



## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

想像一下，你是一家公司的 CEO，負責為新總部和倉庫尋找最佳位置。這項任務不僅僅是選擇地圖上的點，而是需要運用數學建模做出明智和策略性決定，從而節省時間和運輸成本。

考慮這樣一個場景，你的總部需要與兩個重要的商店保持相同的最短距離。這是一個不難應對的挑戰，但當你需要考慮三個或更多的商店時，情況就會變得更加複雜。對於倉庫來說，挑戰在於將其定位在距離主要道路相等的位置，從而優化運輸路線和交貨時間。

在這個活動中，你將會學習如何解決這些現實世界中的問題。同時，你還會識別和處理這些決策中涉及的約束條件。讓我們踏上這段尋找公司總部和倉庫最佳位置的旅程吧！

## 重溫

把下列詞彙填在適當空格內。它們是三角形中的四條特殊的線。

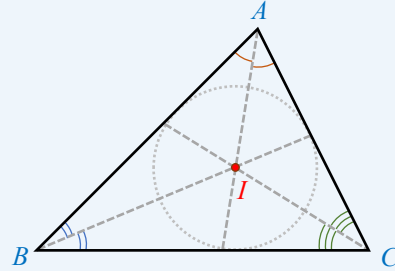
垂直平分線      高線      中線      角平分線

參考：<https://www.geogebra.org/m/btwzyahk>

1. 內心  $I$  是

三角形的三條 \_\_\_\_\_  
的交點。

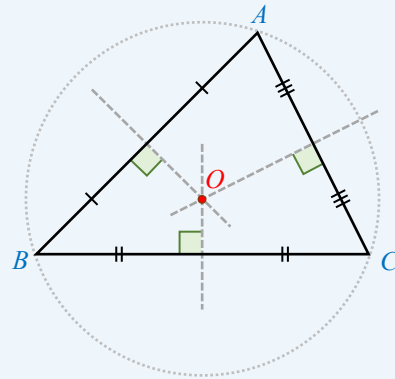
註：在三角形內繪畫最大的圓，所得的圓的圓心是  $I$ ，而該圓則稱為三角形的**內切圓**。



2. 外心  $O$  是

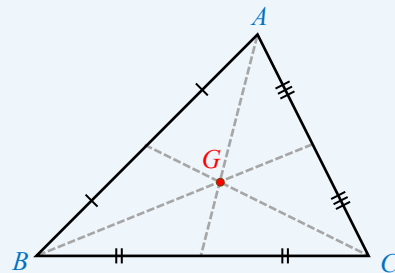
三角形的三條 \_\_\_\_\_  
的交點。

註：繪畫一個通過三角形三個頂點的圓，所得的圓的圓心是  $O$ ，而該圓則稱為三角形的**外接圓**。



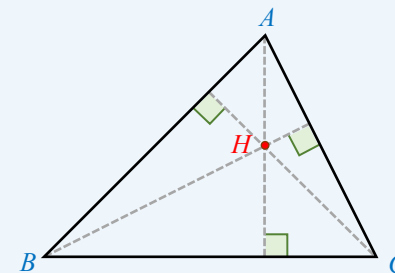
3. 重心  $G$  是

三角形的三條 \_\_\_\_\_  
的交點。



4. 垂心  $H$  是

三角形的三條 \_\_\_\_\_  
的交點。



## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

### 工作紙 1

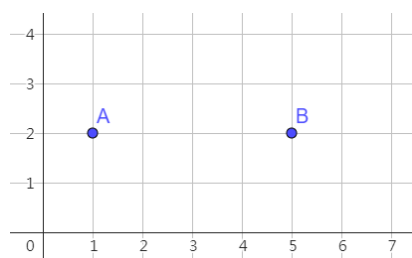
#### 活動 1A

確保總部到兩家商店的距離相同且最短。

1. 總部  $Q$  是我們公司的主要辦公室，會通過無線電技術向商店傳遞信息。  
如果有兩家商店  $A$  和  $B$ ，我們的總裁希望確保總部與它們之間的距離相同且最短。  
運用數學用語描述這個要求。
- 
- 
- 

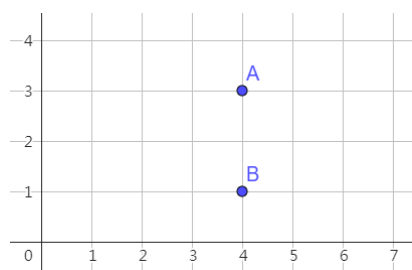
2. 下圖顯示一些具體的情況。點  $A$  和  $B$  分別代表兩家商店的位置。  
在圖上標記總部  $Q$  的最佳位置，並寫出它們的坐標。

(a)



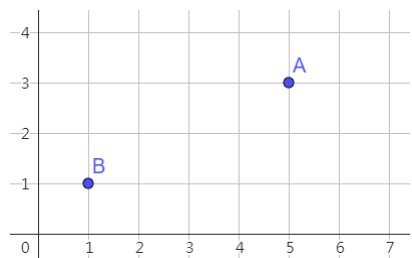
$$Q = ( \quad , \quad )$$

(b)



$$Q = ( \quad , \quad )$$

(c)



$$Q = ( \quad , \quad )$$

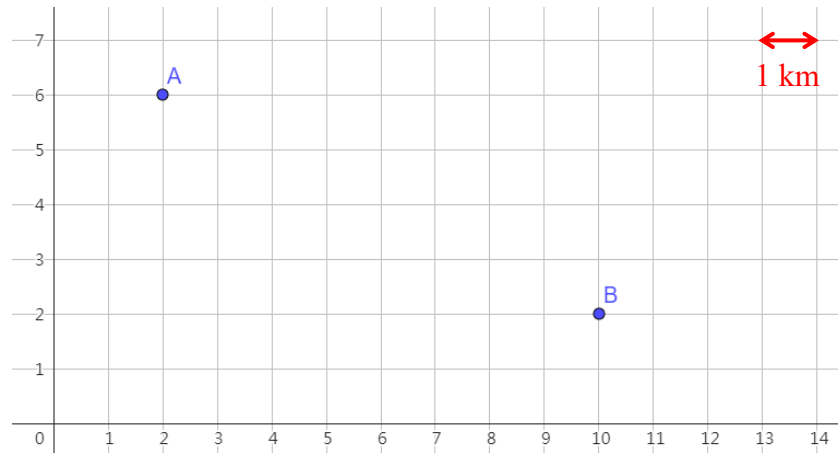
3. 在現實中，商店的位置在不同區域可能會有所不同。  
設兩家商店的坐標分別為  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ 。  
寫出一個尋找總部  $Q$  最佳位置的模型。

---

---

---

4. 在下圖中，點  $A$  和  $B$  分別代表兩家商店的位置。



- (a) 運用問題 3 中的模型，求總部  $Q$  的坐標，並在圖上標記它的位置。  
(b) 計算從我們總部到每家商店的距離（最接近的 0.01 km）。

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

5. 問題 3 中的模型有什麼假設？

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

6. 除了總部到我們商店的距離相同且最短之外，在尋找總部的最佳位置時，還應該考慮哪些因素？

---

---

---

---

---

---

---

---

---

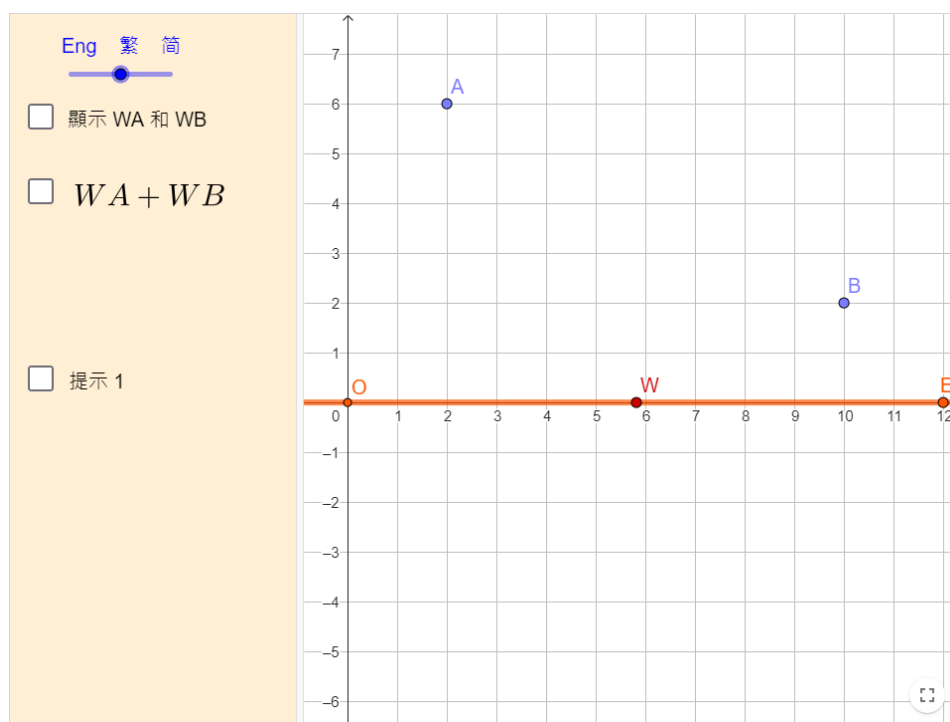
---

## 活動 1B

尋找倉庫和兩家商店之間的最短距離。

7. 倉庫  $W$  是一座大型建築，用於存放和分發產品給我們的商店。我們的總裁正在尋找它的最佳位置。對於所選擇的位置，他有兩個要求：
- 為更好地連接快速運輸系統， $W$  必須位於幹路  $OE$  旁。
  - $W$  與我們的兩家商店  $A$  和  $B$  之間的總距離必須最短。
- 然而，路徑  $WA$  和  $WB$  的距離不須相同。

