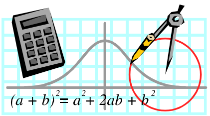


示例四：
函数的不同表示方法：
表列、符号和图像（一）

目　标 ： 1. 探究数字规律
2. 联系初中数列「输入－处理－输出」的概念与应变量及独立变量的关系
3. 从函数的图像、表列和符号方面来进一步理解函数的基本概念

学习阶段 ： 4

学习单位 ： 函数及其图像

所需教材 ： 工作纸、可连接互联网的计算机

预备知识 ：
(1) 使用代数符号代表数字
(2) 理解代数语言并懂得代入法
(3) 在直角坐标平面上绘画函数的图像
(4) 理解函数的定义

教学内容 ：

1. 教师与学生重温数列的概念，并派发工作纸，着学生完成问题 1。

2. 教师待学生完成后，说明数列的项数与项值之间的关系可透过数字机的运作方式来模拟，并藉此讲解「输入－处理－输出」的概念。由此，与学生重温函数的概念，并与学生讨论问题 1 中的数列：
(a) 项值是否项数的函数？
(b) 该函数的代数式是甚么？
(c) 该函数的输入值有没有限制？

3. 教师由数列输入值的限制，带出一般高中常见函数都以实数为输入值的分别，并要求学生完成工作纸之问题 2(a)-(c)及问题 3(a)-(c)。教师与学生总结工作纸的答案。

4. 教师说明两个量（即问题 2 和问题 3 中的 x、y）的关系可透过图像、表列和符号来表示。
   (a) 表列只显示部分 x、y 的值；
   (b) 图像表示方式则涵盖较多及连续的 x、y 值；
   (c) 代数式更能全面表达 x、y 两个量的关系。

   教师指出以 $f(x)$或 $T(n)$分别代表以 x 或 n 的输入值（自变量）的函数等号记法。在总结工作纸第 1 题(d)部，教师可进一步解释 n 为变量的概念及其在 $T(3)$、$T(10)$ 及 $T(99)$的意义。

5. 教师着学生完成问题 2(d)及问题 3(c)及(d)，以让学生进一步熟习函数的记法。对能力较佳的学生，教师可讨论 $f(a)$，$f(a+1)$内函数的假变量的意义。

