

數學百子櫃系列 (二十二)

2015/16 中學生統計創意寫作比賽 作品集



教育局
課程發展處數學教育組

Published by
Mathematics Education Section, Curriculum Development Institute,
Education Bureau, Government of the Hong Kong Special Administrative Region.
香港特別行政區政府教育局課程發展處數學教育組出版

數學百子櫃系列(二十二) 2015/16 中學生統計創意寫作比賽 作品集

教育局數學教育組

ISBN 978-988-8370-21-4



9 789888 370214 >

政府物流服務署印

數學百子櫃系列 (二十二)

2015/16 中學生統計創意寫作比賽 作品集



教育局
課程發展處數學教育組

Published by
Mathematics Education Section, Curriculum Development Institute,
Education Bureau, Government of the Hong Kong Special Administrative Region.
香港特別行政區政府教育局課程發展處數學教育組出版

版權

©2016 本書版權屬香港特別行政區政府教育局所有。本書任何部分之文字及圖片等，如未獲版權持有人之書面同意，不得用任何方式抄襲、節錄或翻印作商業用途，亦不得以任何方式透過互聯網發放。

ISBN 978-988-8370-21-4

編者的話

為配合香港數學教育的發展，並向教師提供更多的參考資料，課程發展處數學教育組於 2007 年開始邀請大學學者及資深教師撰寫專文，以及蒐集及整理講座資料，輯錄成《數學百子櫃系列》。本書《2015/16 中學生統計創意寫作比賽作品集》，是這個系列的第二十二冊。本書輯錄的文章，大部分是「2015/16 中學生統計創意寫作比賽」的優勝作品，由參賽的中學生撰寫。

本書所輯錄的參賽作品嘗試透過統計創意寫作，以簡潔的語言輕鬆地介紹概率和統計的知識。

本書共有 13 篇文章，第 1 至 8 篇為「2015/16 中學生統計創意寫作比賽」的冠軍、亞軍、季軍和優異作品。其餘 5 篇則為邀請作品，分別由政府統計處的前處長何永煊先生及統計師，香港大學統計及精算學系的博士和數學教育組的課程主任撰寫，供讀者們閱覽。本書的文章，內容有趣，期望讀者閱讀後能增加統計知識，並能善用「統計」這項客觀、邏輯和系統性的工具決策、解難。

此書得以順利出版，實有賴這次比賽的籌備委員會成員所付出的努力。在此，謹向撰寫作品的得獎隊伍、政府統計處的前處長何永煊先生及統計師、香港大學精算及統計學系的博士和數學教育組同工致以衷心的感謝。最後，更要多謝這次比賽的籌備委員會主席楊良河博士和總評審主任張家俊博士。兩位鼎力協助，審訂本書的內容，讓學生能夠閱讀更多有趣的文章，增強他們學習統計的興趣。

如對本書有任何意見或建議，歡迎以郵寄、電話、傳真或電郵方式聯絡教育局課程發展處數學教育組：

九龍油麻地彌敦道 405 號九龍政府合署 4 樓

教育局課程發展處

總課程發展主任(數學)收

(傳真: 3426 9265 電郵: ccdoma@edb.gov.hk)

教育局課程發展處

數學教育組

前言

香港統計學會一直致力向社會各界推廣對統計的認知。除了每年與教育局合辦「中學生統計習作比賽」(SPC)，以鼓勵同學透過團隊合作形式學習正確運用統計數據及增進對社會的認識外，我們於 2009 年再與教育局合作創辦「中學生統計創意寫作比賽」(SCC)，旨在鼓勵學生透過創意的手法，以及科學和客觀的精神，用文字表達日常生活所應用的統計概念或利用統計概念創作一個故事。

回顧過去的參賽作品，喜見同學們對統計概念有更深入的認識及掌握如何正確地運用統計。近年，得獎作品的質素亦有所提升。本年度的比賽專題是「抽樣調查」。我們十分感謝政府統計處鄭立仁先生在比賽簡介會中介紹有關抽樣調查的概念，並鼓勵同學在這課題上發揮創意。繼承以往的優良成績，今屆的 SCC 收到約 50 份參賽作品，當中不乏精彩之作。文章取材創新，趣味盎然；同學能活學活用各種統計和概率的知識，分析有條有理，見解獨到，言之有物。中學生能有這樣的水平，實在難能可貴，值得欣喜和嘉許。本書輯錄了今屆所有的得獎作品，藉此嘉許得獎同學所付出的努力。希望同學能夠從創作或閱讀這些得獎作品中得到啟發，

對統計的知識及其運用有更深入和正確的理解。

我們藉此機會感謝籌備委員會和評審委員會全體成員對評審的幫助和支持。他們的不遺餘力無疑是有助提高學生對統計的認知和興趣。最後，感謝香港大學統計及精算學系贊助今屆比賽的最佳專題寫作獎，和理大香港專上學院贊助今屆比賽的最佳文章演繹獎。

籌委會主席 楊良河博士

總評審主任 張家俊博士

2016 年 10 月 18 日

目錄

編者的話	3
前言	5
目錄	7
冠軍作品：DSE 選科？統計數據解碼	8
亞軍作品：「誰是大咗鬼？」之隨機化回答	20
季軍作品：Make the most the squares	32
優異作品：是你,還是我?	42
優異作品：不快樂,不快落?.....	54
優異作品：隨機抽樣,豈可隨意?.....	77
優異作品：上知天文,下知數理.....	95
優異作品：全港性系統評估 抽樣背後有段古	110
邀請作品：官方統計支援社會經濟進步及促進民主的功能	127
邀請作品：電話訪問的抽樣框及抽樣方法	138
邀請作品：錯誤的直覺.....	142
邀請作品：金錢決定成功？—— 從商業化的英超看這一現象	149
邀請作品：如何使用字彙樹視覺化文本數據	160

冠軍作品: DSE 選科? 統計數據解碼

學校名稱：香港培正中學

學生姓名：曹朗翹

指導教師：梁偉雄老師

2015/16 中學生統計創意寫作比賽

DSE選科? 統計數據解碼

香港培正中學

登入

參賽者姓名：曹朗翹

指導老師：梁偉雄

昨日下午11:11發佈 • 讀好

簡介

讀中三的表妹和讀中五的表哥在社交網站對話。
表妹正為DSE選科而煩惱，通過表哥她能：

- 更準確解釋平均數/中位數/眾數，避免謬誤
- 運用變異數分析
- 明白統計學上顯著差異
- 了解抽樣調查在總結過程的重要性



Natalie Cho

表哥，我今年中三要為DSE選科，慶幸我各科成績尚算平均且理想，對各科均有興趣。聞說高中數理課程艱深，單靠努力是不夠的，若缺乏數理天資未必能應付。

媽媽說女生比男生在數理科中表現較弱，就算初中時數理成績尚可，也不保證能達到高中的要求，她建議我多選一些女生較強的人文及社會科學的科目，少選一些科學科目或數學延伸單元。你作為數理尖子，可以給我一些意見嗎？媽媽說的話是真的嗎？



Maths Ng

我只是選修了一些科學科目及數學延伸單元，不是什麼數理尖子！🤔🤔🤔

根據我的觀察，我校的數理班相對較多男生選擇，但不代表女生跟不上呢！香港考评局每年都有一些DSE統計，我湊巧在做一個相關的功課，不如我們嘗試從中找出事實真相？



Natalie Cho

好！👍👍👍

我們找出男生和女生分別在數理科目**最多**考到的成績作分析吧！



Maths Ng

你還記得數學科有關「集中趨勢的量度」(measures of central tendency) 的概念嗎？**最多**考生拿到的評級，統計學稱「**眾數**」(Mode)，它可作參考，但未必代表最接近整體分佈之中心數值，未必能全面反映我們想知的事。



Maths Ng

如：2015 DSE 日校考生 M2 科目**最多**人取得“5”，但中位數和平均數只有“4”。

表1: 2015 DSE 日校男女考生 M2 平均數/中位數/眾數

DSE日校考生		2015			
科目	性別	考生總數	平均數	中位數	眾數
M2	男性	3,748	4.05	4	5
	女性	1,346	3.83	4	4
	整體	5,094	3.99	4	5



Natalie Cho

你說起這數學概念我曾學過如何計算的，但要準確應用和解釋數據是另一門學問呢！

要找接近整體分佈之中心數值，是否將所有男和女考生在各科的分數依大小順序排列，然後找出男生和女生各自站在**中間位置的個案分數**來比較？



Maths Ng

你剛提出的概念，統計學上稱為「**中位數**」(median)，是其中一個可作參考的方法，但未必適用於每個情況。



Natalie Cho



π Maths Ng

如：根據2015年DSE日校考生成績，男生和女生在各數理科目的**中位數**都是一樣的，但不代表男生和女生在這些科目的成績都是同樣優秀的。

表2: 2015 DSE 日校男女考生 數理科 平均數/中位數/眾數

DSE日校考生		2015			
科目	性別	考生總數	平均數	中位數	眾數
物理	男性	8,752	3.51	3	3
	女性	3,354	3.47	3	3
	整體	12,106	3.50	3	3
化學	男性	8,102	3.55	4	4
	女性	6,844	3.49	4	3
	整體	14,946	3.52	4	4
生物	男性	6,321	3.29	3	3
	女性	9,374	3.35	3	3
	整體	15,695	3.33	3	3
數學	男性	30,093	2.99	3	4
	女性	30,237	2.90	3	4
	整體	60,330	2.94	3	4
M1	男性	2,084	3.48	4	4
	女性	1,412	3.73	4	4
	整體	3,496	3.58	4	4
M2	男性	3,748	4.05	4	5
	女性	1,346	3.83	4	4
	整體	5,094	3.99	4	5



Natalie Cho

我滿以為可以告訴媽媽，她的想法不合時宜，女生比男生在數理科目中表現並非較弱，幸好你提醒我中位數的應用，那我應該如何分析這些數據呢？



Maths Ng

我們可以參考平均數（mean），即所有分數之總和除以考生數目。

如：2015 DSE 日校考生的數學/M2/物理/化學的平均數，男生確實比女生高，但M1/生物的平均數，女生卻比男生高。



Natalie Cho



這結果是否證明媽媽說的非全對又非全錯，視乎科目而定？



Maths Ng

表妹，你太心急下判斷了！

如果單憑比較男生和女生的平均數下定論，是不夠嚴謹的，尤其是當男生和女生的平均數相差很少時，我們需要進一步的統計分析。

初中數學未有涉及這些統計概念，你有興趣知道多些較高階的知識嗎？



Natalie Cho

難得有尖子表哥肯耐心教導我，當然求之不得，願聞其詳。



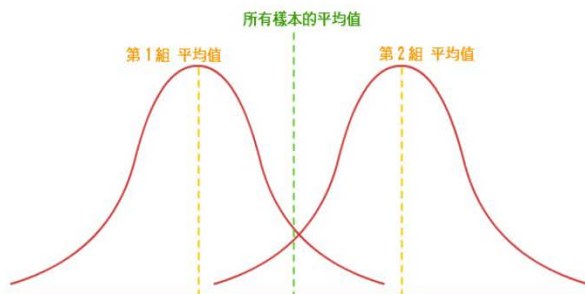
Maths Ng





Maths Ng

我建議運用「變異數分析」(Analysis of Variance, ANOVA)，它主要用於檢測兩組數據的平均數是否存在統計學上的顯著差異的統計方法。



先計算(1) 總變異，(2) 組間變異，(3) 組內變異。如果性別是一個重要因數，組間差異大，組內差異小，把他們兩個相除便算出「F值」，這個F值的大小決定了組跟組之間（男生和女生之間）是否有顯著的差異，F值越大代表組跟組之間差異越大或組內差異越小，但F值需針對自由度來查表才能判斷F值是否夠大，要大到超過顯著的臨界值才能說組與組之間有顯著差異。



Natalie Cho

我要多點時間沉澱你的話。



Maths Ng

你要明白這些統計概念如何幫你分析及演繹數據，至於統計的運算部分，網上不難找到免費的電腦軟件輔助計算。

π Maths Ng

以 2015 DSE 日校考生為例，根據 ANOVA 的結果，除了物理科，數理科目的男生和女生組別在統計學上有顯著差異。男生在化學/數學/M2比起女生的確有優勢，女生在生物/M1比起男生有優勢呢！

表3: 2015 DSE 日校男女考生 數理科 ANOVA

DSE 日校考生		2015				
科目	性別	考生總數	平均數	平均差 (男性-女性)	ANOVA F值	ANOVA P值
物理	男性	8752	3.51	0.04	1.83	> 0.05
	女性	3354	3.47			
	整體	12106	3.50			
化學	男性	8102	3.55	0.06	5.66	<0.05
	女性	6844	3.49			
	整體	14946	3.52			
生物	男性	6321	3.29	-0.06	6.14	<0.05
	女性	9374	3.35			
	整體	15695	3.33			
數學	男性	30093	2.99	0.09	42.90	<0.05
	女性	30237	2.90			
	整體	60330	2.94			
M1	男性	2084	3.48	-0.25	18.95	<0.05
	女性	1412	3.73			
	整體	3496	3.58			
M2	男性	3748	4.05	0.22	17.90	<0.05
	女性	1346	3.83			
	整體	5094	3.99			



Natalie Cho

這個結果頗有趣，我正想了解如果一定要讀數學延伸單元，M1或M2哪科較適合女生，答案很明顯了！這個結果應該可以向媽媽報告吧！

而2015物理科在統計學上沒有顯著差異，男生不一定在物理科有優勢！



Maths Ng

你有否考慮過只用2015年的數據可能有偏差？其實我們假設了2015年男生和女生的數理成績沒有異常地與其他年分的考生不同，否則，我們的結論可能不一樣？



Natalie Cho

我們只抽樣調查2015年的數據，如果有其他年分的數據一拼分析，問題便能解決，對嗎？



Maths Ng

對啊！**樣本的完整性/代表性**是其中一個影響結論的關鍵因素。我有過往四屆 DSE 的成績數據，根據 ANOVA 綜合四年的分析，所有數理科目的男生和女生組別在統計學上都有顯著差異。男生在物理/化學/數學/M2比起女生的確有優勢，女生在生物/M1比起男生有優勢！

表4: 2012-2015 DSE 日校男女考生 數理科 ANOVA

DSE 日校考生		2012-2015				
科目	性別	考生總數	平均數	平均差 (男性-女性)	ANOVA F值	ANOVA P值
物理	男性	38,678	3.52	0.12	69.62	<0.00001
	女性	15,535	3.40			
	整體	54,213	3.49			
化學	男性	35,118	3.47	0.07	29.40	<0.00001
	女性	28,134	3.40			
	整體	63,252	3.44			
生物	男性	28,100	3.23	-0.05	21.56	<0.00001
	女性	37,183	3.28			
	整體	65,283	3.26			
數學	男性	130,964	2.94	0.15	593.81	<0.00001
	女性	131,750	2.79			
	整體	262,714	2.86			
M1	男性	12,034	3.25	-0.17	62.16	<0.00001
	女性	8,920	3.42			
	整體	20,954	3.32			
M2	男性	18,136	3.89	0.21	97.62	<0.00001
	女性	7,311	3.68			
	整體	25,447	3.83			



Maths Ng

根據物理科2015的數據，男生和女生組別在統計學上沒有顯著差異，但根據2012-2015的數據卻有顯著差異！基於2012-2015的數據樣本更有完整性/代表性，結論是男生在物理科有一定優勢！



Natalie Cho

「女生比男生在數理科目中表現較弱」，非全對又非全錯，其實視乎科目而定！

理科的選修科中，男生好像佔很大優勢，對女生升讀本地資助學位會不會不利呢？



Maths Ng

表妹，不用擔心！根據 ANOVA 綜合四年 DSE 的分析，在中文/英文/通識科，女生相對男生有優勢！

表5: 2012-2015 DSE 日校男女考生 中文/英文/通識科 ANOVA

DSE日校考生		2012-2015				
科目	性別	考生總數	平均數	平均差 (男性-女性)	ANOVA F值	ANOVA P值
中文	男性	131,249	2.40	-0.56	11361.94	0
	女性	131,666	2.95			
	整體	262,915	2.68			
英文	男性	131,163	2.34	-0.50	7767.51	0
	女性	132,420	2.84			
	整體	263,583	2.59			
通識	男性	131,779	2.80	-0.50	11024.10	0
	女性	132,461	3.30			
	整體	264,240	3.05			



Natalie Cho



π Maths Ng

根據以往 HKCEE 2008-2011的分析，亦有類似情況！

表6: 2008-2011 HKCEE 日校男女考生 中文/英文/數學科 ANOVA

HKCEE 日校考生 2008-2011						
科目	性別	考生總數	中位數	單數	平均數 (男性-女性)	ANOVA P值
中文	男性	114,948	2	2	2.09	10449.04
	女性	114,743	3	2	2.67	
	整體	229,691	2	2	2.38	
英文	男性	116,650	2	2	2.01	8389.65
	女性	118,776	3	3	2.56	
	整體	235,426	2	2	2.29	
數學	男性	107,572	3	3	2.74	422.23
	女性	110,194	3	3	2.60	
	整體	217,766	3	3	2.67	

聽說近年大學男生佔新生比例由46.16%下降至46.10%，也許由於 DSE 的必修科比以往 HKCEE 多了通識科，女生較男生更有優勢達到升讀本地學位課程的基本要求呢！

表7: 2008-2015 男女進入大學百分比

年份	男 (%)	女 (%)
2008/09	46.16%	53.84%
2009/10	46.32%	53.68%
2010/11	46.48%	53.52%
2011/12	46.86%	53.14%
2012/13	46.74%	53.26%
2013/14	46.39%	53.61%
2014/15	46.10%	53.90%
差異: 2014/15-2008/09	-0.06%	0.06%



Natalie Cho



昨日下午11:11發佈 • 讚好

π Maths Ng

提醒你，以上 DSE 和 HKCEE 的結果只反映了日校考生的情況。



Natalie Cho

你這個提醒令我又想了解更多一些有關抽樣調查的問題。考評局的統計分別有「日校考生」和「全部考生」，為何你選擇用「日校考生」的數據？「全部考生」的數據不是更全面嗎？



Maths Ng

DSE 和 HKCEE 的非日校考生，有些是重讀或成年的自修生，而本研究專門探討性別和數理成績的關係，為將其他因素控制或排除在本研究中，所以只採用「日校考生」的數據。



Natalie Cho

話說回來，究竟我要選哪幾科？



Maths Ng

綜合 HKCEE 和 DSE 的數據只能作參考，相信你除了會按個人能力和興趣選科，亦會多問老師，因為每間學校在每科資源分配可能有不同重點、每位老師亦各有所長，學校往績等這些因素也是不容忽視的。我對你的學校，老師和過往學校的考試成績並不了解，抱歉未能在這方面給你具體意見了。



Natalie Cho

和你傾談真的獲益良多，你謹慎的思考方法和統計分析令我敬佩，又讓我對 DSE 了解更多，感謝你的耐性和包容！👍



1. 香港考試及評核局（考評局）- 香港中學文憑考試 - 考試統計
http://www.hkeaa.edu.hk/tc/HKDSE/assessment/exam_reports/exam_stat/
2. 2015年香港中學文憑考試考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKDSE/Exam_Report/Examination_Statistics/dseexamstat15_5.pdf
3. 2014年香港中學文憑考試考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKDSE/Exam_Report/Examination_Statistics/dseexamstat14_5.pdf
4. 2013年香港中學文憑考試考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKDSE/Exam_Report/Examination_Statistics/dseexamstat13_5.pdf
5. 2012年香港中學文憑考試考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKDSE/Exam_Report/Examination_Statistics/dseexamstat12_5.pdf
6. 2011 香港中學會考考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKCEE/Release_of_Results/Exam_Report/Examination_Statistics/ceexamstat11_5.pdf
7. 2010 香港中學會考考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKCEE/Release_of_Results/Exam_Report/Examination_Statistics/ceexamstat10_5.pdf
8. 2009 香港中學會考考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKCEE/Release_of_Results/Exam_Report/Examination_Statistics/ceexamstat09_5.pdf
9. 2008 香港中學會考考生在各科的成績分析
http://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKCEE/Release_of_Results/Exam_Report/Examination_Statistics/ceexamstat08_5.pdf
10. 教資會資助院校主要統計數字
<http://cdcf.ugc.edu.hk/cdcf/searchStatSiteReport.do;jsessionid=A4058EC9462F959FFE3FC9B3643C4549>

亞軍作品：「誰是大嘍鬼？」之隨機化回答

學校名稱：香港神託會培基書院

學生姓名：方心悅、岑子晴、何頌心

級別：中四

指導教師：黃智君老師

引言

近日，學校發現不少同學十分浪費食物，製造了大量廚餘，問題令校方非常困擾。筆者將帶領大家進入校園，利用統計學中的隨機化回答技巧(Randomised Response Technique)，找出誰是真正的大嘍鬼。



誰是大嘍鬼？

圖片來源：環境運動委員會

為解決食物浪費的問題，校長向全校最聰明的數學老師訴苦：「黃老師！我向全校學生發了問卷以了解食物浪費的問題，但他們都認為自己愛護環境、珍惜資源，沒有人承認自己是『大咗鬼』！」。黃老師回答說：「那當然了！因為你向學生發問了一個這樣敏感的問題，所以同學都不敢誠實回應，擔心自己會被校方抽後算帳！校長，放心吧！作為一個數學老師，我可以利用統計學中的隨機化回答技巧來舉辦一場教學活動，讓同學誠實地回答自己是否大咗鬼，並藉以講解環境的重要性。」

