

## 有關香港旅客住宿需求的數學建模

學習階段：3

學習範疇：數與代數

學習單位：百分法

目標：

- (i) 豐富學生運用數學處理日常生活問題的經驗
- (ii) 提高學生運用百分數概念以模擬現實情景的能力

先備知識：

- (i) 百分變化和增長率的概念
- (ii) 有關收集和組織數據的基本了解

其他 STEM 教育學習領域的相關內容：

科技教育學習領域（初中階段）知識範圍「策略和管理」內的學習元素「營商環境、運作和組織」。

教學資源：

- (i) 關於本地旅遊業統計數據的網上資源【有關建議來源，請參閱各活動的教師注意事項】
- (ii) 連接至互聯網的平板電腦或智能電話

背景資料：

旅遊業是香港經濟的支柱。在 2016 年，旅遊業佔香港本地生產總值的 5%，提供約 26 萬個就業機會，佔香港總就業人數的 7% (HKSARG, 2018)。近年來，訪港旅客人數持續上升。在 2018 年，訪港旅客總數達到 6500 萬，這是一個里程碑，超過 2900 萬旅客在香港過夜（旅遊事務署，2019）。為了滿足旅客對住宿的強烈需求，合理估計酒店房間的供應量和預測訪港旅客人數對於旅遊業的規劃、質量保證和資源分配至關重要。

在這一系列的學習活動中，旨在考慮各種因素和假設下，透過數學建模以描述訪港旅客人次和酒店房間的供應量。期望學生能體會建構數學模型的過程，例如 (i) 模型建立，(ii) 求解過程，(iii) 闡釋所得結果，(iv) 模型評估和 (v) 模型改進 (Galbraith & Holton, 2018)。這是一個循環過程，其中將現實問題數學化，運用數學方法求解，然後將模型放回現實情景中檢視 (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2002)。

以下活動可以通過與業務環境、運營決策、計劃、組織、控制和評估相關的內容

來豐富或連合，這些內容羅列在科技教育學習領域（初中階段）知識範圍「策略和管理」內，教師可以與教授科技教育的同工一起合作。

### 活動詳情：

#### 活動一（請參閱工作紙一）

1. 教師可以要求學生估計全年訪港旅客的人次，從而引起他們的興趣，並引導他們考慮其建議的局限性和可能的錯誤。
2. 然後，教師給出一個涉及每年百分增長的情景，該情景經簡化以讓學生能較易掌握，教師要求學生找出在給定條件下明年訪港旅客的人次。

經簡化的情景：  
本年訪港旅客人次 = 3 000 000  
每年增長率 = 2%

3. 數學建模是指利用數學概念和語言描述現實世界的情況，測試構思並通過數學計算和分析對情況作出估計。教師可向學生解釋，在非常基本和簡單的層面上，“數學模型”可以從公式的意義來理解 (Galbraith & Holton, 2018)。為了建立一個數學模型來表示每年來港旅客的人次，學生需使用互聯網上有關 2012 年和 2018 年的數據來計算旅客人次的每年增長率。
4. 使用建構的數學模型，要求學生估計 2019 年和 2020 年的旅客人次。

### 討論問題：

1. 你的模型作了哪些假設？
2. 你的模型是否符合 2015、2016 和 2017 年的數據？若否，原因為何？

### 教師注意事項：

1. 關於合理估計旅客人次方法的一些建議：
  - (a) 估算特定日期的來港航班或高速列車的數量，並將其乘以平均載客量，以進行粗略估算；或
  - (b) 在入境事務處的網站上搜尋去年的旅客人次，並以之作為今年的人次。
2. 簡化的情景：  
本年訪港旅客人次 = 3 000 000  
每年增長率 = 2%  
明年訪港旅客人次 =  $3000000(1 + 2\%) = 3\,060\,000$

