
「小學與中學數學科學與教的銜接」研討會

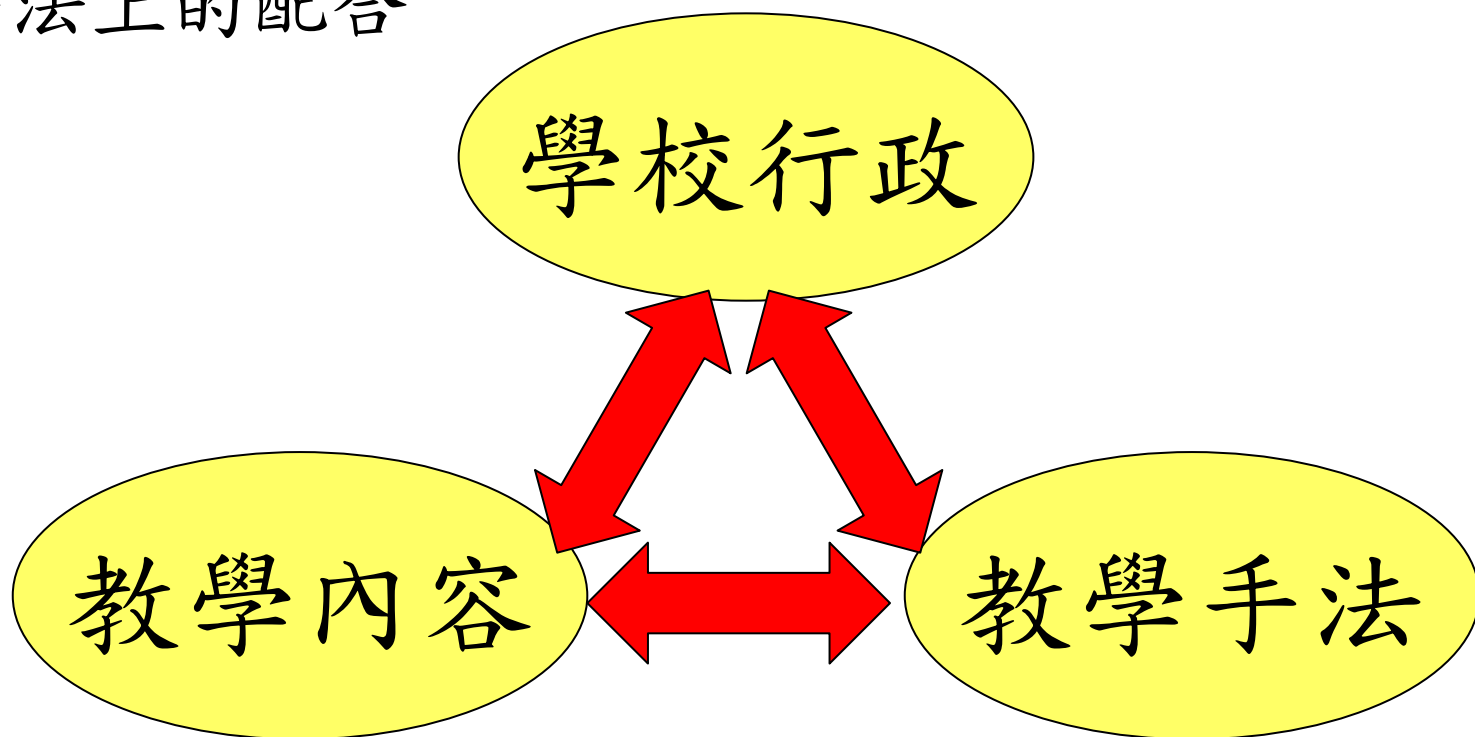
經驗分享（二）：

初中數學課題的學與教

數學教育組
2010年6月

學與教的銜接

- 學校行政上的配合
- 教學內容上的銜接
- 教學手法上的配合



一、學校行政上的配合

整體的規畫

- 針對性（哪些學生？哪些課題？）
- 人手（負責及分工）
 - 科任教師？另一專責人士？
- 時間及時段
 - 暑期？開學初期？每一課題的開始？平時放學？星期六？
 - 一次過？持續性？
- 抽離式？按能力分班？不按能力分班但在班內分組？
- 資源的存檔：評估、工作紙