謙遜好學的校長即時向黃老師請教甚麼是隨機化回答。黃老師補充說：「訪問員在進行調查工作時，受訪者就一些較敏感的問題，經常拒絕回應或不會如實作答。隨機化回答的技巧就是向受訪者提供兩條問題，一條是敏感問題，另一條是非敏感問題。受訪者在訪問員不知情下，通過抽籤的方法以決定需要回答哪一條問題。在私隱受到保障的情況下，受訪者會比較願意如實回答問題，然後研究員利用概率的計算就能得出最後的調查結果。」

黃老師請來學校環保學會會長錦星同學來幫忙，協辦一個以環保為主題的週會。首先，錦星同學向全校講解了愛護環境、

珍惜資源的重要性，又介紹了反面教材「大嘍鬼」的特徵，如眼闊肚窄、肆意浪費等等。其後，黃老師再指出校方發現不少同學十分浪費食物，製造了大量廚餘。突然，黃老師嚴肅地向全校同學說：「如果你覺得自己有大嘍鬼的特徵，請你立即站立起來！」

全場鴉雀無聲，雖然不少同學面露歉疚，但沒有一人敢站立起來承認自己是大嘍鬼！一切正如黃老師和錦星同學所預料，全校同學正逐步墜入這個教學活動的佈局。錦星同學向全體同學說：「相信沒人願意在其他同學面前，承認自己的缺點吧！不如我們請黃老師利用統計學，在保障私隱的情況下，估算一下禮堂內有多少隻大嘍鬼，好嗎？」台下的同學即時議論紛紛，熱烈地討論著身邊誰是大嘍鬼及其數量。64隻？89隻？759隻？

討論過後，黃老師向每名學生派發了一個信封，而每個信封內均有一張問題紙。在 600 個信封內的問題是「你是否大嘍鬼？」，其餘 400 個則是「你是否在一、二或三月生日？」。黃老師先向同學解釋兩類信封內的問題，並指出信封是隨機派發的。除了同學自己外，其他人並不知道信封內是那一條問題，請同學可以安心地回答。

分配信封的安排

第一類信封(共 600 個)

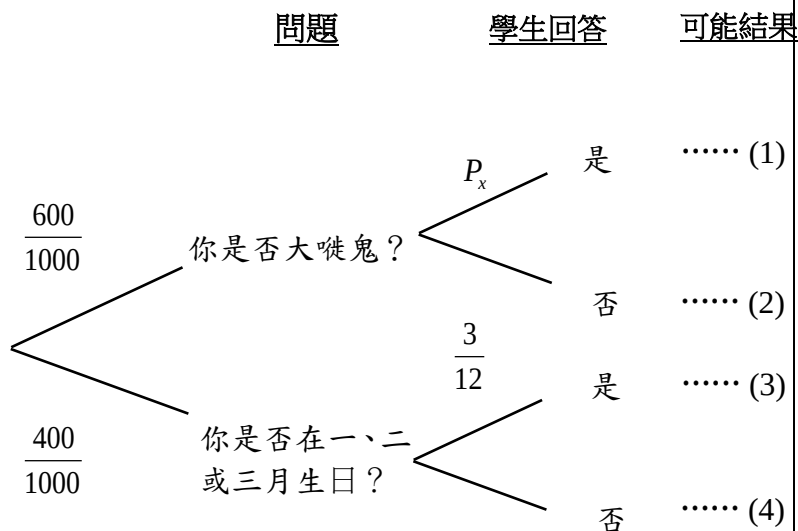


第二類信封(共 400 個)



在講解後，黃老師請同學以舉手的形式來回答信封內的問題，回答「是」同學共有 280 個。其後，黃老師利用樹形圖向同學講解大嘅鬼數目的計算以及當中的假設。

黃老師所畫的樹形圖



備註：

甲： P_x 代表在「你是否大嘍鬼？」問題中，回答「是」的概
率。

乙：假設同學的生日平均分佈在各個月份。

丙：假設所有同學誠實地回答問題。

假設同學的生日平均分佈在各個月份，在一至三月生日的概率即等於 $\frac{3}{12}$ 。根據可能結果(1)及(3)，

黃老師的計算

$$P(\text{是}) = P(\text{可能結果1}) + P(\text{可能結果3})$$

$$\frac{\text{回答「是」的總人數}}{1000} = \frac{600}{1000} \times P_x + \frac{400}{1000} \times \frac{3}{12}$$

$$\text{回答「是」的總人數} = 600P_x + 100$$

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{\text{回答「是」的總人數} - 100}{600} \\ &= \frac{280 - 100}{600} \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{大咤鬼的數目} = 1000 \times 0.3 = 300$$

台下的同學得知答案後無不嘩然，驚嘆校內竟有多達 300 隻大咤鬼！不過，錦星同學卻一唱反調，冷靜地說：「我認為黃老師的統計方法有問題，結果完全不合理！校內應該有更多大咤鬼！」面對錦星同學的預設質詢，黃老師扮作緊張地回應：「願聞其詳！」

錦星同學解釋說：「如果回答『是』的同學有 850 個，那麼 P_x 便會大於一，1000 個同學就有 1250 個同學是大咗鬼！黃老師！這是沒可能的！」

錦星同學的計算

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{\text{回答「是」的總人數} - 100}{600} \\ &= \frac{850 - 100}{600} \\ &= 1.25 \\ &> 1 \end{aligned}$$

黃老師回應說：「錦星同學！只要之前提及的兩個重要假設成立，你說的特殊情況應該不會發生！第一個假設是同學的生日平均分佈在各個月份，而第二個假設是所有同學誠實地回答問題。」錦星同學大聲地反駁：「唔合理！黃老師的兩個假設都不成立！」

台下的同學掌聲如雷，對錦星同學敢於反駁老師表示支持，並留心聆聽有關的解說。錦星同學繼續解釋說：「首先，同學的生日並不是平均分佈在各個月份！根據學校資料顯示，在

一、二或三月生日的同學比例其實比其他各個月份低，所以黃老師的計算便會低估了大嘍鬼的實際數量！另外，『所有同學誠實地回答問題』的假設更是大錯特錯！」

黃老師扮作憤怒地回應說：「錦星同學！你豈不是說台下不少同學是『大話精』，刻意否認自己是大嘍鬼！」錦星同學大聲地回應說：「正是如此！實情是黃老師你迫同學說謊來作掩飾！」台下的同學嘩聲四起，對台上的駁火表示驚嘆！錦星繼續解釋說：「黃老師！不少同學都知道我是除夕寶寶，在 12 月尾生日的！如果我剛才抽到的問題是『你是否大嘍鬼？』，我應該怎樣舉手回答呢？」

黃老師默想數秒後，回應說：「錦星同學！你的反駁很有道理！即使你真是大嘍鬼，也不敢舉手回答『是』！否則身邊的同學便會知道你正在回答那一條問題和你的真正答案！」黃老師突然改變語氣，語重深長地說：「這正如同學面對自己的缺點或過錯時，往往會選擇逃避，不敢在別人面前承認！」

為鼓勵同學誠實地回答，黃老師再向每名學生隨機派發了另一個信封，而每個信封內均有一個句子及一張回應紙。在 600 個信封內的句子是「我是大嘍鬼！」，其餘 400 個則是「我不

是大嘍鬼！」。為保障同學私隱，黃老師不再要求同學舉手回答，只需填妥回應紙，表示同意或不同意信封內的句子。同學對這樣的安排倍感放心，不再擔心老師或其他同學知道自己的真正答案。

第二次分配信封的安排

第一類信封(共 600 個)

第二類信封(共 400 個)



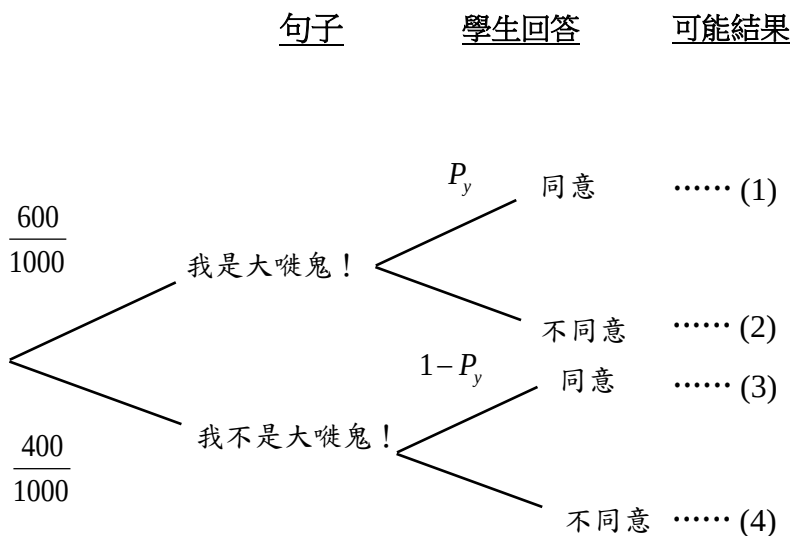
回應紙
同意 / 不同意



回應紙
同意 / 不同意

點算回應紙後，回答「同意」的學生共有 480 個。其後，黃老師再次利用樹形圖向同學講解大嘍鬼數目的計算以及當中的假設。

黃老師所畫的樹形圖



備註：

甲： P_y 代表在「我是大嘍鬼！」的句子中，回答「同意」的概率。

乙：假設所有同學誠實地回答，而且大嘍鬼是平均分佈，同意「我不是大嘍鬼！」的概率便等於 $(1-P_y)$ 。

黃老師的計算

$$P(\text{同意}) = P(\text{可能結果1}) + P(\text{可能結果3})$$

$$\frac{\text{回答「同意」的總人數}}{1000} = \frac{600}{1000} \times P_y + \frac{400}{1000} \times (1 - P_y)$$

$$\text{回答「同意」的總人數} = 200P_y + 400$$

$$P_y = \frac{\text{回答「同意」的總人數} - 400}{200}$$

$$= \frac{480 - 400}{200}$$

$$= 0.4$$

$$\therefore \text{大咤鬼的數目} = 1000 \times 0.4 = 400$$

在黃老師講解後，錦星同學說：「正如我之前的估計，校內大咤鬼多達 400 隻，比第一次的計算更多。黃老師的隨機化回答技巧確能在保障同學的私隱下，讓大家安心地如實回答這個敏感的問題。各位同學，我還有最後一個問題提出！大家知道誰是校園內最大的大咤鬼嗎？」台下的同學議論紛紛，有人說是校長、學生會主席、工友……

錦星同學面露奸笑地說：「其實，今天最大的大咤鬼是黃老師！這個活動浪費了學校不少紙張和 2000 個信封！」最後，黃老師即時回收所有信封，並解釋說：「我與錦星同學的辯論

是預定的！其實，每個人或多或少都有一點大嘍鬼的特徵，環保應該從每日的細節做起！各位同學，大家齊來說聲『珍惜環保齊盡責，人人拒做大嘍鬼』！」(~2300 字)

參考資料：

1. 蕭文強，林建(2010)。概率萬花筒。教育局課程發展處數學教育組。
2. 「環境運動委員會」網頁 http://www.ecc.org.hk/tc_chi/。

季軍作品: Make the most the squares

School Name: Heep Yunn School

Name of Student: Melody Leung, Wendy Szeto, Katherine Lee

Supervising Teacher: Mr. Y.C. WOO



Introduction:

Nowadays, online stores are very common on Instagram. These stores, called IG shops, are much easier to start up and manage when compared to traditional ones, making them very popular among the new generation. Over the years, the Instagram has grown to become an immense market from which a vast variety of data can be tapped and analysed. Influenced by this trend, Katherine, Melody and Wendy would like to start up their own store. However, they do not know what products to sell. Moreover, there are a world of information online. It can be very time-consuming to analyze all the information. In this case, sample surveying can help us to set better and more effective targets to reduce the searching time.

Katherine: Hey! Do you know that opening a store on Instagram can make a lot of money?

Wendy: Yes, I'm thinking of starting one for selling sports shoes of limited edition. Are both of you interested?

Melody: Umm... I think phone cases and tote bags are popular

too. I'm not sure...

Katherine: Why don't we do a market research and decide then?

Melody & Wendy: Sure!

In order to obtain effective and reliable information, a good market sample is required. There are a lot of sampling methods, namely probability sampling methods and non-probability sampling methods.

Probability Sampling Methods:

Simple random sampling

Stratified random sampling

Cluster sampling

Systematic sampling

Non-probability Sampling Methods:

Haphazard sampling

Quota sampling

Self-initiated telephone polling

Wendy: Which method should we use then?

Melody: I think the result from stratified random sampling will be the most constructive.

Stratified Random Sampling¹:

Stratified random sampling is a method of sampling that involves the division of a population into smaller groups known as strata. In stratified random sampling, the strata are formed based on members' shared attributes or characteristics. A random sample from each stratum is taken in a number proportional to the stratum's size when compared to the population. These subsets of the strata are then pooled to form a random sample.

Katherine: But it's hard for us to obtain the information of Instagram users before we form the strata, we know nothing about their attributes and characteristics, why don't we try to collect data in an easier manner such as looking at the number of likes

¹ Stratified Random Sampling Definition | Investopedia
http://www.investopedia.com/terms/stratified_random_sampling.asp#ixzz43ACkHWJ4

and followers of shops selling sneakers, phone cases and tote bags ?

Wendy: umm... But there are so many shops and posts on Instagram that are selling these products, how can we manage to look through all of them and collect the data?

Melody: There are several ways to collect data when dealing with a massive amount of information, let's try out some of them and decide which one gives the most accurate representation of the market.

Wendy: Since the fashion trend is always changing, shall we only look at the shops that were active in the previous month?

Katherine: Sure! Because it is the latest information.

Melody: let's start with the easiest method - Simple random sampling. Let me search #sneakerhk, #phonecasehk and #totebaghk on Instagram and pick 10 photos from each results.

Simple Random Sampling²

A simple random sample is a subset of a statistical population in which each member of the subset has an equal probability of being chosen. A simple random sample is meant to be an unbiased representation of a group.

The popularity of the 3 products:

	Total number of photos	Total number of likes from the 10 photos we pick (by simple random sampling)	Average number of likes
#sneakerhk	858	$14 + 31 + 64 + 1014 + 0 + 775 + 40 + 19 + 65 + 62 = 2084$	$\frac{2084}{10} = 208.4$
#phonecasehk	339	$300 + 17 + 12 + 29 + 36 + 10 + 23 + 32 + 11 + 44 = 514$	$\frac{514}{10} = 51.4$
#totebaghk	96	$102 + 13 + 10 + 79 + 25 + 30 + 39 + 63 + 24 + 28 = 413$	$\frac{413}{10} = 41.3$

² Simple Random Sample Definition | Investopedia

<http://www.investopedia.com/terms/s/simple-random-sample.asp#ixzz43EGeqzh>

Wendy: From the research, we can conclude that sneaker online shops are the most popular in Hong Kong since its number of likes is 4-5 times of phone cases and tote bags. So I think we all agree that we will sell sneakers?

Katherine: Sure but what kinds of sneakers are we selling?

Melody: I think we can refer to some popular sneaker online shops and investigate.

After choosing the popular shops, we can use stratified random sampling or cluster sampling to find out the popularity of brands. However, cluster sampling generally provides less precision than stratified sampling.

Cluster Sampling³

The population is divided into N groups, called clusters. The researcher randomly selects n clusters to include in the sample. The number of observations within each cluster M_i is known and $M =$

³ Stat Trek: Cluster Sampling
<http://stattrek.com/survey-research/cluster-sampling.aspx?Tutorial=Stat>

$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_{n-1} + M_n$. Each element of the population can be assigned to one and only one cluster.

Stratified random sampling can be used as the strata are formed based on members' shared attributes or characteristics. In this case, it is the brand of sneakers. A random sample from each stratum is taken in a number proportional to the stratum's size when compared to the population. In other words, we should analyse equal proportion of samples from each stratum.

For example, we can randomly choose 10% of the products on the posts of online shops and record the number of likes of these posts.

	no. of posts in last month	no. of posts in last month $\times$ 10%	total number of likes in the 10%	Average number of likes
Sneakerhkoffice (Adidas)	72	$7.2 \approx 7$	$9 + 10 + 11 + 11 + 16 + 11 + 28 = 96$	$\frac{96}{7} = 13.7$
Dear_runners: (Nike)	216	$21.6 \approx 22$	$12 + 13 + 21 + 25 + 924 + 23 + 19 + 20 + 24 +$	$\frac{3779}{22} = 171.8$

	no. of posts in last month	no. of posts in last month $\times$ 10%	total number of likes in the 10%	Average number of likes
			14 + 15 + 282 + 219 + 36 + 32 + 25 + 32 + 510 + 16 + 616 + 289 + 612 = 3779	
heiheicheung: (Vans)	15	$1.5 \approx 2$	21 + 27 = 48	$\frac{48}{2} = 24.00$
hksneakeronline orders: (Reebok)	36	$3.6 \approx 4$	119 + 103 + 97 + 88 = 407	$\frac{407}{4} = 101.8$

Katherine: We can see that Nike is the most popular among all. I think we can start digging deeper of the information of Nike and start our business!

Melody & Wendy: Hurray!

Information list:

1. SurveyMonkey: Market research

[https://www.surveymonkey.com/mp/market-research-surveys/
?ut_source=lo_home_f](https://www.surveymonkey.com/mp/market-research-surveys/?ut_source=lo_home_f)

2. Investopedia
3. Star Trek

優異作品：是你,還是我？

學校名稱：保良局何蔭棠中學

學生姓名：趙穎詩、陳琳、葉俊銘

級別：中四

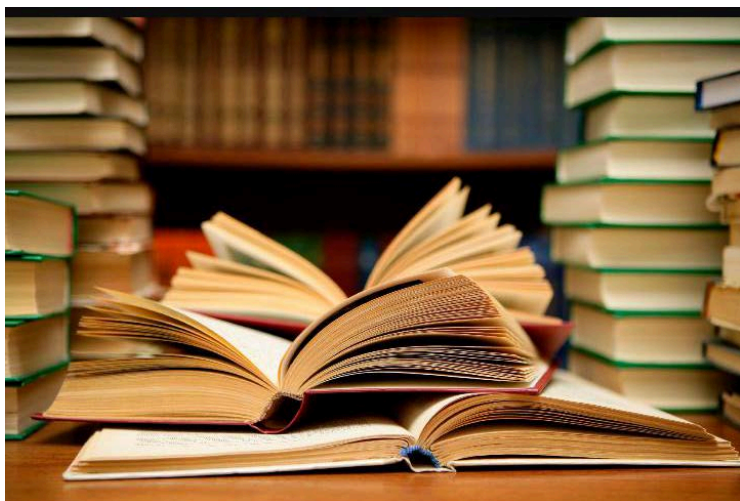
指導教師：陳智仁老師



引言

小學三年級、六年級和中學三年級時，我們總是為全港性系統評估（TSA）而努力練習。然而，最近社會人士卻認為 TSA 是導致小學生過度操練的罪魁禍首。因此，教育局正研究將小三及中三的 TSA 評估，改以透過抽樣形式或隔年收集數據，以減少操練文化的出現，那麼怎樣才會被選中呢？

全港性系統評估（Territory-wide System Assessment，簡稱 TSA），由 2004 年開始，於每年六月舉行，目的是了解全港學生在中英數三科之水平，以期能改善學生在這幾個學科的能力，評估並不計算學生個別的成績，僅用以評估學生整體狀況。



A 同學：我上年被選中去考 TSA 口試，你們有沒有被選中？

B 同學：我沒有，但我們全班不是也一起考了 TSA 筆試嗎？

C 同學：現在教育局提倡改以透過抽樣形式來進行評估，怎樣才會被選中呢？

A 同學：其實抽樣也有很多種方法，但主要都可分為兩大類，包括概率抽樣和非概率抽樣。不如我們計算一下利用不同的抽樣方法被抽中的概率，從而看看抽樣方法的公平性，再分析及討論一下，想想能否找出最佳的抽樣方法吧！

B 同學：非概率抽樣就如在街上隨便找一個人來進行評估，不符合公平抽樣的原則，無法計算出被抽中的概率，所以我們只能考慮概率抽樣方法，這應該會公平點。

C 同學：那麼我們要怎樣做呢？

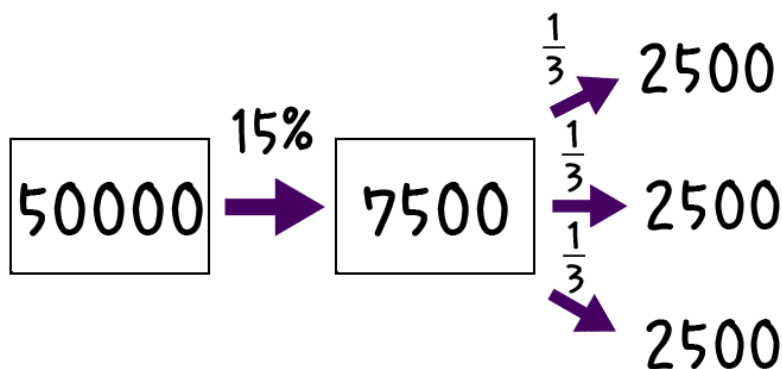
A 同學：讓我們假設在全港五萬個中三學生之中，D 同學是其中一個。根據香港教育局的方案，TSA 會於中英數三科各抽樣 5% 學生，被抽中的考生只會應考其中一科，然後用簡單隨機抽