請運用以下的小程式進行探索：<https://www.geogebra.org/m/a6b9jb2g>



根據以上要求， $WA + WB$  應是 \_\_\_\_\_。

8. 描述如何找到倉庫  $W$  的位置。  
在上圖中，描繪你的步驟，並標記  $W$  的位置。

---

---

---

---

---

---

---

9. 在尋找倉庫位置時，有什麼可能的限制？我們可以作出怎樣的妥協？

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

### 工作紙 2

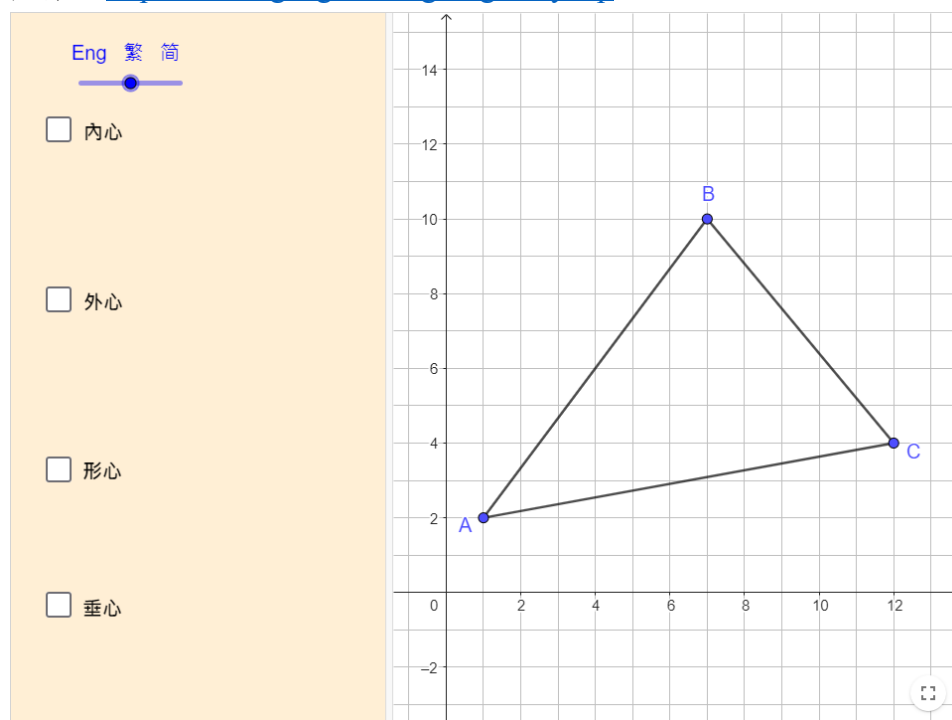
#### 活動 2A

確保從總部到三家商店的距離相同。

1. 如果有三家不同的商店  $A$ 、 $B$  和  $C$ ，我們的總裁希望確保總部  $Q$  與它們每一家的距離都相同。  
以數學形式表達這個要求。

2.  $\triangle ABC$  的哪一個中心符合我們總裁的要求？  
運用以下的小程式來驗證你的答案。

連結：<https://www.geogebra.org/m/gm6ayhap>



你的選擇 <input checked="" type="checkbox"/>	中心	距離（準確至最接近的 0.01 km）		
		$QA$	$QB$	$QC$
	內心			
	外心			
	形心			
	垂心			



3. 在尋找位置時作出了什麼假設？

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

4. 所選擇的位置是否能夠使得從我們總部到三家商店的總距離最短？  
你可以利用以下的表格來幫助你解釋答案。

中心	距離（準確至最接近的 0.01 km）			
	<i>QA</i>	<i>QB</i>	<i>QC</i>	總和
內心				
外心				
形心				
垂心				

---

---

---

---

---

---

---

---

---

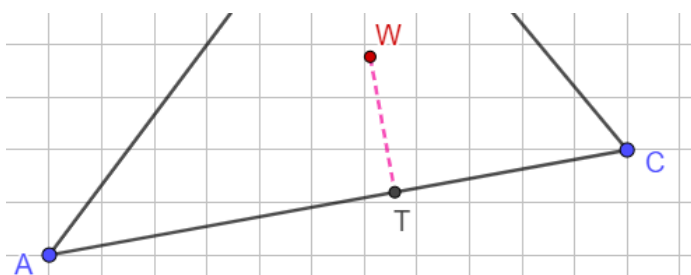
---

## 活動 2B

確保倉庫與三條道路等距。

5. 在三家商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間，有三條幹路形成  $\triangle ABC$ 。
- 我們的總裁正在尋找一個位置來建造我們的倉庫  $W$ ，然後建造從  $W$  到每條幹路的路徑。對於所選擇的位置，他有兩個要求：
- $W$  必須與三條幹路  $AB$ 、 $BC$  和  $AC$  的距離相等。
  - 為減少交通時間，從  $W$  到每條幹路的路徑必須是最短的。

在以下的例子中，描述幹路  $AC$  和路徑  $WT$  之間的幾何關係。




---



---

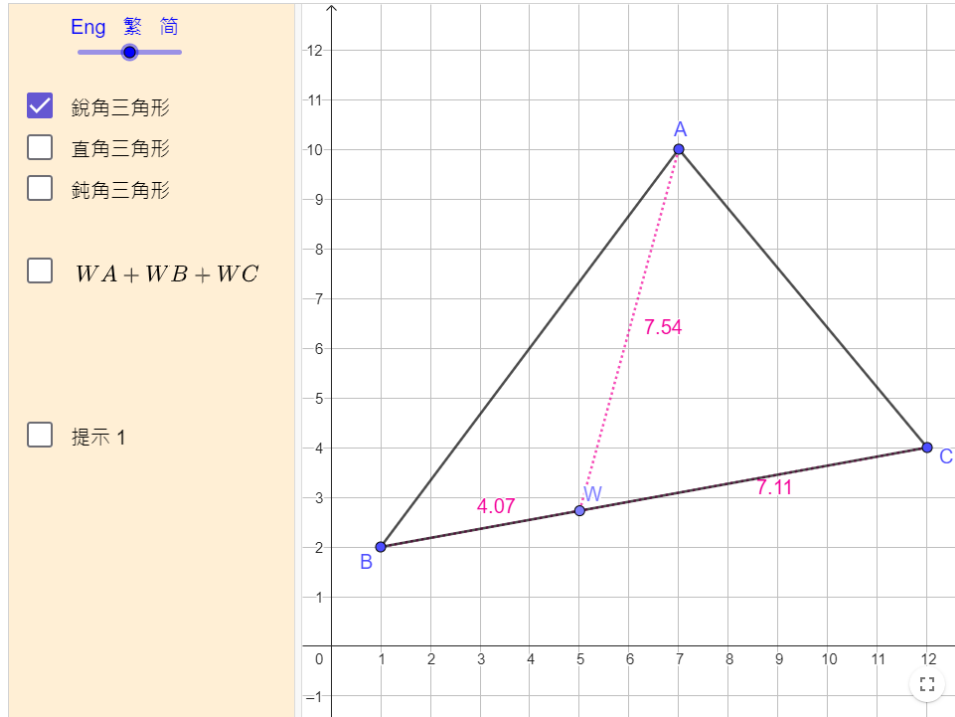
6.  $\triangle ABC$  的哪一個中心符合我們總裁的要求？
- 運用以下的小程式來驗證你的答案。
- 連結：<https://www.geogebra.org/m/bgpwnvje>

你的選擇 <input checked="" type="checkbox"/>	中心	距離（準確至最接近的 0.01 km）		
		$WR$	$WS$	$WT$
	內心			
	外心			
	形心			
	垂心			

### 活動 2C

使倉庫與三條道路的距離最短。

7. 为了更好地連接快速運輸系統，一位工程師建議把倉庫  $W$  設置於一條幹路旁。然而， $W$  與我們的三家商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間的總距離必須是最小。請運用以下的小程式進行探索：<https://www.geogebra.org/m/gxtnz4cu>



描繪及描述如何找到倉庫  $W$  的位置。

提示：你需要考慮三種不同的情況。從  $\triangle ABC$  是直角三角形的情況開始可能會較容易。

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



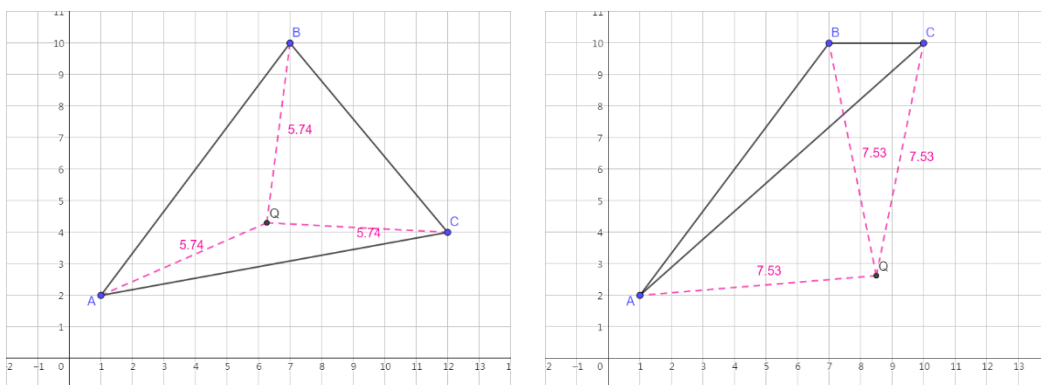
## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

### 工作紙 3

#### 活動 3

運用資訊科技建模。

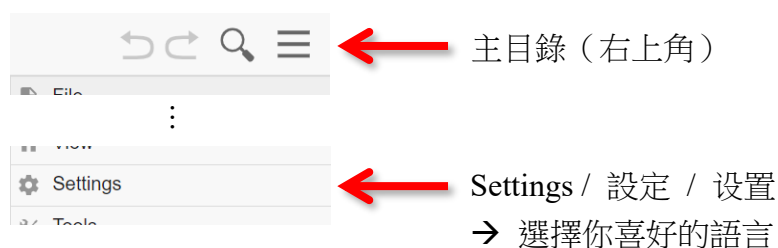
1. 我們可以運用 GeoGebra 創造一個虛擬的模型。這將會幫助我們展示建模的結果，例如以下的情況。



