

高中數學課程闡釋： 必修部分

教育局
課程發展處
數學教育組

目 錄

	頁數
前言	i
學習單位 1 一元二次方程	1
學習單位 2 函數及其圖像	4
學習單位 3 指數函數與對數函數	6
學習單位 4 續多項式	8
學習單位 5 續方程	10
學習單位 6 變分	12
學習單位 7 等差數列與等比數列及其求和法	13
學習單位 8 不等式與線性規畫	14
學習單位 9 續函數圖像	16
學習單位 10 圓的基本性質	18
學習單位 11 軌跡	19
學習單位 12 直線與圓的方程	20
學習單位 13 續三角	21
學習單位 14 排列與組合	22
學習單位 15 續概率	23
學習單位 16 離差的度量	24
學習單位 17 統計的應用及誤用	26
學習單位 18 數學的進一步應用	27
學習單位 19 探索與研究	28
鳴謝	29

前 言

《數學課程及評估指引（中四至中六）》（2007）（以下簡稱《課程及評估指引》）是為 2009 年 9 月實施的新高中學制而編訂。高中數學課程包括必修部分及延伸部分。延伸部分包括兩個單元，分別是單元一（微積分與統計）及單元二（代數與微積分）。

在《課程及評估指引》中，必修部分的學習重點以表列形式歸於不同學習單位內。表中「注釋」欄的內容為學習重點的補充資料。本小冊子內的課程闡釋旨在進一步解釋：

- （一） 必修部分學習重點的要求；
- （二） 必修部分的教學建議；
- （三） 必修部分學習單位之間的關係和結構；
- （四） 必修部分與其他學習階段（如第三學習階段）的發展脈絡；及
- （五） 必修部分與延伸部分的課程銜接。

本小冊子內的課程闡釋連同《課程及評估指引》內每一學習單位的「注釋」欄及教學時數，可顯示該學習單位處理的闊度和深度。教師宜在施教必修部分時，把內容視為連貫的數學知識，並培養學生運用數學解決問題、推理及傳意的能力。此外，教師須留意，《課程及評估指引》中的學習單位及學習重點的編排次序並不同於學與教的次序，教師可因應學生需要有系統地編排學習內容。

歡迎各界人士就本小冊子提供意見和建議。來函請寄：

九龍油麻地彌敦道 405 號

九龍政府合署 4 樓

教育局課程發展處

總課程發展主任(數學)收

傳真：3426 9265

電郵：ccdoma@edb.gov.hk

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
1. 一元二次方程	1.1 以因式法解二次方程 1.2 由已知根建立二次方程 1.3 由繪畫拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像及讀取該圖像的 x 截距解方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 1.4 以二次公式解二次方程 1.5 理解二次方程的判別式與其根的性質之關係 1.6 解涉及二次方程的應用題 1.7 <u>理解根與係數的關係及以此關係建立二次方程</u> 1.8 欣賞數系（包括複數系）的發展 1.9 <u>進行複數的加、減、乘及除運算</u>	19

課程闡釋：

學生在第三學習階段已學會建立及解一元一次方程，並懂得以代數方法及圖解法建立及解聯立二元一次方程。必修部分則要求學生能進一步解一元二次及其他較複雜的代數方程。

在本學習單位，學生須能運用：

- 因式法
- 二次公式
- 拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像

解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，並能由已知根建立一元二次方程。學生應能選用合適的策略解二次方程。

圖解法在學習重點 9.2 中有進一步的推廣，教師須留意學習單位 9 的闡釋。

學生應能解涉及二次方程的應用題，惟該等問題應盡量與學生經驗有關。

至於可變換為二次方程的問題諸如 $\frac{6}{x} + \frac{6}{x-1} = 5$ 及有關的應用題、以因式

定理或由函數的圖像解二次以上的方程等課題，則分別在「續方程」、「續

多項式」、「續函數圖像」學習單位內處理。

本學習單位中所有二次方程的係數及學習重點 1.2「由已知根建立二次方程」中的已知根，均應只限於實數。

在表達方程的解時，由於第三學習階段中根式的運算及以較簡潔方式表達根式均屬非基礎部分，所以沒有修讀這些課題的學生，當以二次公式解諸如 $x^2 - 4x - 4 = 0$ 等二次方程時，毋須簡化諸如 $2 \pm \frac{\sqrt{32}}{2}$ 等根式。

除解二次方程外，學生須理解二次方程的判別式與其根的性質之關係。在《課程及評估指引》中，「理解」的要求一般比「認識」高。例如，「學生理解二次方程的判別式與其根的性質之關係」意謂學生須懂得該關係的內容和該關係成立的理由，並能利用這關係作進一步的運算及解決問題。

由於在學習重點 1.8 中已引入複數，學生判斷根的性質時，若判別式的值為負數，學生必須指出「方程無實根」，或更具體地說明「方程有兩個非實數根」，而非僅指出「方程沒有根」或「方程有兩個複數根」。不修讀學習重點 1.9（非基礎課題）之學生，當以二次公式解二次方程時，毋須以 $a \pm bi$ 的形式表示非實數根。

學生須理解根與係數的關係，包括：

- $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 及 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，其中 α 和 β 為方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根且 $a \neq 0$ 。