樣、系統抽樣、分層抽樣及整群抽樣的方法來計算 D 同學被抽中的概率，你認為會有甚麼結果呢？

簡單隨機抽樣：

先為五萬個學生分派不同的編號，從中抽 15% 的學生，其中三分一人應考中文，三分一人應考英文，三分一人應考數學。

D 同學被編為 00031，然後電腦就開始抽選了



D 同學被抽中答其中一科的概率是： $\frac{3}{20} = 15\%$

D 同學應考中文的概率是： $\frac{3}{20} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考英文的概率是： $\frac{3}{20} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考數學的概率是： $\frac{3}{20} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{20} = 5\%$

系統抽樣：

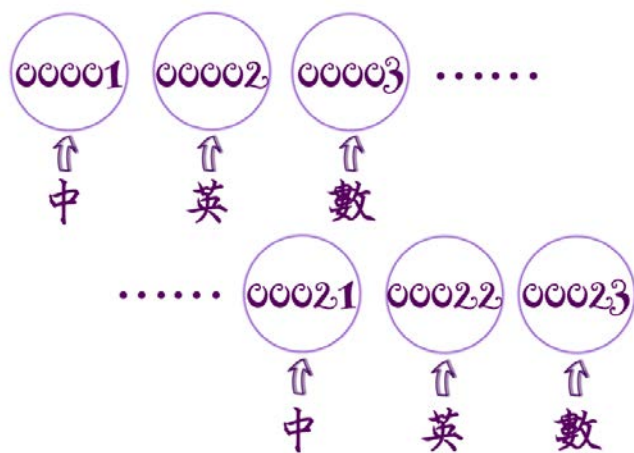
同樣地，我們要為五萬個學生分派不同的編號，然後我們會根據一個特定的規律抽選 15% 的學生應考中英數任意一科。

例如： 中文科抽樣的規律是： $20(n-1)+1$

英文科抽樣的規律是： $20(n-1)+2$

數學科抽樣的規律是： $20(n-1)+3$

而 D 同學的編號是任一編號，然後電腦就開始抽選了。



D 同學被抽中的概率是： $\frac{7500}{50000} = \frac{3}{20} = 15\%$

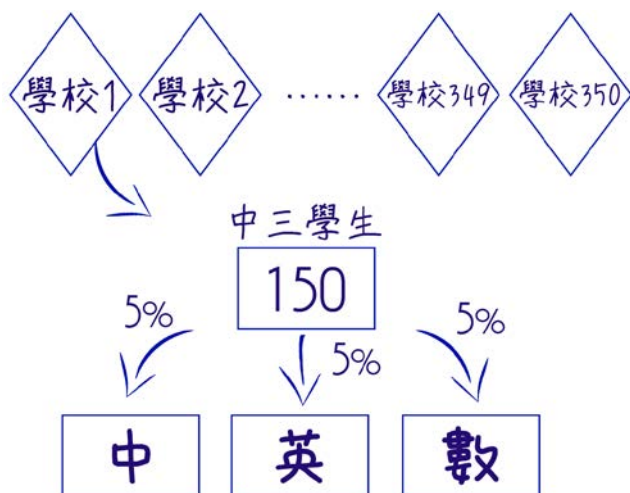
D 同學應考中文的概率是： $\frac{2500}{50000} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考英文的概率是： $\frac{2500}{50000} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考數學的概率是： $\frac{2500}{50000} = \frac{1}{20} = 5\%$

分層抽樣：

全港中三學生有 50000 人，D 同學就讀的學校中三級有 150 人，中、英、數三科會各抽樣 5% 做評估。而其他學校同樣地也會抽樣 15% 來考 TSA。把 D 同學學校中的中三學生分派編號，D 同學會被獲分派任何一個編號。



D 同學被抽中的概率是： $\frac{7500}{50000} = \frac{3}{20} = 15\%$

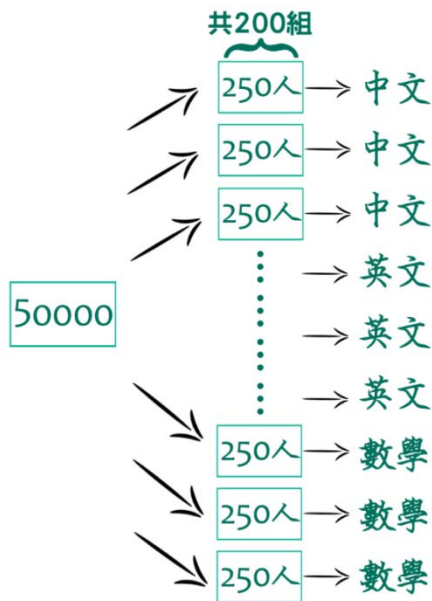
D 同學應考中文的概率是： $\frac{2500}{50000} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考英文的概率是： $\frac{2500}{50000} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考數學的概率是： $\frac{2500}{50000} = \frac{1}{20} = 5\%$

整群抽樣：

把全港分為 200 區，每組共 250 人，D 同學在其中一組中。並從中抽取 30 組，每 10 組分別應考中、英、數三科。



D 同學被抽中的概率是： $\frac{30 \times 250}{50000} = \frac{7500}{50000} = \frac{3}{20} = 15\%$

D 同學應考中文的概率是： $\frac{3}{20} \times \frac{10}{30} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考英文的概率是： $\frac{3}{20} \times \frac{10}{30} = \frac{1}{20} = 5\%$

D 同學應考數學的概率是： $\frac{3}{20} \times \frac{10}{30} = \frac{1}{20} = 5\%$

結論：

C 同學：那我們計算出的結果不是證明了所有辦法都是公平的嗎？

A 同學：要是單單看概率都是一樣，好像很公平，但其實每一種方法背後都描述著不同的情況。

C 同學：你在說甚麼啊，概率一樣，公平性不是都一樣嗎？

B 同學：讓我們來看看不同方法在描述甚麼吧！

簡單隨機抽樣：

簡單隨機抽樣只靠隨機抽出不同編號的學生，我們無法得知學生水平的分佈，例如是第一組別、第二組別、第三組別學生的分佈，因此香港教育局並不能清楚知道學生在學校的學習狀況，繼而提供相應的協助予不同組別的學校。

系統抽樣：

系統抽樣似乎比較公平，但由於抽樣號碼是隨機編排的，所以也會出現與簡單隨機抽樣一樣的情況，使香港教育局無法分辨學生屬於哪個組別，從而給予適當的協助。

分層抽樣：

在分層抽樣的方法中，因為所抽中的學生能夠代表整間學校學生的程度，因此我們可以得知不同學校所屬的組別，教育局可根據不同學生的學習能力，給予學生相應的支援。

整群抽樣：

整群抽樣的方法能從被抽中的學生中找出成績較差的，因此可以從中發現較弱的群組，針對他們的弱點來提供相應的支援，但這方法還是會有不足之處，例如學習能力較弱的學生所屬的群組未必會被抽中，所以可能會出現有漏網之魚的情況。



B 同學：那就是說要是香港教育局不考慮學生的學習程度差異的話，四種隨機抽樣的方法的公平性都是一樣的，沒有說哪個比較好？

A 同學：但香港教育局舉辦全港性系統評估的目的就是要分辨學生的學習差異，從而給予學生最合適的協助。因此，我們可以總結分層抽樣是四種方法中最公平的，因為這個方法可以確保每一間學校都有不同程度的學生來應考，讓教育局為學生提供相應的支援。

C 同學：那我明白了。

參考資料：

1. 維基百科(sampling)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Sampling_\(statistics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Sampling_(statistics))

2. 維基百科(全港性系統評估)

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%85%A8%E6%B8%AF%E6%80%A7%E7%B3%BB%E7%B5%B1%E8%A9%95%E4%BC%B0>

3. 大學線月刊(過度操練 TSA 難為了孩子)

<http://ubeat.com.cuhk.edu.hk/%e9%81%8e%e5%ba%a6%e6%93%8d%e7%b7%b4-tsa%e9%9b%a3%e7%82%ba%e4%ba%86%e5%ad%a9%e5%ad%90/>

4. 立場新聞(斥 TSA 練習深得離譜 孫明揚倡以抽樣評估「撥亂反正」毋須取消)

<https://www.thestandnews.com/society/%E6%96%A5tsa%E7%B7%B4%E7%BF%92%E6%B7%B1%E5%BE%97%E9%9B%A2%E8%AD%9C-%E5%AD%AB%E6%98%8E%E6%8F%9A%E5%BB%BA%E8%AD%B0%E6%8A%BD%E6%A8%A3%E8%A9%95%E4%BC%B0-%E5%AD%B8%E7%94%9F%E9%9B%B6%E6%BA%96%E5%82%99%E6%87%89%E8%A9%A6/>

5. 教育局(2014/15 學年學生人數統計)

http://www.edb.gov.hk/attachment/en/about-edb/publications-stat/figures/Enrol_2014.pdf

6. 教育局(全港性系統評估施行模式)

http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/zh/2015tsaReport/chi/Ch3_TSA2015C.pdf

優異作品：不快樂,不快落?

學校名稱：屯門天主教中學

學生姓名：馮紫喬、池梓頌、唐耀豐

級別：中四

指導教師：蕭翟美綸老師

引言

我們發現學生的自殺問題日趨嚴重，為了了解同學不快樂的原因，我們決定以問卷方式抽樣調查我校師生不快樂的原因。調查結果顯示成就感、自我形象、政治和功課壓力對他們的快樂程度影響較大。

(88 字)



翟老師、馮紫喬、池梓頌、唐耀豐正在討論學生為何不快樂和他們自殺的原因。

翟：你們對最近的學生自殺事件有甚麼看法？

梓：我認為學生要面對數之不盡的測驗，加上要完成許多功課和補習，在學業上受到很大的壓力使他們感到過分疲累，部分產生了自殺念頭。

喬：不過老師同樣要面對很大的壓力，他們臉上卻總是掛着笑臉呢？

豐：我也很想知道當中原因。不如我們在校內做一個問卷調查，先看看我校師生的反應如何，好嗎？

翟：好！還記得上課時教過你們甚麼嗎？

梓：當然記得！你曾說問卷的對象不宜過於偏袒某一方，要盡量收集各方意見。那不如我們就以「分層抽樣」¹和「系統抽樣」²

¹分層抽樣: stratified sampling

²系統抽樣: systematic sampling

的方法派發問卷，好讓不同級別同學和不同老師都有發表意見的機會！

喬：就以「學號的五的倍數」為原則邀請中一至中五每班的同學填寫問卷；而老師若以同一原則派發問卷的話人數便會太少，須以教職員名單上的「偶數」為原則邀請老師填寫問卷去解決這個問題。這樣計算，我們應該有約 120 位同學和 30 位老師參與。

豐：問卷可以圍繞同學及老師的生活習慣及價值觀，了解他們在生理、心理及社交健康以及對不同事情的感受，看看他們的快樂程度與以上的範疇有何關係（見附錄一）。可模仿聯合國組織計算人民的「快樂指數」計算同學及老師的「不快樂指數」，首先設三條問題分別讓老師和同學以「極為開心（1 分）、頗開心（2 分）、頗不開心（3 分）、極不開心（4 分）」自我評價「昨天、當下及整體」的開心程度。

翟：好！你們先設計問卷，然後做試驗性的研究調查³，再用改良後的問卷作正式的調查。如果大家都沒有問題的話，就開工吧！

（一星期後，馮紫喬、池梓頌、唐耀豐又聚在一起討論調查結果）

豐：結果出爐了！大家看看這些表格！（見附錄二）

喬：這樣的表達看來不太清楚啊！不如用圖表達吧！

豐：好建議！我試用棒形圖和圓形圖將數據表達出來看看效果如何。

梓：我們就從多角度分析同學不快樂的原因吧！問卷中讓受訪者想像一條有六級的「成就楷梯」。普遍同學都認為自己站在第二或第三級上，可見同學的成就感較低。但有過半同學認為自己在五年後能站上高一點的梯級，只有不足 20% 同學認為自己仍會在較低的梯級上。至於老師則近 70% 認為自己站在第四級上，亦有近 40% 都認為自己在五年後能站在更高的位置上（圖 1）。

³ 試驗性的研究調查：pilot study/survey

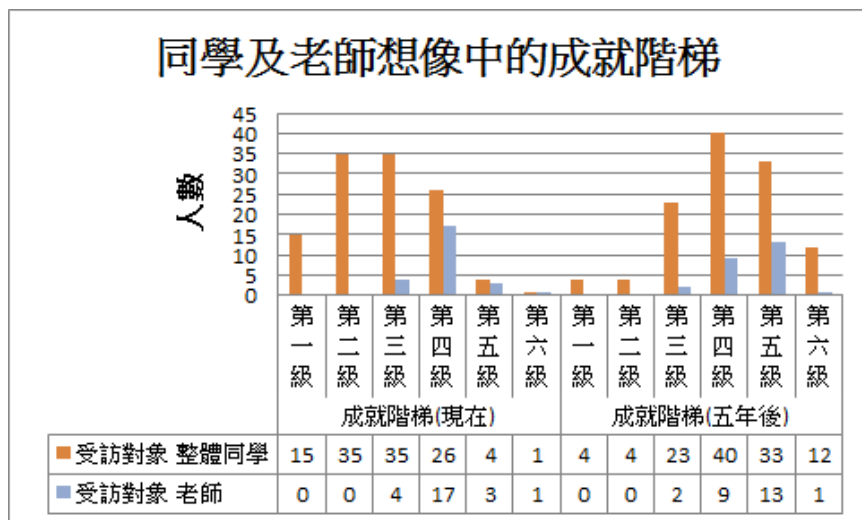


圖 1

因此，相信成就感是一個造成快樂程度差異的因素。

喬：同學們應該是「寶帕五感」⁴ 中的「獨特感、聯繫感、能力感和方向感」較弱吧。這樣的話，我還是多參加比賽或義工，聽說這樣能提升成就感。再者，我相信食多點甜食，也可以令自己更快樂！

豐：你這樣想就錯了！問卷調查顯示從做義工獲得的滿足感，甚至良好的生活習慣、不被病患困擾等，也不是你想像的有影

⁴ 寶帕五感：美國教育家米雪寶帕（Michele Borba）的自尊五感理論，包括安全感、獨特感、聯繫感、方向感及能力感

響力。在整個學年間，老師相對比學生少一成參與義工工作，學生從其中感受到的滿足感亦較多；同學比老師多做運動，較少以快餐當作正餐，又比老師較少被病患困擾。同學理應較快樂才對，但卻多麼的不快樂！

喬：咦？梓頌，你最近好像帥了！

梓：哪會？你是否眼花了？不過，你讓我回想起調查中的「自我形象」方面。同學一般不太滿意自己的外觀，多於七成同學不滿意（滿意程度為 50%或以下）自己的外觀（圖 2）。老師的情況剛好相反，只有兩成不滿意自己的外觀（圖 3），可見老師的自我感覺較良好。

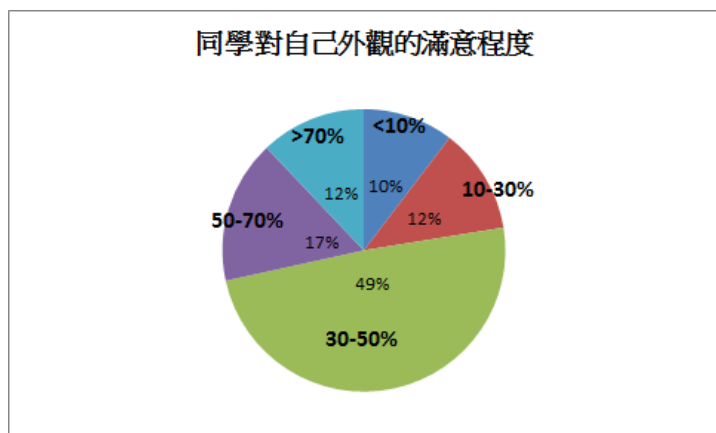


圖 2

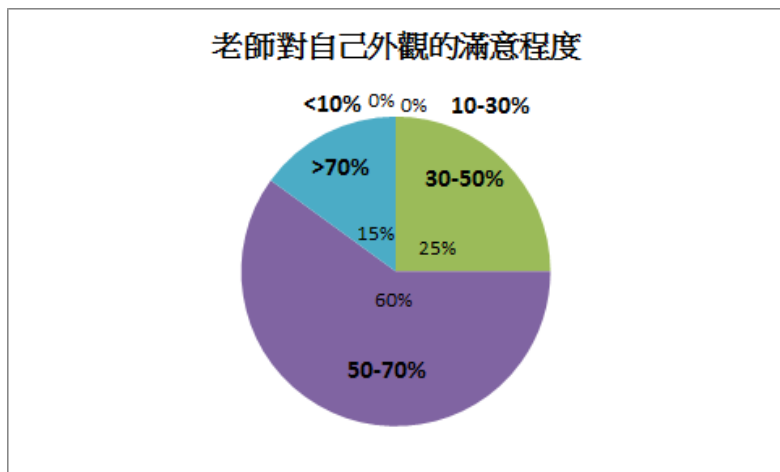


圖 3

喬：外表固然重要，但內在美才是最重要！

(翟老師走了過來)

翟：原來你們在這裏，還記得今日放學要測驗嗎？你們會不會有很大的功課壓力呀？

豐：會呀！不只是我們，連我們的調查對象也要面對海量的功課呢（圖 4）！約一成同學每天要繳交 5 份或以上功課，而平均一天未能如期繳交功課的同學有多於 40%，其中還有多於 10%的同學欠交多於 2 份功課（圖 5），可見身為學生的我們功課壓力十分大。

同學昨天須繳交的功課量

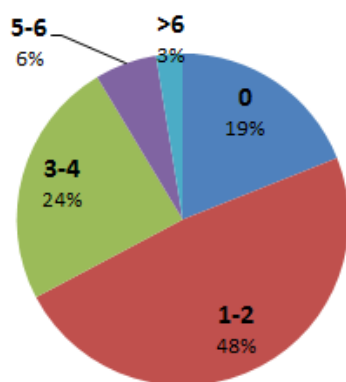


圖 4

同學昨天欠交的功課量

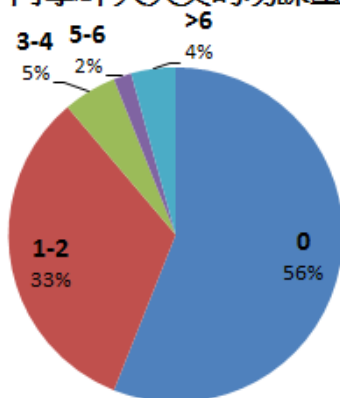


圖 5

梓：唉！不知道政府會如何處理學生的壓力問題呢？

豐：不知道，可是政府卻遲遲不推出一些為學生減壓的方法，只是在遙遠的中環興建泳棚，資源又集中投放在「一帶一路」的新政策上，到底政府何時才會正視學生的壓力問題呢？

喬：看來你對香港政府感到失望。根據以下的圖（圖 6），同學對於現今香港社會的情況相對較老師悲觀，只有三成受訪同學認為香港是在 50%或以上繁榮的，卻有四成受訪老師認為香港是繁榮的。而且只有三成同學不希望移民，而不想移民的老師卻佔六成，可見學生受到的政治壓力頗大。還有，不少同學在「最不满意事項」的一欄提到香港政府等有關政治的字眼，反映學生頗受政治影響。看來很多同學都感同身受啊。

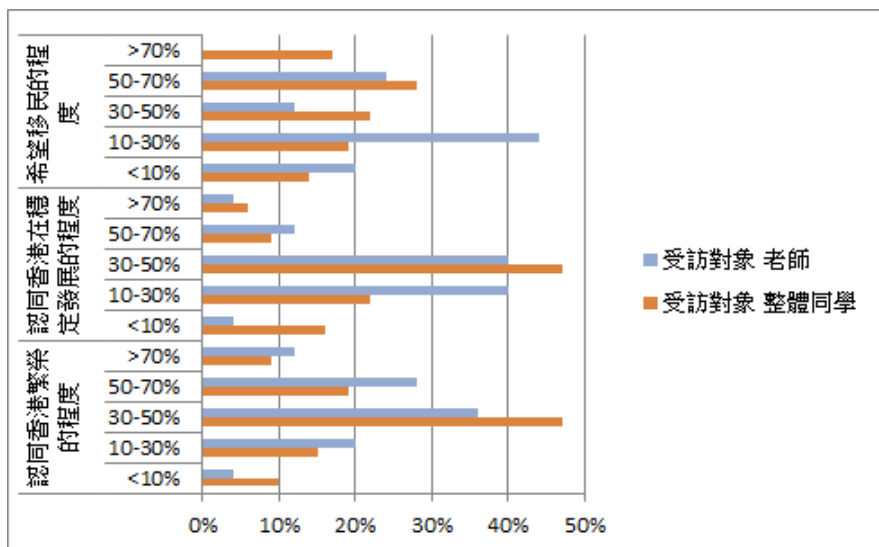


圖 6

豐：原來成就感、自我形象、政治和功課壓力對快樂程度影響較大，是他們不快樂的四大來源啊！

翟：等一等，我們只從這問卷調查的結果就下結論也未免過於武斷了。

喬：是的，我們今次的問卷太多瑕疵了！問卷方向不夠針對性和不夠全面，加上問卷的題目數量太多，受訪者會感到不耐煩，故此他們未必認真回答每一問題。另外，我們發現部分師

生填寫問卷時並沒有回答所有問題，導致我們不能作出準確的分析。回應率也比我們預期的低！

梓：同意！我會建議訪問全體老師（不抽樣），這樣能確保有足夠受訪人數，令結果更準確和客觀。問卷內容方面則要精簡些。

豐：我們也可在問卷內加些針對性的問題如：「有沒有知心友？」「有沒有因功課壓力而失眠？」等。

翟：你們的建議都很好！

喬：希望這「不快樂指數」能早日回落，人人都生活得快樂快樂就好了！

附錄一：問卷

1. 學生問卷

姓名：_____ 性別：男 / 女

4. 1. _____

大開希望，在希望從各位同學及老師的生活習慣，以及對一些事情的看法，了解成人與學生在生、心理及社會健康、個人的感受、對社會的感受等方面，研究普通中學生及成人的快樂程度與以上的輔導的關係。在本問卷所收集到的資料只供研究用途，完成後將會完全研銷，多謝幫忙。 11

