

《數聞》第五期挑戰園地解答

1. 若 x 、 y 和 z 為實數，使得 $\frac{x-y}{z} + \frac{y-z}{x} + \frac{z-x}{y} = 2015$ ，求 $\frac{x-y}{z} \cdot \frac{y-z}{x} \cdot \frac{z-x}{y}$ 的所有可能值。

解答：由於 $\frac{x-y}{z} + \frac{y-z}{x} + \frac{z-x}{y} + \frac{x-y}{z} \cdot \frac{y-z}{x} \cdot \frac{z-x}{y} = 0$ ，故答案為 -2015 。

2. 一個三角形的邊長分別為 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{10}$ 和 $\sqrt{13}$ ，試求它的面積。（提示：構作一個正方形。）

解答：設 $ABCD$ 為邊長為 3 的正方形。設 E 為 AB 上的一點，使得 $AE = 2$ 。設 F 為 AD 上的一點，使得 $AF = 1$ 。則 EFC 為邊長分別為 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{10}$ 和 $\sqrt{13}$ 的三角形，其面積為

$$3^2 - \frac{1 \times 2}{2} - \frac{1 \times 3}{2} - \frac{2 \times 3}{2} = \frac{7}{2}。$$

3. 求以下方程的所有整數解：

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2015}$$

解答：全式乘以 $2015xy$ ，方程變成 $2015y - 2015x = xy$ ；整理得 $(x - 2015)(y + 2015) = -2015^2$ 。由此可得各組解，但需捨去 $(x, y) = (0, 0)$ 。

4. 參見本期《納什之後》一文中關於協調均衡的討論。假設文中描述的哈諾作出建議的習慣不變，試找出除了文中指出的那個協調均衡之外，該博弈的另一個協調均衡。

解答：顯然，約翰和愛麗都總是作出跟哈諾的建議相反的行動，是一個協調均衡。（如有其他可能性，亦可接受。）

得獎者名單：

學生姓名	學校名稱
徐浩文	中華聖潔會靈風中學
蔡宇軒	恩主教書院
樊文瀚	港大同學會書院
楊嘉諾	播道書院
李卓瑤	播道書院

得獎者亦會另外獲電郵通知。