工作纸：函数的图像、表列和符号

问题：

1. 考虑数列 4，8，12，16，...。

(a) 试估计该数列第 5 项和第 6 项的可能项值。

第 5 项的项值＝___________

第 6 项的项值＝___________

(b) 在下表中写出该数列的第 5 项至第 10 项的可能项值。

项数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
项值	4	8	12	16						

(c) 试以 n 代表「项数」，与组员一起找出一条包含 n 的代数式去表示该数列，并以 $T(n)$表示，即

$T(n)$＝_________________，

利用此公式求：

第 3 项的项值 $T(3)$＝_________________；

第 10 项的项值 $T(10)$＝_________________；

第 99 项的项值 $T(99)$＝_________________。

(d) 如果给出项数，可以决定它的项值吗？____________________

(e) 数列的项值是否其项数的函数？___________________________

2. 以下是一台数字机。对于每个输入值 x，它都给出唯一一个输出值 y（换言之，对于两个相同的输入，它不会给出两个不同的输出）。

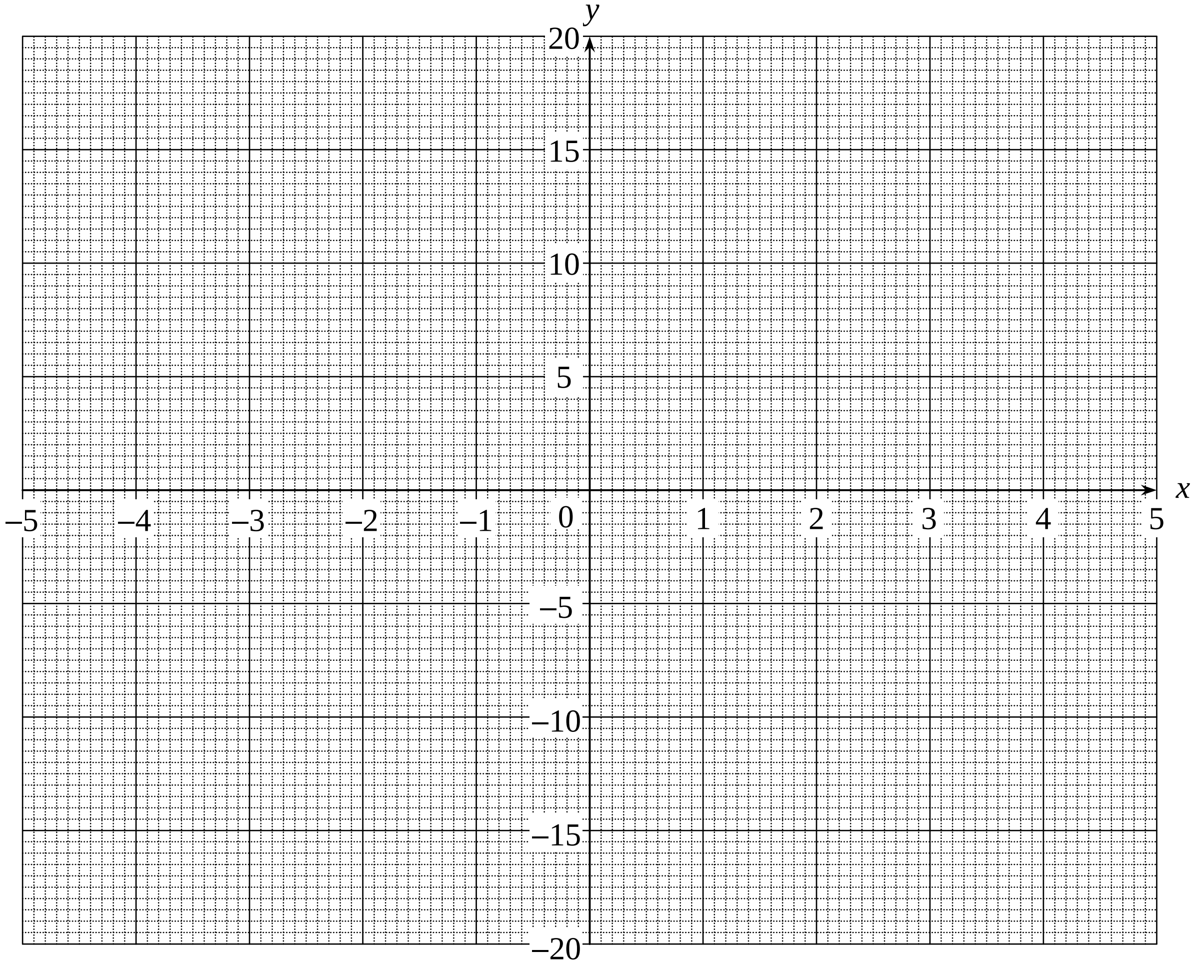
以下是该数字机的输入和输出纪录表：

输入值 x	-5	-4	0	1	3	4.2
输出值 y	-15	-12	0	3	9	12.6

(a) 与你的组员合作，猜测上述数字机的运作模式及以代数式表示有关的函数（即输入值和输出值的关系式，例如：$y=2x+3$）。

(b) 在(a)部中，我们凭若干个的输入值和输出值的组合，估计出该数字机的一般运作模式。假设这个关系式正确，只要给出任意一个输入值，便可以轻易地找出输出值。当输入值是 1.5 时，输出值是：