指引：1. 請填出無合適的答案。2. 按由最對(上)到最上(下)填。3. 填好後本問卷在上學期的情況，請填好答案。4. 第 42 題為附加題，如無可以自由的填。

1. 你對你的成績感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 第一級 (最高) * 第二級 * 第三級 * 第四級 * 第五級 * 第六級 (最高)

2. 你對你的成績感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 第一級 (最高) * 第二級 * 第三級 * 第四級 * 第五級 * 第六級 (最高)

3. 你認為你的成績——滿意上的成績感到——滿意？
 * 可以 * 不可以 * 滿意上

4. 你對生活感到——滿意？
 * 感到開心 * 感到開心 * 感到開心 * 感到開心

5. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

6. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

7. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 有 * 沒有 * 滿意 * 滿意

8. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 有 * 沒有 * 滿意 * 滿意

9. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 10m 之前 * 10-12m * 12-14m * 14m 之後

10. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 感到開心 * 感到開心 * 感到開心 * 感到開心

11. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * <10% * 10-30% * 30-50% * 50-70% * >70%

12. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 有 * 沒有 * 滿意 * 滿意

13. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * <10% * 10-30% * 30-50% * 50-70% * >70%

14. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 感到開心 * 感到開心 * 感到開心 * 感到開心

15. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * <10% * 10-30% * 30-50% * 50-70% * >70%

16. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 會 * 不會 * 滿意 * 滿意

17. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 會 * 不會 * 滿意 * 滿意

18. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

19. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

20. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

21. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

22. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

23. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

24. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

25. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

26. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

27. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

28. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

29. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

30. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

31. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

32. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

33. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

34. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

35. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

36. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

37. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

38. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

39. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

40. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

41. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

42. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 沒有 * 1-3 次 * 4-5 次 * >5 次

姓名：_____ 性別：男 / 女

1. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

2. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

3. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

4. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

5. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

6. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

7. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

8. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

9. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

10. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

11. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

12. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

13. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

14. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

15. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

16. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

17. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

18. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

19. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

20. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

21. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

22. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

23. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

24. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

25. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

26. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

27. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

28. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

29. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

30. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

31. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

32. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

33. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

34. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

35. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

36. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

37. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

38. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

39. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

40. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

41. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

42. 你對生活感到——滿意上的成績感到——滿意？
 * 0 * 1-2 * 3-4 * 5-6 * >6

附錄二：統計結果

1. 不快樂指數

		受訪對象						
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學	老師
不快樂指數	當下	2.62	2	2.82	2.76	2.33	2.60	2.02
	昨天	2.48	2.13	2.77	2.76	2.71	2.57	2.07
	整體	2.68	1.88	2.5	2.32	2.5	2.51	1.86
	平均值	2.58	2	2.70	2.61	2.51	2.51	1.98

2. 成就階梯

成就感		受訪對象						
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學	老師
成就階梯(現在)	第一級	2	1	4	5	3	15	0
	第二級	6	8	5	8	8	35	0

	第三級	7	8	9	3	8	35	4
	第四級	4	7	3	7	5	26	17
	第五級	2	0	0	2	0	4	3
	第六級	0	0	1	0	0	1	1
成就階梯(五年後)	第一級	0	0	2	2	0	4	0
	第二級	0	0	3	1	0	4	0
	第三級	6	5	3	3	6	23	2
	第四級	3	9	8	10	10	40	9
	第五級	9	7	5	5	7	33	13
	第六級	3	3	1	4	1	12	1
達到理想自我	可以	14	18	12	17	14	75	20
	不可以	7	6	10	8	10	41	5

3. 自我形象

自我形象		受訪對象						
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學	老師
對外觀的滿意程度	<10%	5	2	2	3	0	12	0
	10-30%	1	3	1	5	4	14	0
	30-50%	7	13	9	14	14	57	5
	50-70%	4	5	1	4	5	19	12
	>70%	4	1	3	6	0	14	3
稱讚外觀 被朋友	有	3	6	2	8	2	21	9
	否	18	18	20	17	22	95	16
稱讚外觀 被家人	有	3	7	3	5	9	27	5
	否	18	17	19	20	15	89	20

4. 個人生活

個人生活		受訪對象						
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學	老師
平均每月做運動次數	沒有	3	4	3	6	0	16	4
	1-3 次	6	9	9	12	17	53	11
	4-5 次	7	1	3	4	3	18	3
	>5 次	5	10	7	3	4	29	7
長期病患 做成困擾	有	3	2	0	6	2	13	6
	否	18	22	22	19	22	104	19
最近求醫次數	沒有	11	16	15	14	18	74	10
	1-3 次	10	7	5	8	4	34	10
	4-5 次	0	0	1	1	1	3	1
	>5 次	0	1	1	2	1	5	4

每天吃 甜吃次數	沒有	3	3	3	5	6	20	6
	1-3 次	16	15	11	11	12	65	18
	4-5 次	1	2	2	4	2	11	1
	>5 次	1	4	6	5	4	20	0
上星期以快 餐作正餐	沒有	6	12	7	10	7	42	5
	1-3 次	11	10	13	10	12	56	10
	4-5 次	6	1	2	1	2	12	6
	>5 次	1	1	0	4	0	6	4
滿意早、午、晚餐的程度	<10%	1	0	1	1	1	4	0
	10-30%	3	5	3	2	3	16	4
	30-50%	6	8	7	6	11	38	9
	50-70%	5	5	9	8	8	35	7
	>70%	6	6	2	8	1	23	5
喜愛上學/ 班的程度	極喜愛	3	0	2	0	2	7	6
	頗喜愛	12	16	14	13	12	67	18

	頗不喜愛	4	6	4	6	9	29	1
	極不喜愛	2	2	2	6	1	13	0

5. 滿足感

滿足感		受訪對象						
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學	老師
最近做義工的次數	沒有	10	14	14	15	16	69	17
	1-3 次	9	9	8	7	7	40	6
	4-5 次	2	0	0	2	0	4	2
	>5 次	0	1	0	1	1	3	0
每次做完義工的滿足程度	<10%	4	5	7	7	5	28	3
	10-30%	7	3	5	3	1	19	0
	30-50%	4	8	6	8	9	35	7

	50-70%	2	4	3	4	3	16	5
	>70%	4	4	1	3	6	18	6
物質需求被滿足	能	11	15	10	16	11	6	17
	不能	10	9	12	9	13	53	8

6. 政治

政治		受訪對象						
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學	老師
認同香港繁榮的程度	<10%	2	1	4	3	2	12	1
	10-30%	1	1	7	3	5	17	5
	30-50%	8	13	7	13	14	55	9
	50-70%	5	7	4	6	0	22	7
	>70%	5	2	0	0	3	10	3

認同在香港穩定發展的程度	<10%	3	3	6	3	4	19	1
	10-30%	2	7	5	7	5	26	10
	30-50%	9	9	8	15	13	54	10
	50-70%	4	3	1	0	2	10	3
	>70%	3	2	2	0	0	7	1
希望移民的程度	<10%	7	4	3	2	0	16	5
	10-30%	3	4	6	6	3	22	11
	30-50%	4	9	5	6	1	25	3
	50-70%	3	4	7	10	9	33	6
	>70%	4	3	1	1	11	20	0

7. 學業

學業		受訪對象					
		中一	中二	中三	中四	中五	整體同學
同學昨天須繳交的功課數量	0	3	6	3	5	5	22
	1-2	9	14	12	9	12	56
	3-4	8	2	6	7	5	28
	5-6	0	2	1	3	1	7
	>6	1	0	0	1	1	3
同學昨天欠交的功課數量	0	8	16	16	15	10	65
	1-2	10	4	5	7	12	38
	3-4	2	2	1	0	1	6
	5-6	0	0	0	2	0	2
	>6	1	2	0	1	1	5

參考資料：

1. 聯合國 2012 年快樂報告

http://worldhappiness.report/wp-content/uploads/sites/2/2012/04/World_Happiness_Report_2012.pdf

2. 聯合國快樂報告常見問題

<http://worldhappiness.report/faq/>

優異作品：隨機抽樣,豈可隨意?

學校名稱：筲箕灣官立中學

學生姓名：傅德熙

級別：中四

指導教師：黃佩珊老師



簡介：

一組中三學生一起做有關睡眠質素的通識專題報告，但由於組員隨便找人訪問，導致得出的數據不符預期，出現極大偏差。他們於是決定跟從隨機抽樣的原則，使用分層抽樣的方法再度選取樣本進行訪問，究竟隨機抽樣和隨意抽樣得出的樣本數據和分析結論有多少不同？在專題研究中使用隨意抽樣，將會發生甚麼問題？

三甲班通識專題研習匯報日快到了，第五組眾人都聚到小組內開會。

修端：下個星期就要匯報了，可是我們的簡報和文字報告還沒有完成，怎麼辦啊！

思賢：其實我們只差數據分析了。所有關於青少年睡眠和健康的背景資料都已經完成了，現在只剩家寶的調查數據.....

說時遲那時快，家寶抱著一疊問卷撞進課室裡。

允行：終於肯交問卷了？

家寶：嗯！（幸好他沒發現我在做隨意抽樣。隨意抽樣就是為了調查便利而隨意選取樣本的方法¹，就像我昨天放學時候隨便找身邊幾個朋友做問卷。）

允行也沒再過問，回到他的位置開始分析。放學後，思賢再次召集第五組的所有組員，開會商討專題報告的問題。

思賢：數據分析結果到手了，可是我發現數據好像有問題。為甚麼高中生的平均睡眠時間那麼長？而且，有個中四學生晚上竟然能睡12小時，好像有點奇怪。

家寶：我昨天辛苦地完成一天的訪問，數據竟然會有問題？

思賢：讓我們先看看你交出來的數據。你是跟從隨機抽樣的原則，對嗎？

家寶：（硬著頭皮）當然。當樣本大小 n 是從母群體 N 中用隨機抽樣被選出，每一個樣本 n 被選中的機會都是一樣的。而這次我請每班學號為1、11、21號的同學做問卷，則用了系統抽樣的方

¹制定抽樣方案

http://student.zjzk.cn/course_ware/web-cis/f/f_1/f_1_2/f_1_2_4.htm

法。我們以全校各班訂為母群，按班中各人的學號從1開始排列，同時把抽樣間距定為10，於是抽出的樣本就是1、11和21號。某些班級人數少於31人，於是31號未被抽中。同時，本校中六學生因要考校內模擬試而無須照常上課，不在本次研究範圍之內。

思賢：你確定你在做隨機抽樣嗎？我昨天放學還看到你在校門隨便叫人做問卷呢！你站在校門進行“隨機”抽樣，只找看起來友善的學生去訪問，因此每個人被抽中的概率不一致，代表性就會被降低。

家寶：隨意抽樣所得的數據分析和結論也沒太大誤差吧。根據我抽樣所得的21組數據，高年級的睡眠質素的確比低年級同學差，匹茲堡睡眠質素量表的得分也比較高（分數範圍為0-21，分數越高睡眠質素越差，得分為7分或以上則需尋求醫護協助）²？為甚麼高年級的平均睡眠時間竟然比低年級長？跟上面結果不一致啊！

²<http://ir.lib.stust.edu.tw/bitstream/987654321/17677/1/A3528%E8%98%87%E4%B8%96%E6%96%8C.pdf>
http://hss.weco.net/sleep_exam_psqi

全體平均睡眠時間：	6:53:39
全體睡眠時間中位數：	7:15:00
高年級平均床上時間：	8:05:00
平均睡眠時間：	7:21:40
床上時間中位數：	7:07:30
睡眠時間中位數：	6:37:30
平均匹茲堡得分：	6.833333333
匹茲堡得分中位數：	7
睡眠不足平均自評分：	3.166666667
睡眠不足自評分中位數：	3
睡眠不足平均影響分：	3.333333333
睡眠不足影響分中位數：	4

全體平均床上時間：	7:35:30
全體睡眠床上中位數：	7:37:30
低年級平均床上時間：	7:20:20
平均睡眠時間：	6:38:52
床上時間中位數：	7:45:00
睡眠時間中位數：	7:15:00
平均匹茲堡得分：	6.2
匹茲堡得分中位數：	6
睡眠不足平均自評分：	3.233333333
睡眠不足自評分中位數：	3
睡眠不足平均影響分：	3.566666667
睡眠不足影響分中位數：	4

思賢：這也許就是問題所在。隨意抽樣的樣本裡面，有15個來自低年級，只有6個來自高年級，而且一個中四學生聲稱自己每晚睡12小時，與平均值相差極遠，引起極大的偏差。讓我們再看睡眠失調的人數比例，竟然有三分之二的高年級學生有睡眠問題，就算他們功課再忙、壓力再大，比例也不會那麼高吧。

睡眠問題總數	8
低年級睡眠問題	4
高年級睡眠問題	4
高年級睡眠問題率	66.67%
低年級睡眠問題率	26.67%

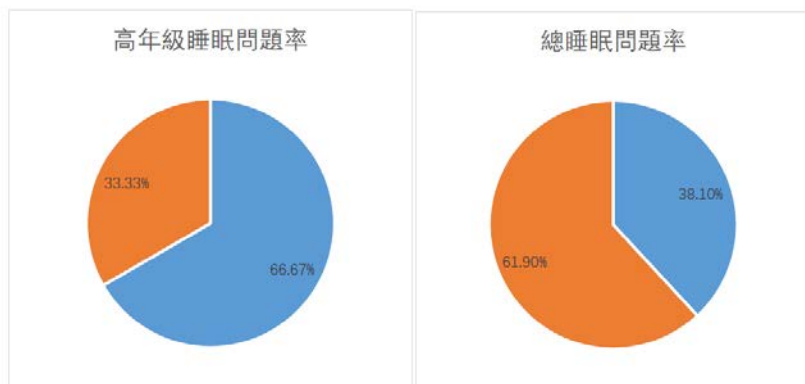
家寶：不要否定任何可能性.....

思賢：先聽我說完。從原始數據可見，低年級和高年級有睡眠問題的受訪者都只有4個，但是你訪問了15個低年級學生，卻只有6個高年級受訪者，高年級的基數太小，因此得出的睡眠失調比例就異常高。這也是隨意抽樣和隨機抽樣相比的另一壞處：高、低年級學生被選中的概率不同，導致樣本基數出現偏差，由此得出的統計數據和結論就會出錯。

家寶：（低頭不語）

思賢：那麼現在就按我早前提出的抽樣方案重新收集數據吧。
你去訪問中一學生，中二學生、中三學生由一心負責，我和允行去找高中學生。

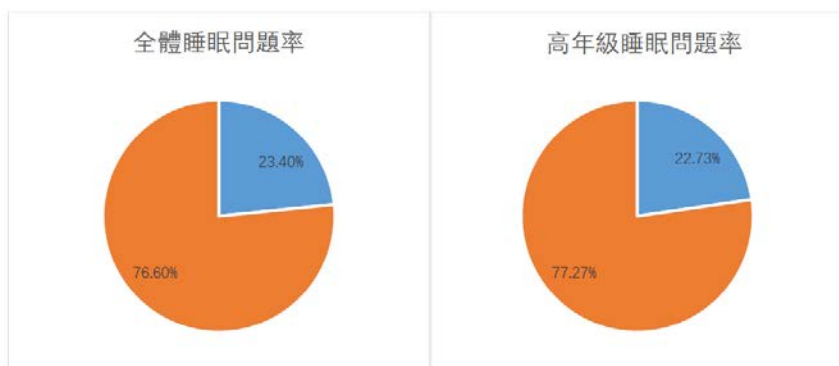
翌日，第五組再度召開會議。



允行：根據我們收集的數據，21個受訪者中有8人有睡眠問題，而這個現象在高年級同學中尤其普遍，將近75%的高年級受訪者在匹茲堡量表得分高於6分.....請看下圖，藍色部分代表有睡眠問題者，在全體高年級受訪者中佔了超過六成。

一心：我們學校的同學看起來精神奕奕，應該沒那麼多同學有睡眠障礙吧。

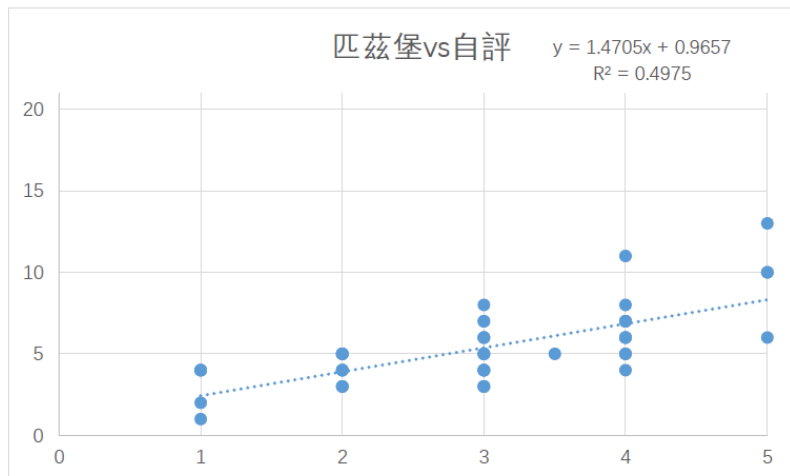
允行：不好意思，我講錯了隨意抽樣的資料分析結果。根據我們隨機抽樣所得的資料，47份收回的有效問卷中，有11份問卷的匹茲堡得分大於6分，有睡眠問題的比率為23.4%。再看看高中學生的數據，22個受訪高年級學生中僅有5位出現睡眠問題，比例為22.73%。其實學生的睡眠問題，並沒有隨意抽樣結果所說那麼嚴重。



修端：大家請再看看以下的線性迴歸圖。無論是高年級還是低年級學生，自認睡眠不足的人睡眠質素的確比較差，匹茲堡得分也較高。

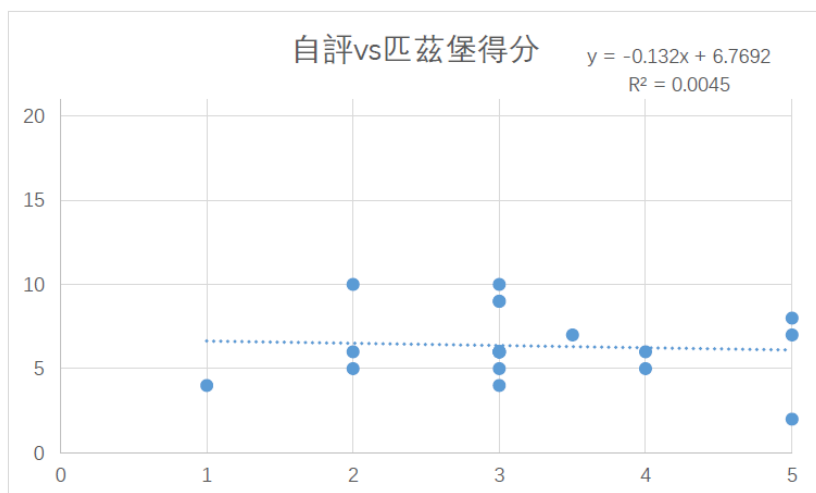
思賢：很好。以上數據的 r 平方值約為0.4975，表示兩組數據

存在相對明確的線性關係，也符合了我們的假設：睡眠不足自評分越高，實際睡眠質素愈差。



允行：為甚麼我收到的數據，畫出來的回歸直線斜率小於 0？
那是不是代表了睡得越好的人越認為自己睡得差？

思賢：你收到的數據來自代表性較低的隨意抽樣。這組數據的 r 平方值只有 0.0045，預測誤差極大，不具線性關係，同時，預測的趨勢線亦和我們的假設相反...