3. 學生可從以下網站找到建構模型所需數據：

政府統計處 – 表E551：按居住國家／地區劃分的訪港旅客

<https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130.jsp?productCode=D5600551>

從上述網站的表列中，2012 年和 2018 年的旅客人次分別為 48 615 113 和 65 147 555。

設  $r\%$  為每年增長率，則有

$$48615113(1+r\%)^6 = 65147555$$

$$r = 5.0 \quad (\text{準確至一位小數})$$

建立數學模型：

$V$  = 第一年的旅客人次

$r\%$  = 旅客每年增長率

$n$  = 第一年後的年數

$N_1$  = 第一年之後第  $n$  年的旅客人次

$$\therefore N_1 = V(1+r\%)^n$$

活動一的模型是  $N_1 = V(1+5\%)^n$ 。

4. 根據以上統計資料，2012 年訪客人次 = 48615113

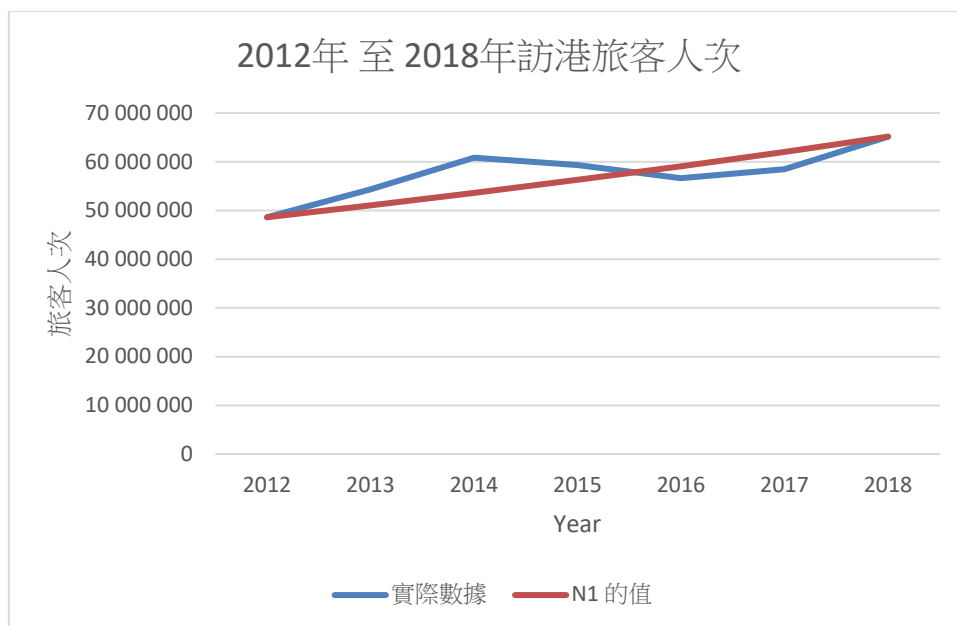
$$\begin{aligned} 2019 \text{ 年旅客人次} &= 48615113(1+5\%)^7 \\ &= 68406346 \quad (\text{準確至最接近的整數}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2020 \text{ 年旅客人次} &= 48615113(1+5\%)^8 \\ &= 71826663 \quad (\text{準確至最接近的整數}) \end{aligned}$$

5. 假設：

- a) 旅客人次每年以固定的增長率持續增加。
- b) 2012 年至 2018 年以及 2018 年以後的年增長率是恆定的。

6. 該模型不符合 2015、2016 和 2017 年的數據。旅客人次在 2012 年至 2018 年間波動，並且實際上並未以複合增長率增加。事實上，不同的假設和使用不同的數據集可能會設計出不同的數學模型。



7. 教師還可與學生討論使用這種以固定年增長率的簡單模型的利弊。例如，該模型易於建構，無需大量不同類型的數據。但是，該模型可能具有過分簡化的缺點，因為它無法反映因素的變化和波動，因而影響短期預測的準確性。