教師可與學生討論或讓他們探索其他根與係數的關係，例如 $\alpha^2 + \beta^2$ 。然而，學生毋須背誦有關結果。

數學概念的發展並非一蹴而就，其過程往往受文化思想等因素影響，數系的發展亦不例外。教師可透過不同活動，如展板製作或閱讀計畫，讓學生欣賞數系如何從自然數系發展到有理數系、實數系及複數系。例如，「為甚麼古希臘畢達哥拉斯學派否認無理數的存在？」、「虛數為甚麼要到十六世紀才得到確認？」等都是可討論的有趣課題。此外，教師亦可引導學生討論諸如數系的分層、有限位小數及循環小數的分數表示式、 $\sqrt{2}$ 為無理數的證明等課題。

修讀學習重點 1.9（非基礎課題）的學生，須懂得進行複數的加、減、乘及除的運算，其中複數只限於 $a \pm bi$ 這標準形式，而複數的極式、阿根圖、棣美弗定理，均非課程所需。

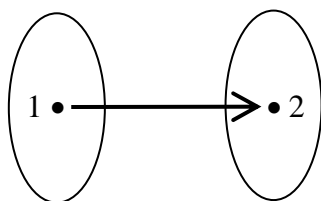
有關如何運用共同建構式教學教授以二次公式解二次方程，可參考《課程及評估指引》，頁 86 - 87。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
2. 函數及其圖像	2.1 認識函數、定義域、上域、自變量及應變量的直觀概念 2.2 認識函數的記法及使用表列、代數和圖像方法來表達函數 2.3 理解二次函數圖像的特徵 2.4 <u>以代數方法求二次函數的極大值和極小值</u>	10

課程闡釋：

學生在第三學習階段已初步認識數列的概念，而數列可視為函數的雛形。在本學習單位，學生須認識函數、自變量和應變量的直觀概念，並能分辨函數與非函數的例子。此外，學生須認識定義域和上域的直觀概念，因為它們在界定函數時是不可或缺的。認識這兩個概念將有助學生更深入地比較不同函數（見學習重點 3.4 的注釋），但利用集合語言嚴格界定函數或表達值域，則不屬課程所需。此外，複合函數亦不屬課程所需。當學生接觸諸如 $f(x) = \sin x^2$ 的函數時，函數值的計算可視之為一系列連續的運算，如上例：先取平方、再取正弦。

教師在闡釋函數的記法時，可引入啞變量的概念。表達函數的方式不拘一格，除可因應個別情況使用表列、代數和圖像方法外，也可採用以下較直觀的表達方式：



學生對函數有初步認識後，須進一步透過他們所熟悉的二次函數鞏固有關概念，並認識其圖像的以下特徵：

- 頂點
- 對稱軸
- 開口方向
- 與兩軸的關係

學生須能從二次函數中 x^2 項的係數辨認其圖像的開口方向，由常數項找出 y 軸截距及利用有關的判別式判斷圖像與 x 軸是否相交。另一方面，學生亦應能從二次函數的圖像讀出對稱軸及頂點等資料。學生須理解二次函數圖像的頂點與函數的極大值 / 極小值的關係，並能由此以圖解法求二次函數的極大值 / 極小值。

修讀學習重點 2.4（非基礎課題）的學生，須懂得利用代數方法求二次函數的極大值 / 極小值，並解有關的應用題。除配方法外，教師亦可介紹其他代數方法，例如，對學習能力較高的學生，教師可引導他們從二次函數圖像的特徵，得悉 $y = x^2 - 2x$ 的頂點之 x 坐標為 $\frac{\alpha + \beta}{2} = 1$ ，並代入 $x = 1$

得出函數的最小值為 $1^2 - 2(1) = -1$ 。至於利用求導法求極大值和極小值，則屬延伸部分單元一或單元二中「求導法的應用」的其中一個學習重點，並非必修部分所需。

此外，教師可引導學生進一步探索二次函數的係數與圖像的其他關係。例如，從 $\alpha\beta$ 所取的正負值，判斷圖像的兩個 x 軸截點在 y 軸同側還是異側。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
3. 指數函數與對數函數	3.1 <u>理解有理數指數的定義</u> 3.2 <u>理解有理指數的定律</u> 3.3 <u>理解對數的定義及其性質（包括換底公式）</u> 3.4 <u>理解指數函數與對數函數的性質及認識其圖像的特徵</u> 3.5 <u>解指數方程和對數方程</u> 3.6 <u>欣賞對數在現實生活中的應用</u> 3.7 <u>欣賞對數概念的發展</u>	16

課程闡釋：

在第三學習階段，學生對整數指數定律已有一定程度的認識，學習本單位時，應將指數定律的認識由整數指數伸延至有理數指數。

在第三學習階段，學生已掌握 a^n 、 a^0 和 a^{-n} （其中 n 為正整數）的定義。在必修部分，學生須認識其他有理數指數的定義： $\sqrt[n]{a}$ 、 $a^{\frac{1}{n}}$ 和 $a^{\frac{m}{n}}$ ，其中 a 為正實數， m 為整數和 n 為正整數。當 n 為奇數及 a 為負數時，學生須懂得計算 $\sqrt[n]{a}$ （例如 $\sqrt[3]{-8}$ ）簡單數式的值，而 $(-8)^{\frac{1}{3}}$ 的寫法則應避免。此外，學生須知道當 a 為負數時，指數定律並不適用。