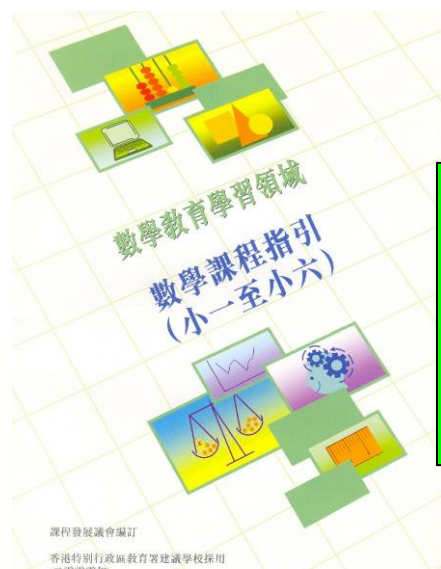


各有好處！
校本！

二、教學內容上的銜接

- 課程內容 + 學生表現 → 教學內容
- 背景：香港數學課程的發展

目標為本課程
數學科學習綱要 1995
數學課程指引
小一至小六 2000



過
渡
到



數學課程指引
小一至小六 2000

二、教學內容上的銜接

- 了解中學課程的**起步點**和小學課程內容的深度及廣度，可以幫助學生順利過渡。
 - 小學學習過程 **ELPS**：具體 → 抽象

經驗 (E) → 語言 (L) → 圖像 (P) → 符號 (S)

Liebeck (1984)

- 因應學生的能力及智力發展，編排合適的教學次序。
- (初中教科書中的教學編排：1999 課程 vs. 1985 課程)

初中教科書中的教學編排

| 1A 冊 | | | |
|------|----|--------------|---|
| A | 0 | 基礎數學 | A |
| A | 1 | 有向數 | A |
| A | 2 | 以代數解決問題 (一) | A |
| A | 3 | 百分法 (一) | A |
| A | 4 | 以代數解決問題 (二) | A |
| A+G | 5 | 數值估算與量度估計 | A |
| G | 6 | 幾何簡介 | D |
| 1B 冊 | | | |
| G | 7 | 面積和體積 (一) | G |
| G | 8 | 坐標簡介 | G |
| G | 9 | 對稱及變換 | G |
| G | 10 | 與相交線及平行線有關的角 | G |
| G | 11 | 全等及相似 | G |
| D | 12 | 統計學簡介 | G |

■ 1999 課程 vs. 1985 課程

■ 一般的舊中一教科書 (85 課程)

- Ch 1 (N) Fundamental Arithmetic
- Ch 2 (A) Numbers and Counting
- Ch 3 (A) Introduction to **Algebra**
- Ch 4 (G) Fundamental Geometry
- Ch 5 (N) Percentages
- Ch 6 (N+G) Simple Areas and Volumes
- Ch 7 (G) Congruence and Similarity
- Ch 8 (G) More About Geometrical Constructions
- Ch 9 (A) **Directed Numbers**
- Ch10 (G) Introduction to Coordinates
- Ch11 (A) **Algebraic Expressions**
- Ch12 (A) **More About Simple Equations**
- Ch13 (G) Angles and Parallel Lines
- Ch14 (A) Graphs of Linear Equations
- Ch15 (S) Introduction to Statistics

☺ 課題內容分佈平均，學生可以有較多時間理解較深的課題

二、教學內容上的銜接

- 了解小學課程的內容及深度
 - 沒有學的課題（單利息、移項）

馮太太將\$ x 存入銀行，如果年利率為5%，三年後共得單利息\$300，求 x 。

$$x = 300 \div \cancel{100} 5\% \times 3$$

$$Y \times 4 + 36 = 84$$

$$Y \times 4 = 84 + 36$$

二、教學內容上的銜接

- 了解小學課程的內容及深度
 - 沒有學的課題
 - 有學的課題但學生未掌握（分數的運算、拆括號）

$$27. 3 \times \frac{3}{5} + 2 \frac{1}{4}$$

$$= 3 \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{18}{5} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{19}{2} = 2 \frac{5}{2}$$

$$\text{面積} = \frac{(3+5) \times 4}{2}$$

$$= \frac{3+20}{2}$$

$$= 11 \frac{1}{2}$$

二、教學內容上的銜接

- 了解小學課程的內容及深度
 - 沒有學的課題
 - 有學的課題但學生未掌握
 - 增潤課題（量角器的運用、角度、旋轉對稱）

二、教學內容上的銜接

- 了解中學課程的**起步點**和小學課程內容的深度及廣度，可以幫助學生順利過渡。
- 了解小學課程的內容及深度。
 - 分辨「沒有學的課題」、「有學的課題但學生未掌握」及「增潤課題」
- 按不同情況而調配教學時間，如有學但學生未掌握的課題，就須進行補底工作。
 - 如善用基本能力學生評估網上題目庫