### 活動二（請參閱工作紙二）

1. 利用活動一的模型，教師要求學生建立一個數學模型以表示每年來港過夜旅客的人次。
2. 教師可引導學生找出 2018 年過夜旅客的人次，並估計他們在總旅客人次中所佔的比重。

討論問題：

1. 你的模型作了哪些假設？

教師注意事項：

1. 學生可從以下網站找到建構模型所需數據：

2017 和 2018 年訪港旅客統計

[https://partnet.hktb.com/filemanager/intranet/pm/VisitorArrivalStatistics/Vis\\_S tat\\_E/VisE\\_2018/Tourism%20Statistics%2012%202018\\_R1.pdf](https://partnet.hktb.com/filemanager/intranet/pm/VisitorArrivalStatistics/Vis_S tat_E/VisE_2018/Tourism%20Statistics%2012%202018_R1.pdf)

從以上統計，2018 年過夜旅客人次 = 29 262 701

$$2018 \text{ 年過夜旅客所佔比重} = \frac{29262701}{65147555}$$

$$\approx \frac{9}{20}$$

建立數學模型：

$V$  = 第一年的旅客人次

$r\%$  = 旅客每年增長率

$N_1$  = 第一年之後第  $n$  年的旅客人次

$N_2$  = 第一年之後第  $n$  年的過夜旅客人次

由以上結果可得 
$$N_2 = \frac{9}{20} N_1$$

$$\therefore N_2 = \frac{9V(1+r\%)^n}{20}$$

活動二的模型是 
$$N_2 = \frac{9V(1+5\%)^n}{20}$$

2. 假設：

- 旅客人次每年以固定的增長率持續增加。
- 2012 年至 2018 年以及 2018 年以後的年增長率是恆定的。
- 過夜旅客所佔的百分數是一個常數，而 2018 年所得的百分數可應用於每一年。

### 活動三（請參閱工作紙三）

- 教師要求學生建立一個數學模型，以代表香港每年提供的酒店房間數量。
- 使用建構的模型，要求學生估計 2019 年和 2020 年的酒店房間數量。

討論問題：

- 需要哪些資料構建模型？
- 你的模型作了哪些假設？

教師注意事項：

- 期望學生會意識到建構模型需要 2012 年和 2018 年香港的酒店房間數量。此外，在此模型中不包括賓館和其他類型住宿場所提供的房間。
- 學生可從以下網站找到建構模型所需數據：

政府統計處：香港統計月刊（2013年2月，240頁和2019年2月第8-11節，表T10-14）

[https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130\\_tc.jsp?productCode=B1010002](https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130_tc.jsp?productCode=B1010002)

從上述網站的表列中，可得

2012年酒店房間數量 = 67 394 和

2018年酒店房間數量 = 81 465

設  $R\%$  為每年增長率，則有

$$67394(1 + R\%)^6 = 81465$$

$$R = 3.2 \quad (\text{準確至一位小數})$$

3. 建立數學模型：

$H$  = 第一年的酒店房間數量

$R\%$  = 酒店房間每年增長率

$N_3$  = 第一年之後第  $n$  年的酒店房間數量

與活動一中的建模相似，

$$N_3 = H(1 + R\%)^n$$

活動三的模式是  $N_3 = H(1 + 3.2\%)^n$  .

4. 假設：

a) 酒店房間數量每年以固定的增長率持續增加。

b) 2012年至2018年以及2018年以後的年增長率是恆定的。

5. 2019年酒店房間估計數量 =  $67394(1 + 3.2\%)^7$   
= 84019（準確至最接近的整數）

2020年酒店房間估計數量 =  $67394(1 + 3.2\%)^8$   
= 86708（準確至最接近的整數）

活動四（請參閱工作紙四）

1. 教師可與學生討論，如果想找出在2022年酒店和賓館的容納量是否足夠應付過夜旅客的住宿需求，需要收集哪些資料。

2. 利用活動二和三所建構的模型（即  $N_2$  和  $N_3$ ），教師可引導學生建構兩個模型，以表示某一年之後第  $n$  年的過夜旅客平均每日人次以及酒店和賓館的總容納量。