(c)(i)试在以下的直角坐标平面上，利用所给的输入和输出纪录表，把(a)部中的关系式所对应图像绘画出来。



(ii)利用所得的图像，读出当输入值是 4.5 时对应的输出值。

____

(iii)对于任何一个输入值 x，有多少个对应的输出值 y？

____

(iv)输出值(y)是输入值(x)的函数吗？

____

(d) (i)假设(a)部中所得的关系式为 $y = f(x)$，

则 $f(x) =$ ________________。

(ii)利用以上函数的记法，完成下表：

x	$f(x) =$ __________
-1000	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________
-0.5	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________
11	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________
73.4	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________
x	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________
a	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________
$a+1$	$f($ $) =$ ______________________ $=$ __________

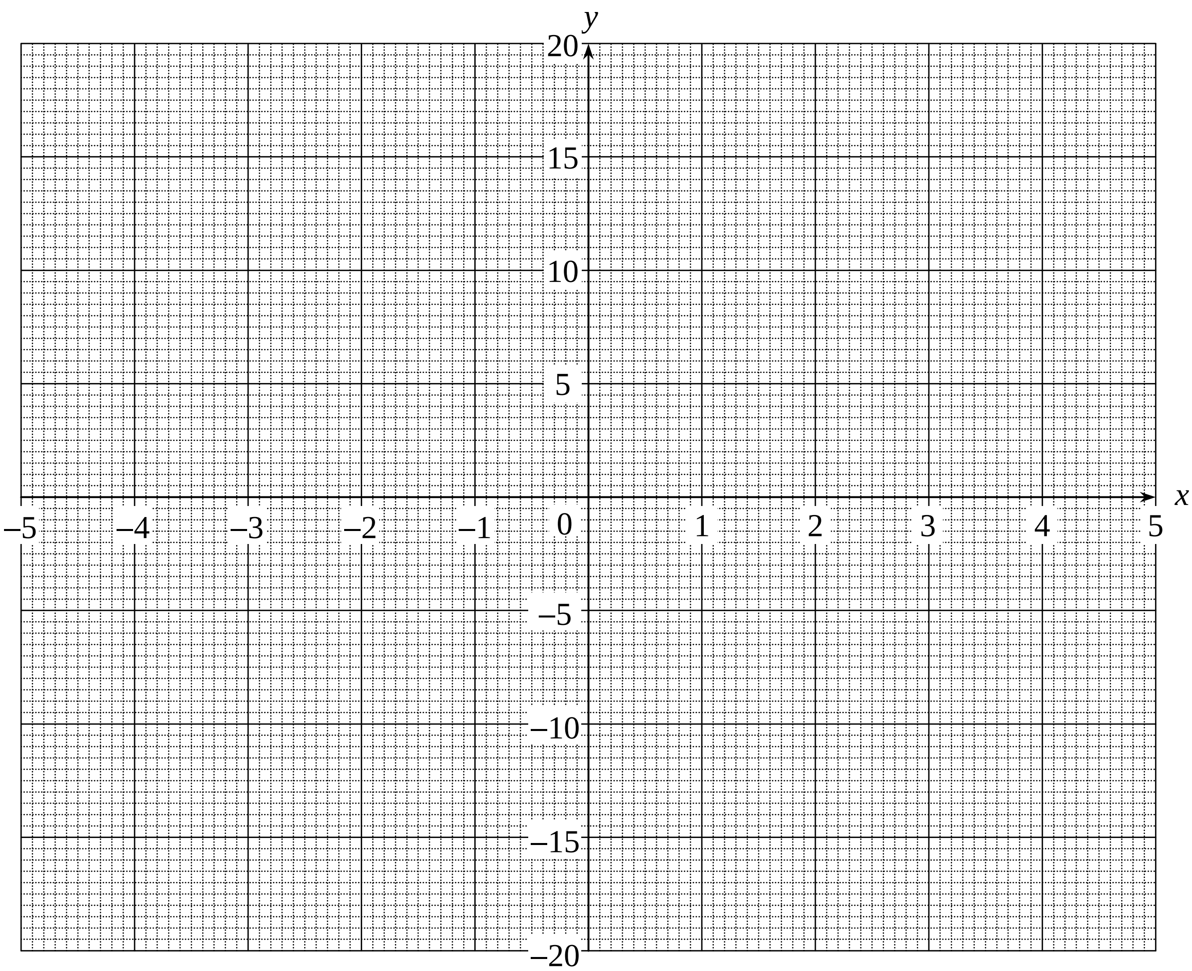
3. 以下是另一台数字机的输入和输出纪录表：

输入值 x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
输出值 y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

