

示例三： 函数的基本概念（三）

目 标 : 从日常生活函数的正、反例了解函数关系的定义

学习阶段 : 4

学习单位 : 函数及其图像

所需教材 : 工作纸

预备知识 : 矩形的周界及面积

教学内容 :


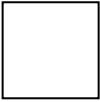

1. 教师介绍本课的学习目标及着学生完成工作纸问题 1、2 及 3。
2. 待学生完成后，教师着其与邻坐同学比对答案。在问题 2 中，如学生在推算出生年份时遇上困难，教师可稍作提示。例如：
「我知道有一位老师属蛇，她是在 1977 年出生的。」
3. 教师与学生讨论问题 1、问题 2 及问题 3 各部的答案。然后，教师与学生讨论问题 6 之(a)、(b)及(c)部，并由此带出函数的定义，即在考虑 X 和 Y 的关系时，对于每一个指定的 X ，只有唯一一个 Y 对应 X ，则我们称 Y 是 X 的函数。根据此定义，问题 1 中的正方形面积是正方形周界的函数；问题 2 中的出生年份并非生肖的函数；问题 3 中的姓名是身份证号码的函数。
4. 教师可考虑时间是否足够和学生是否感兴趣，对工作纸提供的例子作出进一步的讨论。（即问题 7 之(a)及(b)；(c)及(d)；(e)及(f)）

例如：

- (a) 已知正方形面积是正方形周界的函数,那么正方形周界同是正方形面积的函数吗?换言之,如果给出正方形的面积,可以决定它的周界吗?
 - (b) 已知出生年份不是生肖的函数,那么生肖是出生年份的函数吗?换言之,如果给出一个人的出生年份,可以决定他/她的生肖吗?
 - (c) 已知姓名是身份证号码的函数,那么身份证号码同是姓名的函数吗?换言之,如果给出一个人的姓名,可以决定他/她的身份证号码吗?
5. 教师可考虑时间是否足够和学生是否感兴趣,着学生完成工作纸之问题 4 及问题 5,并由此完成整份工作纸。教师与学生复核问题 4 及问题 5 的答案,并进一步讨论工作纸提供的例子:
- (a) 已知火柴数目是正方形数目的函数,那么正方形数目同是火柴数目的函数吗?如果给出特定的火柴数目,可以决定可组成的正方形的数目吗?
 - (b) 已知长方形面积不是长方形周界的函数,那么长方形周界是长方形面积的函数吗?如果给出长方形的面积,可以决定它的周界吗?
6. 教师由此总结出即使 Y 是 X 的函数, X 亦不一定是 Y 的函数。

工作纸：函数的基本概念

1. 下表左列为不同正方形的周界。试给出一个可能的正方形，并注明其边长（如下例所示）。

周界/cm	可能的正方形
4	 1cm
12	
24	

试写出上列正方形的面积。

周界/cm	4	12	24
面积/cm ²			

- (a) 与你的同学比较，他们所得的结果和你所得的一样吗？

- (b) 周界是 24cm 的正方形对应多少个可能的面积？

- (c) 如果给出正方形的周界，可以决定它的面积吗？

2. 请写下你的出生年份和所属生肖（如果不希望其它人看见，你可以将答案留在脑海中）。

出生年份：

所属生肖：

以下依次是鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪十二生肖中的其中四个。试从你的出生年份和所属生肖，推算出在全校师生中属下列生肖的人的可能出生年份(公历)。

生肖	 龍	 蛇	 馬	 羊
出生年份 (公历)				
















- (a) 与你的同学比较上表的答案，他们所得的结果和你所得的完全一样吗？

- (b) 校内肖龙的人对应多少个可能的出生年份？







- (c) 如果学校内有两位老师肖蛇，则他们一定是同年出生吗？

- (d) 如果给出一个人的生肖，可以决定他/她的出生年份吗？

3. 以下是某青少年中心的其中 15 名会员：

					
身份证 号码	A123456(7)	K654321(1)	G456456(2)	Z555553(1)	B123445(5)
姓名	陈小吉	李秀娟	张良	黄海山	张志坚
					
身份证 号码	Z238238(8)	D765432(1)	K828282(8)	E432132(1)	H741852(9)
姓名	刘志华	林浩坚	方丽淇	何明俊	叶国全
					