如果我們把總部  $Q$  設置在  $\triangle ABC$  的外心位置，則  $QA = QB = QC$ 。但我們發現當  $\triangle ABC$  是鈍角三角形時， $Q$  會位於三角形外。

前往 GeoGebra 官方網站：<https://www.geogebra.org/classic>

我們可以設定 GeoGebra 的語言：



#### 提示

在 GeoGebra 中，用完一個工具後，選擇「移動」工具是一個好的做法。你可以理解這個做法為：



2. 以下的步驟將引導我們在活動 1A 中，在商店  $A$  和  $B$  之間找到我們的總部  $Q$  的位置，即  $A$  和  $B$  的中點。

步驟	描述
----	----

i. 設定格線

- 在繪圖區上按滑鼠右鍵
- 「顯示格線」→ 勾選「主格線」



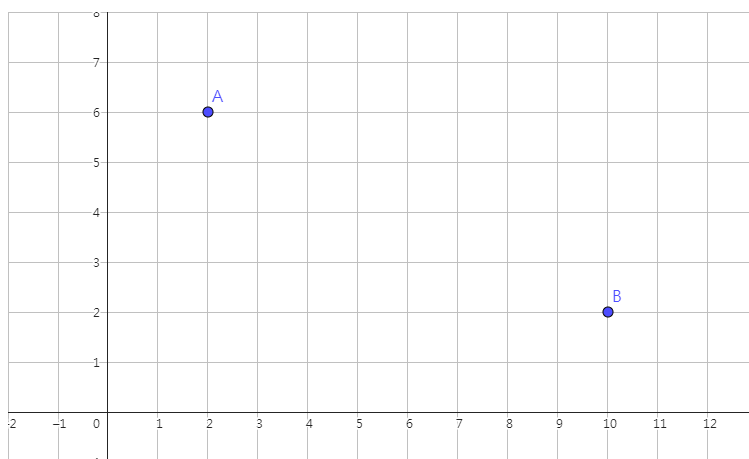
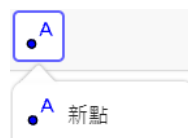
ii. 設定格線的間距

- 在繪圖區上按滑鼠右鍵
- 點選「繪圖區」
- 到「格線」頁  
→ 「格線類型」→ 選擇「主格線」
- 勾選「間距」
- 設定  $x = 1$  和  $y = 1$



iii. 設置商店

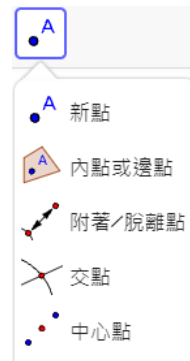
- 使用「新點」工具繪畫點  $A(2, 6)$  和  $B(10, 2)$  或任何你所期望的地方



步驟	描述
----	----

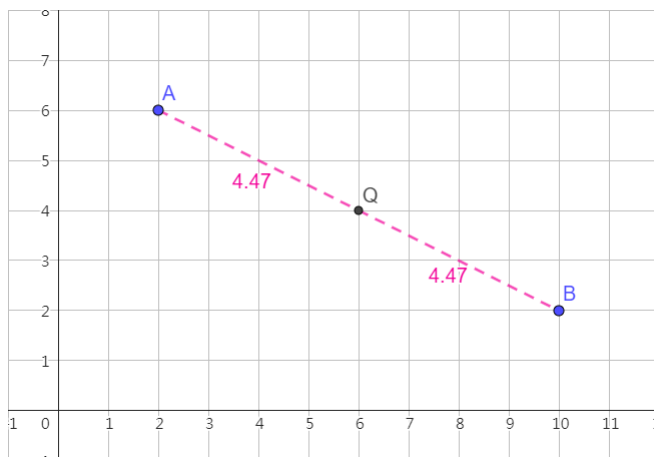
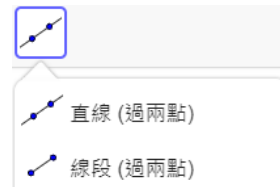
iv. 設置總部

- 使用「中心點」工具設置我們的總部  
→ 點選點  $A$  → 點選點  $B$
- 右鍵點擊該中點  
→ 「重新命名」 → 輸入「 $Q$ 」



v. 顯示  $QA$  和  $QB$  的距離

- 使用「線段」工具繪畫線段  $QA$
- 右鍵點擊  $QA$  → 「設定」  
→ 「一般」頁 → 「顯示標籤」  
→ 選擇「數值」
- 對於  $QB$  進行類似的步驟

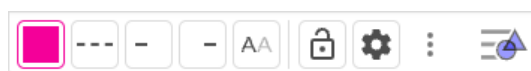


註：你可以移動點  $A$  和  $B$   
來觀察點  $Q$  的變化。




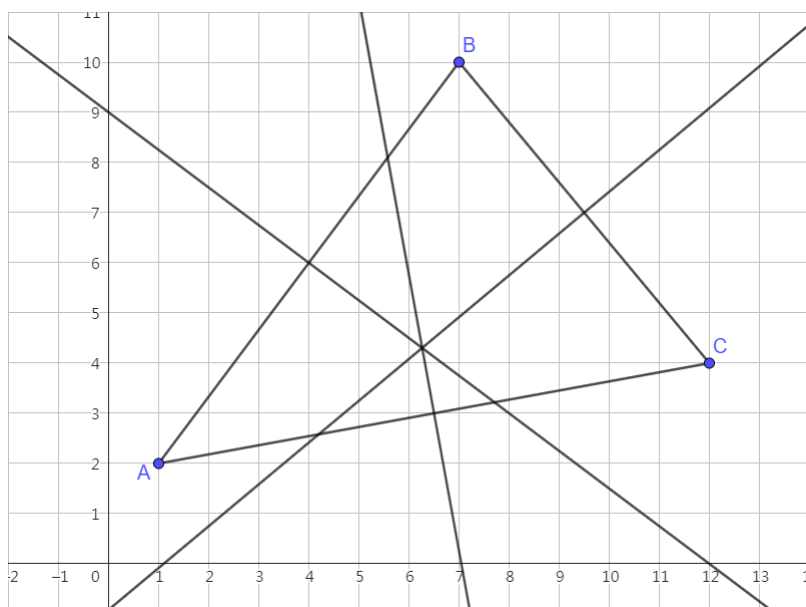
vi. 設定  $QA$  和  $QB$  的顏色和樣式

- 點選  $QA$   
→ 點擊「樣式欄」(右上角)  
→ 「選擇顏色」和「選擇線樣式」
- 對於  $QB$  進行類似的步驟



3. 以下的步驟將引導我們在活動 2A 中，在商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間找到我們的總部  $Q$  的位置，即  $\triangle ABC$  的外心。

步驟	描述	
i.	設定格線和格線的間距	(同 Q2，步驟 i 至 ii)
ii.	設置商店 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「新點」工具繪畫點 <math>A(1, 2)</math>、<math>B(7, 10)</math> 和 <math>C(12, 4)</math> 或任何你所期望的地方</li> </ul>	
iii.	建造幹路 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「線段」工具繪畫線段 <math>AB</math>、<math>BC</math> 和 <math>AC</math></li> </ul>	
iv.	繪畫三角形每條邊的垂直平分線 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「中垂線」工具繪畫 <math>AB</math> 的垂直平分線 → 點選點 <math>A</math> → 點選點 <math>B</math></li> <li>對於 <math>BC</math> 和 <math>AC</math> 進行類似的步驟</li> </ul>	





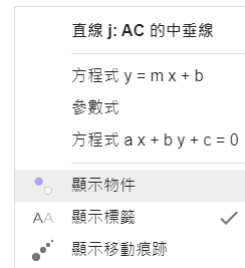
步驟	描述
----	----

v. 設置總部

- 使用「新點」工具繪畫三條垂直平分線的交點
- 右鍵點擊該交點  
→ 「重新命名」 → 輸入「Q」

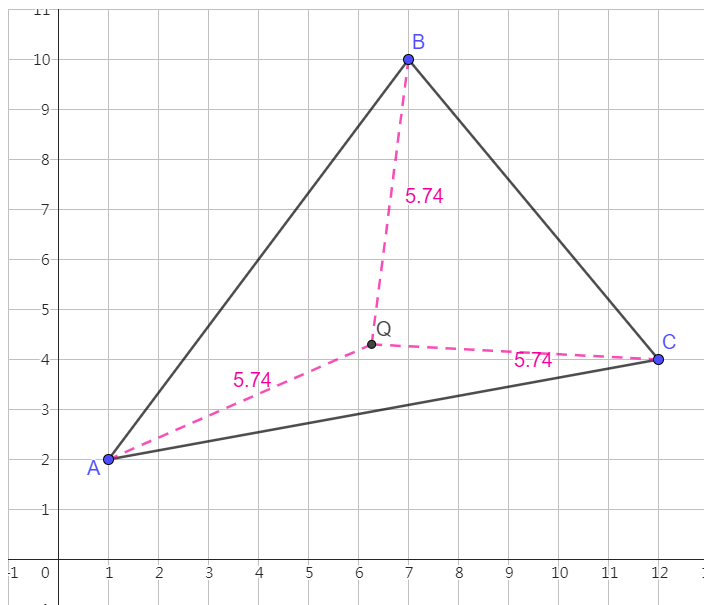
vi. 隱藏構作線（即垂直平分線）

- 右鍵點擊每條垂直平分線  
→ 取消勾選「顯示物件」



vii. 顯示  $QA$ 、 $QB$  和  $QC$  的距離

- 使用「線段」工具繪畫線段  $QA$
- 右鍵點選  $QA$  → 「設定」  
→ 「一般」頁 → 「顯示標籤」  
→ 選擇「數值」
- 設定  $QA$  的顏色和樣式
- 對於  $QB$  和  $QC$  進行類似的步驟

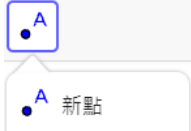



註：你可以移動點  $A$ 、 $B$  和  $C$  來觀察點  $Q$  的變化。


4. 以下的步驟將引導我們在活動 2B 中，在商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間找到我們的倉庫  $W$  的位置，即  $\triangle ABC$  的內心。