(a) 与你的组员合作，猜测上述数字机的运作模式及以代数式表示函数关系（即输入值和输出值的关系式，例如：$y＝2x＋3$）。

____

(b)(i) 试在以下的直角坐标平面上，利用所给的输入和输出纪录表，把(a)部中的关系式所对应图像绘画出来。



(ii) 对于任何一个输入值 x，有多少个对应的输出值 y？

____

(iii) 由图像或表列值，输出值 y 是输入值 x 的函数吗？

____

(iv) 若 $y = g(x)$，则 $g(x) =$ ______________。

(c) 按(b)的代数式，完成下表。

x	$g(x) =$ __________
–100	$g($ $\qquad\qquad$ $) =$ __________________ $=$ ________
–2.3	$g($ $\qquad\qquad$ $) =$ __________________ $=$ ________
3.15	$g($ $\qquad\qquad$ $) =$ __________________ $=$ ________
1050	$g($ $\qquad\qquad$ $) =$ __________________ $=$ ________

教师注意事项：

1. 本示例活动约需时 60 分钟。

2. 部分学生在图像绘画方面可能遇上困难，教师在学生尝试工作纸 1 问题 2(c)时可稍加指引。

3. 部分学生对函数符号产生误解。例如：认为 $f(x)=f\cdot x$ 等。本示例由实在的例子开始逐步引入函数的记号，而并非直接定义符号 $f(x)$。教师亦可透过工作纸 1 内 $T(3)$、$T(10)$等及工作纸 2 内 $f(3)$、$f(11)$等深化学生对 $f(x)$符号的意义。教师亦可利用示例六“容易混淆的函数概念”再深入与学生讨论一般函数 f，$f(a+b)$是否等于 $f(a)+f(b)$等问题。

4. 教师与学生讨论函数的表示方法，宜带出不同表示方法的局限性，如
   (a) 表列只能显示不连续的变量的值。
   (b) 图像则能涵盖更阔的数量值，但是却只局限图像所显 x、y 的区域内。出了区域外，便无从得知两个变量之间的关系。
   (c) 符号较能全面表示函数的关系．然而由现实生活得出的数量往往没有给出符号表示而须多种工具求其符号表示。

5. 工作纸建议答案如下：

1. (a) 第 5 项的项值＝20
   第 6 项的项值＝24

   (b)

项数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
项值	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