這時候，修端喘著氣敲門進來。

修端：允行……我們還有許多班的問卷未收回來？

允行：讓我看看。我們發出的66份問卷中，只有47份能收回來，收回率只有71.21%，而且絕大部分未能收回的問卷都來自高年級同學，這個調查對於高年級同學睡眠質素的代表性不夠啊。

思賢：在每一班以分層抽樣的方法抽選三個學生，收回的問卷數量太少，以致代表性不足。那麼，我們可以用其他方法提高問卷收回率，從而提高樣本可信度嗎？

修端：我們可以繼續使用隨機抽樣，但只在每班隨機抽選一個受訪學生，那樣收齊問卷的概率將會提高，同時樣本的可信度也會提高。

思賢：雖然這樣做會令樣本空間縮小，數據對於全校學生的代表性也會下降，但在收回率過低的情況下，實乃迫不得已之策。

修端：我們要訪問的是.....（開啟手機的隨機數程式）每班的11號！

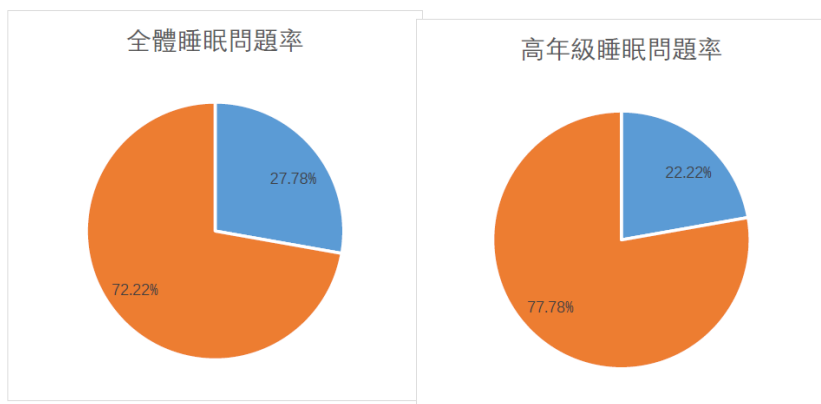
思賢：非常好，麻煩一心敦促每班的11號盡快完成並交回問卷。

兩天後，第五組眾人再度相約課室裡。

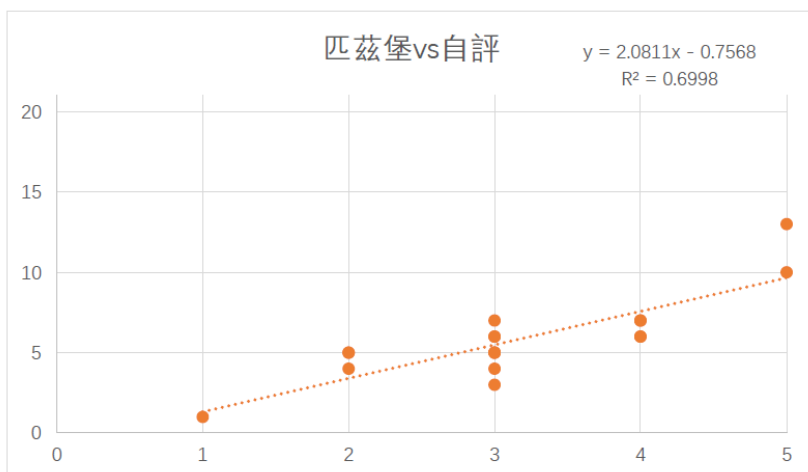
一心：還是有幾份問卷沒有收回來。22份問卷裡面，我們手上只有18份，可是收回率達81.82%，比上次增加了整整一成。

思賢：沒關係。這次的樣本空間雖然略少於第一次的隨意抽樣，更不及第二次的隨機抽樣，但高低年級的學生分佈平均，抽樣的隨機性保證了調查結果的可信度和代表性。

允行：我對數據作出了幾項分析。首先，全體受訪者出現睡眠問題的比例為27.78%，而高年級同學睡眠問題發生率則是22.22%。這兩個數據和我們上次隨機抽樣的數據比較，均在假設範圍之內。



再看一看線性迴歸圖。最新一次抽樣調查結果顯示，受訪者睡眠不足的自評分數越高，匹茲堡量表得分越高，顯示他們的睡眠質素也的確較差。回歸線的 r 平方值為0.6998，顯示69.98%的情況可用迴歸線解釋，兩者具有明顯的線性關係。



讓我們比較三個情況下的 r 平方值。隨意抽樣的 r 平方值僅有 0.0045，統計意義不大。至於第一次隨機抽樣雖然有更大的樣本，但高年級同學問卷收回率低，以致代表性被降。縱然如此， r 平方值仍有 0.4975，證明 49.75% 的數據仍可用迴歸線解釋。最後，第二次隨機抽樣樣本空間減少，問卷收回率因此有所提高， r 平方值也上升至 0.6998，線性關係更為明顯，統計意義更高。

思賢：家寶，現在你看到了吧。隨意抽樣所得的數據代表性和質素均遠遜於隨機抽樣，以隨機方法抽選樣本才能保證數據的可信度和研究的準確度。

家寶：哦，原來如此。我下次做調查的時候會嚴守隨機抽樣的原則，確保所得的樣本和數據都能準確表達而具代表性。

（2500字）

參考資料：

1. 香港中文大學：2.4 抽樣及代表性

http://www.cuhk.edu.hk/soc/lsonline/ies/ies2009/2/electure2_4.htm

2. 制定抽樣方案

http://student.zjzk.cn/course_ware/web-cis/f/f_1/f_1_2/f_1_2_4.htm

3. 匹茲堡睡眠質量指數

<http://baike.baidu.com/view/575758.htm>

問卷

您好，我是筲箕灣官立中學四乙班的同學，現正進行一項有關本校學生睡眠質素的研究，希望您能抽出數分鐘寶貴的時間，按個人日常生活習慣回答問卷。本問卷所得的資料只會用於學術用途，並絕對保密。謝謝合作！

班別：_____

學號：_____

甲部．匹茲堡睡眠品質量表

1. 過去一個月來，你通常於何時上床？ _____時____分
 2. 過去一個月來，你通常需多久才能入睡？ _____分鐘
 3. 過去一個月來，你早上通常於何時起床？ _____時____分
 4. 過去一個月來，你實際每晚可睡幾小時？ _____時____分
- 請勾選適當的選擇。

5. 過去一個月來，下列情形每星期約有幾次？

	從未發生	不到一次	約一兩次	三次或以上
(1) 無法在 30 分鐘內入睡。	☐	☐	☐	☐
(2) 半夜或凌晨醒來。	☐	☐	☐	☐
(3) 夜尿。	☐	☐	☐	☐
(4) 覺得呼吸不順暢。	☐	☐	☐	☐
(5) 大聲打鼾或咳嗽。	☐	☐	☐	☐

- | | | | | |
|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (6) 覺得冷。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| (7) 覺得熱。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| (8) 作惡夢。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| (9) 身體疼痛。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| (10) 其他， | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

請說明：_____

6. 過去一個月來，整體而言，你覺得自己的睡眠品質如何？

☐很好 ☐較好 ☐較差 ☐很差

7. 過去一個月來，你平均在一星期裡幾次需要使用藥物幫助睡眠？

☐不需要 ☐不到 1 次 ☐1-2 次 ☐3 次或以上

8. 過去一個月來，你是否曾在用餐、上課或社交場合打瞌睡而無法保持清醒，每星期約幾次？

☐未發生 ☐不到 1 次 ☐1-2 次 ☐3 次或以上

9. 過去一個月來，你會因睡眠不足而感到沒有動力做事嗎？

☐沒有 ☐有一點 ☐的確有 ☐很嚴重

乙部・ 影響睡眠質素的原因

1. 你在睡前一小時內通常會做甚麼？（可選多於一項）

☐ 做功課 ☐ 溫習 ☐ 玩電腦遊戲 ☐ 玩手機遊戲

☐ 使用即時通信軟件(WhatsApp, Snapchat 等) ☐ 看電視

☐ 瀏覽社交媒體(Facebook, Instagram 等) ☐ 其他（請註明）：_____

2. 你認為自己睡眠不足嗎？（請評 1 至 5 分，1 為最不同意，5 為最同意）

3. 你認為以下何者對你的睡眠時間帶來最大影響？

☐ 學業負擔(做功課、溫習) ☐ 壓力(應試、交友等)

☐ 享受夜間寧靜 ☐ 娛樂(看電視、使用電子產品等)

☐ 失眠 ☐ 環境問題(噪音等) ☐ 其他（請註明）：_____

4. 你認為睡眠不足對你的影響有多大？（請評 1 至 5 分，1 為最小，5 為最大）

5. 睡眠不足為你帶來甚麼影響？（可選多於一項）

☐降低學習效率

☐情緒不穩定、煩躁

☐沒有精神做事、疲倦

☐頭痛等身體問題

☐其他：（請註明）_____

☐沒有特別影響

問卷完，謝謝你的幫助！

優異作品：上知天文,下知數理

學校名稱：香港四邑商工總會黃棣珊紀念中學

學生姓名：何擇琛 何毅豪 馮家俊

指導教師：潘慶成老師



引言

因為全球暖化問題日益嚴重，導致近年香港經歷了各種極端天氣。而香港今日就只有 3°C，經歷了 59 年來最低溫的一天。

今天，冷得令人顫抖，彌漫着微微細雨。

一心：「在修你怎麼了？為甚麼要在座位上抖縮著呢？」

在修：「今天還真是冷得離譜，聽天文台說現在就只有 3°C，回校時還要下著雨，我又沒有帶雨傘，彷彿被從天而降的針刺著一樣。」

一心：「哈哈！你這比喻也真是太有趣了，那麼淋漓大雨不就是天兵的萬箭齊放了嗎？」

在修：「說起大雨，之前那場大雨所導致的山泥傾瀉把我回校的道路給堵塞住了，真的帶來了很多不便哦！」

一心：「其實下雨和山泥傾瀉到底有沒有甚麼關係呢？」

「那麼你想知道雨量多少和山泥傾瀉的發生次數是否存在關

係嗎？」

一心被背後突如其來的提問嚇得愣了一下，回首一看原來是李老師。此刻一心心想李老師只是一位數學老師，怎會有地理科方面的知識呢？便問：「李老師你難道連地理方面的問題也解答得了嗎？」

李老師：「我雖然不諳地理，但卻能以數理解答你的問題，但首先需要一些數據，能請你跟我到電腦室一趟嗎？」

一心懷疑地跟著李老師到電腦室，只見李老師找到多年來的天文台降雨量資料和土木工程拓展署的山泥傾瀉報告。

李老師：「要知道降雨量和山泥傾瀉次數是否存在關係，而它們之間又存在著甚麼關係的話，我們可以用相關係數來分析 (correlation coefficient)，就讓我來做個簡單的示範吧。我們就以 2001 年至 2012 年的降雨量作比較吧！」

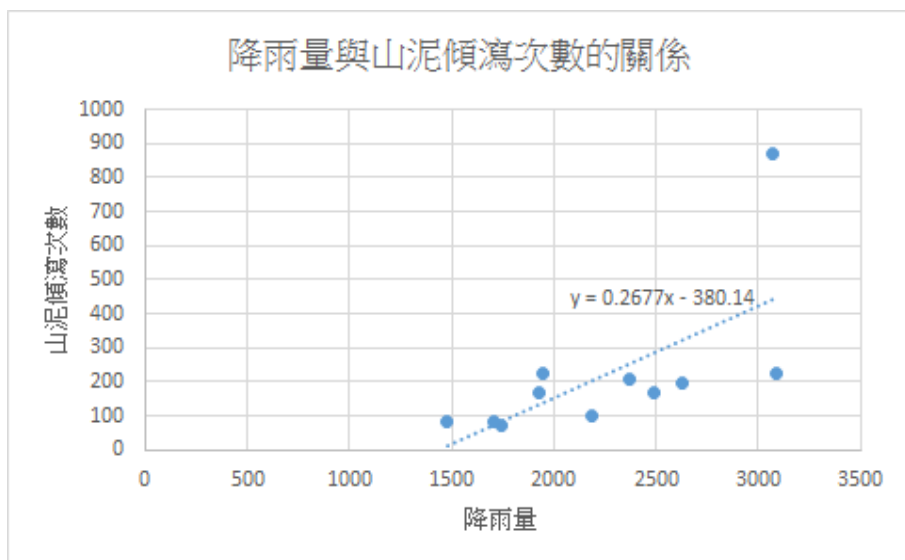
此時一心似懂非懂的看著李老師開啟了 excel，然後把數據輸入著，李老師邊輸入邊解釋說：「首先我們把年降雨量設定為 x ，同年山泥傾瀉的次數設為 y ，相關係數 r 就會是

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \text{ 相關係數的值介於-1 與 1 之間, 當 } r$$

接近 1 就表示兩邊數為高度正相關, r 接近 -1 則是高度負相關, 而 r 近於 0 就表示兩變數無線性相關關係。

	總雨量(x)	山泥傾瀉的次數(y)
2001	3091.8	227
2002	2490	167
2003	1941.9	224
2004	1738.6	74
2006	2627.8	198
2007	1706.9	86
2008	3066.2	868
2009	2182.3	102
2010	2371.7	210
2011	1476.7	83

2012	1924.7	169
合計	24618.6	2408
	相關係數=	0.65132



根據數據，我們可以看得出山泥傾瀉和降雨量的相關係數為 0.65132，呈正相關，所以他們是有關係的。」

「當然我們的這個小實驗不能完全具代表性，因為我們的數據存在著不足，例如缺乏了 2005 年的數據，加上數據亦存在著一定的誤導性，正如降雨量在全港分佈不一，所以就算有接近

的降雨量也會有不同的山泥傾瀉次數。另外斜坡也有很多種類，如天然斜坡，人工斜坡等等，相同雨量下仍會導致不同的影響，不能一概而論。」

但此時一心卻被新奇有趣的數學所迷住了，在全神貫注地看著電腦螢幕，根本沒有聽到老師的補充，李老師見一心如此滿腔熱忱，便問：「數學和天文地理其實也有莫大關係，一心你想知道更多嗎？」

一心：「當然！」

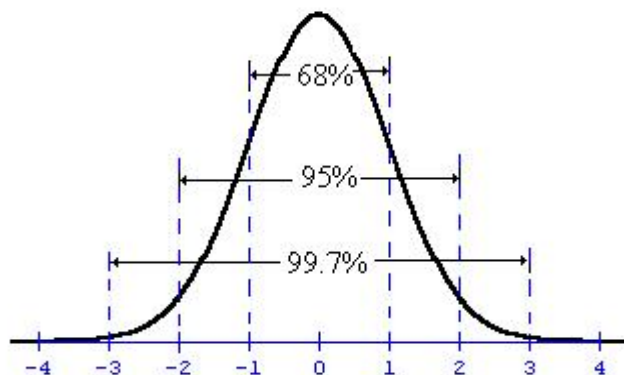
李老師指著螢幕上關於總降雨量的數據說：「你看這年的降雨量只有 900 多，但另一年卻有 3000 多，這些也是比較極端的降雨量，而我們應該有個較客觀的方法去定義何為極端例子！」

「我知!我知!我們可以用正態分佈 (normal distribution)！」突然間，在修從後叫了起來。

李老師：「對!先讓我來解釋一下，正態分佈是假設在長期觀察下，某個地方的年降雨量是多數接近平均值的，偏離平均值的情況則較少，例如你們班同學的身高，雖然有高低之分，但較

接近平均身高的同學數量較多，同樣偏離平均身高的情況亦則較少。」

李老師解釋：「先讓我們看看這個正態分佈圖吧。」



在修衝口而出：「老師，我明白了！數據愈接近這常態曲線中間就愈接近平均值；相反，數據愈接近曲線兩端就愈極端了！」

李老師：「以平均值上落 2 個標準誤差($\mu \pm 2\sigma$)以外的情況作為極端情況的考慮，因為這個介定方法能把最兩極的各 2.5% 的情況抽出來。」

「首先，我們可以透過以上關於總降雨量的資料找出由 1885 至 1939 年的數據，共 55 年，與 1960 至 2014 年，亦是 55 年以作比較。」

一心:「為何我們不直接用 1885 至 2014 年的資料呢?」

李老師:「只是因為 1940 年後幾年的數據有所缺漏,故刪掉 1940 至 1959 年的資料,只是為了確保比較的公平性而已。首先我們找出總雨量的平均值(mean)並稱之為 μ , 然後找出標準誤差 (Standard Deviation)並稱之為 δ 。」

李老師:「接以上定義,極端大的情況為 $\mu + 2\sigma$ (mm)以上,極端小的情況為 $\mu - 2\sigma$ (mm)以下,整合數據後的結果如下。」

Year=Yr

年總雨量(mm)=A

屬於極端大情況=L

屬於極端少的情況=U

Yr	A	L	U	Yr	A	L	U
1885	2769.1	n	N	1960	2237	n	N
1886	1756.9	n	N	1961	2232.4	n	N
1887	1685	n	N	1962	1741	n	N
1888	2656.2	n	N	1963	901.1	y	N
1889	3041.8	n	N	1964	2432.1	n	N

<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
1890	1802.3	<i>n</i>	<i>N</i>	1965	2352.6	<i>n</i>	<i>N</i>
1891	2974.5	<i>n</i>	<i>N</i>	1966	2398.2	<i>n</i>	<i>N</i>
1892	2309.7	<i>n</i>	<i>N</i>	1967	1570.6	<i>n</i>	<i>N</i>
1893	2539.1	<i>n</i>	<i>N</i>	1968	2288.2	<i>n</i>	<i>N</i>
1894	2647.6	<i>n</i>	<i>N</i>	1969	1895.5	<i>n</i>	<i>N</i>
1895	1164.2	<i>y</i>	<i>N</i>	1970	2316.3	<i>n</i>	<i>N</i>
1896	1848.6	<i>n</i>	<i>N</i>	1971	1903.8	<i>n</i>	<i>N</i>
1897	2540.6	<i>n</i>	<i>N</i>	1972	2807.3	<i>n</i>	<i>N</i>
1898	1447.7	<i>n</i>	<i>N</i>	1973	3100.4	<i>n</i>	<i>N</i>
1899	1847.2	<i>n</i>	<i>N</i>	1974	2322.9	<i>n</i>	<i>N</i>
1900	1873.5	<i>n</i>	<i>N</i>	1975	3028.7	<i>n</i>	<i>N</i>
1901	1418.8	<i>n</i>	<i>N</i>	1976	2197.2	<i>n</i>	<i>N</i>
1902	2477.2	<i>n</i>	<i>N</i>	1977	1680	<i>n</i>	<i>N</i>
1903	2378.5	<i>n</i>	<i>N</i>	1978	2593	<i>n</i>	<i>N</i>
1904	2043.3	<i>n</i>	<i>N</i>	1979	2614.7	<i>n</i>	<i>N</i>

<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
1905	1801.9	<i>n</i>	<i>N</i>	1980	1710.6	<i>n</i>	<i>N</i>
1906	1977.3	<i>n</i>	<i>N</i>	1981	1659.5	<i>n</i>	<i>N</i>
1907	2377.7	<i>n</i>	<i>N</i>	1982	3247.5	<i>n</i>	<i>Y</i>
1908	2335.9	<i>n</i>	<i>N</i>	1983	2893.8	<i>n</i>	<i>N</i>
1909	1926.2	<i>n</i>	<i>N</i>	1984	2017	<i>n</i>	<i>N</i>
1910	1782.3	<i>n</i>	<i>N</i>	1985	2191.4	<i>n</i>	<i>N</i>
1911	2302.1	<i>n</i>	<i>N</i>	1986	2338.3	<i>n</i>	<i>N</i>
1912	1625.2	<i>n</i>	<i>N</i>	1987	2319.3	<i>n</i>	<i>N</i>
1913	2129.1	<i>n</i>	<i>N</i>	1988	1685	<i>n</i>	<i>N</i>
1914	2545.8	<i>n</i>	<i>N</i>	1989	1944.6	<i>n</i>	<i>N</i>
1915	1930.5	<i>n</i>	<i>N</i>	1990	2046.9	<i>n</i>	<i>N</i>
1916	2027.1	<i>n</i>	<i>N</i>	1991	1639.1	<i>n</i>	<i>N</i>
1917	2068.5	<i>n</i>	<i>N</i>	1992	2678.8	<i>n</i>	<i>N</i>
1918	2580.3	<i>n</i>	<i>N</i>	1993	2343.9	<i>n</i>	<i>N</i>
1919	1932.5	<i>n</i>	<i>N</i>	1994	2725.6	<i>n</i>	<i>N</i>

<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
1920	2739.6	<i>n</i>	<i>N</i>	1995	2754.4	<i>n</i>	<i>N</i>
1921	2473.2	<i>n</i>	<i>N</i>	1996	2249.1	<i>n</i>	<i>N</i>
1922	1763.6	<i>n</i>	<i>N</i>	1997	3343	<i>n</i>	<i>Y</i>
1923	2711.7	<i>n</i>	<i>N</i>	1998	2564.6	<i>n</i>	<i>N</i>
1924	2505.9	<i>n</i>	<i>N</i>	1999	2129.1	<i>n</i>	<i>N</i>
1925	2228.2	<i>n</i>	<i>N</i>	2000	2752.3	<i>n</i>	<i>N</i>
1926	2560.8	<i>n</i>	<i>N</i>	2001	3091.8	<i>n</i>	<i>N</i>
1927	2739.7	<i>n</i>	<i>N</i>	2002	2490	<i>n</i>	<i>N</i>
1928	1808.6	<i>n</i>	<i>N</i>	2003	1941.9	<i>n</i>	<i>N</i>
1929	1776.5	<i>n</i>	<i>N</i>	2004	1738.6	<i>n</i>	<i>N</i>
1930	2442.3	<i>n</i>	<i>N</i>	2005	3214.5	<i>n</i>	<i>Y</i>
1931	2043.5	<i>n</i>	<i>N</i>	2006	2627.8	<i>n</i>	<i>N</i>
1932	2325.9	<i>n</i>	<i>N</i>	2007	1706.9	<i>n</i>	<i>N</i>
1933	1585.2	<i>n</i>	<i>N</i>	2008	3066.2	<i>n</i>	<i>N</i>
1934	2482.9	<i>n</i>	<i>N</i>	2009	2182.3	<i>n</i>	<i>N</i>

