 月	150	1
3 月到 4 月	143	1
4 月到 5 月	168	1
5 月到 6 月	166	1

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	1
7 月到 8 月	161	1
8 月到 9 月	166	1
9 月到 10 月	193	1
10 月到 11 月	138	1

模型 3 只考慮月份之間的最近三個變化（即從 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。

在下表中，寫出各個變化所對應的權。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	0
2 月到 3 月	150	0
3 月到 4 月	143	0
4 月到 5 月	168	0
5 月到 6 月	166	0

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	0
7 月到 8 月	161	0
8 月到 9 月	166	1
9 月到 10 月	193	1
10 月到 11 月	138	1

8. 建模方法 4：

這個方法考慮了各個月份之間變化的權。它計算這些變化的加權平均值，以獲得每月的加權平均變化。

(a) 提出這些變化的權，並完成下表。

試解釋你的答案。

月份	變化	權
1 月到 2 月	139	0
2 月到 3 月	150	0
3 月到 4 月	143	0
4 月到 5 月	168	0
5 月到 6 月	166	0

月份	變化	權
6 月到 7 月	158	0
7 月到 8 月	161	0
8 月到 9 月	166	1
9 月到 10 月	193	2
10 月到 11 月	138	3

為了反映較近期數據對預測的影響程度，最近的變化設定為最高的權 3。

第二和第三最近的變化分別設定為權 2 和 1，這表明它們的影響程度較低。

這些月份以外的變化設定為權 0，因為它們被視作不再相關。

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 H 的粉絲數目。

$$\text{平均變化} = \frac{166 \times 1 + 193 \times 2 + 138 \times 3}{1 + 2 + 3} = 161$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2653 + 161 = 2814$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2653 + 161 \times 2 = 2975$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 4），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$\text{2023 年 11 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2653 + 161n$$

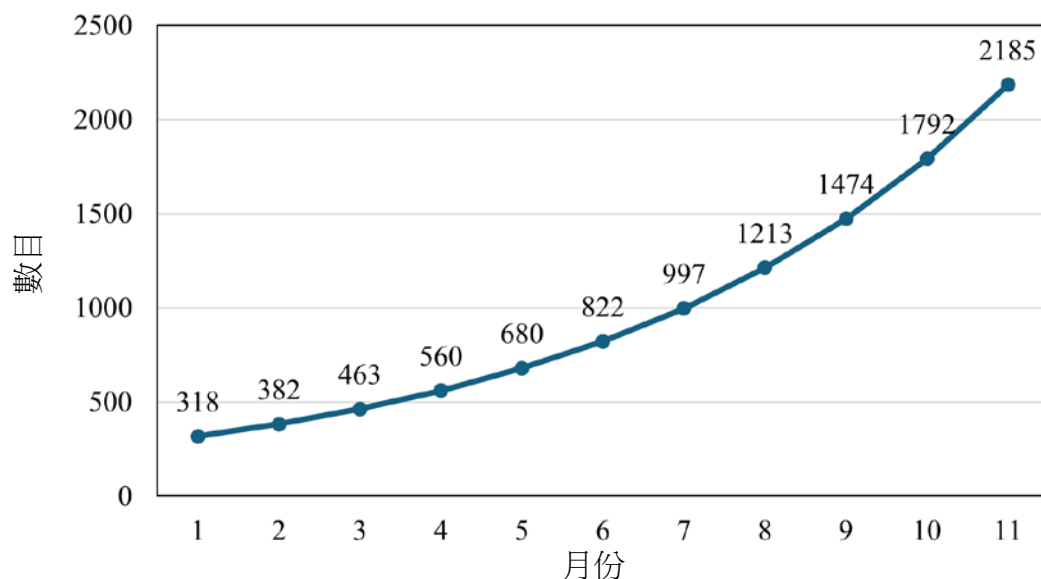
預測歌手社交媒體粉絲數目

工作紙 3

活動 3

探索適用於指數趨勢的建模方法。

1. 下圖顯示了歌手 K 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒體粉絲數目。



使用在活動 2 中的模型 1 至 3 來預測 2023 年 12 月歌手 K 的粉絲數目是否合適？試解釋你的答案。

有別於活動 2 的數據，歌手 K 的粉絲數目的每月變化值明顯不一。而且，該圖顯示粉絲數目的增長呈加速趨勢。考慮到這一個非線性的趨勢，模型 1 至 3 可能不適合用以進行預測。

2. 在下表中，計算每個月之間粉絲數目的百分變化。把答案準確至兩位小數。

月份	百分變化
1 月到 2 月	20.13%
2 月到 3 月	21.20%
3 月到 4 月	20.95%
4 月到 5 月	21.43%
5 月到 6 月	20.88%