補底

學生評估部分

■ www.hkbca.edu.hk

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 我的最愛(A) 工具(T) 說明(H)

網址(D) http://www.hkbca.edu.hk/

Search Web

mywebsearch

快顯已封鎖, 若要觀看這個快顯或其他選項, 請按這裡...

促進學習評估資源庫

(Assessment for Learning Resource Bank)

基本能力評估: 學生評估 (Basic Competency Assessments : Student Assessment)

[評估電腦系統](#) | [各科評估簡介](#) | [網上題目示例](#) | [評估設定及使用流程](#) | [報告系統](#)
[網上評估示範工具](#) | [常見問題](#) | [相關網址](#) | [用戶登入](#) | [用戶手冊](#) | [聯絡我們](#)

English

擬題員天地

「基本能力評估」是促進學與教的低風險評估計畫, 與中一派位機制無關, 亦不是公開考試。

「基本能力評估」包括「學生評估」和「系統評估」兩部分, 本網站主要介紹「學生評估」部分。

「學生評估」為學校提供多一套有效的評估工具, 教師可因應學生的學習需要和進度, 並配合校內的評估機制靈活運用, 從而提高學生的學習成效。

「學生評估」的特色包括:

- 設有網上的中央評估庫;
- 設有網上評估活動;
- 由電腦系統評核學生的表現, 並提供評估報告, 供教師參考。

為進一步提高學與教的效能, 教育統籌局將根據「學生評估」的結果及分析, 提供「網上學與教支援», 讓教師參考、選用。「網上學與教支援」正在發展, 教師可根據評估結果及對學生的整體認識, 作適當的跟進, 以促進學生的

最新消息

為配合學校能在新學年度使用「學生評估」系統, 請學校更新系統內的學生資料, 有關詳情請參閱「[管理人員用戶手冊](#)」。

香港考試及評核局
保留版權

瀏覽人數: 3672472

學生評估部分

BCA - Microsoft Internet Explorer

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 我的最愛(A) 工具(T) 說明(H)

http://www.hkzca.edu.hk/bcapps/login

mywebsearch Search Web Mail My Yahoo! Baseball Music Answers Personals Fun Cards My Info Games Customize My Button Highlight

EA null 鄧美倫 Basic Competency Assessment

| 班別 | 科目 | 製作方法 |
|----|------------|--------------------------------------|
| 3A | ENGLISH | <input checked="" type="radio"/> 評估庫 |
| 3B | MATHS. (E) | <input type="radio"/> 題目測試 |
| 3C | 中文 | <input type="radio"/> 現存評估 |
| 3D | 數學 | <input type="radio"/> 自訂評估 |
| 3E | | |
| 3F | | |

評估

名稱 3A 數學 6-4-2006 (評估庫)

敘述

確定

學生評估部分

http://www.hkba.edu.hk/bcapps/ass/studentstartass - Microsoft Internet Explorer

題 1

把下列句子以代數式表示：

(a) y 的 2 倍

(b) y 的平方

(c) y 加 2



共 11 題

離開

返回 繼續

學生評估部分

- 網上學與教支援 Web-based L&T Support (WLTS)
 - cd1.edb.hkedcity.net/cd/eap_web/bcalt/tr

