

## 示例五：正方形的構作

學習範疇：度量、圖形與空間

學習單位：四邊形

學習階段：三

目標：應用正方形的不同性質及通過資訊科技繪畫正方形

預備知識：(i) 特殊四邊形的性質如平行四邊形、長方形、正方形、菱形等  
(ii) 變換的基本概念如平移、反射及旋轉  
(iii) 動態幾何軟件的基本繪圖技巧

教學資源：動態幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad* (簡稱 *Sketchpad*)

活動內容：

1. 教師向學生介紹活動，並複習一些動態幾何軟件的基本繪圖技巧。例如繪畫平行線、垂直線、圓等。
2. 教師與學生討論利用以下的方法構作正方形（圖 1）。

方法 1：

- (i) 作一線段  $AB$ 。
- (ii) 過端點  $A$  和  $B$  分別作垂直於  $AB$  的線  $L_1$  和  $L_2$ 。
- (iii) 於  $L_1$  上取一點  $P$ 。
- (iv) 作一平分  $\angle PAB$  的線。此分角線與  $L_2$  相交於點  $C$ 。
- (v) 過  $C$  作一垂直於  $L_2$  的線。這線與  $L_1$  相交於點  $D$ 。 $ABCD$  便會是一個正方形。

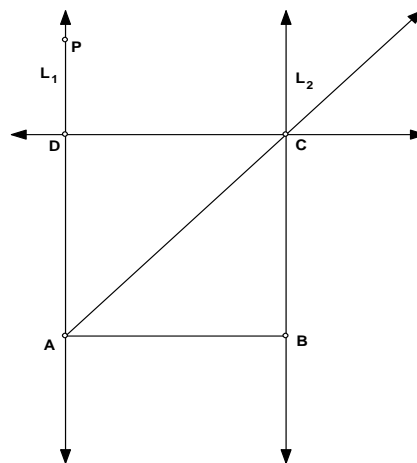


圖 1

- 教師要求學生判斷圖形是否一個正方形，並說出理由。
- 教師引導學生觀察在構作正方形的過程中，無須採用正方形的全部性質，從而與學生重溫判定正方形的最少條件。
- 要求學生以正方形的性質來構作正方形。教師亦可讓能力稍遜學生依據以下提示（圖 2 及圖 3）來作圖。

方法 2：

- 作一線段  $AB$ 。
- 以  $A$  為圓心， $AB$  為半徑作圓。
- 過  $A$  作一垂直  $AB$  的線。
- 以  $C$  標示圓與垂線的相交點。
- 過  $C$  作一平行  $AB$  的線。
- 過  $B$  作一平行  $AC$  的線。
- 步驟 (v) 與 (vi) 所得的線相交於點  $D$ 。 $ABDC$  便會是一正方形。

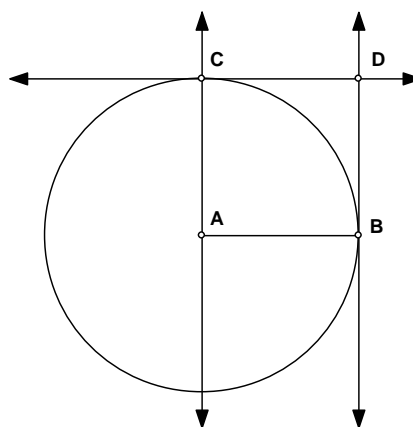


圖 2

方法 3：

- 作一線段  $AB$ 。
- 將  $AB$  繞點  $A$  以逆時針方向旋轉  $90^\circ$ 。
- 將點  $B$  的影像標示為  $C$ 。
- 將  $AC$  繞點  $C$  以逆時方向針旋轉  $90^\circ$ 。
- 將點  $A$  的影像標示為  $D$ 。
- 將  $CD$  繞點  $D$  以逆時針方向旋轉  $90^\circ$ 。 $ABDC$  便會是一正方形。

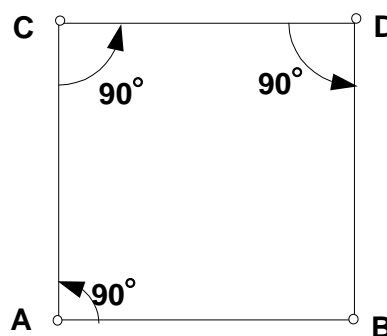


圖 3

- 教師可邀請學生示範他們的繪圖步驟及解釋作圖的方法。其他學生亦可提出對作圖方法的意見，以及討論哪個方法構作正方形最為有效（即哪個方法使用最少的步驟）。

7. 最後，教師與學生可討論並總結在構作過程中，究竟採用了正方形哪些性質。教師亦可要求學生寫出作圖所採取的性質以作為家課。

**教師備註：**

1. 雖然這個問題主要在電腦環境進行，它是一道十分有趣的開放式問題。學生可用不同方法構作出一個簡單圖形——正方形，而電腦則能提供一個讓學生自由應用正方形性質的環境。教師須給予學生足夠時間以軟件探索作圖方法。如果時間不容許，教師亦可讓學生在家中作圖或在課堂後以學校電腦作圖，然後在堂上進行有關討論。
2. 在各種建議的構作正方形方法中，有關正方形的性質可表列如下：

方法	正方形性質	備註
1	兩相鄰角為直角及對角線平分對角。	這兩種方法與使用圓規和直尺構作正方形的步驟類似。
2	對邊平行，鄰邊相等且互相垂直。	
3	四隻內角均為直角及四邊相等。	由於正方形具有反射及旋轉對稱性質，這種方法展示了如何以變換方法來作圖。

此示例主要涉及以下的共通能力：

1. 運用資訊科技能力
  - 使用動態幾何軟件來探究構作正方形的方法。
2. 運算能力
  - 使用正方形的性質來構作圖形。
  - 判斷已構作的圖形是正方形抑或是其它四邊形。
3. 創造力
  - 以自創方法構作正方形。

#### 4. 解決問題能力

- 計畫及調整構作正方形的策略（例如以變換方法或其他性質來構作）。
- 利用學校所提供的工具來完成工作。
- 選擇相關資料如正方形的最少條件來構作指定圖形。