月份	百分變化
6 月到 7 月	21.29%
7 月到 8 月	21.66%
8 月到 9 月	21.52%
9 月到 10 月	21.57%
10 月到 11 月	21.93%

我們可運用試算表應用程式（例如 MS Excel）計算這些變化。

步驟	描述
----	----

i. 把數據輸入到 MS Excel，如下圖所示。

	A	B	C
1	月份	數目	% 變化
2		1	318
3		2	382
4		3	463
5		4	560
6		5	680
7		6	822
8		7	997
9		8	1213
10		9	1474
11		10	1792
12		11	2185

ii. 第 C 欄：百分變化

- 在儲存格 C3，輸入

$$= (B3 - B2)/B2$$

這意思是：

$$\frac{\text{當前數目} - \text{前月數目}}{\text{前月數目}}$$

- 運用「選單」內的工具
 - ✓ 設定格式為百分數
 - ✓ 顯示兩位小數



- 將游標放在儲存格 C3 的右下角，讓它變成「+」號
- 將填滿控點，基於儲存格 C3 越過要填滿的儲存格 C4 至 C12

	A	B	C
1	月份	數目	% 變化
2		1	318
3		2	382
4		3	463
5		4	560
6		5	680
7		6	822
8		7	997

以下討論四種可能的建模方法，以預測歌手 K 在未來的粉絲數目。

3. 建模方法 5：

這個方法只考慮最近兩個月（即 2023 年 10 月和 11 月）之間的百分變化。它假設 2023 年 11 月和 12 月之間的百分變化等於 2023 年 10 月和 11 月之間的百分變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	百分變化	月份	百分變化
1 月到 2 月	20.13%	6 月到 7 月	21.29%
2 月到 3 月	21.20%	7 月到 8 月	21.66%
3 月到 4 月	20.95%	8 月到 9 月	21.52%
4 月到 5 月	21.43%	9 月到 10 月	21.57%
5 月到 6 月	20.88%	10 月到 11 月	21.93%

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

$$\begin{aligned} 2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月} : & 2185(1 + 21.93\%) = 2664 \\ 2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月} : & 2185(1 + 21.93\%)^2 = 3248 \end{aligned}$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 5），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$2023 \text{ 年 } 11 \text{ 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2185(1 + 21.93\%)^n$$

(d) 模型 5 有什麼優點和缺點？

- 優點：
1. 這個模型易於理解。
 2. 這個模型可以反映歌手當前的受歡迎程度。
- 缺點：
1. 這個模型忽視了包含較早月份的整體趨勢。
 2. 最近兩個月之間的百分變化可能因特殊事件而異常高或低，這可能導致高估或低估。
 3. 這個模型假設了粉絲數目是以單一規律變化。

4. 建模方法 6：

這個方法考慮了每個月之間的所有百分變化（即從 1 月到 2 月、2 月到 3 月、…以及從 10 月到 11 月）。它計算這些百分變化的平均值，以得出每個月的平均百分變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的百分變化等於這個每月的平均百分變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	百分變化	月份	百分變化
1 月到 2 月	20.13%	6 月到 7 月	21.29%
2 月到 3 月	21.20%	7 月到 8 月	21.66%
3 月到 4 月	20.95%	8 月到 9 月	21.52%
4 月到 5 月	21.43%	9 月到 10 月	21.57%
5 月到 6 月	20.88%	10 月到 11 月	21.93%

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

$$\text{平均百分變化} = \frac{20.13\% + 21.20\% + \dots + 21.93\%}{10} = 21.26\%$$

$$\text{2023 年 12 月： } 2185(1 + 21.26\%) = 2650$$

$$\text{2024 年 1 月： } 2185(1 + 21.26\%)^2 = 3213$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 6），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$\text{2023 年 11 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2185(1 + 21.26\%)^n$$

(d) 模型 6 有什麼優點和缺點？

優點：

1. 這個模型考慮了較長時間的每個月之間的百分變化，提供了一個對於整體趨勢的更全面分析。
2. 考慮較長的時間範圍可以減低短期異常變化的影響。

缺點：

1. 因為這個模型依賴較長時間的歷史數據，所以可能無法完全反映歌手當前的受歡迎程度。
2. 這個模型假設了粉絲數目是以單一規律變化。

5. 建模方法 7：

這個方法只考慮月份之間的最近三個百分變化（即從 8 月到 9 月、9 月到 10 月，以及 10 月到 11 月）。它計算這些百分變化的平均值，以獲得這段時間內的每月的平均百分變化，並假設 2023 年 11 月和 12 月之間的百分變化等於這個平均百分變化。

(a) 圈出用於預測的數據。

月份	百分變化	月份	百分變化
1 月到 2 月	20.13%	6 月到 7 月	21.29%
2 月到 3 月	21.20%	7 月到 8 月	21.66%
3 月到 4 月	20.95%	8 月到 9 月	21.52%
4 月到 5 月	21.43%	9 月到 10 月	21.57%
5 月到 6 月	20.88%	10 月到 11 月	21.93%

