

課題：循環小數(四)

學習目標：

能用圖來表達出相關分數的循環小數值。

已有知識：

1. 認識循環小數的概念。
2. 認識循環小數的變化規律。

教學資源：

1. 有分數功能的計算機
2. 循環小數工作紙（四）（五）

活動一：

1. 用計算機把 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots, \frac{7}{7}$ 化為小數，並把結果記錄在循環小數工作紙（四）上。
2. 觀察所得結果，有何發現？（ $\frac{1}{7}$ 至 $\frac{6}{7}$ 這6個分數化為小數時，它們的循環節均由1, 2, 4, 5, 7和8六個數字所組成的。）

$$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$$

$$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$$

$$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$$

$$\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$$

$$\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$$

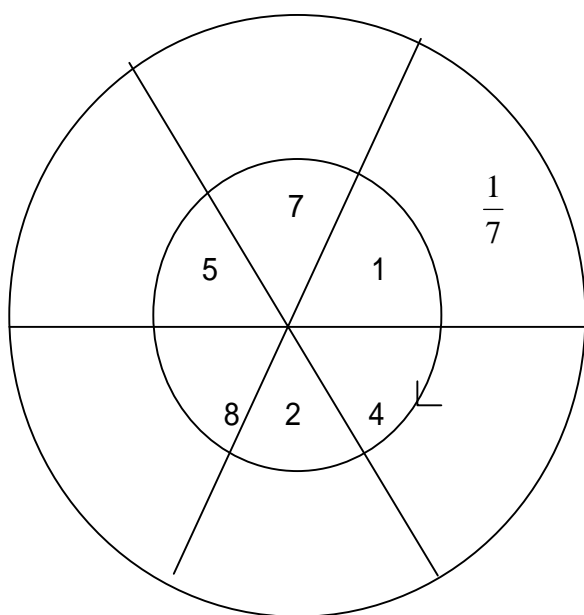
$$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$$

3. 將相加後結果是 1 的兩個分數找出來，並把它們的小數加起來，看看有何發現。

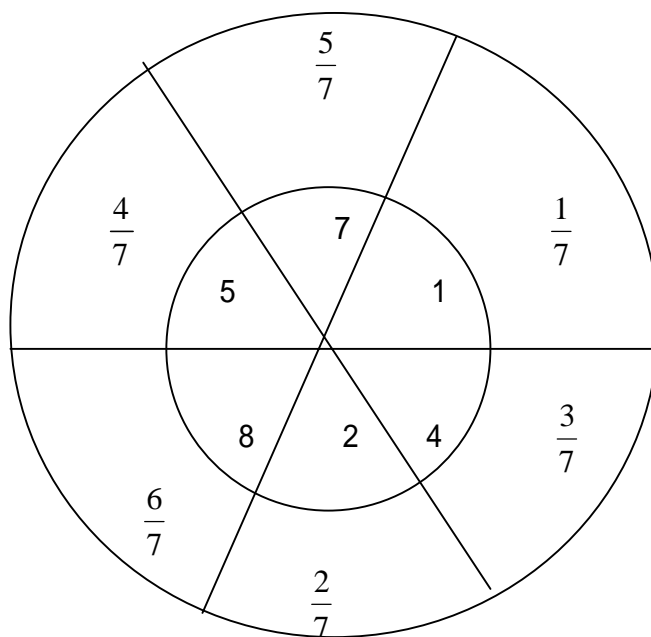
例： $\frac{3}{7}$ 及 $\frac{4}{7}$

| | |
|---------------------------------|--|
| $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1$ | $\begin{array}{r} 0.428571 \\ + 0.571428 \\ \hline 0.999999 \\ 0.999999 \approx 1 \end{array}$ |
|---------------------------------|--|

4. 教師在黑板上繪出兩個圓形，把兩個圓形分為 6 份。先在環形外層寫上 $\frac{1}{7}$ ，然後把它的循環節的 6 個數字，依順時針方向列於內層的環形中，如圖一所示。