討論問題：

1. 你的模型作了哪些假設？
2. 如果所有增長率保持不變，什麼時候房間供應會不足夠？
3. 如果每個房間平均每晚只能容納 2 人，情況如何？房間供應還足夠嗎？
4. 在現實生活中，哪些假設可能會難以成立？為什麼？如何改進以提高模型的準確性？

教師注意事項：

1. 所需數據包括 (i) 酒店和賓館的房間數目；(ii) 每個房間每晚可容納的平均人數；(iii) 過夜旅客人次及平均留港時間；及 (iv) 旅客和酒店房間各自的每年增長率。在此模型中，不包括酒店和賓館以外的住宿地點。
2. 學生可從以下網站找到建構模型所需數據：
  - (i) 香港旅遊發展局年報  
<http://www.discoverhongkong.com/tc/about-hktb/annual-report/index.jsp>
  - (ii) 旅遊事務署  
[https://www.tourism.gov.hk/tc\\_chi/statistics/statistics\\_perform.html](https://www.tourism.gov.hk/tc_chi/statistics/statistics_perform.html)
  - (iii) 政府統計處：香港統計月刊（2019年2月第8-11節，表T10-14）  
[https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130\\_tc.jsp?productCode=B1010002](https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130_tc.jsp?productCode=B1010002)從以上網站可得
  - a) 過夜旅客平均留港時間約為 3.2 晚
  - b) 2018 年賓館提供的房間數量為 12526

3. 建立數學模型：

$N_2$  所需的變量

$V$  = 第一年的旅客人次

$r\%$  = 旅客每年增長率

$N_2$  = 第一年之後第  $n$  年的過夜旅客人次

$N_3^*$  所需的變量（連賓館）

$H^*$  = 第一年的房間數量（包括酒店和賓館）

$R\%$  = 房間每年增長率

$N_3^*$  = 第一年之後第  $n$  年酒店和賓館的房間數量

新變量

$A$  = 每個房間每晚可容納的平均人數

$a$  = 過夜旅客平均留港時間（以晚計）

$N_4$  = 第一年之後第  $n$  年的過夜旅客平均每日人次

$C$  = 第一年之後第  $n$  年的酒店和賓館的總容納量（以人數計）

可得  $N_4 = \frac{a \cdot N_2}{365}$  和  $C = AN_3^*$

$$\therefore N_4 = \frac{9aV(1+r\%)^n}{7300}$$

$$C = AH^*(1+R\%)^n$$

由活動二和三，可得  $r = 5.0$  和  $R = 3.2$ 。

在活動四，可得  $a = 3.2$ （見上文 2(a)）和  $A = 3$ （見以下 4(a)）。所以

$$N_4 = \frac{36V(1+5\%)^n}{9125}$$

$$C = 3H^*(1+3.2\%)^n$$

4. 假設：

- a) 每個房間平均每晚可容納 3 人\*。
- b) 一年有 365 天。
- c) 每年過夜旅客平均留港時間是不變的。
- d) 賓館提供的房間數量的年增長率也等於 3.2%。
- e) 全年每天訪港旅客人數大致相同。

【\*備註：4(a) 中的假設並非直接來自統計數據，而是基於其他資料來源的估計。以下顯示了 2018 年香港酒店和賓館的統計數據：

酒店房間平均入住率 = 91%

賓館房間平均入住率 = 84%

過夜旅客人次 = 29262701

過夜旅客平均留港時間 = 3.1 晚

酒店房間總數 = 81465 間

賓館房間總數 = 12526 間

所以，每個房間每晚可容納的估計人數 =  $\frac{29262701 \times 3.1}{365(81465 \times 0.91 + 12526 \times 0.84)} \approx 3$