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

$$\text{平均百分變化} = \frac{21.52\% + 21.57\% + 21.93\%}{3} = 21.67\%$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月} : 2185(1 + 21.67\%) = 2658$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月} : 2185(1 + 21.67\%)^2 = 3235$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 7），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$2023 \text{ 年 } 11 \text{ 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2185(1 + 21.67\%)^n$$

(d) 模型 7 有什麼優點和缺點？

優點：

1. 考慮最近的百分變化可以反映歌手當前的受歡迎程度。
2. 考慮四個月時間範圍的平均百分變化可以減低短期異常變化的影響。

缺點：

1. 考慮最近三個百分變化的理由不明確。
2. 這個模型假設了粉絲數目是以單一規律變化。

6. 建模方法 8：

與建模方法 4 相似，這個方法考慮了各個月份之間百分變化的權。它計算這些百分變化的加權平均值，以獲得每月的加權平均百分變化。

(a) 提出這些百分變化的權，並完成下表。

試解釋你的答案。

月份	百分變化	權
1 月到 2 月	20.13%	0
2 月到 3 月	21.20%	0
3 月到 4 月	20.95%	0
4 月到 5 月	21.43%	0
5 月到 6 月	20.88%	0

月份	百分變化	權
6 月到 7 月	21.29%	0
7 月到 8 月	21.66%	0
8 月到 9 月	21.52%	1
9 月到 10 月	21.57%	2
10 月到 11 月	21.93%	3

為了反映較近期數據對預測的影響程度，最近的百分變化設定為最高的權 3。

第二和第三最近的百分變化分別設定為權 2 和 1，這表明它們的影響程度較低。

這些月份以外的百分變化設定為權 0，因為它們被視作不再相關。

(b) 預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 K 的粉絲數目。

$$\text{平均百分變化} = \frac{21.52\% \times 1 + 21.57\% \times 2 + 21.93\% \times 3}{1 + 2 + 3} = 21.74\%$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月: } 2185(1 + 21.74\%) = 2660$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月: } 2185(1 + 21.74\%)^2 = 3238$$

(c) 由此，制定一個數學模型（模型 8），以數學方式表達 2023 年 11 月之後第 n 個月的粉絲預測數目。

$$2023 \text{ 年 } 11 \text{ 月之後第 } n \text{ 個月的粉絲預測數目} = 2185(1 + 21.74\%)^n$$

7. 模型 5 至 8 有什麼共同的假設和限制？

假設：這些模型假設粉絲數目以單一規律變化並遵循指數趨勢。

限制：這些模型未考慮一些重要因素，例如歌手的發帖頻率和公開露面。

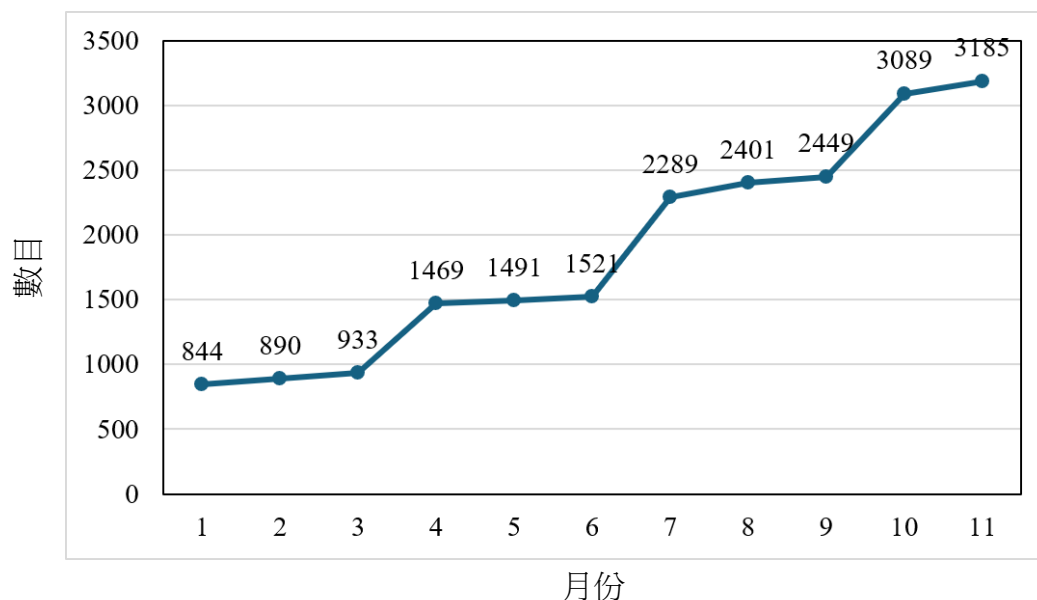
預測歌手社交媒體粉絲數目

工作紙 4

活動 4

進一步探索較複雜的趨勢。

1. 下圖顯示了歌手 G 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒體粉絲數目。



- (a) 提出你對以上趨勢的觀察。
(b) 由此作出建模的假設，以預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 G 的粉絲數目。