   (c) $T(n)=4n$

   第 3 项的项值 $T(3)=12$；

   第 10 项的项值 $T(10)=40$；

   第 99 项的项值 $T(99)=396$。

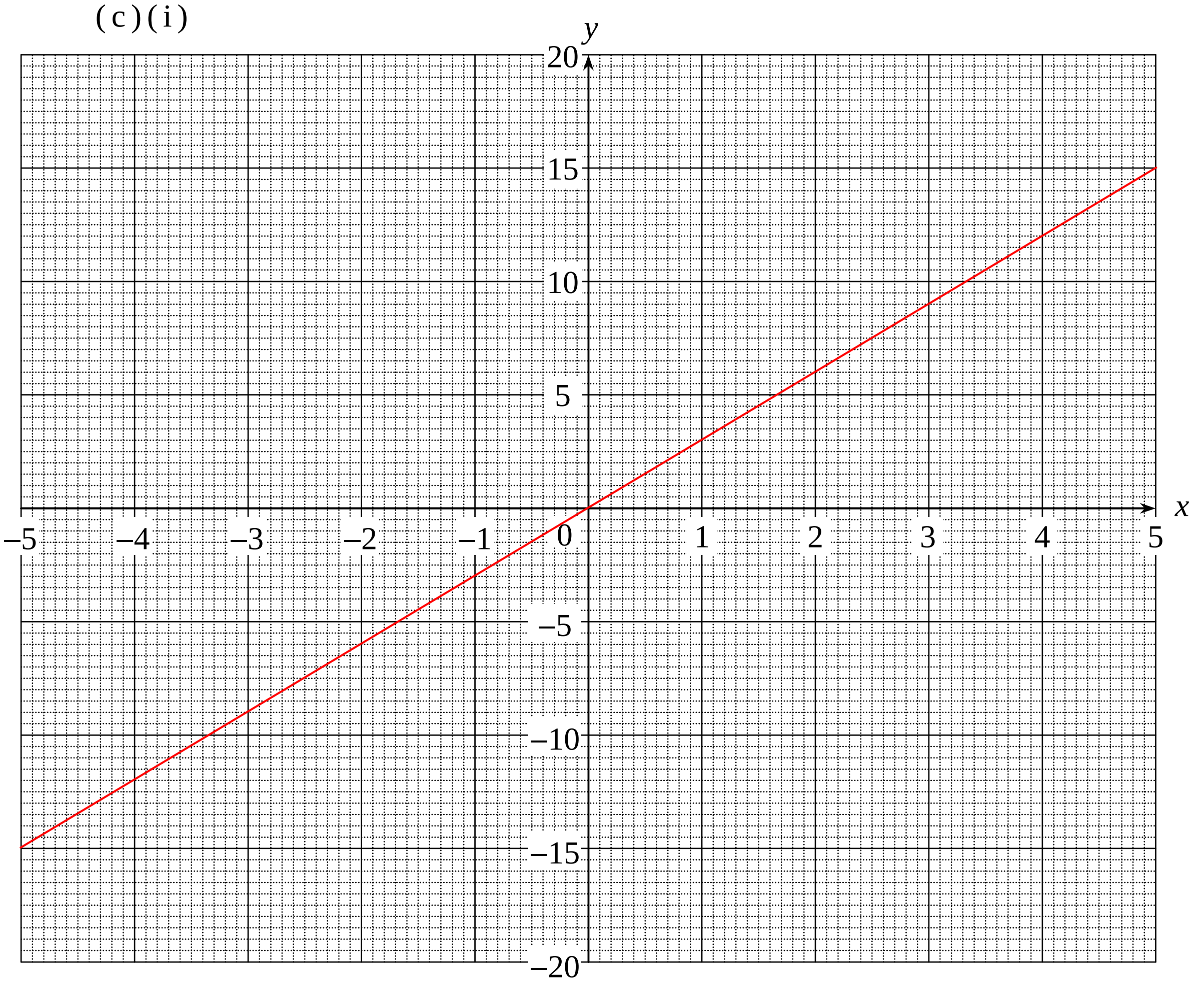
(d) 可以。

(e) 是。

2. (a) $y = 3x$

(b) 输出值=3(1.5)=4.5

(c)(i)



