

示例五：正方形的构造

学习范畴：度量、图形与空间

学习单位：四边形

学习阶段：三

目标：应用正方形的不同性质及通过信息科技绘画正方形

预备知识： (i) 特殊四边形的性质如平行四边形、长方形、正方形、菱形等
(ii) 变换的基本概念如平移、反射及旋转
(iii) 动态几何软件的基本绘图技巧

教学资源：动态几何软件如 *Geometer's Sketchpad* (简称 *Sketchpad*)

活动内容：

1. 教师向学生介绍活动，并复习一些动态几何软件的基本绘图技巧。例如绘画平行线、垂直线、圆等。
2. 教师与学生讨论利用以下的方法构造正方形（图 1）。

方法 1：

- (i) 作一线段 AB 。
- (ii) 过端点 A 和 B 分别作垂直于 AB 的线 L_1 和 L_2 。
- (iii) 于 L_1 上取一点 P 。
- (iv) 作一平分 $\angle PAB$ 的线。此分角线与 L_2 相交于点 C 。
- (v) 过 C 作一垂直于 L_2 的线。这线与 L_1 相交于点 D 。 $ABCD$ 便会是一个正方形。

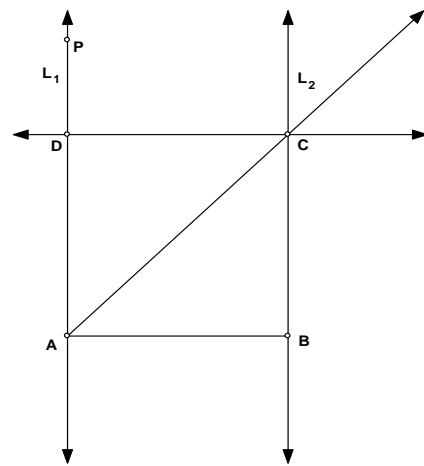


图 1

3. 教师要求学生判断图形是否一个正方形，并说出理由。
4. 教师引导学生观察在构造正方形的过程中，无须采用正方形的全部性质，从而与学生重温判定正方形的最少条件。
5. 要求学生以正方形的性质来构造正方形。教师亦可让能力稍逊学生依据以下提示（图 2 及图 3）来作图。

方法 2:

- (i) 作一线段 AB 。
- (ii) 以 A 为圆心， AB 为半径作圆。
- (iii) 过 A 作一垂直 AB 的线。
- (iv) 以 C 标示圆与垂线的相交点。
- (v) 过 C 作一平行 AB 的线。
- (vi) 过 B 作一平行 AC 的线。
- (vii) 步骤 (v) 与 (vi) 所得的线相交于点 D 。 $ABDC$ 便会是一正方形。

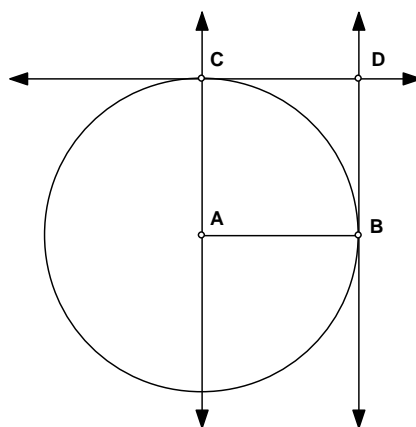


图 2

方法 3:

- (i) 作一线段 AB 。
- (ii) 将 AB 绕点 A 以逆时针方向旋转 90° 。
- (iii) 将点 B 的影像标示为 C 。
- (iv) 将 AC 绕点 C 以逆时针方向旋转 90° 。
- (v) 将点 A 的影像标示为 D 。
- (vi) 将 CD 绕点 D 以逆时针方向旋转 90° 。 $ABDC$ 便会是一正方形。

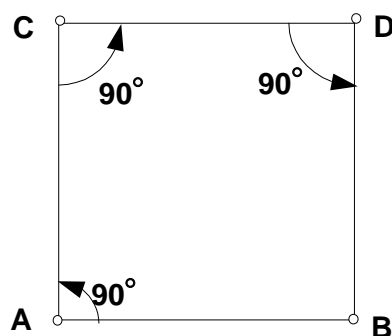


图 3

6. 教师可邀请学生示范他们的绘图步骤及解释作图的方法。其他学生亦可提出对作图方法的意见，以及讨论哪个方法构造正方形最为有效（即哪个方法使用最少的步骤）。

7. 最后，教师与学生可讨论并总结在构作过程中，究竟采用了正方形哪些性质。教师亦可要求学生写出作图所采取的性质以作为家课。

教师备注：

1. 虽然这个问题主要在计算机环境进行，它是一道十分有趣的开放式问题。学生可用不同方法构作出一个简单图形——正方形，而计算机则能提供一个让学生自由应用正方形性质的环境。教师须给予学生足够时间以软件探索作图方法。如果时间不容许，教师亦可让学生在家庭中作图或在课堂后以学校计算机作图，然后在堂上进行有关讨论。
2. 在各种建议的构作正方形方法中，有关正方形的性质可表列如下：

| 方法 | 正方形性质 | 备注 |
|----|------------------|-------------------------------------|
| 1 | 两相邻角为直角及对角线平分对角。 | 这两种方法与使用圆规和直尺构作正方形的步骤类似。 |
| 2 | 对边平行，邻边相等且互相垂直。 | |
| 3 | 四只内角均为直角及四边相等。 | 由于正方形具有反射及旋转对称性质，这种方法展示了如何以变换方法来作图。 |

此示例主要涉及以下的共通能力：

1. 运用信息科技能力
 - 使用动态几何软件来探究构作正方形的方法。
2. 运算能力
 - 使用正方形的性质来构作图形。
 - 判断已构作的图形是正方形抑或是其它四边形。
3. 创造力
 - 以自创方法构作正方形。

4. 解决问题能力

- 计划及调整构作正方形的策略（例如以变换方法或其他性质来构作）。
- 利用学校所提供的工具来完成工作。
- 选择相关数据如正方形的最少条件来构作指定图形。