身份证 号码	F987654(3)	Z789456(0)	K963852(7)	D258369(1)	Z369123(4)
姓名	张志坚	梁佩谊	邓伟图	陈小吉	周慧玲

(a) 下表所示为该青年中心的活跃成员的身份证号码，请写出各成员的姓名。

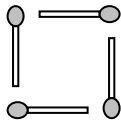
			
身份证 号码	A123456(7)	K828282(8)	F987654(3)
姓名			
			
身份证 号码	D258369(1)	H741852(9)	Z555553(1)
姓名			

(b) 如果给出一个人的身份证号码，可以决定他 / 她的姓名吗？

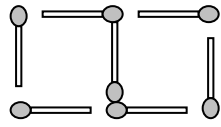
(c) 张志坚是否该中心的活跃成员？请列出原因。

(d) 若已知陈小吉为青少年中心的义工，你可以指出他的身份证号码吗？为什么？（如果给出一个人的姓名，可以决定他 / 她的身份证号码吗？）

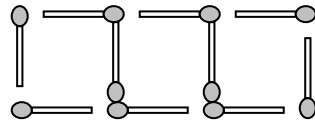
4. 下图所示为以火柴组成的不同数目的正方形：



图(1)



图(2)



图(3)

(a) 按以上图案规律，填上各图案所需的火柴数目。




图	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
火柴数目					

(b) 与你的同学比较(a)部中的答案，他们所得的结果和你所得的一样吗？

(c) 考虑(a)部和(b)部中的结果，如果依上述方法组成 10 个正方形，求所需的火柴数目。

(d) 如果给出所组成的正方形的数目 n ，可否决定所需火柴的数目？火柴的数目是多少？

5. 下表左列为不同长方形的周界。试给出一个可能的长方形，并注明其长度和阔度。

周界/cm	可能的长方形
10	
14	
26	

试写出不同的周界所对应的可能面积。

周界/cm	10	14	26
面积/cm ²			

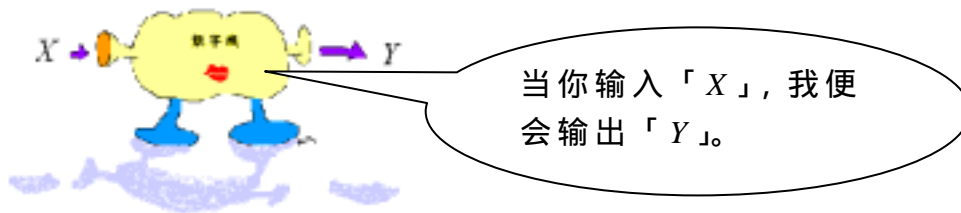
- (a) 与你的同学比较，他们所得的结果和你所得的完全一样吗？

- (b) 周界是 10cm 的长方形可对应多于一个可能的面积吗？

- (c) 如果给出长方形的周界，可以决定它的面积吗？

6. 在问题 1 至 5 中，我们发现：
- (a) 某个指定周界的正方形对应 _____ (一个/多于一个) 面积。
 - (b) 某个指定的生肖对应 _____ (一个/多于一个) 出生年份。
 - (c) 某个指定身份证号码对应 _____ (一个/多于一个) 姓名。
 - (d) 某个指定数目的正方形对应 _____ (一个/多于一个) 可能数目的火柴。
 - (e) 某个指定周界的长方形对应 _____ (一个/多于一个) 面积。
7. 如果对于每一个指定的 X ，只有唯一一个对应的 Y ，则我们称 Y 是 X 的**函数**。

如果 Y 是 X 的函数，则 X 和 Y 之间的关系可以用一台数字机的运作来仿真：



根据上述关于函数定义，下列何者必为正确(在 内加上✓号)？

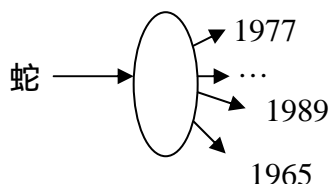
- (a) 正方形面积是正方形周界的函数。
- (b) 正方形周界是正方形面积的函数(给出的正方形的面积可以决定它的周界)
- (c) 出生年份是生肖的函数。
- (d) 生肖是出生年份的函数(一个人的出生年份可以决定他/她的生肖)
- (e) 身份证号码是姓名的函数。
- (f) 姓名是身份证号码的函数(某人的身份证号码可以决定他/她的姓名)
- (g) 火柴数目是正方形数目的函数。
- (h) 正方形数目是火柴数目的函数(火柴数目可以决定可组