我們假設從 2018 年起這個人數保持不變。】

5. 由活動一，2018 年旅客人次是 65 147 555。

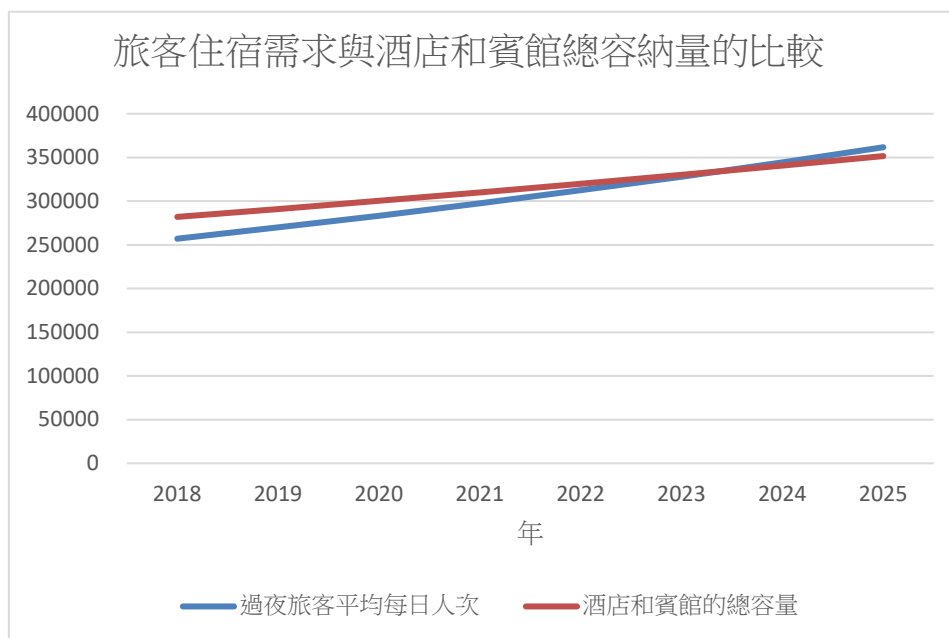


$$\begin{aligned}
& \text{2022 年過夜旅客平均每日人次} \\
&= \frac{36 \times 65147555 (1+5\%)^4}{9125} \\
&= 312\,410 \quad (\text{準確至最接近的整數})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{2022 年酒店和賓館的總容納量} \\
&= 3(81465 + 12526)(1 + 3.2\%)^4 \\
&= 319\,835 \quad (\text{準確至最接近的整數})
\end{aligned}$$

所以，2022 年房間供應足以應付旅客的住宿需求。

6. 如果每個房間平均每晚只能容納 2 位旅客，則房間供應不足。
7. 為了判斷在所有增長率不變的情況下房間供應會何時不足，學生可以使用試算表（如 Excel）來探究所需的年數。



以下僅供教師參考。

$$\frac{36 \times 65147555 (1+5\%)^n}{9125} > 3 \times 93991 (1+3.2\%)^n$$

$$\left( \frac{1.05}{1.032} \right)^n > 1.097$$

$$n \log \left( \frac{1.05}{1.032} \right) > \log(1.097)$$

$$n > 5.358$$

因此，如果所有增長率保持不變，那麼到 2024 年供應將不足。教師可以與學生討論這種情況在現實中有多大可能發生。通過考慮不同的假設和因素，鼓勵學生嘗試進行模型評估和改進。

8. 教師可討論在建構模型時所作假設的局限性。例如，我們使用過夜旅客平均每日人次來估算客房供應的充足性，並且我們假設全年中每天訪港旅客人數大致相同。實際上，旅遊業具季節性的特點，因而影響酒店房間的入住率。房間供應估計平均而言可以是足夠的，但在高峰時期可能不足。此外，模型中也未考慮酒店和賓館以外的住宿地點。例如，旅客可能住在親戚的家中。