The screenshot shows the website interface for '網上學與教支援' (Web-based L&T Support). The top navigation bar includes '課程發展處' (Curriculum Development Institute), '主頁' (Home), '聯絡我們' (Contact Us), and 'English'. A blue button on the left says '促進學習 評估資源庫' (Promote Learning Assessment Resource Bank). The main content area is titled '基本能力評估(學生評估)' (Basic Competency Assessment (Student Assessment)). It includes a '簡介' (Introduction) section with the following text: '課程發展處設立本網站是為基本能力評估(學生評估)提供學與教支援，讓教師... 基本能力評估(學生評估)是一網上評估服務，其功能是幫助教師了解國語文及數學科第一至第三學習階段基本能力的學習表現，學校可... 找出學生的強項和需要改善的地方。教師可透過網址 http://www.hkbca.edu.hk/index_chi.html 取得更多資料及使用是...'. Below this is a '學與教支援' (L&T Support) section with text: '發展學與教支援是為協助教師為未能掌握課程基本能力的學生提供適切的幫助。學與教支援包含一些給教師反思自己教學和學生學習的問題，同時提供相關的參考資料及/或改善建議讓教師運用或加以調適，冀能幫助改善學生的學習。' At the bottom, there is a paragraph: '對課程的每項基本能力，學與教支援羅列了一些學生學習有關課題時可能出現的困難，及相應的建議跟進措施或學與教活動/材料，讓教師參考和使用。這些學習困難只屬參考性質，教師宜參考從不同途徑所得有關學生的學習顯證，以決定甚麼需要跟進和怎樣跟進，從而改善學生的學習。教師亦可考慮自行發展或調適運用建議的學與教活動/材料，以照顧學生的需要、興趣和能力。'

捷徑 / 快速：
www.edb.gov.hk/cd
按入 Assessment
選取相關的網址

全港小六學生的表現

- www.systemassessment.edu.hk

請選擇版本進入網站 - [中學版](#) | [小學版](#)
Please select the version - [Secondary School](#) | [Primary School](#)

全港性系統評估
Territory-wide System Assessment

最新消息

- [31-10-2008](#) 2008年全港性系統評估各科評估試卷、評卷參考、評估報告及覆核申請表
- [06-06-2008](#) 教育局通函第 77/2008 號
- [09-05-2008](#) 2007 至 2008 年度 評核認知課程 (ALP03) 2008.5.27 講座 - 「全港性系統評估水平釐定」 參加者名單
- [05-05-2008](#) 說話能力主考員工作坊
- [02-05-2008](#) 評估行政主任 簡介會 (小學)
- [15-02-2008](#) 評核認知課程
- [05-02-2008](#) 2008年全港性系統評估便覽



各範疇的總體表現

一般評論

小學六年級學生的整體表現不俗。總括來說，小學六年級學生在「數據處理」、「圖形與空間」和「代數」這三個範疇表現頗佳；在「數」和「度量」方面則表現令人滿意。

達到基本水平表現的學生一般能掌握在《數學課程第二學習階段終結的基本能力（試用稿）二零零五年十一月》這份文件所規定的基本概念和運算技巧，但部分學生仍未能清楚理解一些較艱深的概念和技巧，如分數、公倍數 / 因數、涉及餘數的除法計算、特別種類的四邊形、周界與面積、體積與容量、垂直線等。分數在不同範疇的問題也應多加注意。一般而言，學生對涉及較複雜或不熟識的情境的應用題時，感到困難。他們也缺乏根據簡單而有效的數學概念來判斷答案的技巧。然而，以下數點更為重要：習慣在解題時，以適當和有條理的方式表達計算步驟，熟練數字的運算，尤其當計算涉及分數和小數，最後，在答題前，小心閱讀題目所給予的條件。

二、教學內容上的銜接

■ 分數運算與中學數學學習的關係

i) 解方程

$$\text{解 } \frac{3x+5}{4} - \frac{2x+2}{3} = 1$$

ii) 分式運算

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = ?$$

$$\frac{\sqrt[5]{a^{26}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot a^{-4}}{a^3 \cdot (\sqrt{a})^{-5} \cdot \sqrt[4]{a}}$$

計算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$

解 $\log\left(\sqrt[22]{x}\right)^{53} - \log x^{\frac{7}{15}} + 1 = 2\log x^3 + \log x^{\frac{10}{11}} + \log x^2$

16. 計算：

$$(a) 2\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} + 3\frac{1}{6}$$

$$(b) 1\frac{6}{7} - 2\frac{16}{21} + \frac{13}{14}$$

$$(d) 5\frac{1}{5} - 3\frac{1}{3} - 4\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2}$$

$$(e) 3\frac{10}{11} + 5\frac{7}{15} - 2\frac{9}{22}$$

補底要有針對性

二、教學內容上的銜接

- 代數符號與數字符號的運用
 - $ab = a \times b$ 但 $23 = 2 \times 10 + 3$

比對及提昇

- x 由一未知數變得更廣的意義

未知數

$$(x + 2) + (2x - 3) = 0$$

變數

$$(x + 2) + (2x - 3)$$
$$= 3x - 1$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