<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>Yr</i>	<i>A</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
1935	1815.1	<i>n</i>	<i>N</i>	2010	2371.7	<i>n</i>	<i>N</i>
1936	1773.7	<i>n</i>	<i>N</i>	2011	1476.7	<i>n</i>	<i>N</i>
1937	2096.6	<i>n</i>	<i>N</i>	2012	1924.7	<i>n</i>	<i>N</i>
1938	1405.8	<i>n</i>	<i>N</i>	2013	2847.3	<i>n</i>	<i>N</i>
1939	2202.7	<i>n</i>	<i>N</i>	2014	2638.3	<i>n</i>	<i>N</i>

平均值(μ)	標準誤差(δ)	$\mu + 2\sigma$	$\mu - 2\sigma$
2229.192mm	480.624mm	3190.440mm	1267.944mm

李老師：「由此可見，極端情況的年份有 5 個，綜合如下……」

年期 (各 55 年)	雨量極少的年份	雨量極大的年份
1885-1939	1895	(無)
1960-2014	1963	1982,1997,2005

李老師：「雖然"前 55 年"與"後 55 年"極端少的情況都各只有 1 年，但後 55 年極端大的情況卻有 3 年，前 55 年極端大的情況

則沒有，可見……」

在修：「嘩！那麼根據資料顯示，香港的天氣豈不是愈來愈極端嗎？」

一心：「既然我們探討了降雨量和山泥傾瀉呈正相關，假設降雨量極端大的情況亦日漸嚴重，我有理由推斷發山泥傾瀉的次數有可能持續增加。」

在修：「對呀！山泥傾瀉不但會對自然環境造成破壞，更令人命和財產有所損失，而且最重要的是會阻礙我回校的路啊！真是一宗都嫌多，難道沒辦法阻止它發生嗎？」

李老師：「倒也不是，只要政府多投放一些資源，作斜坡維修之用。而我們市民亦要養成環保的好習慣，從而減慢全球暖化，減少極端下雨的情況，就可以減低發生山泥傾瀉的危機。」

叮噹叮噹……

李老師：「時間也不早了，你們倆趕快返回上課吧！再見」

一心，在修齊道：「再見，李老師，謝謝您的教導。」

(2206 字)

參考資料：

1. 天文台-每年數據摘錄：

http://www.hko.gov.hk/cis/data/annual_record_uc.htm#table1

2. 土力工程處-政府斜坡工作年報:

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er313/er313links.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er310/er310links.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er296/er296links.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er294/er294links.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er273/er273.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er254/er254links.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er244/er244links.pdf

http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er22

[3/er233links.pdf](#)

[http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er20](http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er205/er205links.pdf)

[5/er205links.pdf](#)

[http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er18](http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er186/er186.pdf)

[6/er186.pdf](#)

[http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er18](http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er180/er180links.pdf)

[0/er180links.pdf](#)

[http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er14](http://www.cedd.gov.hk/eng/publications/geo_reports/doc/er146/er146.pdf)

[6/er146.pdf](#)

優異作品：全港性系統評估 抽樣背後有段古

學校名稱：聖芳濟書院

學生姓名：賴灝賢 冼劍威 黃啟源

級別：中五

指導教師：陳柏基老師



Territory- wide System Assessment (TSA)

引言

近年香港市民對於生活議題尤其關注，當中與莘莘學子有關之全港性系統評估更是城中的熱話，男女老幼均表達己見。由於現今大部分市民均認為全港性系統評估過於繁複，且要求太多學生參與其中，因此有民意對全港性系統評估表示反對。我們希望探討抽樣調查的不同抽樣方式，找出一個較好的方法，達

致降低應考學生數目之餘，仍能正確估算學生的平均學習水平。

這些天來，總算是和同事熟稔起來。辛苦唸書十數載，總算是完了自己的一個夢想。以往呆坐在課室之中，為了知識而聽著老師的講解，今天倒成了站在黑板前，對著昏睡的學生好言相勸的人了。有時在授課之間的空閒時，總愛和別的老師談起來；又是閒聊著某家的日常，又是談說著某地的趣事。但是這所中學，年輕的教師寥寥可數，真的要好的同事，看怕一隻手也能數得清。

「喂！子由，能習慣周邊的氛圍嗎？」是啊，有一位嘮叨的同工有時是打發時間的好伙伴。

「還不錯，同事們都很友善。最近也對學生有更多了解，逐漸能夠習慣這裡的環境了。」

「對了，全港性系統評估的考試期快要來了，記得你有任教中三班別的吧？你可要加緊提醒你的學生，可不能疏於學習哦。」林老師如是說。

「我……。我當然記得了，用不著你提醒。在我中學的時候，

有些試卷是隨機抽選學生應考的。現在也是如此嗎？」

「嗯，這個制度沒有太多的轉變。大多中學考核科目，都會從每校的應考級別隨機抽取同學考核。」

「到底是如何隨機呢？可不會是隨便點選作罷？」

「其中一種抽樣方法稱作系統抽樣。先將母群隨機地排列。然後再設定抽取樣本單位的間距，用以在母群之中抽出需要的樣本數目。應用在全港性系統評估之中，即是把應屆準考生隨機排列；及後再以特定間距選出考生。在排列為隨機次序的前提下，人為對抽樣代表性的負面影響可以免除。」

「就即是...。」林老師說。

如選用隨機抽樣，抽選者的偏見有機會導致結果出現偏差。比如抽選者因個人偏見而依校內成績抽選樣本，顯而易見，統計的結果並不能反映全港學生的學習概況。所以我們可以用系統選擇法，使每個人被選的機會一致，提高樣本的代表性並減少偏差。

系統抽樣

做法是設定完母群元素後，再從中定出一個抽樣間距，通過系統地選擇抽樣名單(母群名單)中的每個元素，抽出相關的樣本便是最終的抽樣結果。透過有系統的間距，能避免有偏見或主觀的樣本結果。系統抽樣能使每個元素被選的機會一致而提高樣本結果的代表性。可是，系統抽樣有個限制，若母群元素有一種週期性，即是元素中有前設而各元素已有一種週期性系統形態，這會使抽樣結果出現週期性誤差。

表一 (母群名單)

派位組別	中學數量
第 1 組別	5
第 2 組別	6
第 3 組別	6

子由：首先，我們假設在油尖旺區有 17 間中學，分為 3 個組別，第一組別有 5 間中學而第二和三組別有 6 間中學。然後，我們會視 5 間(或 6 間)中學為母群元素，如同表一所示。

林老師：及後再定抽樣間距為 4。以第一組別為例，若有 a 中學、 b 中學、 c 中學、 d 中學 和 e 中學，我們的樣本會是 a 校

和 e 校。再套用於第二和第三組別上，最終樣本便會是第一組別的 a 校、 e 校，第二組別的 a 校、 e 校和第三組別的 a 校、 e 校。

表二

中學	班別	人數	中學	班別	人數
1a	3A	31	2e	3A	31
	3B	31		3B	31
	3C	31		3C	31
	3D	31		3D	31
1e	3A	31	3a	3A	31
	3B	31		3B	31
	3C	31		3C	31
	3D	31		3D	31
2a	3A	31	3e	3A	31
	3B	31		3B	31
	3C	31		3C	31
	3D	31		3D	31

子由：我們可再設以上 6 間中學各有 4 班中三 (分為 A B C D)，每班有 31 人，如同表二所示。

子由：以 1a 中學的 3A 班為例，從 3A 班的 31 人中抽選應考生，視為母群元素，我們定抽樣間距為 5，換言之，我們的樣本會是 3A 班的 1 號，6 號，11 號，16 號，21 號，26 號及 31 號共 7 位同學應考。套用於其他組別的中 3 班別上。

最終樣本就會是：

表三

中學	班別	學號	中學	班別	學號
1a	3A	1 6 11 16 21 26 31	2e	3A	1 6 11 16 21 26 31
	3B	1 6 11 16 21 26 31		3B	1 6 11 16 21 26 31
	3C	1 6 11 16 21 26 31		3C	1 6 11 16 21 26 31
	3D	1 6 11 16 21 26 31		3D	1 6 11 16 21 26 31
1e	3A	1 6 11 16 21 26 31	3a	3A	1 6 11 16 21 26 31

中學	班別	學號	中學	班別	學號
	3B	1 6 11 16 21 26 31		3B	1 6 11 16 21 26 31
	3C	1 6 11 16 21 26 31		3C	1 6 11 16 21 26 31
	3D	1 6 11 16 21 26 31		3D	1 6 11 16 21 26 31
2a	3A	1 6 11 16 21 26 31	3e	3A	1 6 11 16 21 26 31
	3B	1 6 11 16 21 26 31		3B	1 6 11 16 21 26 31
	3C	1 6 11 16 21 26 31		3C	1 6 11 16 21 26 31
	3D	1 6 11 16 21 26 31		3D	1 6 11 16 21 26 31

林老師: 子由, 你切記, 進行系統抽樣之前, 要注意樣本的排列方式是否隨機, 會否出現週期性誤差。

子由: 但是若要面對數目龐大的母群時, 抽樣過程豈不是太過冗長?

林老師: 正是! 因此面對數目龐大的母群時, 可使用其他抽樣方法, 避免操作時會相當繁瑣。有個方法可以解決這方面的難處, 就是類聚抽樣。即是.....

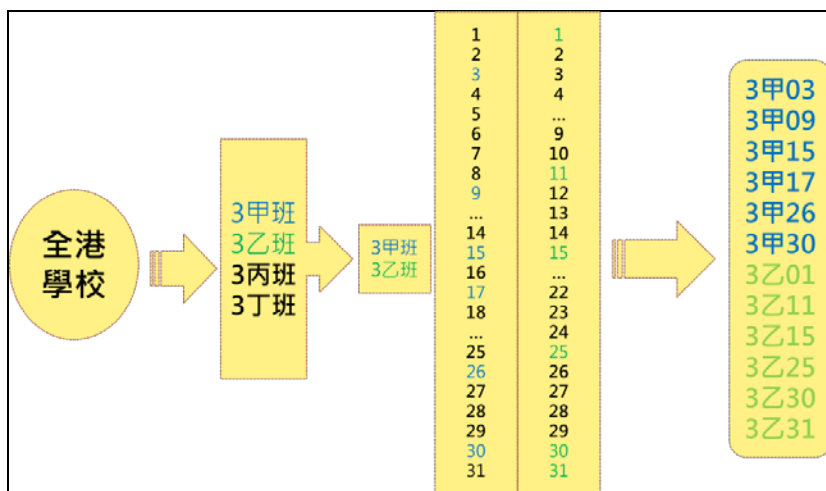
先將母群分成多個不同的類別, 例如區域、地區、學校、班別、學生編號等子層。然後由大至小, 逐層逐層作隨機抽樣, 直至抽到目標單位, 重複至要求數目從而製成抽樣名單。

類聚抽樣

我們先將母群分為若干個集體類聚, 如國家、地區、大廈、居住樓層、學校、班別等。然後從這些類聚中進行隨機抽樣。當類聚中的隨機抽樣完成後, 才進一步搜集相關之表列名單, 進行最終的樣本抽樣程序。此方法透過建立子群分散地抽取樣本, 進一步提高隨機性, 從而能避免樣本欠代表性。類聚抽樣相比系統抽樣, 後者忽略個別組群, 令樣本未能更全面。前者則無此問題。

單層類聚抽樣

假設全港學校參與全港性系統評估，每間中學的中三級學生為母群。設每校各抽取兩班為基礎，以簡單隨機抽樣方式從中三級的四班抽取兩班，繼而以同樣方式從已抽樣的班別抽取六位同學。因此，每間學校都有十二位同學作樣本，參與全港性系統評估。以下為其中一個例子：

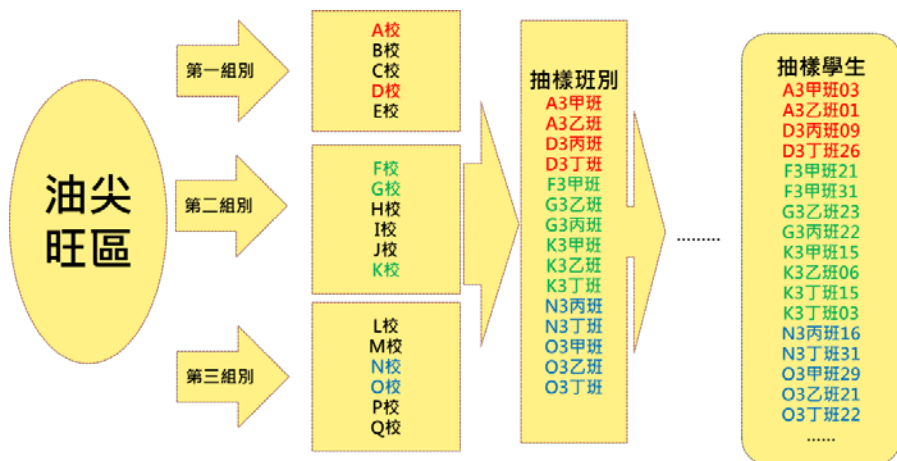


子由：用這方法都具效率抽取樣本，讓較少的學生接受評估。
但前設是全港學校參與評估，那豈不是需要大量學生做評估？

林老師：沒錯，這的確仍然囊括很多學生，因此我們必須透過多重的抽樣來減少參與的學校數目，因此多重類聚抽樣就較適

合。

多重類聚抽樣



多重類聚抽樣的抽取方式與單層類聚抽樣的抽取方式差不多。以油尖旺區為例，先把油尖旺區的學校分三個組別，繼而以簡單隨機抽樣，逐步抽取學校、班別的子群，最後抽取學生為樣本。

子由：運用類聚抽樣來調查，透過逐層抽樣，可以更快抽取樣本，而且抽取過程又具隨機性，豈不是較有效的抽樣方法？

林老師：沒錯，類聚抽樣可以在短時間內得到樣本群，但香港有大約 460 間中學。以學生數目來說，是一個非常龐大的母群，

全港性系統評估的目的是測試香港學生的學習水平。如果只抽取少部分的學生則不能確切反映實況。

子由：那麼增加應考生的數量，結果一定會更準確吧？

林老師：這就大錯特錯了。不但要增加應考生數量，還應增加區域、地區、學校、班別等子群。因為這才會令平均學習水平接近實況。

子由：如果要求最準確的結果，那只有讓所有學生都參與評估測驗這一個方法了。

林老師：這正正是市民所反對的事，有人認為這是學生壓力的源頭，同時都令資源、時間造成浪費。因此要選用合適的統計方式，用一個最能反映學生平均學習水平的抽樣調查結果作估計，以免學校圖為提高成績而對學生作不必要的操練。

子由：這還不一樣要勞苦我們的學生嗎？倒不如只以學校排名頭列、中等和最低的數位學生作比較吧。

林老師：這會令結果之間的等差太大，不能作准。雖然較少量的

樣本數會令偏差的概率降低、平均值、中位數更準確。但側重於成績較高、較低的學校就不能夠代表全港學生，而只選取排名於中位數的學校則只能夠反映該學校的成績，不能作為有代表性的樣本。

林老師：對了，你知道為何多重類聚抽樣中，學校要先分學校為三個組別？

子由：沒錯，先把學校分層，豈不是限定了抽取樣本的途徑？

林老師：為能夠得到準確的數據，這個方法是免不了的！試想像一下，把整個母群設為油尖旺區，學校並不分類為組別。油尖旺區學校的第三組別有六間學校，要在油尖旺區的學校中抽取七間學校，有機會大部分學校是第三組別。這時，油尖旺區的學生評估的平均值自然有偏差。樣本就不足以代表整個油尖旺區的學生！子由，我明白你為學生著想，但也不要太在意這評估，以免給予自己太大壓力。

子由：的確，我身為教師，也只有善導學生，讓他們裝備好自己應對將來。只要我作好本份、以身作則，把知識授予下一代，想必他們的一生也不會受制於一份全港性系統評估之中。

香港有大約 460 間中學，當中第一級別約佔四成；第二級別約佔三成；第三級別或其他約佔三成。我們以 100 間中學為例，同樣以上述比例分成三部分。

這是上一次的考評報告(分數作單位, 100 分為滿分):

第一組別	第二組別	第三組別
89	70	28
45	55	27
61	77	5
87	24	58
71	77	32
92	63	37
88	34	26
62	63	31
74	45	51
95	63	28
79	28	20
100	41	8
51	41	53
61	45	60
75	59	60
98	70	28
50	80	50

第一組別	第二組別	第三組別
92	23	10
72	33	49
40	27	26
78	79	50
55	53	11
49	58	52
44	23	53
47	80	2
65	50	30
51	40	7
87	46	38
92	69	39
76	38	38
99		
72		
77		
73		
95		
84		
95		
71		
83		
90		

各級別的學生各自有不同的學習能力，因此成績以第一級別最佳，第二級別為其次，第三級別最差。就以上的成績而言，各級別的平均成績如下：

第一級別:74.1 第二級別: 51.8 第三級別: 33.6

基於每位學生不平均地分佈在三個級別，標準差亦因學生成績而有不同：標準差公式=

$$\sqrt{\frac{1}{n-1}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$$

第一級別: 17.73 第二級別: 18.58 第三級別: 17.56

由此可見，若類聚抽樣只顧調查學生而忽略某學校的成績，只會導致樣本偏向其中一個級別，所得平均值亦只能代表某一個級別，標準差更因而擴大。

抽樣評估結論

子由：林老師，我還有一點不明白，其實為甚麼抽樣評估學生就能夠找到整個香港學生的平均水平？既然沒有一個完美的抽樣方式抽取樣本來估算學生的平均水平，那抽樣評估又有甚麼意思？

林老師: 好問題，其實之前也有數學家發現這個問題，經過他們的研究後，得出中心極限定理!

子由: 中心極限定理? 我之前都有聽聞過，但都是不明白這定理的原意。

林老師: 沒錯，這定理有點抽象，讓我好好解釋給你聽。中心極限定理作用是解釋樣本平均值與整體平均值的關係。當我們抽取樣本做評估時，會形成一個樣本圖形，而樣本之間的標準等差受樣本的數量而改變。透過中心極限定理的等差公式: 標準等差除以開方樣本數目 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 。當樣本數量越高時，平均值的標準差誤便越低。加上，當樣本數目足夠大時，通常大過等於 30，樣本分佈圖形會漸趨於常態分佈圖形。因此樣本平均值就會非常接近整體平均值!

子由: 哦，原來如此，簡單而言樣本足夠大時，樣本的平均值就會接近整體平均值。那只需要樣本的平均值就能夠推論整體的平均值。這就是抽樣評估的終極好處!