參考文獻：

Galbraith, P., & Holton, D. (2018). *Mathematical Modelling: A Guidebook for Teachers and Teams*. Australian Council for Educational Research. Retrieved from <https://www.immchallenge.org.au/files/IM2C-Teacher-and-student-guide-to-mathematical-modelling.pdf>

The Government of the Hong Kong Special Administrative Region (HKSARG) (May, 2018). *Hong Kong: The Facts – Tourism*. Retrieved from <https://www.gov.hk/en/about/abouthk/factsheets/docs/tourism.pdf>

旅遊事務署，香港（2019年8月）。旅遊業統計資料：2018年旅遊業表現。擷取自 [https://www.tourism.gov.hk/english/statistics/statistics\\_perform.html](https://www.tourism.gov.hk/english/statistics/statistics_perform.html)

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2002). *Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems*. In K. Gravemeijer, R., Lehrer, B., Oers, B., van and L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 257–276). Dordrecht, Netherlands: Springer.

# 有關香港旅客住宿需求的數學建模

## 工作紙一

### 活動一

#### 熱身活動

1. 請提出一些方法來估算全年訪港旅客的人次，你的建議有任何限制和可能的錯誤嗎？

---

---

2. 以下給出一個簡化的情景，嘗試找出明年訪港旅客的人次。

本年訪港旅客人次 = 3 000 000

每年增長率 = 2%

---

---

假設每年增長率是固定不變的，建立數學模型來表示某年後第  $n$  年的旅客人次。

- 以下問題將引導你建立數學模型。數學建模是指利用數學語言（例如公式）來描述現實世界的情況，以進行估計和預測，解決問題等。
- 對於上述任務，可以使用 2012 年至 2018 年的旅客數據來建構模型。嘗試在互聯網上找出相關資料，以下是一個有用的網站。

政府統計處 – 表E551：按居住國家／地區劃分的訪港旅客

<https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130.jsp?productCode=D5600551>

1. a) 建構模型需要哪些數據？（例如 2012 年的旅客人次）

---

---

1. b) 建立數學模型表示在第一年之後第  $n$  年的旅客人次 ( $N_n$ ) 前，使用字母代表建模所需的變量，其中  $n = 0, 1, 2, \dots$

設  $n$  代表第一年之後的年數（即  $n = 0$  代表第一年）；

$N_1$  代表第一年之後第  $n$  年的旅客人次；

$V$  代表第一年的旅客人次；

$r\%$  代表旅客每年增長率。

2. 使用 2012 年和 2018 年的旅客人次估算每年增長率。

---

---

3. 建構一個數學模型來表示第一年之後第  $n$  年的旅客人次 ( $N_1$ )，即為  $N_1$  寫一個公式。

---

---

4. 以 2012 年為第一年，使用你的模型來估算 2019 年和 2020 年的旅客人次。

---

---

5. 你的模型作了哪些假設？

---

---

---

6. 你的模型是否符合 2015、2016 和 2017 年的數據？若否，原因為何？

---

---

---

## 有關香港旅客住宿需求的數學建模

### 工作紙二

#### 活動二

利用活動一的模型，建立一個數學模型以表示某一年之後第  $n$  年的過夜旅客的人次。

可以使用 2018 年的數據來建構模型，嘗試在互聯網上找出相關資料，所需的資料可以從以下網站找到：

2017 和 2018 年訪港旅客統計

[https://partnet.hktb.com/filemanager/intranet/pm/VisitorArrivalStatistics/Vis\\_Stat\\_E/VisE\\_2018/Tourism%20Statistics%2012%202018\\_R1.pdf](https://partnet.hktb.com/filemanager/intranet/pm/VisitorArrivalStatistics/Vis_Stat_E/VisE_2018/Tourism%20Statistics%2012%202018_R1.pdf)