代數思考方法

3 Habits of thinking critical to the developing power in algebraic thinking

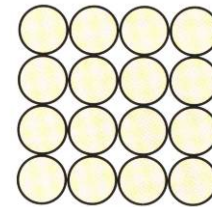
1. **Doing-undoing** (the capacity not only able to use a process to get to a goal, but also to understand the process well enough to work backward from the answer to the starting point)
2. **Building rules to represent functions** (the capacity to recognize patterns and organize data to represent situations in which input is related to output by well-defined functional rules)
3. **Abstracting from computations** (the capacity to think about computations independently of particular numbers that are used)

Mark Driscoll (1999)
Fostering Algebraic Thinking

學生在小學已學習的數學知識

■ 增潤項目 – 數型

數一數下面正方形數的圓形數目，及寫出第5個正方形圓形的數目



正方形數

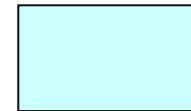
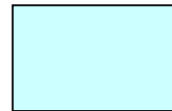
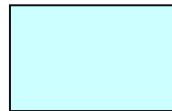
第一個

第二個

第三個

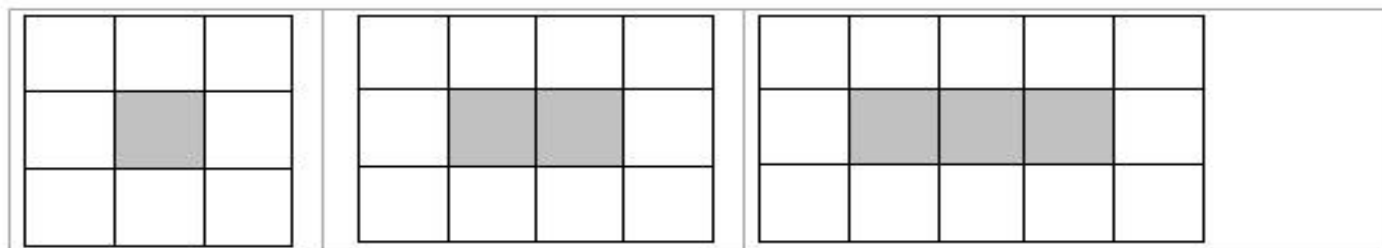
第四個

圓形數目



數型

12. 一名工人把白色的磚圍繞黑色的磚而做成下面的圖案：



據此圖案，

(a) 在以下的表格，填上圍繞黑色磚的對應白色磚的數目。

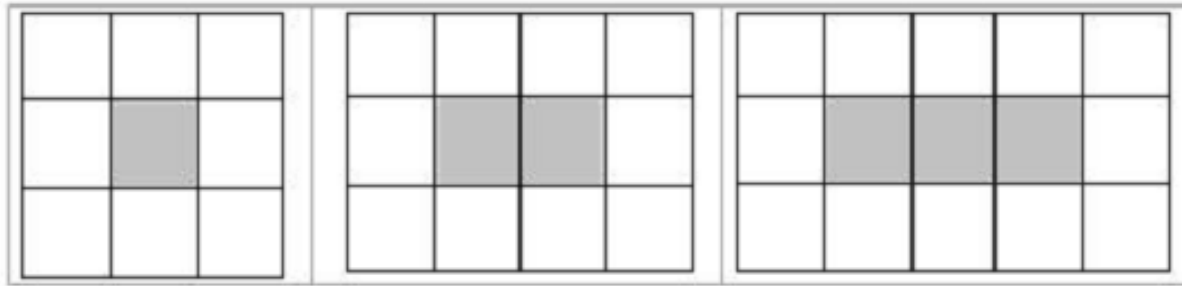
| 黑色磚的數目 | 白色磚的數目 |
|--------|--------|
| 1 | 8 |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |

(b) 圍繞 7 塊黑色磚要用多少塊白色磚？

(c) 圍繞 25 塊黑色磚要用多少塊白色磚？

(d) 圍繞 n 塊黑色磚要用多少塊白色磚？

數型



(d) 圍繞 n 塊黑色磚要用多少塊白色磚？

學生答案：

$$(2n)+6$$

$$(2+n)\times 3-n$$

$$(n+2)\times 2+2$$

$$8+(n-1)\times 2$$

$$n+(n+6)$$

二、教學內容上的銜接

對及提昇

- 代數符號與數字符號的運用

- $ab = a \times b$ 但 $23 = 2 \times 10 + 3$

- 括號的運用

- 運算的次序：大、中及小括號

- 分配性質：小學生對乘法分配律的概念很陌生，而且

- $2 \times (3+4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$ 而且 $a(b+c) = ab + ac$