(ii) 13.5。

(iii) 一个。

(iv) 是。

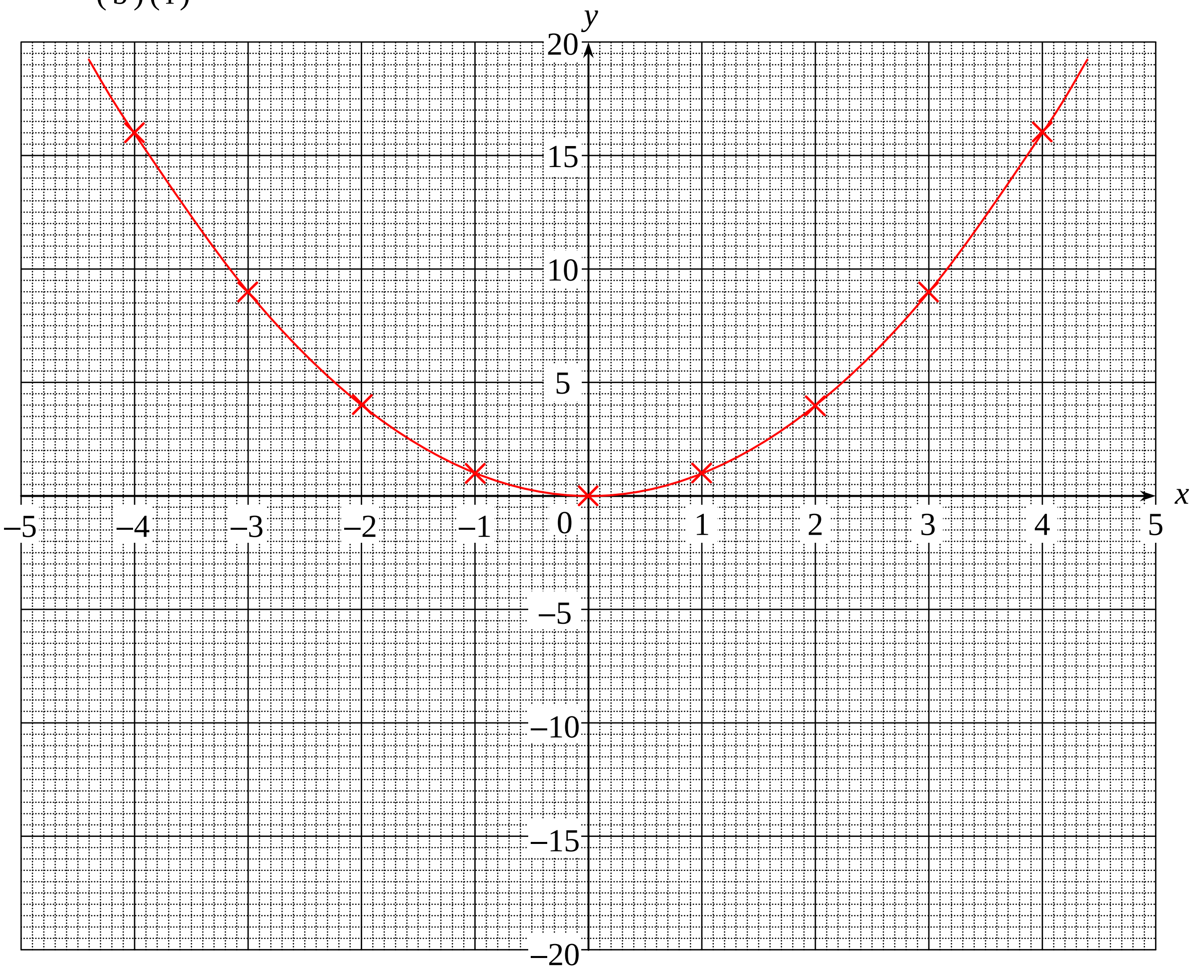
(d)(i) $f(x) = 3x$。

(ii)

x	$f(x)=3x$
-1000	$f(-1000)=3\times(-1000)=-3\,000$
-0.5	$f(-0.5)=3\times(-0.5)=-1.5$
11	$f(11)=3\times(11)=33$
73.4	$f(73.4)=3\times(73.4)=220.2$
x	$f(x)=3\times(x)=3x$
a	$f(a)=3\times(a)=3a$
$a+1$	$f(a+1)=3\times(a+1)=3a+3$

3. (a) $y=x^2$

(b)(i)



(ii) 一个。

(iii) 是。

(iv) 若 $y=g(x)$，则 $g(x)=x^2$。

(c)

x	$g(x) = x^2$
-100	$g(-100) = (-100)^2 = 10\ 000$
-2.3	$g(-2.3) = (-2.3)^2 = 5.29$
3.15	$g(3.15) = (3.15)^2 = 9.9225$
1050	$g(1050) = (1050)^2 = 1\ 102\ 500$