圖一



圖二

5. 依分數的循環節首個數字，把其他對應的分數列於環形外層(如圖二所示)，讓學生說出觀察所得的結果。
(把環形內層相對的數加起來，結果是 9；把環形外層相對的分數相加，結果是 1。)

活動二：

若學生有興趣可以用 $\frac{1}{13}$ 至 $\frac{12}{13}$ 12 個分數重複活動一，並把結果記錄在循環小數工作紙(五)上。

備註：

1. $\frac{1}{13}$ 至 $\frac{12}{13}$ 這 12 個分數化成的循環小數，可分為 2 組：

$$\text{A 組：} \quad \frac{1}{13} = 0.\dot{0}7692\dot{3}$$

$$\frac{3}{13} = 0.\dot{2}3076\dot{9}$$

$$\frac{4}{13} = 0.\dot{3}0769\dot{2}$$

$$\frac{9}{13} = 0.\dot{6}9230\dot{7}$$

$$\frac{10}{13} = 0.\dot{7}6923\dot{0}$$

$$\frac{12}{13} = 0.\dot{9}2307\dot{6}$$

$$\text{B 組：} \quad \frac{2}{13} = 0.\dot{1}5384\dot{6}$$

$$\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8561\dot{5}$$

$$\frac{6}{13} = 0.\dot{4}6153\dot{8}$$

$$\frac{7}{13} = 0.\dot{5}3846\dot{5}$$

$$\frac{8}{13} = 0.\dot{6}1538\dot{4}$$

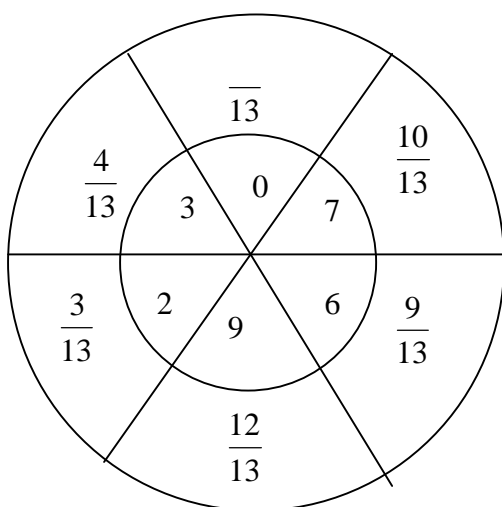
$$\frac{11}{13} = 0.\dot{8}4615\dot{3}$$

B20

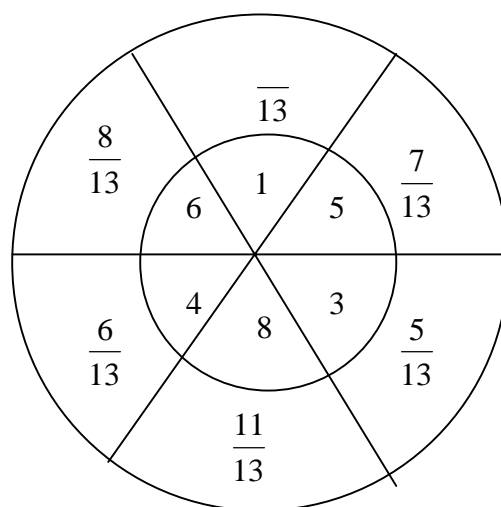
2. 每組的循環節均由相同的 6 個數字組成。在環形內層列出該 6 個數字，並將對應的分數（分數對應其循環節首個數字）列於環形外層，讓學生觀察，並說出觀察所得。

- i. 若分數 $\frac{n}{13}$ 在 A 組內， $(1 - \frac{n}{13})$ 亦在 A 組內。
- ii. 環形內層對角數字相加是 9。
- iii. 環形外層對角分數相加是 1。