- 但是 $f(a+b) \neq f(a) + f(b)$

- $a(b+c) = ab + ac$ 但是 $(b+c)^a \neq b^a + c^a$

會否太深？

- x 由一未知數變得更廣的意義

- 等號的多重意義

$$(x+2) + (2x-3) = 0$$

$$(x+2) + (2x-3)$$

$$= 3x - 1$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

未知數

變數

三、教學手法上的配合

- 學生在小學智性發展未成熟
- 如何發展初中學生的抽象思維？
（如何由具體過渡到抽象？）
 - 由實物到？
 - 由學生的生活經驗出發到？
 - 由多動手到？

先觀察

- $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$
- $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = 1$
- $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$
- 再歸納 $\sin^2 \theta^\circ + \cos^2 \theta^\circ = 1$
- 再考查
- $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ = ?$

具體 -- 具體的數字、個案

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $a^m a^n = a^{(m+n)}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $\sin \theta = b/c$
- $\cos \theta = a/c$
- $\tan \theta = b/a$
- $\tan \theta = \sin \theta / \cos \theta$
- $\sin^2 \theta^\circ + \cos^2 \theta^\circ = 1$

探究和推測不同情況對數據的集中趨勢所產生的影響，例如：

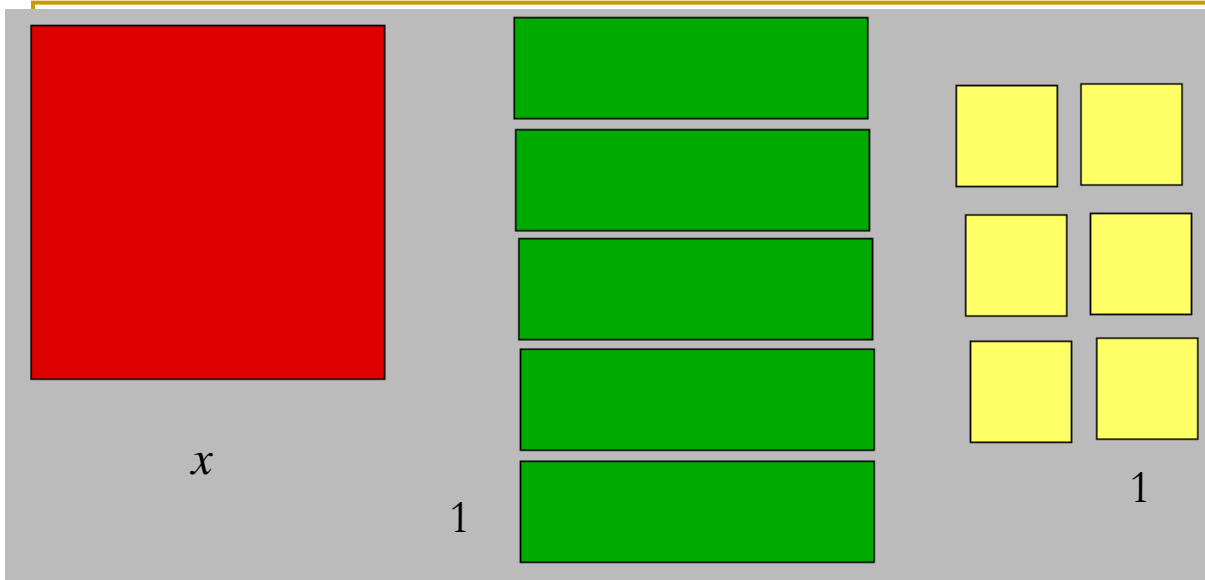
- 剔除數據中的某個項目；
- 在整組數據每項中加入一個共同常數；
- 把整組數據每一項乘以一個共同常數；
- 在該組數據中加入「零」項

| | original data | add a constant + -10 | multiply by a constant x 3 | remove a data | insert a zero |
|---|---------------|-------------------------|-------------------------------|---------------|---------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | 2 | 7 | 6 | 2 | 2 |
| 3 | 4 | 9 | 12 | | 4 |
| 4 | 8 | 13 | 24 | | 8 |
| 5 | 8 | 13 | 24 | 8 | 8 |
| 6 | 23 | 28 | 69 | | 23 |
| 7 | 6 | 11 | 18 | 6 | 6 |
| 8 | 18 | 23 | 54 | | 18 |
| 9 | 7 | 12 | 21 | 7 | 7 |