學生學習有理指數定律和對數性質時，須清楚了解其成立條件，例如 $\log_a 1 = 0$ 中 a 須為正數且 $a \neq 1$ 。

學生理解換底公式後，應能以計算機求得任意對數（例如 $\log_2 3$ ）的值，惟自然對數屬延伸部分的學習重點，並非必修部分所需。

學習重點 3.2 中的指數雖然只局限於有理數，但學生應認識實數指數是有理指數的推廣。推廣的詳情不屬課程所需，但可作為學生進一步探索的有趣課題。此外，學生應留意指數函數的定義域為實數集，而對數函數的定義域為正實數集。後者的定義域與學生所熟識的二次函數不同。教師亦可引導學生討論當 $a > 1$ 或 $0 < a < 1$ 時，指數函數（及對數函數）的圖像有何不同。由於反函數的概念並非課程所需，當討論 $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的圖像之對稱關係時，毋需引入「反函數」這詞彙。學生理解指數函數與對數函數的關係後，可進一步由指數函數的特徵推導出對數函數的相關特徵。教師可透過不同的例子，諸如 $y = 2^x$ 、 $y = x^2$ 和 $y = x^3$ ，討論函數圖像遞增/減的快慢。

學習重點 3.5 主要涉及諸如 $2^x = 5$ 或 $\log_3(x+4) = 2$ 等簡單方程。諸如 $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ 或 $\log_2(x+1) + \log_2(x-3) = 3$ 等可變換為二次方程的方程，則在學習重點 5.3 中處理。

在這學習單位，學生除了理解指數函數及對數函數的概念外，亦須透過對諸如以黎克特制表示地震強度、以分貝表示聲音強級等討論，欣賞對數在現實生活的應用並理解計算公式中採用對數的目的。學生可嘗試採用不同的公式計算地震強度，但毋須背誦有關公式。

教師可透過不同活動，讓學生體會在沒有計算工具幫助下，進行複雜運算的困難，並由此引導學生討論諸如對數概念發展的歷史及如何以對數概念設計昔日的某些計算工具（例如：計算尺和對數表）等課題。

修讀延伸部分單元一或單元二的學生，將會進一步學習指數函數和對數函數的其他性質及應用。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
4. 續多項式	4.1 進行多項式除法 4.2 理解餘式定理 4.3 理解因式定理 4.4 <u>理解最大公因式和最小公倍式的概念</u> 4.5 <u>進行有理函數的加、減、乘及除</u>	14

課程闡釋：

學生在第三學習階段已學會多項式的加法、減法、乘法和簡易多項式的因式分解，亦掌握了分母為一次式的分式運算。在本學習單位，學生將進一步學習多項式的除法及較複雜的因式分解問題，亦會接觸分母高於一次式的有理函數的運算。而有理函數的加、減、乘、除，則可視為多項式的混合四則運算。

長除法是進行多項式除法的一個標準程序，教師可向學生介紹其他方法，例如綜合除法。至於多項式的繁複運算，則非本課程的重點。

學生應能理解除法算式 $f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$ 的意義，及於 $g(x) = ax + b$ 時如何推導出餘式定理。進一步而言，因式定理可視為餘式定理的一個特殊情況。在應用因式定理分解多項式時，教師可引導學生欣賞其功能（例如，解二次以上方程）及了解其局限性（例如，不是所有二次以上的方程都能有效地利用這個方法求解）。

為求與延伸部分銜接，本單位以「有理函數」取代在第三學習階段所採用的「分式」一詞，惟學生毋需在必修部分深入學習有理函數的性質。

在進行有理函數的乘、除和約簡時，最大公因式和最小公倍式的概念頗為重要，因此學生對兩者均須有充分理解。教授最大公因式（又稱「最高公因式」）和最小公倍式（又稱「最低公倍式」）時，教師可自由選用任何一個常見的簡稱，例如，“H.C.F.”、“gcd”，或以“(a, b)”表 a 和 b 的最大公

因式。除選定一個簡稱外，教師亦應介紹其他記法，方便學生閱讀其他參考書籍。為避免過於繁複的計算，當進行有理函數的加、減、乘、除時，應只限於不多於兩個變數的有理函數之運算。有理函數的除法包括諸如

「 $\frac{1}{x^2 - y^2}$ 除以 $\frac{1}{x + y}$ 」，惟過於繁複的運算並非本單位的重點。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
5. 續方程	5.1 <u>使用圖解法解分別為二元一次及二元二次的聯立方程，其中二元二次方程只限於 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式</u> 5.2 <u>使用代數方法解分別為二元一次及二元二次的聯立方程</u> 5.3 <u>解可變換為二次方程的方程(其中包括分式方程、指數方程、對數方程及三角方程)</u> 5.4 <u>解涉及可變換為二次方程的方程之應用題</u>	10