林老師: 全中! 就是推論整體平均值才需要抽取樣本。這就是

中心極限定理的利害之處！

總結

全港性系統評估目的是測試全港學生的學習水平，但輿論的壓力令評估未能順利地進行，因此只能作隨機的抽樣調查。面對龐大的學生數量，學生的學習水平亦不是非常接近。為求一個最準確的平均值，一個好的抽樣方法是必要的。系統抽樣能夠避免個人偏見而集中某子群，最具隨機性。而類聚抽樣可以選擇性抽取個別子群從而減低資源、時間的消耗，但類聚過程中會忽略具代表性的樣本單位。同時若只偏重其中一部分，標準差因平均值的偏重而增大。

若把學校的排名分層作第一、二、三級別再以類聚抽樣方法，先抽取各組別的部分學校，繼而抽取學生。這能夠同時顧及不同能力的學生，調查結果也不會失去精確度，同時亦能夠節省資源和時間。因此一個準確的抽樣調查就能夠解決現今問題，而不會受輿論影響而終止評估。

邀請作品：官方統計支援社會經濟進步及促進民主的功能

[作者簡介：何永煊教授為專業統計師，任職香港的政府統計處三十四年，於二零零五年從政府退休。退休前的十三年半，任政府統計處處長。退休後，任香港大學統計及精算系名譽教授、香港中文大學統計系兼任教授；經常為本地及外地特定課程任講師及為國際統計項目擔任顧問。此外，亦為民間智庫以及一些教育、福利、醫療機構及會社擔任管治委員會成員。

何教授曾任香港統計學會會長（1986-88）、聯合國亞太區統計委員會主席（1994-98）、國際官方統計學會副會長（1997-99）、香港恆生指數諮詢委員會委員（1994-2006）等。於2012年4月至10月在香港電台第一台主持「統計人生」節目，推廣統計學及其應用，二十六集節目收錄於香港電台(www.rthk.hk) 的 PODCAST 中。]

社會經濟進步 (socio-economic progress)

任何國家/地區政府、工商界人士、工作人員以至居民大

衆，都會希望當地的經濟和社會不斷進步，令大家的生活素質，持續改善。

好的生活是甚麼？衣、食、住、行各方面的需要得以好好滿足；有教育/培訓令大家懂得做人、做事、做工作；身體病了可以獲得治療；可以享受康樂活動、娛樂；大家擁有安全感、成就感等等。而且，生活素質不單是達到某一水平，而是不斷進步。當然，要知道，我們還可能有天災；不同國家/地區之間會有良性競爭或非良性競爭甚至衝突；世界上的資源亦是有限；所以要有很多籌劃、準備以處理這些因素，應付逆境。

世界各地，天賦環境不同、歷史進程有異，因而在某一時期，生活素質的水平參差不同。經過一段時間之後，一些社會的生活素質有明顯進步、有些沒有進步、有些甚至下降。我們當然希望知道，怎樣才可以不斷進步（而且是大幅度的進步），怎樣才可以不致往後退。

官方統計如何為社會經濟進步作出貢獻

要推動社會經濟進步，我們要了解目前情況，並且研究引至成功或阻礙成功的因素。又要推論一下未來的趨

勢，定下一些未來發展的方針、措施、行動等等。

「官方統計」(official statistics) 對這些方面很有幫助。這些社會經濟統計數據，原本主要是為政府行政用途而編製，但它們亦同時在眾多非政府工作中，派上用場，亦正因如此，那些數據由於是用公帑編製的，所以需要同時照顧這個用途。

@@ 公共政策：政策分析、釐訂、決定及施行

透過研究有關的統計數據，政府人員、議會人員、工商界人士、學者、智庫人員、各界人士可以深入認識社會經濟現況、利用統計方法及有關方法推論未來情況，從而設計政策、措施，並評估不同方案。當然，不同人士、界別可能有不同的角度、分析方法、見解、立場、價值觀等等，於是有不同的建議，大家會討論、爭議。但在這個以客觀數據為基礎的平台，大家爭論、找出平衡點，尋求共識，正是進步社會的真諦。

這個科學過程，有根有據，不是憑想像、憑直覺、憑喜惡去做決定。雖然無人能肯定經過這程序，一切都完美，但可以肯定的是這種客觀、科學的做法，長遠來說是最佳的

方法。

舉個例子說：人口統計是非常重要的一个領域。世界上不少發展較佳的國家/地區都面臨出生率偏低、人口老齡化的情況；而發展緩慢的國家/地區則有人口過度膨脹的問題。好好處理這方面的事情，十分重要。

又看看經濟生產能力和需求的平衡以及現代化生產對環境的影響。透過深入研究有關行業結構、經濟發展趨勢的官方統計如國民經濟核算體系數據、貿易統計、勞工統計、土地應用統計、科技統計、環境統計等，我們可以把握發展的機遇，及早發現需要好好處理的問題，並及時計劃好行動策略。

「知」需要「行」去配合。有良策但執行不善，是不能得到好成果的，甚至會出現反效果。所以要好好設計行動方案，並利用統計及其他方法監測執行過程，了解政策/行動的效益和效率，並在有需要時作出一些調整。

統計專業人員和政策釐訂者/決策者/執行者之間的緊密合作，是很重要的。

@@ 工商機構、各級工作人員、消費者

官方統計為工商機構在多方面提供重要的參考和決策依據，例如投資方向、貿易機會、成本結構、生產力、市場潛力、顧客分佈等等。

各級工作人員參考合適的統計數據，可以有效地調撥資源，又可以發現自己公司的運作對比行業的平均表現是否較差，從而決定是否要作出相應的行動以求改善。

若經濟體系內的營運者都不斷自我優化，整體經濟的表現亦隨之不斷改善。

消費者是市場重要的持份者，與生產者有緊密的互動關係。他們的選擇大大影響市場以至整體經濟的發展，特別是整個社會經濟的資源分配。消費者不聰明的選擇，會令資源錯配，最後受害者還是整個社會。

因此，整個經濟鏈中的各持份者，若能都好好利用統計資訊，對社會經濟進步大有裨益。

良好素質的官方統計

最近幾十年，世界各地都認識了官方統計的重要作用。不但明白到好好運用官方統計的益處，也同時明白到有些官方統計素質不足，又或是有人濫用、誤用統計以至誤導他人，因而引來很壞的後果。

聯合國在1994年頒佈了「官方統計基本原則」(Fundamental Principles of Official Statistics)〔可參看聯合國網站<http://unstats.un.org>〕，確定了官方統計在進步和民主社會中的重要地位，並羅列了官方統計在整體管理、編製、發佈各方面應採納的原則。聯合國在2014年再一次確認這套原則。

各地的統計當局及其他有關單位，亦明白大家對官方統計信任的重要性，接受「誠信」是統計的「靈魂」，大力在各該社會中強調統計的科學原則和專業操守，確保不受政治、行政的干預，或因受某些利益考量而受到影響。而聯合國及有關機構，一方面協調國際統計技術標準的發展，另方面協助各地統計當局培訓統計人才及建立完備的統計系統。

統計認知 (statistical literacy)

既然官方統計是那麼有用和重要，當然不應只是部分人的專利品。目前來說，香港也好，其他地方也好，雖然統計學已是在中學和大學中不少學生修讀的學科，官方統計亦不是完全陌生的東西，但對官方統計的認知水平仍然不高。

而在職場中，要引用一些官方統計數據的場合並不稀有，但恐怕一般對這範疇不但較深入的知識說不上，連基本認知也很有限。很多數據項目，就算是常用的，名稱可能知曉，數字未必知道，意義、定義及其他內容更完全不知，很多時只從名稱猜測其內涵。由於社會廣泛有如是情況，故在這方面一般要求不高。

大眾傳媒經常要報導官方統計數據，但恐怕亦是認識有限。很多時都說「太深入」了、「太技術性」了、「受眾沒興趣」為理由，不大願意多花時間明白內容並作較深入的報導。

如是者，循環不斷重覆，大家對官方統計的認知，並不見得隨時間的過去而有明顯的進步。反而不時見到有濫用、

誤用統計的情況，卻因為包裝得好，往往受人相信。

香港統計學會及政府統計處不斷努力推廣大眾對官方統計的認知，特別是學生。殷切盼望他們的努力能見到成果。

官方統計與民主

民主的要義是大眾廣泛參與社會經濟的管理和運作。

國家或地區的公民，為自身設想，總希望社會經濟發展良好，以令生活素質不斷得以改善，而遇有困難，亦有能力去解決。

我們大力發展教育，期望大家都有知識、有智慧，能理性地、務實地參與整體社會經濟的管理和運作。

大家要深入認識我們的社會並了解它在世界上的位置。知識是多元的。而官方統計（本地的和外地的），提供大量資料，我們要多參考、多明白、多分析，並核實別人引述的是否真確。如是，我們便可以有意義地參與公共政策的討論、辯論。否則，我們可能會被別人在不經意中誤導，或被別有用心的人騙取支持。

就說說上面提及過的人口發展情況。香港過去十多年，人口老齡化不像其他很多先進地方，其實在程度上和速度上都不算嚴重。2015 年，長者（65 歲或以上）人口佔總人口約 15%；西方國家很多早已超越此數，日本更達 26%。但從 2013 年起，香港的老齡化大幅度加速，是其他地方不常見的，而這個情況是十多年前透過人口統計的分析早已預見的！

過去十多年的「人口機會窗」（demographic window）時期，不少人士口中掛着「人口要老化了，我們要作好準備」，但由於傳媒報導和社會流傳的訊息較強調三十年後長者比例達三成以上，心中的印象是「二、三十年後問題嚴重，但仍有不少時間」。於是一直沒有較強的迫切感。蹉跎了歲月，今時今日要追回準備工作會很費勁。還有，就是在眼前的一段日子 -- 將達十多年，要適應人口老齡化的大幅度加速情況。

筆者多年來在不同場合（包括與大、中學生一起的場合），籲請大家多參考官方統計，較深入了解香港的情況，可惜似乎效果不彰。有時談及香港土地問題，問問住房用的土

地佔香港總面積的百份比是多少，大部分人都回應「地少人多」，給的答案一般都是遠超於正確答案(例如 30%、40% 或更多)。獲告知正確答案（即只佔 7%）之後，不少人都懷疑地說「不可能吧！那麼少 ?!」又質疑「香港的山多，很多土地上不能建造房屋！」(事實上，未用的土地很多是平地，而香港人總見過香港的半山區、山頂區有不少高樓大廈吧！)

資料是一個層次，分析又是另一層次。分析問題，研究政策，必須多角度、多層次，全面考量。在建屋這主題上，一方面要求改善住屋情況，但另方面對未運用的土地又用各種理由辯說不能用作建屋。須知任何事情都要全面看、反覆思考、權衡輕重，最後作出合乎社會整體利益的抉擇。

「政治」是衆人的事，優質的政治和民主是衆人的積極參與，而最重要的是要以客觀、科學的態度作政策討論。即是說，優質的政治和民主應以大衆參與政策研討為重要基石。而官方統計是優質政策研討的重要支援。

結語

篇幅所限，不能作更多舉例、說明。希望大家多瀏覽政府

統計處網站(www.censtatd.gov.hk)。

除數據系列外，還可以看到有關的技術細節。而很多統計刊物，包括綜合性的統計年刊、月刊，以及不同主題的定期與不定期刊物，林林總總，都可以方便地免費下載。

上面「作者簡介」中提及的電台節目「統計人生」，談及很多經常遇到的官方統計，提供不少幫助大家了解香港社會經濟情況的知識，特別是指出一些較廣泛流傳的誤解，涉及人口、勞工、物價、生產、貿易、科技、教育、金融、全球化等多個領域，除可視為統計教育節目外，亦可視為通識教育、公民教育節目。不過，由於數據會隨時間變化，大家最好同時參考那些綜合性統計年刊、月刊內的數據，以掌握最新情況。

邀請作品：電話訪問的抽樣框及抽樣方法

背景

相信大家一定收過不少機構邀請參與統計調查的來電。以電話訪問的形式向公眾收集數據和意見的統計調查愈來愈普遍，其中的原因相信是電話訪問相對上門面談成本較低和較快捷。事實上，現時有很多較簡單的統計調查都會透過電話方式進行。但其實電話訪問的抽樣框及抽樣方法是怎樣的呢？以下會簡單介紹及分析一般常用的電話訪問的抽樣框及抽樣方法。

電話訪問的抽樣框

首先簡介兩大類較常用的電話訪問抽樣框。第一類是以固網號碼作為抽樣框，第二類是以手機電話號碼作為抽樣框。

以固網號碼作為抽樣框，一般會使用「隨機跳號方式」(random digit dialing) 進行。方法是先抽出在載有住宅電話號碼的電話目錄中的原始電話號碼，省去尾數的號碼後(例如：尾數二碼)，再以電腦隨機產出新的尾數二碼作新電話號碼，作用是可以擴闊抽樣框，令沒有出現在電話目錄

的住戶也有機會被抽中。但以這個方式製作出來的抽樣框會包括很多無效號碼，令電話訪問過程的效率下降。而且，沒有裝置固網電話的住戶並不包括在這個抽樣框內，減低所抽取的樣本的代表性。

因此，現時有些電話訪問會採用第二類以手機電話號碼作為抽樣框。常用方法是先獲取已分配予電訊商的電話字頭，然後以隨機方式從中產生號碼。使用手提電話號碼成抽樣框的好處是可以增加抽樣框的覆蓋率，但要留意由於一人可以擁有多個手提電話號碼，因此每人被抽中的機會便不一樣。

電話訪問的抽樣方法

如果以固網號碼作為抽樣框的話，一般會涉及兩輪抽樣，第一輪的抽樣是抽取電話號碼，第二輪的抽樣是在接通電話後抽取家庭成員作訪問對象。

第一輪的抽樣方法可以使用系統抽樣方式(Systematic sampling)，先把電話號碼按地區排列，然後依據所需樣本的大小，計算每隔 N 個電話碼抽出一個樣本，以取出第一輪的抽樣結果。

第二輪的抽樣是在成功接觸家庭戶後再抽出其中一位作訪問對象。以下簡介其中兩個常見的抽樣方式。

第一個常見方法是以「即將生日日期」作為標準作抽樣。抽取下一位即將生日的家庭成員進行訪問。這個方法的好處是較方便簡單，能夠增加訪問的回應率。但要留意如果一些訪問是定期在某些月份進行的話，被抽中的訪問對象也會是偏向某些出生月份的家庭成員。

第二個常見方法是「基什網格法」(Kish Grid method)，方法是先由接電話的受訪者講出每位家庭成員的一些特定資料(例如：年齡)，然後統計員使用預設的網格表(Grid Table)排列好所有家庭成員及隨機抽中其中一位作受訪者。如果被抽中的訪問對象不便或不在家的話，則會在其他時間再次聯絡該位訪問對象。因此，理論上使用這個方法所抽取的樣本會較有代表性，因為理論上每位家庭成員都有接近機會被抽中，較不會忽略一些不常在家的家庭成員。但這個方法需要較大的成本和較長的時間去接觸受訪者，調查回應率相對地亦會較低。

參考資料

1. Renata Nemeth, “Respondent selection within the household – A modification of the Kish grid”
<https://www.stat.aau.at/Tagungen/Ossiach/Nemeth.pdf>
2. U.S. Department of Housing and Urban Development, “Random Digit Dialing Survey : A Guide to Assist Larger Housing Agencies in Preparing Fair Market Rent Comments”, April 2000
<https://www.huduser.gov/portal//Publications/pdf/rddlargo98.pdf>

邀請作品：錯誤的直覺

暑假時，本人整理雜物，無意發現一些舊物，令我想起當年與同學們的一段對話。詳細情景較模糊，但同學的核心問題是學習數學除了有助升學外，究竟甚麼時候可以用上這些數學知識。本文嘗試透過運用概率解讀身邊的一些例子導出數學思維的作用。

首先請大家做個實驗，你認為以下的字串(由總數 100 個的 0 和 1 組成)是否由真正的亂數所產生：

第一個字串：

01110111011001000101010010110001101001110010011010

01110111011001001101010010110001101001110010011010

我們當然可以憑直覺說出「是」或「否」，但做法既主觀亦不科學，並不可取。現實情況未必如你所想。以下的字串你又會如何回答呢？

第二個字串：

001111110000000110001000010010010110010001101101110
1111110011101010110001000010010010110010001001101110

是否第一個字串較第二個字串更似由亂數組成呢？第二個字串中分別兩次出現連續 6 個 1，較像是由人刻意製造吧。若你真的這麼想，那便可能犯錯了，結果隨時相反。有沒有方法可判別這些亂數字串是否真確呢？透過統計方法，我們可以運用「遊程檢驗」(Runs test) 判別是否亂數字串，有興趣的讀者不妨於互聯網或圖書館自行找尋相關資料，加以驗證。台灣大葉大學電機工程學系的許介彥老師嘗試利用遞迴原理來探討這問題，看一看他怎樣做。

假設有一個長度為 n 的亂數位元字串，字串中找到連續 k 個 1 的概率是多少？許老師定義這個概率為 $p(n, k)$ 。這連續 k 個 1 可能在前 $(n-1)$ 個位元中已出現，概率為 $p(n-1, k)$ ，也可能還未出現，如果尚未出現，那麼整個字串的最後一個位元必定是構成連續 k 個 1 的最後一個 1，

其發生的概率為 $[1 - p(n-k-1, k)] \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^k$ ，因此產生以

下的遞迴關係：

$$p(n, k) = p(n-1, k) + [1 - p(n-k-1, k)] \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

當中 $n \geq k$ ，所以 $p(0, k) = p(1, k) = p(2, k) = p(3, k) = \dots$

$$= p(k-1, k) = 0; \quad p(k, k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

以實驗的第二個字串為例， $n = 100$ ，我們想知道當 $k=6$ 時所發生的概率，即 $p(100, 6)$

根據以上的關係式， $p(0, 6) = p(1, 6) = \dots = p(5, 6) = 0$ ；

$$p(6, 6) = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0.015625$$

$$p(7, 6) = p(6, 6) + [1 - p(0, 6)] \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= 0.015625 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 0.023438$$

$$p(8, 6) = p(7, 6) + [1 - p(1, 6)] \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= 0.023438 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 0.031251 \circ$$

我們可以透過電腦軟件 EXCEL 代勞進行往後的運算，最後得出 $p(100,6)=0.54524$ ，即在由 100 個的 0 和 1 組成的亂數字串中出現連續 6 個 1 的概率較不出現的概率還要高。這種亂與我們的直覺是否產生矛盾？真正的亂並不會太亂！

你是否經歷過這種事情：當你等公共汽車時，半小時內一輛公共汽車也沒有來，可是隨後，接連來了三輛公共汽車。想一想，這種情況能否用以上的情境分析呢？以上的分析有何限制地方？

另外，在超市內，我們經常需要排隊。兩條隊看起來長度一樣，不知道該排哪一條隊較好呢？你是否隨便選擇一條隊？你是否最後總是發現自己排錯了隊！

用拋硬幣的模型分析排隊問題又如何？假設你加入一條隊，另一個人與你同時到達，而他選擇了另一條隊。有一位「神仙」在拋一枚公正的硬幣，即正面和反面的概率完全相等。如果「神仙」拋出正面，則你前進一步，如果「神仙」拋出反面，則另一人前進一步。經過一段時間後，誰會領先呢？

根據我們之前的分析，某一人在長時間內保持領先是正常的，而頻繁地交換領先概率極低。至於你們中哪一個較幸運，完全是隨機的，為甚麼我們總是覺得自己幸運的時候比不幸的時候少的呢？這個可能涉及心理學的因素，心理學家指出我們的記憶是有選擇的，我們較容易記得自己隊伍移動得較慢的情況。回想親身經歷，這種說法好像對。當超市內有數條隊伍時，我們較關心哪一條隊最快，只要自己的隊慢過它便介懷，但很少想及自己的隊其實是第二快的。

回到兩條隊的情況，假如另一人一開始便領先，你最後超過他的機會有多少呢？很遺憾，概率很低，不過另一人情況相同，不用傷心。當然，現實情景複雜得多，以拋硬幣的模型分析未必恰當。

最後，我想向大家介紹這個簡化版的潘尼遊戲(Penny's Game)，嘗試跟著指示做並回答其問題，你會有不同的體驗。

1. 拋一枚公正的硬幣兩次，獲得兩個正面(HH)的概率為

何？獲得先是正面後為反面(HT)的概率又是多少？概率是否一樣？

2. 拋一枚公正的硬幣直至你獲得兩個正面(HH)，平均來說，你要拋擲多少次。拋一枚公正的硬幣直至你獲得正面後為反面(HT)，平均來說，你又需要拋擲多少次。是否與之前的結果一樣？
3. 若有人邀請你玩以下的遊戲：連續拋擲一枚公平的硬幣直至獲得兩個正面(HH)，他勝出。連續拋擲一枚公平的硬幣直至獲得正面後為反面(HT)，你勝出。是否一個公平的遊戲，你會玩嗎？

(備註：平均每拋六次硬幣，將出現一次“正正”的組合，你能找出這個答案嗎？要出現“正反”的組合，平均你又需要拋多少次？)

參考資料：

1. 高中〈數學天地〉第 31 期 時事探討：混亂中的秩序
2. Mark F. Schilling, The Longest Run of Heads, College Mathematics Journal 21(3) (1990) 196_207.