[參考例子]

- (a) 觀察：歌手 G 的粉絲數目每經歷三個月差異不大的小幅增長後，便會出現一次顯著增長。
(b) 假設：這個趨勢遵循過去所觀察到的規律，以及較近期的數據有較高的重要性（權）。

考慮：

$$3 \text{ 月到 } 4 \text{ 月的變化} = 1469 - 933 = 536$$

$$6 \text{ 月到 } 7 \text{ 月的變化} = 2289 - 1521 = 768$$

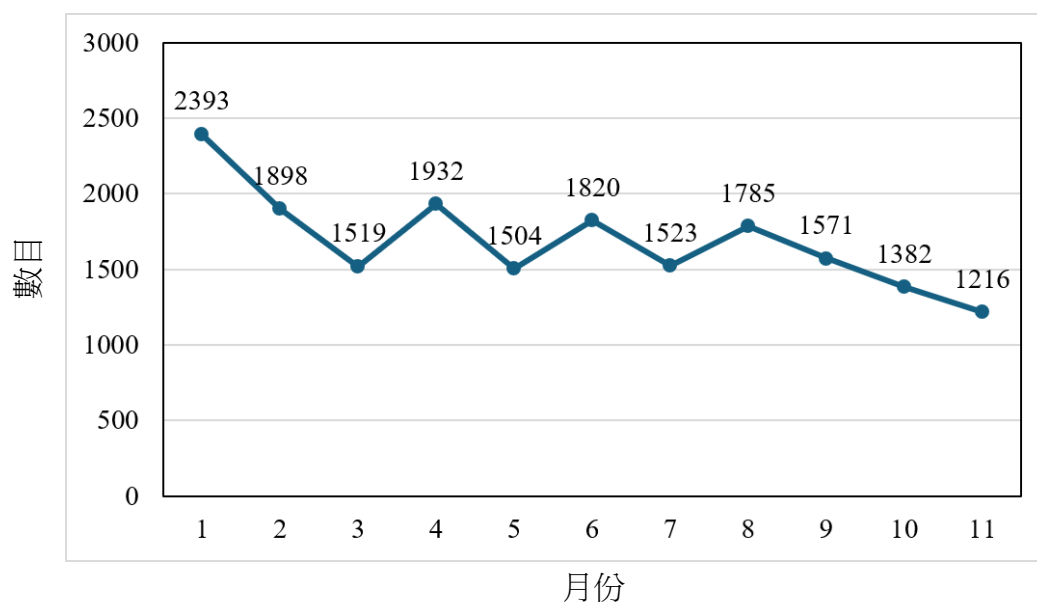
$$9 \text{ 月到 } 10 \text{ 月的變化} = 3089 - 2449 = 640$$

$$10 \text{ 月到 } 11 \text{ 月的變化} = 3185 - 3089 = 96$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月} : 3185 + 96 = 3281$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月} : 3281 + \frac{536 \times 1 + 768 \times 2 + 640 \times 3}{1 + 2 + 3} = 3946$$

2. 下圖顯示了歌手 Q 在 2023 年 1 月至 11 月的社交媒體粉絲數目。



- (a) 提出你對以上趨勢的觀察。
 (b) 由此作出建模的假設，以預測 2023 年 12 月和 2024 年 1 月歌手 Q 的粉絲數目。

[參考例子]

- (a) 觀察：從 1 月到 8 月之間，歌手 Q 的粉絲數目呈現下跌的趨勢，但沒有展示明確的規律。但從 8 月開始，粉絲數目以指數趨勢下跌。
 (b) 假設：由於從 1 月到 8 月之間的變化沒有展示明確的規律，故在制定模型時，先把這些數據剔除，再假設粉絲數目會繼續沿 8 月後的規律持續下降。

考慮：

$$8 \text{ 月到 } 9 \text{ 月的百分變化} = \frac{1571 - 1785}{1785} \times 100\% = -12.0\%$$

$$9 \text{ 月到 } 10 \text{ 月的百分變化} = \frac{1382 - 1571}{1571} \times 100\% = -12.0\%$$

$$10 \text{ 月到 } 11 \text{ 月百分的變化} = \frac{1216 - 1382}{1382} \times 100\% = -12.0\%$$

$$2023 \text{ 年 } 12 \text{ 月： } 1216(1 - 12.0\%) = 1070$$

$$2024 \text{ 年 } 1 \text{ 月： } 1216(1 - 12.0\%)^2 = 942$$