課程闡釋：

在第三學習階段，學生已學會建立二元一次的聯立方程，運用代數方法及圖解法解二元一次的聯立方程。在本學習單位，聯立方程的類型將擴展至其中之一為二元二次方程，而學習重點 1.6「解涉及二次方程的應用題」亦會延伸至涉及可變換為二次方程的方程之應用題。學生應留意分別為二元一次及二元二次的聯立方程的解之數目，與兩個方程均為二元一次時有何分別。

鑑於學生在必修部分毋須學習諸如 $x = y^2 - 3y + 6$ 或 $xy + y^2 = 1$ 等二元二次方程的圖像，因此在學習重點 5.1 中利用圖解法解聯立方程時，其中二元二次方程只限於 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式。至於使用代數方法解分別為二元一次及二元二次的聯立方程，則沒有此限制。

學生處理可變換為二次方程的方程時，須留意解的合理性，例如，解方程 $2\sin^2\theta - 5\sin\theta + 2 = 0$ 時，學生須留意 $\sin\theta = 2$ 沒有實解。此外，涉及三角函數的方程，其解只限於 0° 至 360° 的區間（參考學習重點 13.2）。

為提升學生的學習興趣，教師在學習重點 5.4 中可多選取與學生經驗有關的應用題。在討論過程中，教師可引導學生發現解題方法的多樣性。學生應探討不同的解難策略，並能從中選擇最恰當的方案。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
6. 變分	6.1 理解正變（正比例）和反變（反比例）及其在解現實生活問題時的應用 6.2 理解正變和反變的圖像 6.3 理解聯變和部分變及其在解決現實生活問題時的應用	9

課程闡釋：

在第三學習階段，學生已透過學習單位「率及比」認識量與量之間的某些關係，亦在必修部分學習單位 2 已學習函數的初步概念，認識變量與變量之間亦可有某些關係。本學習單位將進一步討論不同形式的變量之間的關係，包括正變、反變、聯變和部分變等概念及它們在日常生活中的應用。

討論正變 $y = kx$ 和反變 $y = \frac{k}{x}$ 的圖像時，教師可提示學生留意該兩函數的定義域均可包含負實數。當教師講解正變和反變時，不妨向學生介紹「正比例」和「反比例」這兩個在日常生活中常用的名詞。然而，教師應向學生釐清一般人對正比例和反比例常見的誤解，例如，如果 x 遞增， y 隨之遞增（遞減），則 x 與 y 必成正（反）比例。教師可利用反例證明上述斷言為假，例如：

x	1	2	3	4
y	2	5	7	11

其中 x 和 y 並不能滿足任何正變的關係。

另一方面，如果 x 與 y 成正（反）比例，命題「當 x 遞增，則 y 隨之遞增（減）」不一定為真，例如，當 k 為負數時，此命題為假。

學生在解決涉及部分變的問題時，往往須要運用解二次或以上方程的技巧。因此，學生學習這單位前，須修讀學習單位 1 和 4 的內容。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
7. 等差數列與等比數列及其求和法	7.1 <u>理解等差數列的概念及其性質</u> 7.2 <u>理解等差數列的通項</u> 7.3 <u>理解等比數列的概念及其性質</u> 7.4 <u>理解等比數列的通項</u> 7.5 <u>理解等差數列和等比數列的有限項求和公式及使用該公式解有關問題</u> 7.6 <u>探究某些等比數列的無限項求和公式及使用該公式解有關問題</u> 7.7 <u>解有關現實生活中的應用題</u>	17

課程闡釋：

在第三學習階段，學生在學習數的規律時應已掌握數列的基本概念。本學習單位將進一步討論其中兩類常見數列（等差數列和等比數列）的概念、性質、求和公式及其應用。

教師可引導學生討論當 T_1, T_2, T_3, \dots 為等差數列時，若 a 和 k 是任何兩個實數，數列 $T_1 + a, T_2 + a, T_3 + a, \dots$ 與數列 kT_1, kT_2, kT_3, \dots 都是等差數列，並由此得出數列 $kT_1 + a, kT_2 + a, kT_3 + a, \dots$ 亦必為等差數列。學生亦應發現，當 T_1, T_2, T_3, \dots 為等比數列及 $k \neq 0$ 時，數列 kT_1, kT_2, kT_3, \dots 亦必為等比數列。至於 $0, 0, 0, \dots$ 是否等差數列的討論則不屬必修部分所需。

處理涉及等差數列或等比數列求和的幾何題時，學生可能須應用學習單位「續三角」的內容，教師應留意有關學習單位的教學次序。

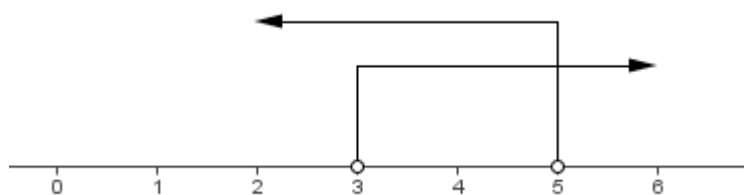
討論等差數列的性質 $T_n = \frac{1}{2}(T_{n-1} + T_{n+1})$ 和等比數列的性質 $T_n^2 = T_{n-1} \times T_{n+1}$ 時，毋須介紹「等差中項」和「等比中項」這兩個名稱。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
8. 不等式與線性規畫	8.1 解複合一元一次不等式 8.2 以圖解法解一元二次不等式 8.3 <u>以代數方法解一元二次不等式</u> 8.4 <u>在平面上表示二元一次不等式的圖像</u> 8.5 <u>解聯立二元一次不等式</u> 8.6 <u>解線性規畫應用題</u>	16