邀請作品：金錢決定成功？— 從商業化的英超看這一現象

在現今的商業化社會，經常聽到有人說「有錢就可以買到成功」。這種說法不僅存在於學校或職場，近年，類似的討論甚至延伸至體育界。拿足球來說吧，作為全球其中一項最受歡迎的運動，當中的英格蘭超級足球聯賽(簡稱英超)更是極具競爭力的聯賽。隨著商業化的介入，經營球隊成了一門生意。單是剛過去的 2016/17 夏季的轉會市場，英超的總轉會費高達 11.65 億英鎊，冠絕歐洲 5 大聯賽。

毫無疑問，巨額的金錢投入的確提升了英超的吸引力，然而，爭議隨之出現。足球始終是一項運動，隨著資金的不斷湧入，不少英超球隊為了取得更好的成績而不惜用天價購入球員。因此，有評論說英超的足球在近年漸漸走上了「金錢足球」的道路。這現象普遍存在嗎？一支球隊的「成功」是否真的取決於金錢？我們可以從以下一些真實的數據進行解構。

在過去的 5 個賽季(即由 2011/12 年的賽季至剛完成的 2015/16 年的賽季)，本文先挑選出了現時參與英超角逐的

14 支指定球隊(條件是在過去 5 個賽季大部分時間在英超)作為分析對象。這 14 支指定的英超球隊在該 5 個賽季的轉會費支出、聯賽積分及聯賽排名載列於下面的表一中。

球隊	2011/12 賽季			2012/13 賽季			2013/14 賽季			2014/15 賽季			2015/16 賽季		
	轉會費 支出 (百萬英 鎊)	積分	排名	轉會費 支出 (百萬英 鎊)	積分	排名	轉會費 支出 (百萬英 鎊)	積分	排名	轉會費 支出 (百萬英 鎊)	積分	排名	轉會費 支出 (百萬英 鎊)	積分	排名
阿仙奴	53.2	70	3	52.3	73	4	42.5	79	4	95.6	75	3	15.0	71	2
車路士	87.8	64	6	92.0	75	3	105.9	82	3	118.3	87	1	72.0	50	10
水晶宮	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	26.1	45	11	27.1	48	10	20.5	42	15
愛華頓	8.0	56	7	17.0	63	6	23.5	72	5	38.0	47	11	36.2	47	11
利物浦	56.4	52	8	49.3	61	7	48.8	84	2	117.0	62	6	82.6	60	8
曼城	76.0	89	1	54.0	78	2	103.2	86	1	87.5	79	2	152.1	66	4
曼聯	52.9	89	2	63.0	89	1	67.7	64	7	145.5	70	4	103.6	66	5
修咸頓	N/A	N/A	N/A	32.7	41	14	37.5	56	8	67.9	60	7	39.2	63	6
史篤城	22.0	45	14	21.6	42	13	2.0	50	9	3.4	54	9	39.6	51	9
新特蘭	24.1	45	13	30.0	39	17	27.4	38	14	14.0	38	16	26.0	39	17
史雲斯	9.6	47	11	16.6	46	9	20.1	42	12	24.6	56	8	16.9	47	12
熱刺	8.0	69	4	61.5	72	5	103.7	69	6	28.0	64	5	53.5	70	3
西布朗	6.9	47	10	3.5	49	8	12.0	36	17	19.9	44	13	32.5	43	14
韋斯咸	N/A	N/A	N/A	19.8	46	10	25.0	40	13	29.3	47	12	39.7	62	7
總計	254.3	-	-	352.4	-	-	450.8	-	-	550.4	-	-	605.0	-	-

表一

備註：

1. 每個賽季轉會費支出最高的 3 個數字以紅色顯示。
2. 每個賽季排名最高的 3 個數字以藍色顯示。
3. 修咸頓及韋斯咸在 2011/12 年的賽季於英格蘭冠軍(英冠)聯賽比賽，故有關數據未有納入分析。相似地，水晶宮在 2011/12 年及 2012/13 年的賽季於英冠聯賽比賽，故有關數據亦未有納入分析。
4. 2015/16 年的賽季冠軍得主李斯特城於 2014/15 年的賽季才升班至英超聯賽。基於數據不足的原因，故未有納入分析。

根據表一，我們可以看到，成績較好的球隊在轉會費的支出都比較多。那麼，在統計上，轉會費支出的多少跟成績有沒有關連呢？我們可用簡單線性迴歸作出分析。為了撇除一些離群值(Outliers)帶來的影響，我們可先以表一的 5 個賽季的數值計出平均數(即 2011/12 年的賽季至 2015/16 年的賽季的平均轉會費支出及平均積分)，從而得出表二。

表二：英超指定球隊的平均轉會費支出及平均積分

球隊	2011/12 賽季至 2015/16 賽季	
	平均轉會費支出 (百萬英鎊)	平均積分
阿仙奴	51.7	73.6
車路士	95.2	71.6
水晶宮	24.5	45.0
愛華頓	24.5	57.0
利物浦	70.8	63.8
曼城	94.6	79.6
曼聯	86.5	75.6
修咸頓	44.3	55.0
史篤城	17.7	48.4
新特蘭	24.3	39.8
史雲斯	17.5	47.6
熱刺	50.9	68.8
西布朗	15.0	43.8
韋斯咸	28.4	48.8

備註：

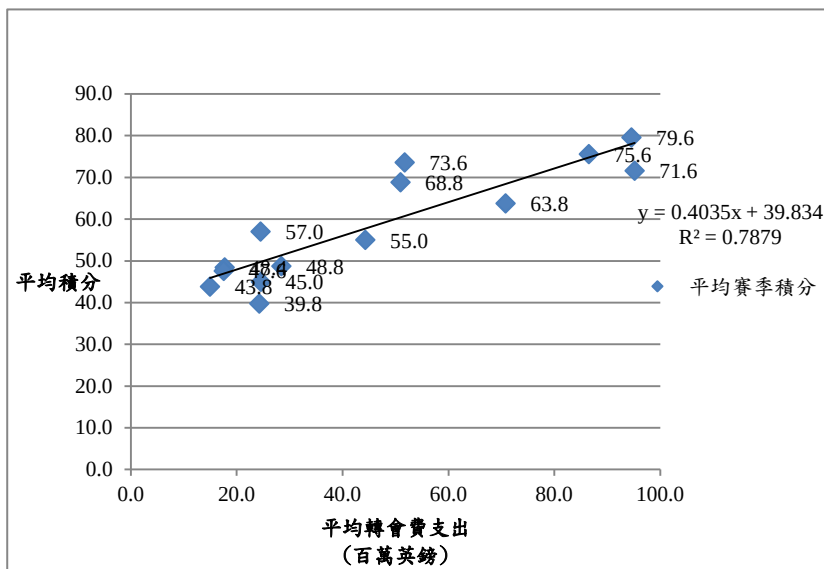
1. 曼城是 2011/12 年及 2013/14 年的賽季冠軍得主、曼聯是 2012/13 年的賽季冠軍得主、車路士則是 2014/15

年的賽季冠軍得主。

2. 李斯特城是 2015/16 年的賽季冠軍得主。球隊於 2014/15 賽季才升班至英超聯賽，基於數據不足的原因，故未有納入分析。
3. 平均轉會費支出最高的 3 個數字以紅色顯示。
4. 平均積分最高的 3 個數字以藍色顯示。

以平均積分為 Y ，平均轉會費支出(百萬英鎊)為 X ，再以簡單線性迴歸分析，我們可得出圖一。

圖一：英超指定球隊的平均轉會費支出與平均積分的關連



根據圖一的簡單線性迴歸分析(R 平方值為 0.7879)，我們可看出，平均轉會費支出與平均積分大致存在線性關係。換言之，一般來說，平均轉會費支出越多的球隊，平均的積分亦越高。這結果好像引證了「成功靠金錢」這說法。有了巨額金錢的投入，球會就可以收購更多技術好的球員，從而在聯賽中發揮作用去爭取好成績。這說法看似相當合理。

但是，兩個有趣的問題產生了。既然成績與金錢的存在線性關係，資金沒那麼充裕的一些球隊豈不是只可以成為陪跑份子，沒有可能取得好成績？除此之外，豪門球隊這巨額的支出是否真的物有所值？就這兩個問題，我們換另一個角度思考，分析了該 14 支指定的英超球隊平均獲取每一個聯賽積分需要的轉會費支出。表三統計了的相關數字。

表三：指定的英超球隊按平均獲取每一個聯賽積分需要的轉會費支出(見下頁)

球隊	2011/12 年的賽季至 2015/16 年的賽季		
	平均轉會費支出 (百萬英鎊)	平均積分	平均獲取每一個積分需要的轉會費支出(百萬英鎊)
阿仙奴	51.7	73.6	0.703
車路士	95.2	71.6	1.329
水晶宮	24.5	45.0	0.545
愛華頓	24.5	57.0	0.431
利物浦	70.8	63.8	1.110
曼城	94.6	79.6	1.188
曼聯	86.5	75.6	1.145
修咸頓	44.3	55.0	0.806
史篤城	17.7	48.4	0.366
新特蘭	24.3	39.8	0.610
史雲斯	17.5	47.6	0.368
熱刺	50.9	68.8	0.740
西布朗	15.0	43.8	0.341
韋斯咸	28.4	48.8	0.583

根據表三的數字，我們把球會分為兩個組別，即在過去 5 年曾奪冠的球會(包括車路士、曼城及曼聯)和其他球會。這兩組別的數字載列於表四。

表四：按組別劃分的指定英超球隊按平均獲取每一個聯賽積分需要的轉會費支出

球隊	2011/12 年的賽季至 2015/16 年的賽季		
	平均轉會費支出 (百萬英鎊)	平均積分	平均獲取每一個 積分需要的轉會 費支出(百萬英鎊)
曾奪冠的 3 支 球會 (包括車 路士、曼城及 曼聯)	276.3	226.8	1.218
其他的 11 支 球會	345.4	552.8	0.625

從表四的數字便可見到，相比其他 11 支球會，曾奪冠的 3 支球會平均用了多接近一倍的轉會費支出去獲取每一個積分。若以平均積分計算，這 3 支球會的平均積分 75.6 分(即 226.8 除以 3)，相比其他 11 支球會的平均積分 50.3 分(即 552.8 除以 11)只高出約 50%。由此可見，在過去 5 年，成功奪冠的球會在轉會費的投入花費真的不少。

從成本效益上來說，一支營運健康的球會是要以最少的投入(如轉會費支出)換取最大的回報(如聯賽積分)。表三中，我們可以看到一些近年位於中游的球隊其實在營運上是相

對符合經濟原則的。當中，2015/16 年的賽季的冠軍得主李斯特城更打破了豪門球隊壟斷的局面。他們於此賽季以 35.1 百萬英鎊的轉會費支出獲取了 81 分的積分，平均獲取一個積分需要的轉會費支出低至 0.433 百萬英鎊。這是一個很好的例子，金錢投入多並不是換取好成績的唯一指標。

綜合以上的內容，我們只是嘗試以單一的因素去看球隊的成績，這毫無疑問是一個過於簡單的數據分析。足球始終是一項團體的運動，是要倚靠球員的默契及配合、領隊的戰術運用及臨場指揮，以至球迷的支持才可以在一個漫長的球季取得好成績。但是，這些數據都比較難以量化，故未有在上述的統計模型詳細分析。

事實上，不同規模的球隊對於「成功」的定義都不盡相同。對於一些志在爭標的球會，由於奪得聯賽以至各項杯賽的獎金十分豐厚，再加之本身已取得的輝煌，它們會不惜一擲千金去爭取，以此期望產生相應的回報。相對來說，由於留在英超角逐，便可得到巨額的電視轉播費和贊助費，因此對於一些中小型球會而言，很多時候僅僅是以留在英超作為目標，若贏得錦標則便是意外的收獲了。

參考資料：

1. 英超總轉會費高達 11.65 億英鎊

<http://www.takungpao.com.hk/sports/text/2016/0902/21346.html>

2. 各英超球會的轉會費支出

<http://www.transferleague.co.uk/>

3. 英超獎金

<http://sports.people.com.cn/BIG5/n1/2016/0517/c22141-28357789.html>

邀請作品：如何使用字彙樹視覺化文本數據

香港大學統計及精算學系 雷照盛博士

一. 引言

現今市面上，使用 Google 網上服務的人數越來越多，當中大部分的使用者都是利用 Google 作為網上搜尋器，另外有部分使用者會利用 Google Doc 和 Google Charts 作為日常文件處理的服務。由於它提供的個人服務是免費的，而且它的服務基本上可以在大部分移動裝置上使用，使 Google 成為了很多人不可或缺的必需品。

在利用 Google Charts 製作商業圖表的時候，裡面有一個叫做字彙樹 (Word Trees)¹ 的工具，這個工具可以將文本數據視覺化。在互聯網發達的時代，文本數據常常出現在電郵 (email)、臉書 (facebook)、推特 (twitter)，很多時候，當中的數據包含了對社會上的人物、物件，事件的觀點或意見。例如最近推出的新產品 Samsung Galaxy Note 7 和 iPhone 7 / 7 Plus 的發表後，引起各方面對它們的用後觀

¹ 有關字彙樹背後操作的詳細理論，由於操作方式比較複雜，有興趣的讀者可參考 Ukkonen, E. (1995), "On-line construction of suffix trees," *Algorithmica*, **14**(3), 249-260.

感和評價，這些意見都會對往後的銷售產生影響。事實上，字彙樹就是一種以階層的圖像方式，把文本數據的句子結構表示出來，讓數據分析員更容易地去了解文本數據的內容。

下面將會介紹字彙樹的內容，由於 Google Charts 的字彙樹功能可以處理大量文本數據，與現在大數據時代 (Big Data Era) 相當配合，而且它的功能也很多樣化，所以後面會簡單地介紹如何使用 Google Charts 製作字彙樹。

二. 何謂字彙樹？

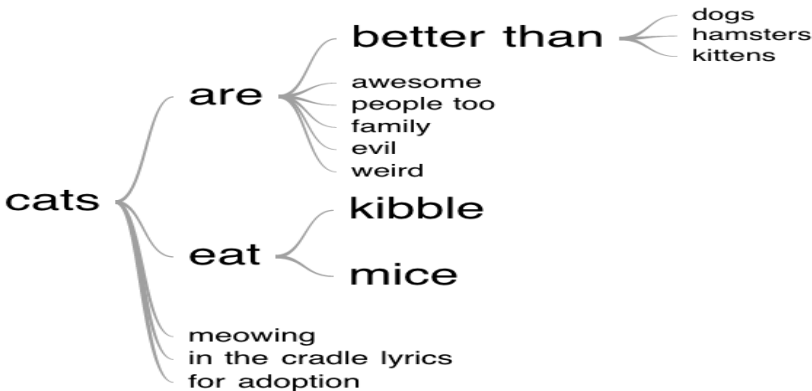
根據 Google 的官方介紹，字彙樹可以把文本數據以平行方式展示出來，當中比較常出現的詞語會以階層的模式表現出來，模式有點像決策樹 (Decision Tree)。

假如我們有以下一段文字：

cats are better than dogs. cats eat kibble. cats are better than hamsters. cats are awesome. cats are people too. cats eat mice. cats meowing. cats in the cradle. cats eat mice. cats in the cradle lyrics. cats eat kibble. cats for adoption. cats are family. cats eat mice. cats are better than kittens. cats are evil. cats are

weird. cats eat mice.

利用 Google Charts 的字彙樹工具以後，就會產生以下效果：



從以上的例子，可以看到句子“cats are better than...”比較常出現在上面文本數據中。

事實上，字彙樹早在 2007 年由 IBM 所研發的 ManyEyes 免費平台已公開發放使用²，但是很可惜地，這個平台現在已經停止服務，被另外一個收費服務 Watson Analytics³

² 參 Wattenberg, M. and Viégas F.B. (2008) “The Word Tree, an Interactive Visual Concordance,” *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14(6), 1221—1228.

³ IBM 仍然提供免費版的服務，但必須登記成為它的客戶。參

所取代。儘管後來有其它有心人士利用 Javascript 編寫了一個程序可以製作字彙樹，但它的使用方法比較復雜，而且也未能處理大量文本數據。

後來，當 Google 推出 Google Charts 服務的時候，把字彙樹的功能也加進去。一方面，使用者可以利用 Google 背後強勁的運算能力處理大量數據，另一方面，也可以把運算結果直接加插在網頁上展示出來。

三. 如何簡單地使用 Google Charts 製作字彙樹

假設現在有以下一段文字：

Four score and seven years ago our fathers brought forth on this continent, a new nation, conceived in Liberty, and dedicated to the proposition that all men are created equal. Now we are engaged in a great civil war, testing whether that nation, or any nation so conceived and so dedicated, can long endure. We are met on a great battle-field of that war. We have come to dedicate a portion of that field, as a final resting place for those who here gave their lives that that nation

<https://www.ibm.com/marketplace/cloud/watson-analytics/purchase/us/en-us#product-header-top>

might live. It is altogether fitting and proper that we should do this. But, in a larger sense, we cannot dedicate -- we cannot consecrate -- we cannot hallow -- this ground. The brave men, living and dead, who struggled here, have consecrated it, far above our poor power to add or detract. The world will little note, nor long remember what we say here, but it can never forget what they did here. It is for us the living, rather, to be dedicated here to the unfinished work which they who fought here have thus far so nobly advanced. It is rather for us to be here dedicated to the great task remaining before us -- that from these honored dead we take increased devotion to that cause for which they gave the last full measure of devotion -- that we here highly resolve that these dead shall not have died in vain -- that this nation, under God, shall have a new birth of freedom -- and that government of the people, by the people, for the people, shall not perish from the earth.

(1) 首先進入下面 Google Charts 的字彙的連結：

<https://developers.google.com/chart/interactive/docs/gallery/wordtree>

(2) 然後在 A simple example 下面就會看見以下的

HTML 編碼：

```
<html>

<head>

  <script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>

  <script type="text/javascript">

    google.charts.load('current', {packages:['wordtree']});

    google.charts.setOnLoadCallback(drawChart);


    function drawChart() {

      var data = google.visualization.arrayToDataTable(

        [ ['Phrases'],

          ['cats are better than dogs'],

          ['cats eat kibble'],

          ['cats are better than hamsters'],

          ['cats are awesome'],

          ['cats are people too'],

          ['cats eat mice'],

          ['cats meowing'],

          ['cats in the cradle'],

          ['cats eat mice'],

          ['cats in the cradle lyrics'],

          ['cats eat kibble'],

          ['cats for adoption'],

          ['cats are family'],

          ['cats eat mice'],

          ['cats are better than kittens'],
```

```

        ['cats are evil'],

        ['cats are weird'],

        ['cats eat mice'],

    ]

);

var options = {

    wordtree: {

        format: 'implicit',

        word: 'cats'

    }

};

var chart = new google.visualization.WordTree(document.getElementById('wordtree_basic'));

chart.draw(data, options);

}

</script>

</head>

<body>

    <div id="wordtree_basic" style="width: 900px; height: 500px;"></div>

</body>

</html>

```

(3) 把上面的 HTML 編碼拷貝在文字編輯器內，如 Notepad。再把上面的該段文字拷貝在[['Phrases'], 以

下，並且以 [''] 的格式包括該段文字，如下圖：

```
<html>

<head>

  <script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>

  <script type="text/javascript">

    google.charts.load('current', {packages:['wordtree']});

    google.charts.setOnLoadCallback(drawChart);


    function drawChart() {

      var data = google.visualization.arrayToDataTable(

        [ ['Phrases'],

          ✓ [Four score and seven years ago our fathers brought forth on this continent,...' ]

        ]

      );


      var options = {

        wordtree: {

          format: 'implicit',

          word: 'cats'

        }

      };


      var chart = new google.visualization.WordTree(document.getElementById('wordtree_basic'));

      chart.draw(data, options);

    }

  </script>
```



```

</head>

<body>

  <div id="wordtree_basic" style="width: 900px; height: 500px;"></div>

</body>

</html>

```

(4) 把變量 word 的值改為 nation 如下圖：

```

<html>

<head>

  <script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>

  <script type="text/javascript">

    google.charts.load('current', {packages:['wordtree']});

    google.charts.setOnLoadCallback(drawChart);

    function drawChart() {

      var data = google.visualization.arrayToDataTable(

        [ ['Phrases'],

          [Four score and seven years ago our fathers brought forth on this continent,... ' ]

        ]

      );

      var options = {

        wordtree: {

          format: 'implicit',

          word: 'nation'

        }

      }

```

```

};

var chart = new google.visualization.WordTree(document.getElementById('wordtree_basic'));

chart.draw(data, options);

}

</script>

</head>

<body>

<div id="wordtree_basic" style="width: 900px; height: 500px;"></div>

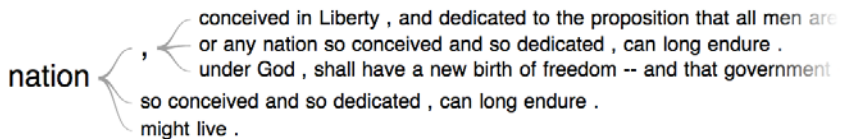
</body>

</html>

```

(5) 最後以 HTML 的文件擴展名存檔，如 nation.html。

(6) 用瀏覽器開啟 nation.html，可產生以下的字彙樹：



(7) 如想修改字彙樹的其他設定，可參考 Google Charts 字彙樹的官方連結。

二零一五至一六年度中學生統計創意寫作比賽的籌備委員會：

主席 楊良河博士，香港大學統計及精算學系

總評審主任 張家俊博士，香港大學統計及精算學系

籌委會成員 陳秀騰先生，教育局

陳健昌先生，政府統計處

陳浩榮先生，政府統計處

李妍慧女士，政府統計處

杜思縉先生，政府統計處

數學百子櫃系列

作者

- | | |
|-----------------------------|-------------|
| (一) 漫談數學學與教—新高中數學課程必修部分 | 張家麟、黃毅英、韓藝詩 |
| (二) 漫談數學學與教新高中數學課程延伸部分單元一 | 韓藝詩、黃毅英、張家麟 |
| (三) 漫談數學學與教新高中數學課程延伸部分單元二 | 黃毅英、張家麟、韓藝詩 |
| (四) 談天說地話數學 | 梁子傑 |
| (五) 數學的應用：區像處理—矩陣世紀 | 陳漢夫 |
| (六) 數學的應用：投資組合及市場效率 | 楊良河 |
| (七) 數學的應用：基因及蛋白的分析 | 徐國榮 |
| (八) 概率萬花筒 | 蕭文強、林建 |
| (九) 數學中年漢的自述 | 劉松基 |
| (十) 中學生統計創意寫作比賽 2009 作品集 | |
| (十一) 從「微積分簡介」看數學觀與數學教學觀 | 張家麟、黃毅英 |
| (十二) 2010/11 中學生統計創意寫作比賽作品集 | |
| (十三) 2011/12 中學生統計創意寫作比賽作品集 | |
| (十四) 數學教師不怕被學生難倒了！ | 黃毅英、張僑平 |
| — 中小學數學教師所需的數學知識 | |
| (十五) 2012/13 中學生統計創意寫作比賽作品集 | |
| (十六) 尺規作圖實例、題解和證明 | 孔德偉 |
| (十七) 摺紙與數學 | 阮華剛、譚志良 |
| (十八) 2013/14 中學生統計創意寫作比賽作品集 | |
| (十九) 2014/15 中學生統計創意寫作比賽作品集 | |

(二十) 宇宙的尺度變異定律

龍振強

(二十一) 三次數學危機與勇闖無窮大

梁子傑