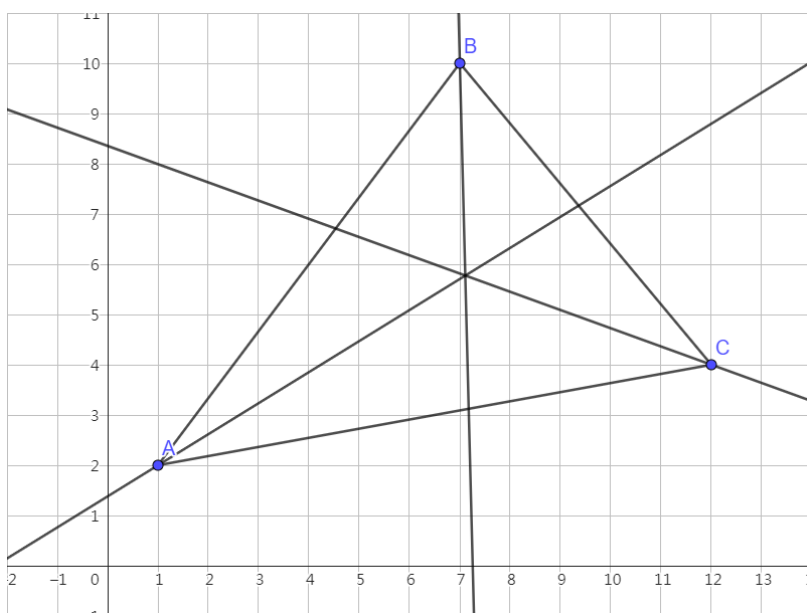
步驟	描述
----	----

- |    |            |                  |
|----|------------|------------------|
| i. | 設定格線和格線的間距 | (同 Q2，步驟 i 至 ii) |
|----|------------|------------------|

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| ii. | 設置商店 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「新點」工具繪畫點 <math>A(1, 2)</math>、<math>B(7, 10)</math> 和 <math>C(12, 4)</math> 或任何你所期望的地方</li> </ul> |  |
|-----|--|--|

- |      |   |  |
|------|---|--|
| iii. | 建造幹路 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「線段」工具繪畫線段 <math>AB</math>、<math>BC</math> 和 <math>AC</math></li> </ul> |  |
|------|---|--|

- |     |   |   |
|-----|---|---|
| iv. | 繪畫三角形每個角的角平分線 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「角平分線」工具繪畫 <math>\angle BAC</math> 的角平分線               <ul style="list-style-type: none"> <li>→ 點選點 <math>B</math> → 點選點 <math>A</math></li> <li>→ 點選點 <math>C</math></li> </ul> </li> <li>對於 <math>\angle ABC</math> 和 <math>\angle ACB</math> 進行類似的步驟</li> </ul> |  |
|-----|---|---|



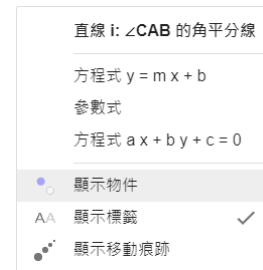
步驟	描述
----	----

v. 設置倉庫

- 使用「新點」工具繪畫三條角平分線的交點
- 右鍵點擊那點  
→ 「重新命名」 → 輸入「W」

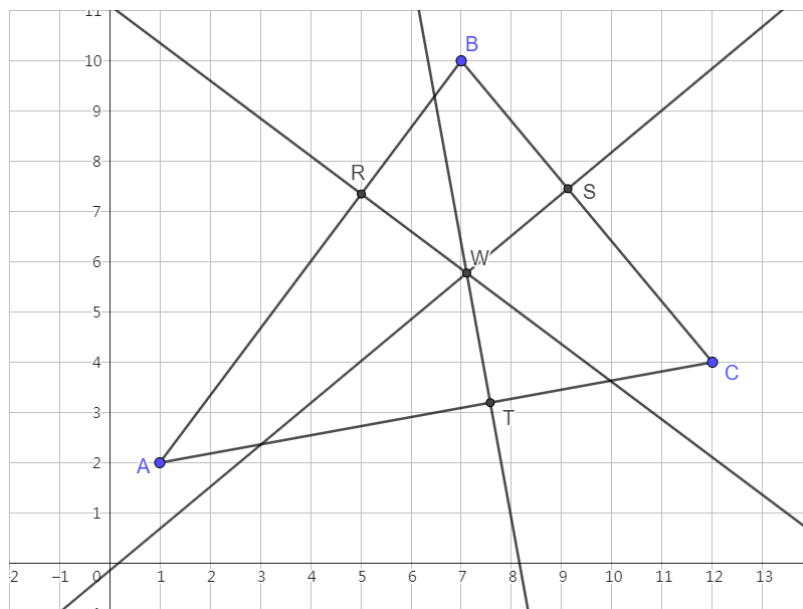
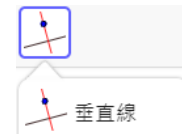
vi. 隱藏構作線（即角平分線）

- 右鍵點擊每條角平分線  
→ 取消勾選「顯示物件」



vii. 繪畫從  $W$  到三角形每條邊的垂足

- 使用「垂直線」工具  
→ 點選點  $W$  → 點選  $AB$
- 使用「新點」工具繪畫交點
- 對於  $BC$  和  $AC$  進行類似的步驟
- 重新命名那些點，如圖所示



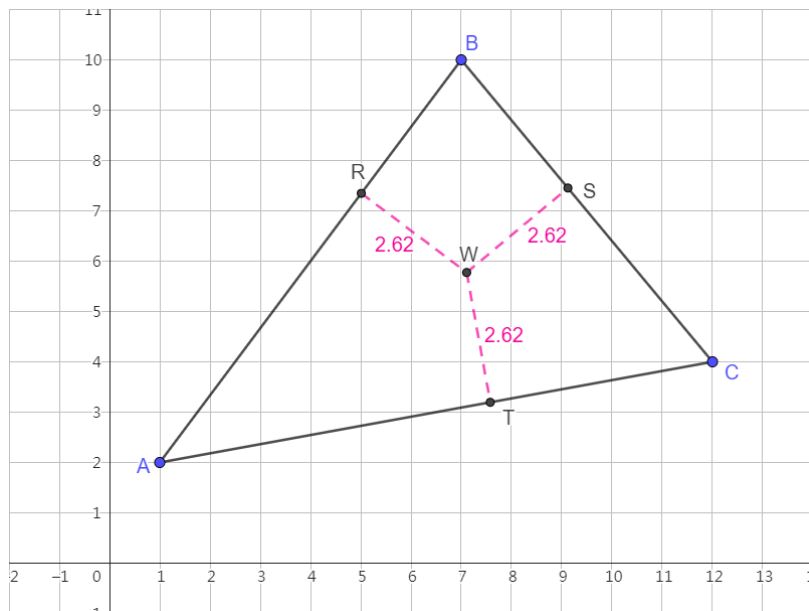
步驟	描述
----	----

viii. 隱藏構作線（即垂直線）

- 右鍵點擊每條垂直線  
→ 取消勾選「顯示物件」

ix. 顯示  $WR$ ， $WS$  和  $WT$  的距離

- 使用「線段」工具繪畫線段  $WR$
- 右鍵點選  $WR$  → 「設定」  
→ 「一般」頁 → 「顯示標籤」  
→ 選擇「數值」
- 設定  $WR$  的顏色和樣式
- 對於  $WS$  和  $WT$  進行類似的步驟



註：你可以移動點  $A$ 、 $B$  和  $C$  來觀察點  $W$  的變化。



## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

想像一下，你是一家公司的 CEO，負責為新總部和倉庫尋找最佳位置。這項任務不僅僅是選擇地圖上的點，而是需要運用數學建模做出明智和策略性決定，從而節省時間和運輸成本。

考慮這樣一個場景，你的總部需要與兩個重要的商店保持相同的最短距離。這是一個不難應對的挑戰，但當你需要考慮三個或更多的商店時，情況就會變得更加複雜。對於倉庫來說，挑戰在於將其定位在距離主要道路相等的位置，從而優化運輸路線和交貨時間。

在這個活動中，你將會學習如何解決這些現實世界中的問題。同時，你還會識別和處理這些決策中涉及的約束條件。讓我們踏上這段尋找公司總部和倉庫最佳位置的旅程吧！

## 重溫

把下列詞彙填在適當空格內。它們是三角形中的四條特殊的線。

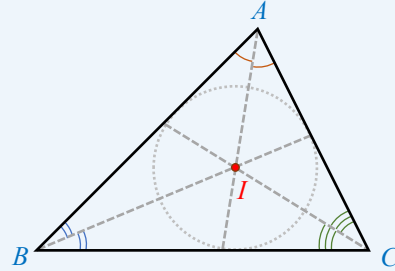
垂直平分線	高線	中線	角平分線
-------	----	----	------

參考：<https://www.geogebra.org/m/btwzyahk>

1. 內心  $I$  是

三角形的三條 角平分線  
的交點。

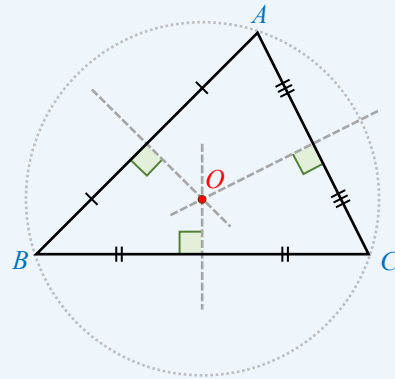
註：在三角形內繪畫最大的圓，所得的圓的圓心是  $I$ ，而該圓則稱為三角形的內切圓。