課程闡釋：

學生在第三學習階段已學習解一元一次不等式並以數線表示所求得之解。在本學習單位，學生將解涉及「和」或「或」的複合一元一次不等式、以圖解法和代數方法解一元二次不等式，並以圖解法解二元一次不等式及有關的線性規畫應用題。

在學習重點 8.1 中，教師應讓學生發現將兩個一元一次不等式的解畫在同一條數線上時，數線一般可被分割成三個區域，藉此可以找出複合不等式的解。學生應留意「 $x > 3$ 及 $x < 5$ 」和「 $x > 3$ 或 $x < 5$ 」的解並不相同。



學生充分理解二次函數圖像的特徵後，應能以圖解法解一元二次不等式。然而，學生亦須以代數方法解一元二次不等式。

學生在第三學習階段已充分掌握如何在坐標平面上描繪線性方程的圖像。在解二元一次不等式時，學生須判斷二元一次不等式的解對應哪些由直線分割出來的區域，而試值法是學生較易掌握的其中一個方法。

學習重點 8.5 要求學生運用圖解法解聯立二元一次不等式，至於運用代數方法解聯立二元一次不等式，則不屬課程所需。

教師教授學習重點 8.6 時，應多選取與學生日常生活有關的例子，亦應為學生提供討論解題策略的機會。

學習單位	學習重點	時間
數與代數範疇		
9. 續函數圖像	9.1 描繪及比較不同函數的圖像，包括常值函數、線性函數、二次函數、三角函數、 <u>指數函數及對數函數</u> 的圖像 9.2 使用 $y=f(x)$ 的圖像解方程 $f(x)=k$ 9.3 使用 $y=f(x)$ 的圖像解不等式 $f(x)>k$ 、 $f(x)<k$ 、 $f(x)\geq k$ 和 $f(x)\leq k$ 9.4 <u>從表列、符號和圖像的角度理解函數 $f(x)$ 的變換，包括 $f(x)+k$、$f(x+k)$、$kf(x)$ 和 $f(kx)$</u>	11

課程闡釋：

在學習單位 2 中，學生已初步認識函數的概念。這學習單位將進一步比較不同的函數的圖像，透過圖解法解方程和不等式及理解函數變換的概念。

鑑於部分學生將諸如 $y=4$ 的數式只視為方程的解，且甚至不懂得在坐標平面上描繪直線 $y=4$ 的圖像。教師須向學生介紹「常值函數」的概念。不修讀學習單位 3（非基礎課題）的學生，毋須討論指數函數及對數函數的圖像。當學生比較不同函數的圖像時，須嘗試比較它們的定義域、極大值和極小值的存在性、對稱性和週期性。

學生在學習重點 1.3 中已學會從讀取 $y=ax^2+bx+c$ 的圖像之 x 截距解二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ，學習重點 9.2 要求學生能進一步運用拋物線 $y=ax^2+bx+c$ 和直線 $y=k$ 兩圖像解一元二次方程 $ax^2+bx+c=k$ 。例如，從 $y=2x^2-5x-1$ 的圖像，學生除能夠解二次方程 $2x^2-5x-1=0$ 外，亦應能夠配合直線 $y=3$ 的圖像解二次方程 $2x^2-5x-4=0$ 。至於利用 $y=2x^2-5x-1$ 的圖像解諸如 $2x^2-6x+1=0$ 等二次方程，則不屬課程所需。

學生須把在學習重點 8.2 中所習得的方法推廣至二次函數以外的其他函數。換句話說，即使 $f(x)$ 不是形如 ax^2+bx+c 的函數，學生也該懂得利用 $y=f(x)$ 的圖像讀出方程 $f(x)=k$ 的解，然後利用 $y=f(x)$ 的圖像與

直線 $y = k$ 求出不等式 $f(x) > k$ 、 $f(x) < k$ 、 $f(x) \geq k$ 和 $f(x) \leq k$ 的解。

學生在探討函數的變換時，可先行利用表列的形式觀察自變量與應變量之間的關係之變化，繼而利用繪圖軟件比較經變換後函數圖像的變化。教師可鼓勵學生運用由特殊到一般的數學思想方法，得出 $y = f(x) + k$ 、 $f(x + k)$ 、 $kf(x)$ 、 $f(kx)$ 的圖像與原來的函數 $y = f(x)$ 的圖像之關係。討論過程中教師應着學生運用在第三學習階段所習得的概念及辭彙（例如，平移、反射、放大等）來描述圖像的變化。另一方面，教師亦應引導學生討論函數圖像的變換所引致函數中代數式的對應變化，例如，學生須懂得 $y = f(x)$ 的圖像沿 x 軸作反射，變換後的圖像可以用 $y = -f(x)$ 表示。函數中代數式的對應變化只限於 $f(x) + k$ 、 $f(x + k)$ 、 $kf(x)$ 、 $f(kx)$ 或其組合，換句話說，函數圖像的旋轉變換不屬課程所需。