1. 2018 年過夜旅客有多少？估計他們佔 2018 年整體旅客的比重。

---

---

---

2. 設  $N_2$  代表第一年之後第  $n$  年的過夜旅客人次。利用活動一的模型和問題 1 的結果，寫出  $N_2$  的模型。

---

---

---

---

3. 你的模型作了哪些假設？

---

---

---

## 有關香港旅客住宿需求的數學建模

### 工作紙三

#### 活動三

考慮增長率，建立數學模型來表示某年之後第  $n$  年的酒店房間數量。

1. 可以使用 2012 年至 2018 年的數據來建構模型。建構模型需要哪些數據？寫下數據相應的變量，背後的想法與活動一的模型類似。

設  $N_3$  代表第一年之後第  $n$  年的酒店房間數量；

---

---

可從以下網站找到所需數據：

政府統計處：香港統計月刊（2013 年 2 月，240 頁和 2019 年 2 月第 8-11 節，表 T10-14）

[https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130\\_tc.jsp?productCode=B1010002](https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130_tc.jsp?productCode=B1010002)

2. 為  $N_3$  建構一個數學模型。

---

---

---

---

---

3. 你的模型作了哪些假設？

---

---

4. 以 2012 年為第一年，使用你的模型來估算 2019 年和 2020 年的酒店房間數量。

---

---



## 有關香港旅客住宿需求的數學建模

### 工作紙四

#### 活動四

任務：判斷本地酒店和賓館的容納量在 2022 年是否足夠應付過夜旅客的住宿需求。因此，根據活動二和三的結果，本活動將比較 (i) 酒店和賓館的容納量，以及 (ii) 2022 年過夜旅客平均每日人次。

建立數學模型來表示某年之後第  $n$  年的酒店和賓館的總容納量和某年之後第  $n$  年的過夜旅客平均每日人次。

1. 如要找出這兩個目標數字，需要哪些數據（例如過夜旅客在香港平均住宿多少晚）？寫下相應的變量。

設  $N_n$  代表第一年之後第  $n$  年的過夜旅客平均每日人次；

$C$  代表第一年之後第  $n$  年的酒店和賓館的總容納量（以人數計）；

---

---

---

可從以下網站找到所需數據：

- (i) 香港旅遊發展局年報

<http://www.discoverhongkong.com/tc/about-hktb/annual-report/index.jsp>

- (ii) 旅遊事務署

[https://www.tourism.gov.hk/tc\\_chi/statistics/statistics\\_perform.html](https://www.tourism.gov.hk/tc_chi/statistics/statistics_perform.html)

- (iii) 政府統計處：香港統計月刊（2019年2月第8-11節，表 T10-14）

[https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130\\_tc.jsp?productCode=B1010002](https://www.censtatd.gov.hk/hkstat/sub/sp130_tc.jsp?productCode=B1010002)

2. 從以上網站，找出

- (i) 過夜旅客平均留港時間（以晚計），及
  - (ii) 2018 年賓館的房間數量。
- 
-

3. 利用活動二和三已建構的模型 (即  $N_2$  和  $N_3$ )，建立模型以表示  $N_4$  和  $C$ 。

---

---

---

---

---

---

---

---

4. 你的模型作了哪些假設？

---

---

---

---

5. 以 2018 年為第一年，使用你的模型來估算

(i) 2022 年過夜旅客平均每日人次，及

(ii) 2022 年酒店和賓館的總容納量

房間供應足以應付旅客的住宿需求嗎？

---

---

---

---

---

6. 如果所有增長率保持不變，什麼時候房間供應會不足夠？  
（你可以使用試算表如 Excel 來探究所需的年數）

---

---

---

---

7. 關於上述問題 5，如果每個房間平均每晚只能容納 2 人，情況如何？

---

---

---

### 模型評估

在現實生活中，哪些假設可能會難以成立？ 為什麼？ 如何改進以提高模型的準確性？

---

---

---

---