2. 外心  $O$  是

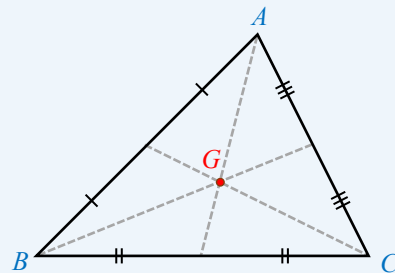
三角形的三條 垂直平分線  
的交點。

註：繪畫一個通過三角形三個頂點的圓，所得的圓的圓心是  $O$ ，而該圓則稱為三角形的外接圓。



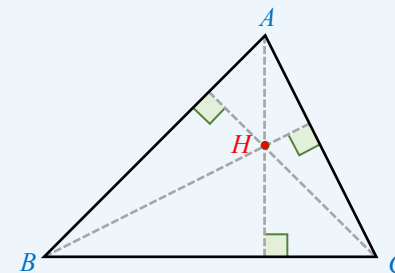
3. 重心  $G$  是

三角形的三條 中線  
的交點。



4. 垂心  $H$  是

三角形的三條 高線  
的交點。



## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

### 工作紙 1

#### 活動 1A

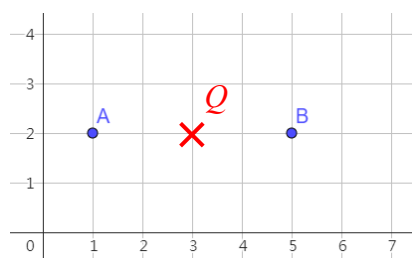
確保總部到兩家商店的距離相同且最短。

1. 總部  $Q$  是我們公司的主要辦公室，會通過無線電技術向商店傳遞信息。  
如果有兩家商店  $A$  和  $B$ ，我們的總裁希望確保總部與它們之間的距離相同且最短。  
運用數學用語描述這個要求。

$Q$  是  $A$  和  $B$  的中點。

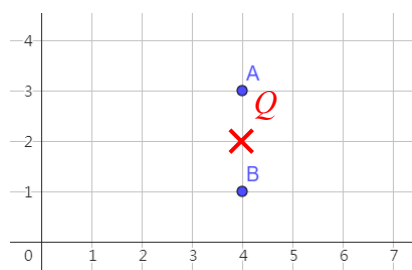
2. 下圖顯示一些具體的情況。點  $A$  和  $B$  分別代表兩家商店的位置。  
在圖上標記總部  $Q$  的最佳位置，並寫出它們的坐標。

(a)



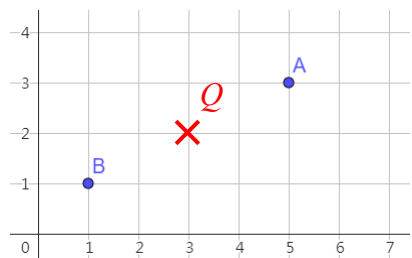
$$Q = ( 3 , 2 )$$

(b)



$$Q = ( 4 , 2 )$$

(c)

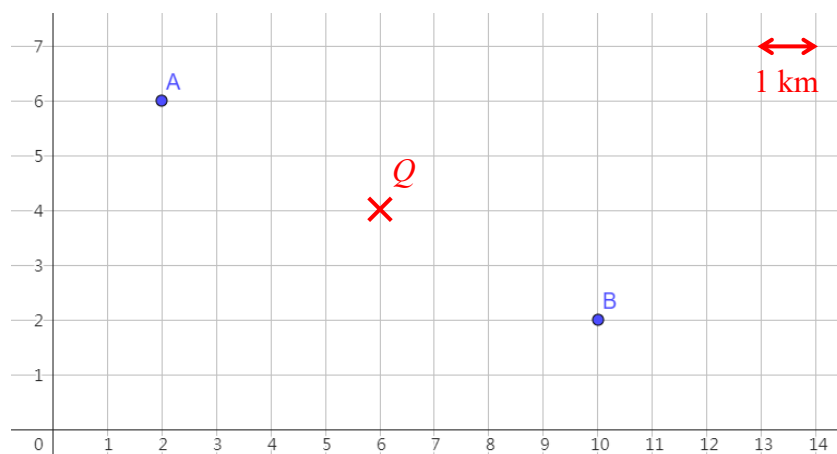


$$Q = ( 3 , 2 )$$

3. 在現實中，商店的位置在不同區域可能會有所不同。  
 設兩家商店的坐標分別為  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ 。  
 寫出一個尋找總部  $Q$  最佳位置的模型。

$$Q = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

4. 在下圖中，點  $A$  和  $B$  分別代表兩家商店的位置。



- (a) 運用問題 3 中的模型，求總部  $Q$  的坐標，並在圖上標記它的位置。  
 (b) 計算從我們總部到每家商店的距離（最接近的 0.01 km）。

(a)  $A = (2, 6)$  和  $B = (10, 2)$

$$\begin{aligned} Q &= \left( \frac{2+10}{2}, \frac{6+2}{2} \right) \\ &= (6, 4) \end{aligned}$$

(b)  $QA = \sqrt{(2-6)^2 + (6-4)^2}$   
 $= \sqrt{20}$   
 $= 4.47 \text{ km}$

$$\begin{aligned} QB &= QA \\ &= 4.47 \text{ km} \end{aligned}$$



5. 問題 3 中的模型有什麼假設？

- 2D 模型：假設地面是平的。實際上，地球的表面並不是平的。如果總部和兩家商店之間的距離非常遠，我們便需要考慮地球表面的曲率。
- 無阻礙傳輸：沒有障礙物（例如山丘或建築物）阻礙總部和兩家商店之間的無線電波傳輸。

6. 除了總部到我們商店的距離相同且最短之外，在尋找總部的最佳位置時，還應該考慮哪些因素？

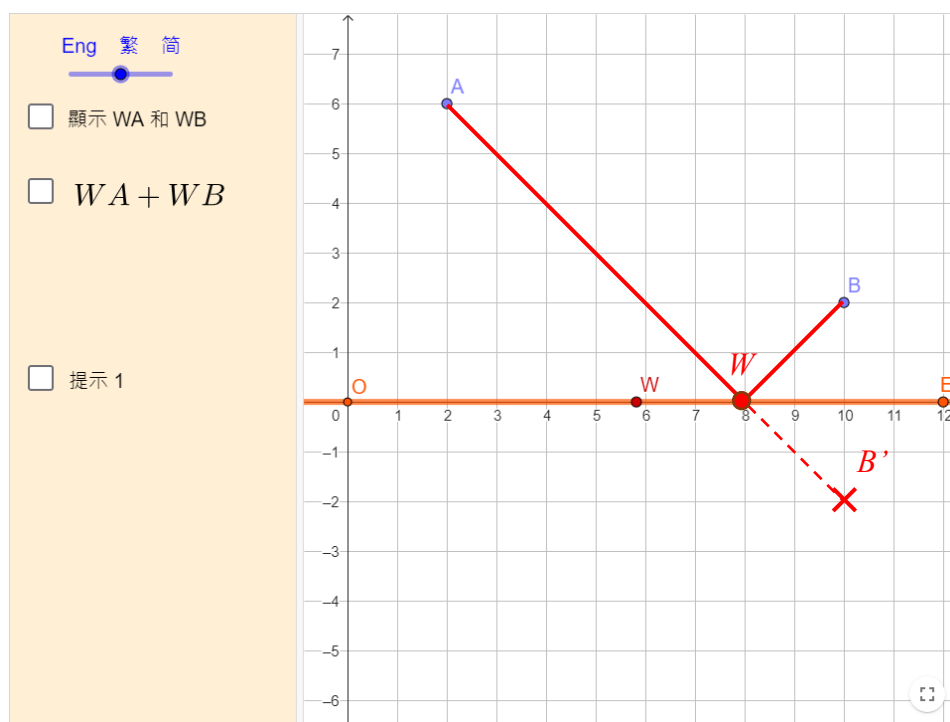
- 建設的可行性：在選定的位置建造總部涉及評估該位置是否滿足必要的建築法規和環境考慮。
- 建築成本：在選定的位置建造總部所涉及的費用，包括土地收購、建築材料和勞動力等成本。

## 活動 1B

尋找倉庫和兩家商店之間的最短距離。

7. 倉庫  $W$  是一座大型建築，用於存放和分發產品給我們的商店。我們的總裁正在尋找它的最佳位置。對於所選擇的位置，他有兩個要求：
- 為更好地連接快速運輸系統， $W$  必須位於幹路  $OE$  旁。
  - $W$  與我們的兩家商店  $A$  和  $B$  之間的總距離必須最短。
- 然而，路徑  $WA$  和  $WB$  的距離不須相同。

請運用以下的小程式進行探索：<https://www.geogebra.org/m/a6b9jb2g>



根據以上要求， $WA + WB$  應是 最小（或最短）。

8. 描述如何找到倉庫  $W$  的位置。  
在上圖中，描繪你的步驟，並標記  $W$  的位置。

首先，點  $B$  沿  $OE$  反射，得到影像  $B'$ 。  
第二，我們畫一條直線  $AB'$ 。  
然後， $OE$  和  $AB'$  的交點即為倉庫  $W$  的位置。

9. 在尋找倉庫位置時，有什麼可能的限制？我們可以作出怎樣的妥協？

- 可能的限制：在幹路旁建造倉庫的建設成本可能非常高。從城市規劃的角度而言，靠近幹路的區域可能被分配用於商業或住宅用途，而不是工業用途。
- 為了應對這些限制，我們可以首先確定  $W$  的最佳位置。然後，我們可以尋找盡可能靠近最佳位置的其他可行位置。

## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

### 工作紙 2

#### 活動 2A

確保從總部到三家商店的距離相同。

1. 如果有三家不同的商店  $A$ 、 $B$  和  $C$ ，我們的總裁希望確保總部  $Q$  與它們每一家的距離都相同。

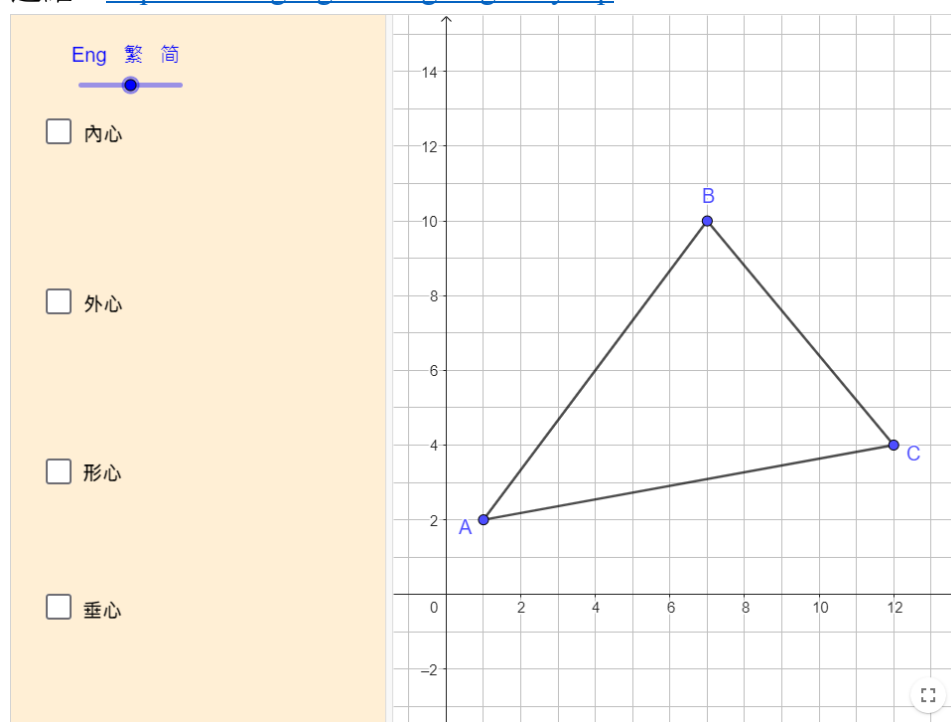
以數學形式表達這個要求。

$$QA = QB = QC \quad (\text{或 } QA、QB \text{ 和 } QC \text{ 是相等。})$$

2.  $\triangle ABC$  的哪一個中心符合我們總裁的要求？

運用以下的小程式來驗證你的答案。

連結：<https://www.geogebra.org/m/gm6ayhap>



你的選擇	中心	距離 (準確至最接近的 0.01 km)		
		$QA$	$QB$	$QC$
<input checked="" type="checkbox"/>	內心	7.18	4.23	5.20
<input checked="" type="checkbox"/>	外心	5.74	5.74	5.74
<input type="checkbox"/>	形心	6.57	4.68	5.50
<input type="checkbox"/>	垂心	8.43	2.65	5.66

3. 在尋找位置時作出了什麼假設？

- 2D 模型：假設地面是平的。實際上，地球的表面並不是平的。如果總部和三家商店之間的距離非常遠，我們便需要考慮地球表面的曲率。
- 無阻礙傳輸：沒有障礙物（例如山丘或建築物）阻礙總部和三家商店之間的無線電波傳輸。

4. 所選擇的位置是否能夠使得從我們總部到三家商店的總距離最短？  
你可以利用以下的表格來幫助你解釋答案。

中心	距離（準確至最接近的 0.01 km）			
	$QA$	$QB$	$QC$	總和
內心	7.18	4.23	5.20	16.61
外心	5.74	5.74	5.74	17.22
形心	6.57	4.68	5.50	16.75
垂心	8.43	2.65	5.66	16.74

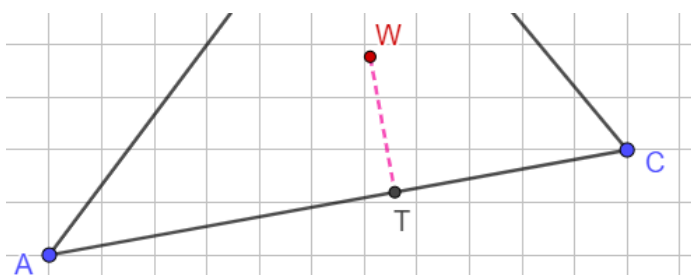
所選擇的位置（ $\triangle ABC$  的外心）無法使得從  $Q$  到  $A$ 、 $B$  和  $C$  的總距離最短。正如上表所示，該距離（外心：17.22 km）大於其他三個位置，包括  $\triangle ABC$  的內心（16.61 km）、重心（16.75 km）和垂心（16.74 km）。

## 活動 2B

確保倉庫與三條道路等距。

5. 在三家商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間，有三條幹路形成  $\triangle ABC$ 。
- 我們的總裁正在尋找一個位置來建造我們的倉庫  $W$ ，然後建造從  $W$  到每條幹路的路徑。對於所選擇的位置，他有兩個要求：
- $W$  必須與三條幹路  $AB$ 、 $BC$  和  $AC$  的距離相等。
  - 為減少交通時間，從  $W$  到每條幹路的路徑必須是最短的。

在以下的例子中，描述幹路  $AC$  和路徑  $WT$  之間的幾何關係。



$WT \perp AC$  (或  $WT$  垂直  $AC$ 。)

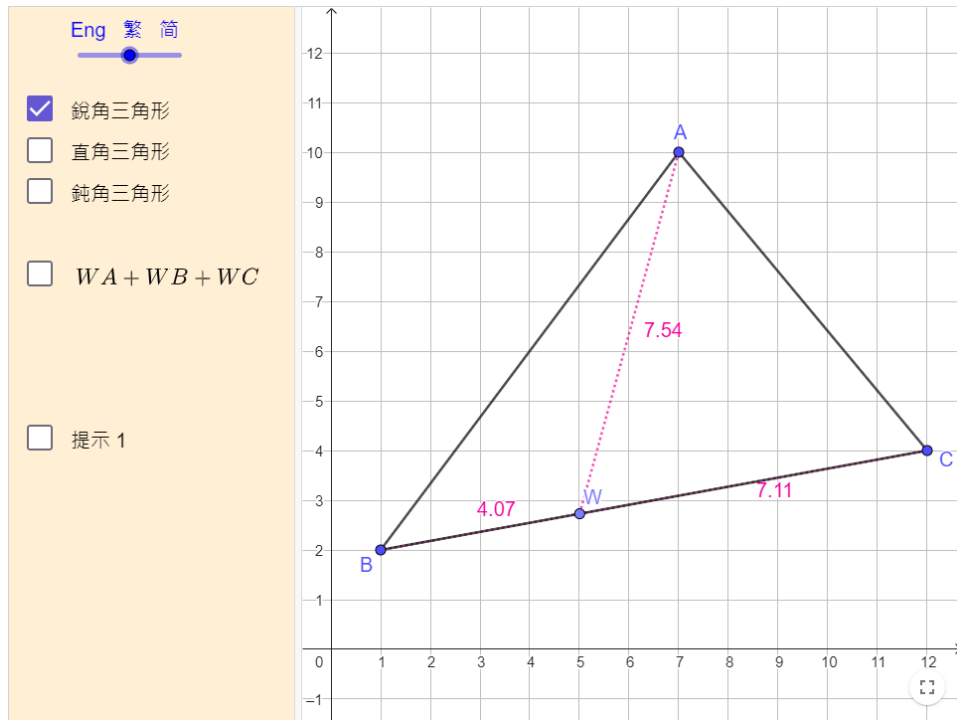
6.  $\triangle ABC$  的哪一個中心符合我們總裁的要求？  
運用以下的小程式來驗證你的答案。  
連結：<https://www.geogebra.org/m/bgpwnvje>

你的選擇 <input checked="" type="checkbox"/>	中心	距離 (準確至最接近的 0.01 km)		
		$WR$	$WS$	$WT$
<input checked="" type="checkbox"/>	內心	2.62	2.62	2.62
<input type="checkbox"/>	外心	2.83	4.21	1.32
<input type="checkbox"/>	形心	2.53	3.24	2.27
<input type="checkbox"/>	垂心	1.94	1.30	4.15

### 活動 2C

使倉庫與三條道路的距離最短。

7. 為了更好地連接快速運輸系統，一位工程師建議把倉庫  $W$  設置於一條幹路旁。然而， $W$  與我們的三家商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間的總距離必須是最小。請運用以下的小程式進行探索：<https://www.geogebra.org/m/gxtnz4cu>