複合函數的概念不屬課程所需，但諸如 $y = -x^2 + 4$ 的圖像可視為將 $y = x^2$ 的圖像沿 x 軸作反射，然後再沿 y 軸向上平移 4 單位。

學習單位	學習重點	時間
度量、圖形與空間範疇		
10. 圓的基本性質	10.1 理解圓上弦和弧的性質 10.2 理解圓上角的性質 10.3 理解圓內接四邊形的性質 10.4 <u>理解四點共圓和圓內接四邊形的判別法</u> 10.5 <u>理解圓切線和其內錯弓形的圓周角的性質</u> 10.6 <u>使用圓的基本性質作簡單幾何證明</u>	23

課程闡釋：

在第三學習階段中，學生以直觀法和演繹法學習幾何，內容以直線圖形為主。在必修部分，學習範圍將擴展到圓形，而學習歷程則仍可從直觀到演繹。例如，教師可利用動態幾何軟件，讓學生自行探索圓的基本幾何性質，然後在教師引導下嘗試作出證明，藉此培養學生的探索精神及邏輯推理能力。有關如何運用探究式教學教授圓內接四邊形的性質，可參考《課程及評估指引》，頁 85。

學習重點 10.1 至 10.3 要求學生理解圓的基本性質。學生除須知道有關性質的內容及運用這些性質進行運算外，亦須理解這些性質成立的理由或證明。惟運用這些性質作其他幾何證明則屬非基礎課題。

弧與所對的圓心角成正比例的性質應已在第三學習階段討論，但教師可提醒學生留意弦與所對的圓心角並非成正比例。

學習單位	學習重點	時間
度量、圖形與空間範疇		
11. 軌跡	11.1 理解軌跡的概念 11.2 描述及描繪滿足某些已知條件的點之軌跡 11.3 以代數方程描述點的軌跡	7

課程闡釋：

教師可從日常生活的例子，例如行駛中汽車的照明燈和星流跡等的長時間曝光照片引入軌跡的概念。學生可利用動態幾何軟件，探究一點在已知條件下移動所成的軌跡，但學生亦須理解數學中的軌跡不一定涉及點的移動。例如，所有與某定點保持同樣距離的點所成的軌跡是一圓。

學習重點 11.2 要求學生能以文字描述軌跡及描繪其圖像，而學習重點 11.3 則要求學生能以代數方程描述點的軌跡。在求軌跡方程的過程，學生須運用第三學習階段中「直線的坐標幾何」的相關知識，如運用兩點距離公式求與兩固定點等距的點所成軌跡的方程。

在本學習單位中，學生須根據已知條件求軌跡為直線、圓和形式如 $y = ax^2 + bx + c$ 的拋物線之方程。至於有關直線和圓的方程之詳細討論，則留待學習單位 12 中進行。

學習單位	學習重點	時間
度量、圖形與空間範疇		
12. 直線與圓的方程	12.1 理解直線方程 12.2 理解兩直線相交的各種可能情況 12.3 理解圓方程 12.4 <u>求直線與圓交點的坐標及理解直線與圓相交的各種可能情況</u>	14

課程闡釋：

在上一學習單位「軌跡」，學生已初步掌握軌跡的概念，並已解決一些簡單的軌跡問題。教師可引導學生從軌跡的角度，理解方程與圖像的關係，進而求圖像的方程及由方程理解對應圖像的特質。

在第三學習階段，學生在學習單位「二元一次方程」中，已初步認識直線方程的圖像。本學習單位的學習重點 12.1 則要求學生在給定條件下求有關直線的方程。教師可因應學生的能力和需要，決定是否介紹「兩點式」、「點斜式」和「斜截式」等名稱，而各種直線方程的形式之間的轉換則並非課程重點。

在圓方程（學習重點 12.3）方面，學生曾在學習重點 10.1 探討過給出三個不共線點，有一個而且只有一個圓經過這三點。學生現可運用坐標幾何的方法再次證明經過三個不共線點的圓只有一個。

修讀學習重點 5.2（非基礎課題）的學生，對使用代數方法解分別為二元一次及二元二次的聯立方程應已充分掌握。在學習重點 12.4，學生可藉此推斷直線與圓相交有三種可能情況，從而利用二次方程的判別式判斷已知直線與圓有多少個交點或求此圓的切線。此外，教師亦可引導學生利用平面幾何的方法證明沒有直線可與一圓相交多於兩點。

學習單位	學習重點	時間
度量、圖形與空間範疇		
13. 續三角	13.1 理解正弦、餘弦和正切函數、其圖像及其性質，包括極大值、極小值和週期性 13.2 解三角方程 $a \sin \theta = b$ 、 $a \cos \theta = b$ 、 $a \tan \theta = b$ （其解限於 0° 至 360° 區間） <u>和其他的三角方程（其解限於 0° 至 360° 區間）</u> 13.3 <u>理解三角形面積公式 $\frac{1}{2} ab \sin C$</u> 13.4 <u>理解正弦和餘弦公式</u> 13.5 <u>理解希羅公式</u> 13.6 <u>使用上述公式解二維及三維空間的應用題</u>	21