給予實際數字/數據，由此作出歸納

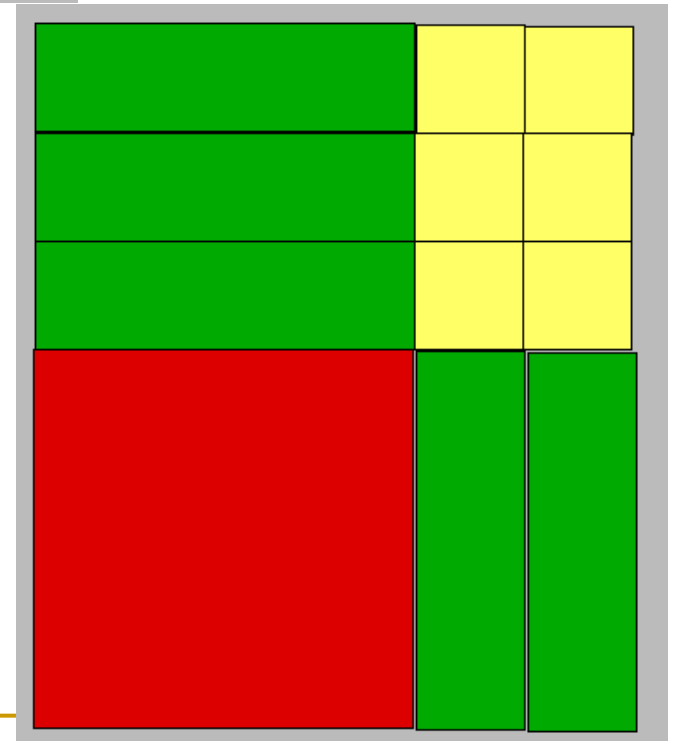
| | | | | | | |
|----|--------|------|-------|-------|------|------|
| 10 | | | | 5 | 5 | |
| 11 | | | | 8 | 8 | |
| 12 | | | | | 0 | |
| 13 | | | | | | |
| 14 | Mean | 8.90 | 13.90 | 26.70 | 4.00 | 8.09 |
| 15 | Median | 7.5 | 12.5 | 22.5 | 6.5 | 7 |
| 16 | Mode | 8 | 13 | 24 | 8 | 8 |





• 實物操作

x



因式分解

$$x^2 + 5x + 6$$

$$= (x+2)(x+3)$$

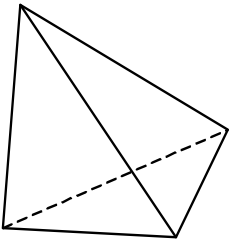
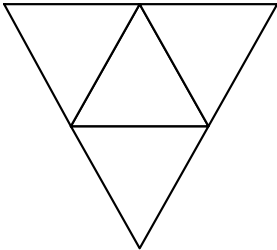
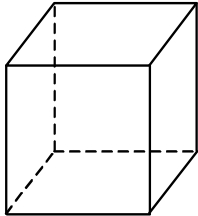
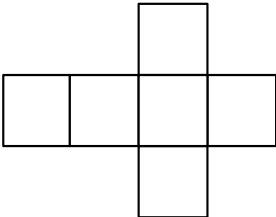
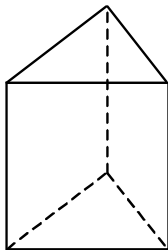
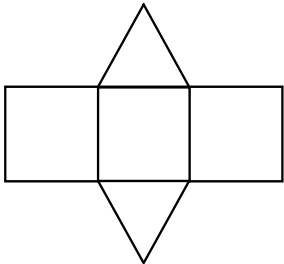
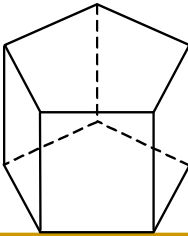
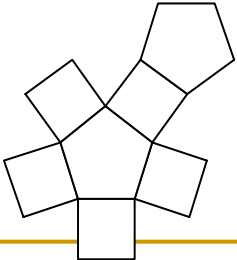
$$= (x+3)(x+2)$$