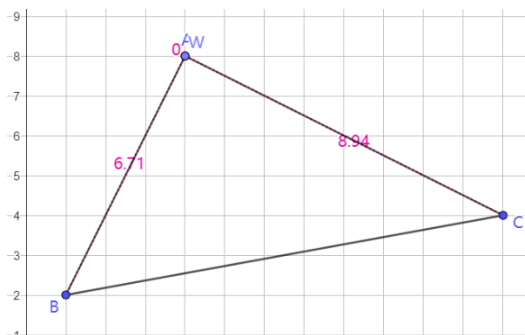


描繪及描述如何找到倉庫  $W$  的位置。

提示：你需要考慮三種不同的情況。從  $\triangle ABC$  是直角三角形的情況開始可能會較容易。

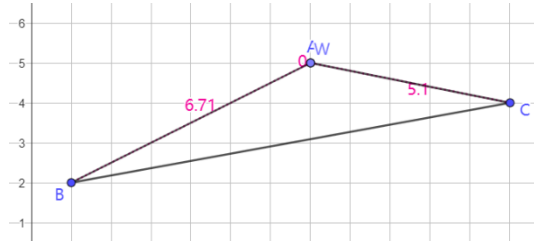
情況 I：直角三角形

$W$  位於三角形的兩條較短的邊所形成的頂點。



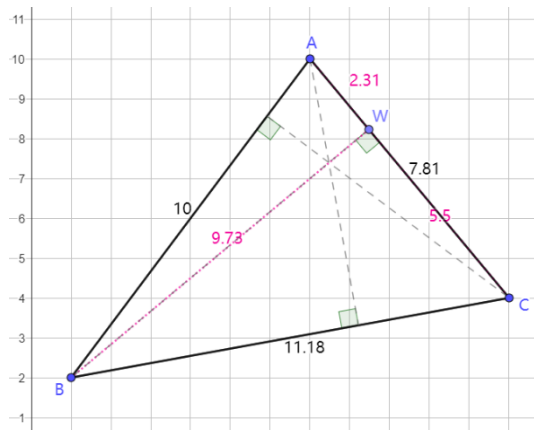
情況 II：鈍角三角形

$W$  位於三角形的兩條較短的邊所形成的頂點。



情況 III：銳角三角形

$W$  位於三角形的最短邊上的垂足（從其對應的頂點起）。





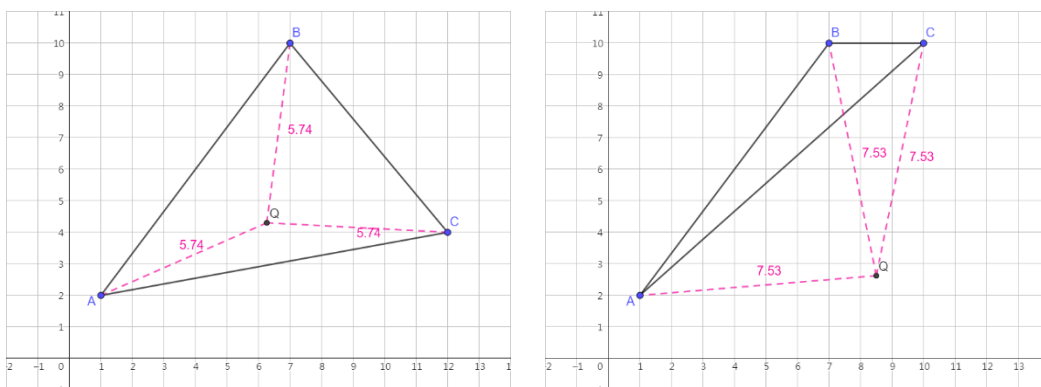
## 尋找公司總部和倉庫的最佳位置

### 工作紙 3

#### 活動 3

運用資訊科技建模。

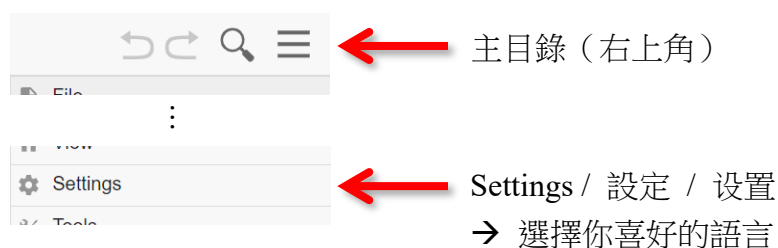
1. 我們可以運用 GeoGebra 創造一個虛擬的模型。這將會幫助我們展示建模的結果，例如以下的情況。



如果我們把總部  $Q$  設置在  $\triangle ABC$  的外心位置，則  $QA = QB = QC$ 。但我們發現當  $\triangle ABC$  是鈍角三角形時， $Q$  會位於三角形外。

前往 GeoGebra 官方網站：<https://www.geogebra.org/classic>

我們可以設定 GeoGebra 的語言：



#### 提示

在 GeoGebra 中，用完一個工具後，選擇「移動」工具是一個好的做法。你可以理解這個做法為：



2. 以下的步驟將引導我們在活動 1A 中，在商店  $A$  和  $B$  之間找到我們的總部  $Q$  的位置，即  $A$  和  $B$  的中點。

步驟	描述
----	----

i. 設定格線

- 在繪圖區上按滑鼠右鍵
- 「顯示格線」→ 勾選「主格線」



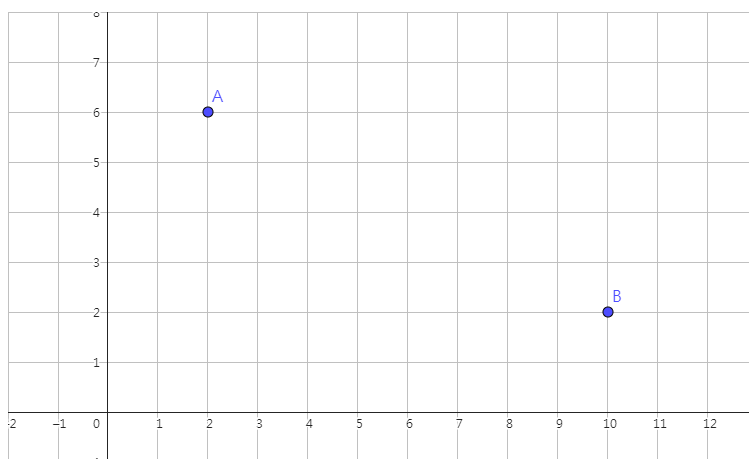
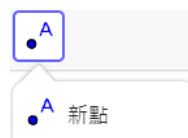
ii. 設定格線的間距

- 在繪圖區上按滑鼠右鍵
- 點選「繪圖區」
- 到「格線」頁  
→ 「格線類型」→ 選擇「主格線」
- 勾選「間距」
- 設定  $x = 1$  和  $y = 1$



iii. 設置商店

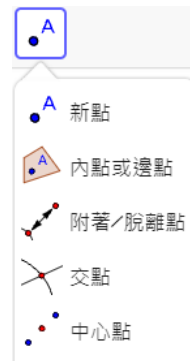
- 使用「新點」工具繪畫點  $A(2, 6)$  和  $B(10, 2)$  或任何你所期望的地方



步驟	描述
----	----

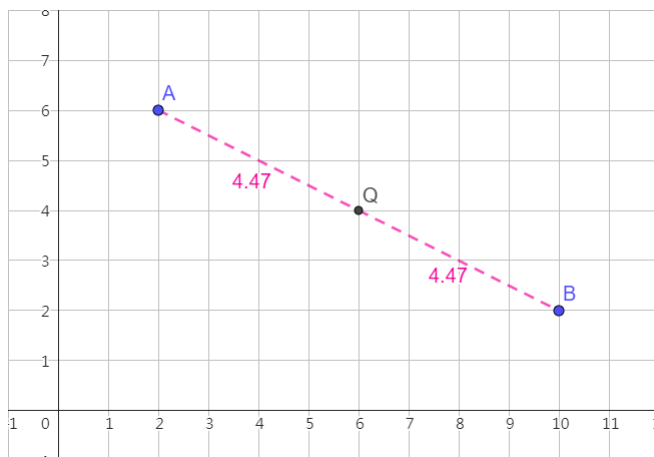
iv. 設置總部

- 使用「中心點」工具設置我們的總部  
→ 點選點  $A$  → 點選點  $B$
- 右鍵點擊該中點  
→ 「重新命名」 → 輸入「 $Q$ 」



v. 顯示  $QA$  和  $QB$  的距離

- 使用「線段」工具繪畫線段  $QA$
- 右鍵點擊  $QA$  → 「設定」  
→ 「一般」頁 → 「顯示標籤」  
→ 選擇「數值」
- 對於  $QB$  進行類似的步驟

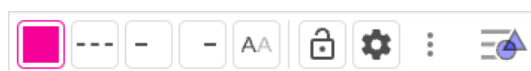


註：你可以移動點  $A$  和  $B$  來觀察點  $Q$  的變化。



vi. 設定  $QA$  和  $QB$  的顏色和樣式

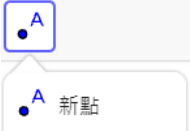
- 點選  $QA$   
→ 點擊「樣式欄」(右上角)  
→ 「選擇顏色」和「選擇線樣式」
- 對於  $QB$  進行類似的步驟





3. 以下的步驟將引導我們在活動 2A 中，在商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間找到我們的總部  $Q$  的位置，即  $\triangle ABC$  的外心。

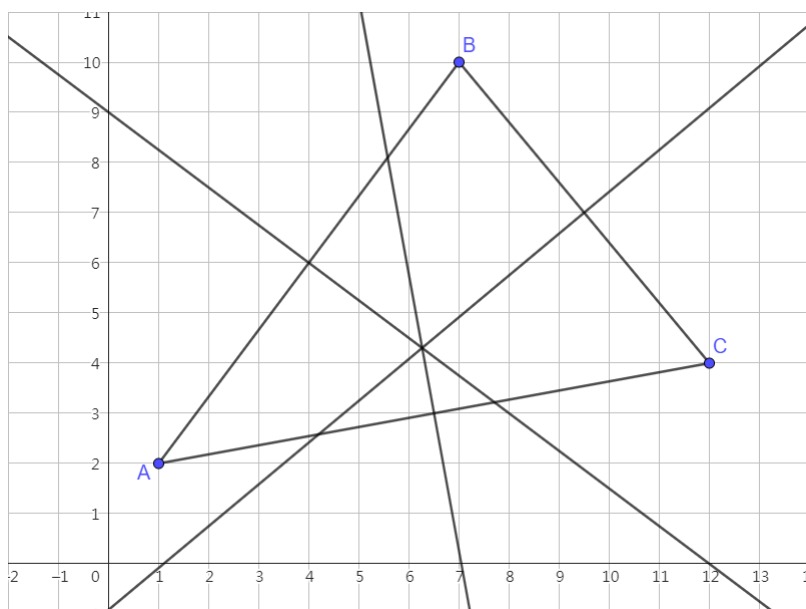
步驟	描述
----	----

- |    |            |                  |
|----|------------|------------------|
| i. | 設定格線和格線的間距 | (同 Q2，步驟 i 至 ii) |
|----|------------|------------------|

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| ii. | 設置商店 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「新點」工具繪畫點 <math>A(1, 2)</math>、<math>B(7, 10)</math> 和 <math>C(12, 4)</math> 或任何你所期望的地方</li> </ul> |  |
|-----|--|--|

- |      |   |  |
|------|---|--|
| iii. | 建造幹路 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「線段」工具繪畫線段 <math>AB</math>、<math>BC</math> 和 <math>AC</math></li> </ul> |  |
|------|---|--|

- |     |   |   |
|-----|---|---|
| iv. | 繪畫三角形每條邊的垂直平分線 <ul style="list-style-type: none"> <li>使用「中垂線」工具繪畫 <math>AB</math> 的垂直平分線<br/>→ 點選點 <math>A</math> → 點選點 <math>B</math></li> <li>對於 <math>BC</math> 和 <math>AC</math> 進行類似的步驟</li> </ul> |  |
|-----|---|---|