課程闡釋：

學生在第三學習階段應已熟習在直角三角形中銳角的正弦、餘弦和正切的定義。在這基礎上，教師可介紹如何利用直角坐標平面上的單位圓定義三角函數，並介紹正角和負角。學生應能找出三角函數的其極大值和極小值，且能從三角函數的圖像找出和週期性，並根據函數的週期性簡化含有 $-\theta$ 、 $90^\circ \pm \theta$ 、 $180^\circ \pm \theta$ 等的正弦、餘弦和正切之數式。弧度法為延伸部分單元二的學習重點，不屬必修部分課程所需。

學習重點 13.2 中解三角方程 $a \sin \theta = b$ 、 $a \cos \theta = b$ 、 $a \tan \theta = b$ 屬基礎課題，而解其他三角方程，如 $\sin 2\theta = 0.5$ 、 $\sin \theta = 2 \cos \theta$ 、 $\tan \theta - \cos(90^\circ - \theta) = 0$ 等，則屬於非基礎課題。至於可變換為二次方程的三角方程，如 $6 \sin^2 \theta + 5 \sin \theta + 1 = 0$ 、 $\tan \theta = \cos \theta$ 等，亦屬非基礎課題（見學習重點 5.3）。

在應用學習重點 13.3 – 13.5 中的公式解三維空間的應用題時，教師可協助學生鞏固在第三學習階段中「續立體圖形」學習單位中所學有關線、平面之間的關係的概念。

學習單位	學習重點	時間
數據處理範疇		
14. 排列與組合	14.1 <u>理解計數原理的加法法則和乘法法則</u> 14.2 <u>理解排列的概念和記法</u> 14.3 <u>解不同物件的無重排列應用題</u> 14.4 <u>理解組合的概念和記法</u> 14.5 <u>解不同物件的無重組合應用題</u>	11

課程闡釋：

學生經過不同學習階段，已對計數原理有直觀的認識。在這學習單位，學生須就基本的計數原理，如在什麼時候應用加法法則或乘法法則，有更深入的了解。此外，透過排列與組合的學習，學生應能解決現實中較複雜的問題。

教師教授排列和組合的概念時，可選用任何一個常見的記法，如“ P_r^n ”、“ ${}_nP_r$ ”、“ nP_r ”和“ C_r^n ”、“ ${}_nC_r$ ”、“ nC_r ”、“ $\binom{n}{r}$ ”。但除選定的記法外，教師亦應介紹其他記法，方便學生閱讀參考書籍。

本學習單位要求學生理解排列與組合兩者的分別。學生亦應理解關係 $C_r^n = \frac{P_r^n}{r!}$ 及 $C_r^n = C_{n-r}^n$ 。其他關於排列或組合的複雜性質，如 $C_r^n + C_{r-1}^n = C_r^{n+1}$ ，則不屬必修部分課程所需。

排列與組合問題千變萬化。本學習單位只要求學生能解簡單的排列和組合的應用題，例如，「求物件的排列，其中三個指定物件必須相鄰」。至於圓形排列及牽涉相同物件、重複排列或組合的應用題的計算，則不屬課程所需。

學習單位	學習重點	時間
數據處理範疇		
15. 續概率	15.1 <u>認識集合的記法，包括併集、交集和餘集的記法</u> 15.2 <u>理解概率加法定律和互斥事件及互補事件的概念</u> 15.3 <u>理解概率乘法定律和獨立事件的概念</u> 15.4 <u>認識條件概率的概念和記法</u> 15.5 <u>使用排列與組合解與概率有關的應用題</u>	10

課程闡釋：

學生在第三學習階段已學習概率的基本概念，並懂得以數數方法求概率。在必修部分，學生將學習以加法定律和乘法定律解決概率中較複雜的問題，而關於概率的進一步問題則會在延伸部分單元一中處理。

為方便表達不同事件間的關係（包括互斥、互補和獨立事件）、概率加法定律和乘法定律，本學習單位中的事件均以集合表示。因此，學生在學習學習重點 15.2 – 15.5 中的內容前，須對集合有基本的認識，其中包括以列舉、描述及溫氏圖表示集合，並認識在概率問題中常見的空集、宇集、併集、交集和餘集的概念及記法。至於這些概念的嚴格定義或集合運算的規律（例如德摩根律等）則不屬課程所需。

運用概率的加法定律及乘法定律時，學生須理解在某些特殊條件下，例如 A 及 B 為互斥事件時，這些定律的變化。同時，在引入乘法定律時，學生須認識條件概率的概念和記法，並能解簡單的條件概率問題。至於貝葉斯定理則會在延伸部分單元一中處理。

修讀學習單位 14「排列與組合」（非基礎課題）的學生可運用有關的計數技巧解決與概率有關的應用題。

學習單位	學習重點	時間
數據處理範疇		
16. 離差的度量	16.1 理解離差的概念 16.2 理解分佈域和四分位數間距的概念 16.3 製作及闡釋框線圖及使用框線圖比較不同組別的數據分佈 16.4 理解分組數據和不分組數據的標準差之概念 16.5 使用合適的量度方法比較不同組別數據的離差 16.6 <u>理解標準差在涉及標準分和正態分佈的現實生活問題時的應用</u> 16.7 <u>探究下列情況對數據的離差之影響：</u> (i) <u>在數據中加入一項數據</u> (ii) <u>從數據中剔除一項數據</u> (iii) <u>對數據的每一項加上一個共同常數</u> (iv) <u>對數據的每一項乘以一個共同常數</u>	14