不同的表徵

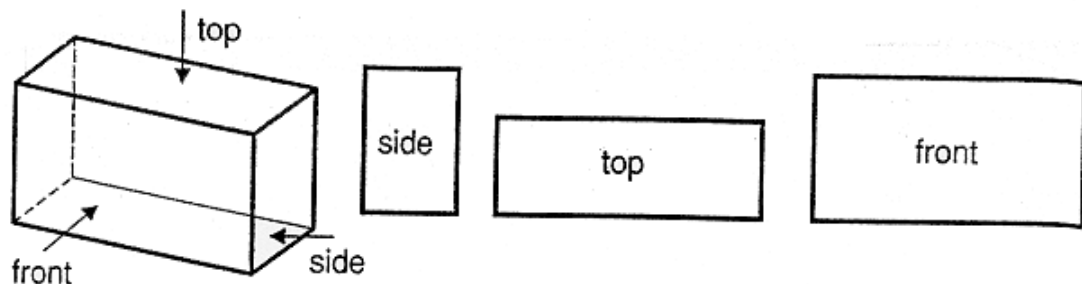
幾何簡介

- 製作立體模型及探究他們的性質
- 繪畫簡單立體的平面圖像
- 繪畫立體圖形的橫切面

動手做

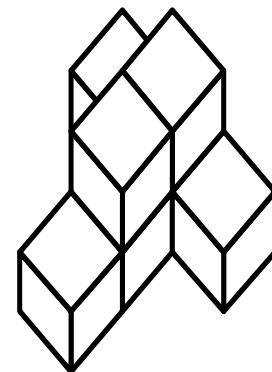
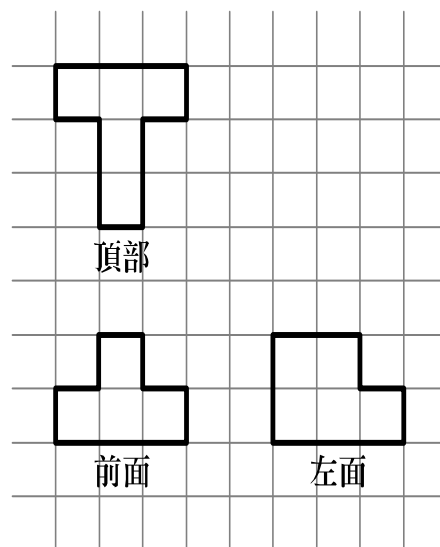
| 立體 | 平面圖像 | 摺紙圖樣 |
|------|---|---|
| 四面體 |  |  |
| 立方體 |  |  |
| 三邊菱柱 |  |  |
| 五邊菱柱 |  |  |

續立體圖形



空間想像力

- 探討及判斷一立體的摺紙圖樣
- 從平面圖形想像對應的立體圖形



三、教學手法上的配合

- 由具體到抽象
 - 由實物到實際數字、個案、實物、圖像（不同形式的數學語言）互相穿梭
 - 由學生的生活經驗出發到現實生活
 - 由多動手到手與腦互相穿梭
- 如何銜接
 - 在課堂中安排多些不同類型的活動，避免長時間由老師單向講授
 - 分組活動時，分配每個組員的角色
 - 詳細給予家課時的指引（如做家課的要求、交家課的日期等）
 - 學期初時可以多做一些只須填寫答案的題目，然後逐步增加需要列式計算的題目的份量，讓學生慢慢適應
- 在小學時，因應學生的智力發展階段，對概念的闡述不夠嚴謹
 - 可以逐步修正，切忌在學生面前批評小學老師

參考資料：

- 課程文件、課程的比對及教學資源
 - www.edb.gov.hk/cd/maths
- 基本能力（學生評估）及有關學與教資料
 - www.hkbca.edu.hk
 - cd1.edb.hkedcity.net/cd/eap_web/bcalt/tr
 - cd1.edb.hkedcity.net/cd/eap_web/bca/chi/BCA_c3.htm
- 全港性系統評估
 - www.systemassessment.edu.hk
- M. Driscoll (1999). *Fostering Algebraic Thinking- A Guide for Teachers Grades 6-10*. Heinemann: USA.

謝謝！

- 不要忘記

我們與那些符號是老朋友

但

我們的學生只是第一次接觸它們，
對他們而言，數學符號彷彿是外星
語言、怪物……

正如

我們第一次學法文、日文……等
一樣困難