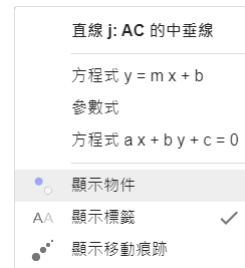
步驟	描述
----	----

v. 設置總部

- 使用「新點」工具繪畫三條垂直平分線的交點
- 右鍵點擊該交點  
→ 「重新命名」 → 輸入「Q」

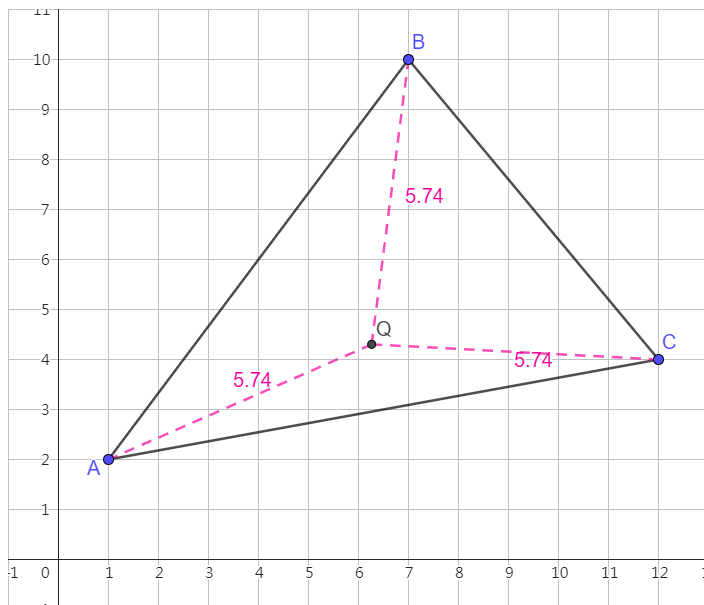
vi. 隱藏構作線（即垂直平分線）

- 右鍵點擊每條垂直平分線  
→ 取消勾選「顯示物件」



vii. 顯示  $QA$ 、 $QB$  和  $QC$  的距離

- 使用「線段」工具繪畫線段  $QA$
- 右鍵點選  $QA$  → 「設定」  
→ 「一般」頁 → 「顯示標籤」  
→ 選擇「數值」
- 設定  $QA$  的顏色和樣式
- 對於  $QB$  和  $QC$  進行類似的步驟



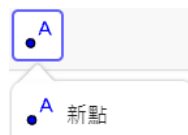
註：你可以移動點  $A$ 、 $B$  和  $C$  來觀察點  $Q$  的變化。

4. 以下的步驟將引導我們在活動 2B 中，在商店  $A$ 、 $B$  和  $C$  之間找到我們的倉庫  $W$  的位置，即  $\triangle ABC$  的內心。

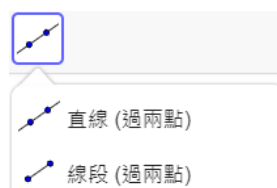
步驟 描述

- i. 設定格線和格線的間距 (同 Q2，步驟 i 至 ii)

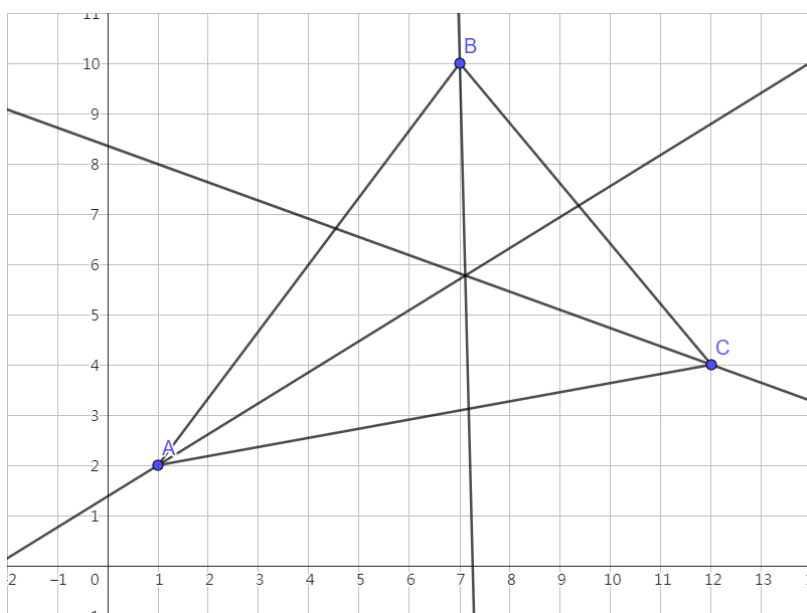
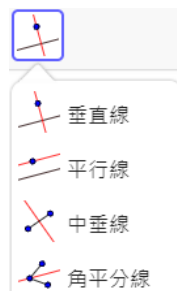
- ii. 設置商店
- 使用「新點」工具繪畫點  $A(1, 2)$ 、 $B(7, 10)$  和  $C(12, 4)$  或任何你所期望的地方



- iii. 建造幹路
- 使用「線段」工具繪畫線段  $AB$ 、 $BC$  和  $AC$



- iv. 繪畫三角形每個角的角平分線
- 使用「角平分線」工具繪畫  $\angle BAC$  的角平分線
    - 點選點  $B$  → 點選點  $A$
    - 點選點  $C$
  - 對於  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  進行類似的步驟



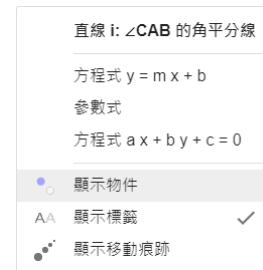
步驟	描述
----	----

v. 設置倉庫

- 使用「新點」工具繪畫三條角平分線的交點
- 右鍵點擊那點  
→ 「重新命名」 → 輸入「W」

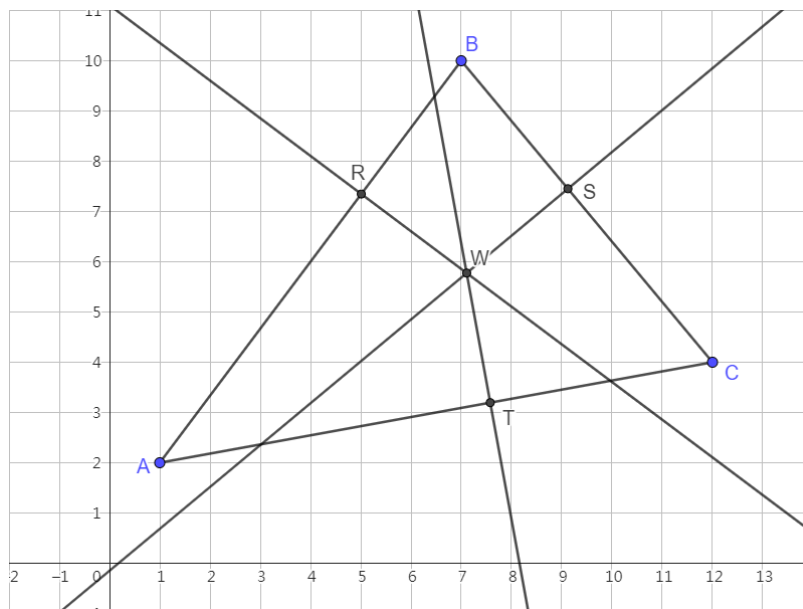
vi. 隱藏構作線（即角平分線）

- 右鍵點擊每條角平分線  
→ 取消勾選「顯示物件」



vii. 繪畫從  $W$  到三角形每條邊的垂足

- 使用「垂直線」工具  
→ 點選點  $W$  → 點選  $AB$
- 使用「新點」工具繪畫交點
- 對於  $BC$  和  $AC$  進行類似的步驟
- 重新命名那些點，如圖所示



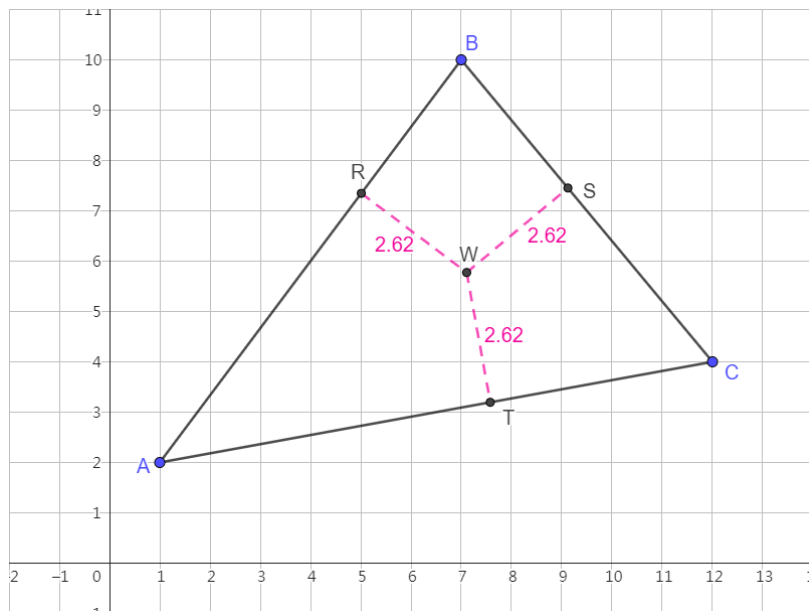
步驟	描述
----	----

viii. 隱藏構作線（即垂直線）

- 右鍵點擊每條垂直線  
→ 取消勾選「顯示物件」

ix. 顯示  $WR$ ， $WS$  和  $WT$  的距離

- 使用「線段」工具繪畫線段  $WR$
- 右鍵點選  $WR$  → 「設定」  
→ 「一般」頁 → 「顯示標籤」  
→ 選擇「數值」
- 設定  $WR$  的顏色和樣式
- 對於  $WS$  和  $WT$  進行類似的步驟



註：你可以移動點  $A$ 、 $B$  和  $C$  來觀察點  $W$  的變化。