課程闡釋：

在第二學習階段，學生已學習一個量度離散數據的集中趨勢之簡單方法－平均數(算術平均數)。在第三學習階段，學生學習量度不分組數據及分組數據的集中趨勢的其他方法。在必修部分，學生須進一步認識到，在很多情況下，要描述數據分佈，僅用集中趨勢並不足夠。學生除須理解離差、分佈域、四分位數間距的概念，亦須懂得製作和運用框線圖(或稱「箱形圖」)。當給出一組不分組或分組的數據，學生須懂得計算它的標準差並理解它們的意義。此外，學生應能選擇合適的量度方法，比較不同組別數據的離差。

由於「方差」這術語很常見，因此學生學習標準差時亦該認識「方差」這名稱和它與標準差之間的關係，但有關方差的運算則會在延伸部分單元一處理。必修部分中的標準差之公式及計算只限於總體，即

$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + \dots + (x_N - \mu)^2}{N}}$ 。至於抽取樣本以估計總體標準差的公式，則

會在延伸部分單元一處理。

修讀學習重點 16.6（非基礎課題）的學生，須理解標準差的簡單應用，即涉及標準分和正態分佈的現實問題的應用。在計算過程中，學生毋須查閱正態分佈表或背誦位於距平均值 1、2 或 3 個標準差範圍內的數據之百分比。修讀學習重點 16.7（非基礎課題）的學生，須透過探究數據組內，部分數據變化對集中趨勢和離差的影響，從而對不同統計量的性質有更深入的認識。

學習單位	學習重點	時間
數據處理範疇		
17. 統計的應用及誤用	17.1 認識抽取調查樣本的不同技巧及製作問卷的基本原則 17.2 討論及認識各種日常活動或調查中統計方法的應用和誤用 17.3 評估從新聞媒介、研究報告等不同來源所獲得的統計調查報告	8

課程闡釋：

在小學及初中階段，學生已熟悉統計工作，特別是蒐集數據、表達及闡釋統計圖像和圖表。學生應對統計量的概念有初步的認識。在高中，學生則會更全面地認識現實生活中的統計工作。

教師可透過日常生活例子介紹「總體」和「樣本」的概念。學生須明白在日常統計工作中，抽取樣本幾乎無可避免，並認識抽取樣本的不同技巧。在抽取樣本的技巧方面，學生須認識概率抽樣和非概率抽樣的基本概念。然而，有關抽取樣本的計算，如樣本標準差的計算，則不屬必修部分所需。問卷是常用的蒐集數據方法之一。學生須認識在製作問卷時，哪些因素會對問卷的信度和效度產生影響，例如：問題的形式、用語和排序及回應的選擇。

在第三學習階段，學生該對統計圖像/圖表及集中趨勢的應用和誤用有足夠的認識。在必修部分，學生須進一步討論各種日常活動或調查中統計方法的應用和誤用。這包括調查目的、採用的抽樣方法、蒐集數據的方法及分析方法等討論。此外，學生須能更全面地分析從新聞媒介、研究報告等不同來源所獲得的統計調查報告，其中包括分析蒐集數據的抽樣方法、問卷的設計、數據的整理及表達、統計分析和推論等，從而讓學生整合由不同學習階段所習得的統計知識。

學習單位	學習重點	時間
進階學習單位		
18. 數學的進一步應用	解較複雜的現實生活和數學應用題，並在解題過程中尋找能提供解題線索的資料，探究不同的解題策略或綜合不同數學環節的知識 主要焦點為： (a) 探究及解現實生活中較複雜的應用題 (b) 欣賞不同數學環節間的關連	20

課程闡釋：

本學習單位與其他學習單位內的數學應用課題不同，重點不在於學習某些固定的數學知識，而是透過探究及解決現實生活中較複雜的應用題，讓學生欣賞不同數學環節間的關連，並培養學生靈活綜合運用不同學習單位的知識和技巧之能力。《課程及評估指引》，頁 32 中的例子僅供教師參考。教師可因應學生能力及需要選擇其他更適合他們的課題。此外，教師應讓學生嘗試自行尋找能提供解題線索的資料和探究不同的解題策略，而不宜給與他們太多的提示。

學習單位	學習重點	時間
進階學習單位		
19. 探索與研究	通過不同的學習活動，發現及建構知識，進一步提高探索、溝通、思考和形成數學概念的能力	20

課程闡釋：

本學習單位旨在提供更多學習空間，讓學生在學習其他學習單位的內容時，能參與更多有助發現及建構知識、提高探索、溝通、思考和形成數學概念的能力之活動。換句話說，這並非一個獨立和割裂的學習單位，活動可在課堂中引起動機、發展、鞏固或評估等不同環節進行。

鳴謝

我們特別向下列委員會及工作小組的委員致謝，多謝他們對本小冊子所提供的寶貴意見和建議。

課程發展議會數學教育委員會

課程發展議會 — 香港考試及評核局數學教育委員會（高中）

課程發展議會 — 香港考試及評核局高中數學課程（必修部分）工作小組