成的正方形的数目)

- (i) 长方形面积是长方形周界的函数。
- (j) 长方形周界是长方形面积的函数(长方形的面积可以决定它的周界)

教师注意事项：

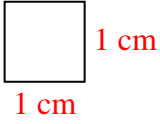
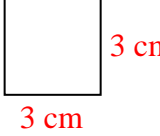
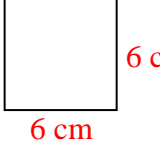
1. 本示例活动需时约 40-60 分钟。
2. 学生在处理问题 6 时或会遇上困难，教师可用图画加以解释。
例如：输入一个「生肖」可输出若干个「出生年份」。



3. 在问题 2 中，出生年份并不是生肖的函数，因为不年份出生的人可属同一生肖。另一方面，生肖亦不是出生年份的函数。有学生可能认为给出某个年份，只可能有一个对应的生肖，故生肖应为出生年份的函数。惟生肖按农历立春作分隔，因此同一个年度（农历或公历）可有两个可能的生肖。
4. 第 3 题内的身份证号码只是虚构数字，并不按香港身份证编码方法而制定的。这样，可避免与某人 / 学生的身份证号码相同而引起尴尬。教师可略为解释香港身份证号码的编码方法。详情可参阅《生活的数学》罗浩源(1997) 第 13 页香港：香港教育图书公司。
5. 教师可再进一步提醒学生数学语言的严谨性。如只指出“ X 与 Y 有函数关系”是不恰当，应准确说明“ Y 是 X 的函数”或 / 及“ X 是 Y 的函数”，后两句代表不同的意义。

6. 工作纸建议答案如下：





1.

周界/cm	可能的正方形		
4			
12			
24			

周界/cm	10	14	26
面积/cm ²	1	9	36







(a) 完全一样。
 (b) 一个。
 (c) 可以。

2.

生肖	 龍	 蛇	 馬	 羊
出生年份 (公历)	1952 1953	1953 1954	1954 1955	1955 1956
	1964 1965	1965 1966	1966 1967	1967 1968
	1976 1977	1977 1978	1978 1979	1979 1980
	1988 1989	1989 1990	1990 1991	1991 1992
	2000 2001	2001 2002	2002 2003	2003 2004

- (a) 不完全一样。
 (b) 两个。
 (c) 不一定。
 (d) 不可以。

3.(a)

			
身份证号码	A123456(7)	K828282(8)	F987654(3)
姓名	陈小吉	方丽淇	张志坚
			
身份证号码	D258369(1)	H741852(9)	Z555553(1)
姓名	陈小吉	叶国全	黄海山




- (b) 可以。
 (c) 不能确定。共有两名会员的名字是「张志坚」，其中一人是活跃成员，惟不知题中所指的是哪一位。
 (d) 不可以，因为该中心有两位「陈小吉」。

4.(a)

图	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
火柴数目	4	7	10	13	16

- (b) 完全一样。
 (c) 31 根火柴。
 (d) 可以。火柴数目 = $3n+1$ 。

5.

周界/cm	可能的长方形		
10		$2\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ (或其它答案)	
14		$2\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ (或其它答案)	
26		$3\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ (或其它答案)	
周界/cm	10	14	26
面积/cm ²	6 (或其它答案如 4、6.25等)	10 (或其它答案)	30 (或其它答案)

或其它对应于上表结果的答案

- (a) 不一样。
 (b) 可以。
 (c) 不可以。

- 6.(a) 一个。
 (b) 多于一个。
 (c) 一个。
 (d) 一个。
 (e) 多于一个。

7.

- (a) 正方形面积是正方形周界的函数。
- (b) 正方形周界是正方形面积的函数(给出的正方形的面积可以决定它的周界)
- (c) 出生年份是生肖的函数。
- (d) 生肖是出生年份的函数(一个人的出生年份可以决定他/她的生肖)
- (e) 身份证号码是姓名的函数。
- (f) 姓名是身份证号码的函数(某人的身份证号码可以决定他/她的姓名)
- (g) 火柴数目是正方形数目的函数。
- (h) 正方形数目是火柴数目的函数(火柴数目可以决定可组成的正方形的数目)
- (i) 长方形面积是长方形周界的函数。
- (j) 长方形周界是长方形面积的函数(长方形的面积可以决定它的周界)