A 組



B 組



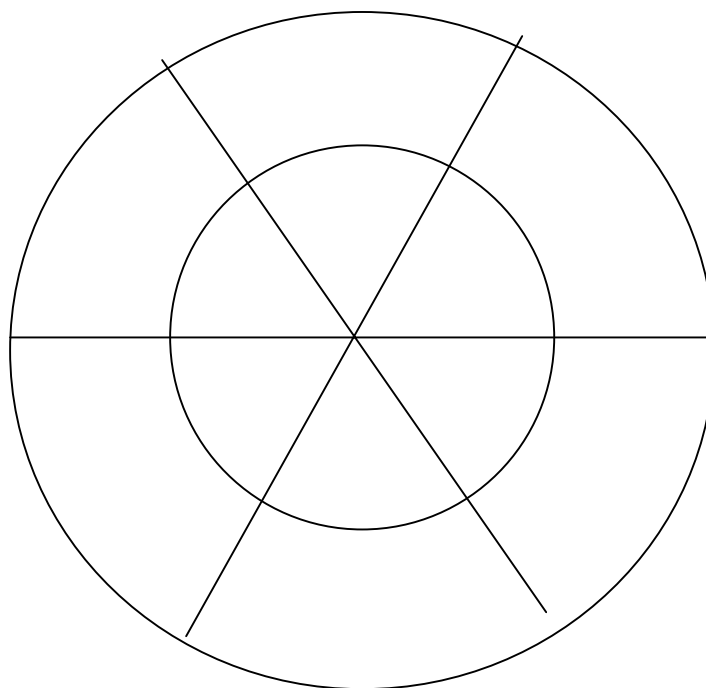
循環小數工作紙 (四)

1. 用計算機把分母是 7 之分數化為小數，並將答案列出。

| |
|-----------------|
| $\frac{1}{7} =$ |
| $\frac{2}{7} =$ |
| $\frac{3}{7} =$ |
| $\frac{4}{7} =$ |
| $\frac{5}{7} =$ |
| $\frac{6}{7} =$ |

2. 觀察所得結果，有何發現？

3. $\frac{1}{7}$ 至 $\frac{6}{7}$ 化為小數時，它們的循環節是由 _____ 個數字組成的。在環形內層列出該 6 個數字，並將對應的分數(分數對應循環節首個數字) 列於環形外層，觀察結果。



循環小數工作紙 (五)

1. 用計算機把分母是 13 之分數化為小數，並將答案列出。

| | |
|------------------|-------------------|
| $\frac{1}{13} =$ | $\frac{7}{13} =$ |
| $\frac{2}{13} =$ | $\frac{8}{13} =$ |
| $\frac{3}{13} =$ | $\frac{9}{13} =$ |
| $\frac{4}{13} =$ | $\frac{10}{13} =$ |
| $\frac{5}{13} =$ | $\frac{11}{13} =$ |
| $\frac{6}{13} =$ | $\frac{12}{13} =$ |

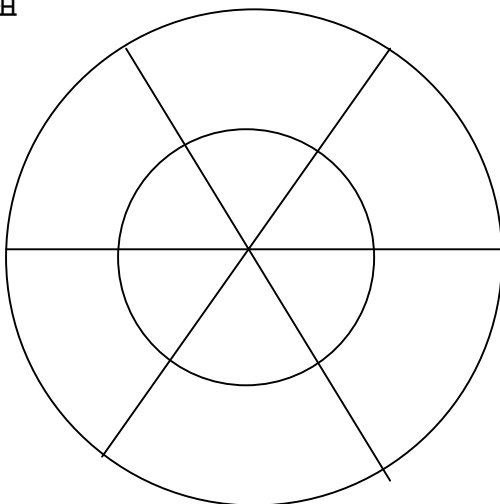
2. 觀察所得結果，有何發現？

3. 試將 $\frac{1}{13}$ 至 $\frac{12}{13}$ 這 12 個分數化成的循環小數，分為 2 組。

| A 組 | B 組 |
|-----|-----|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

4. 每組的循環節均由相同的 6 個數字組成。在環形內層列出該 6 個數字，並將對應的分數(分數對應循環節首個數字)列於環形外層，觀察結果。

A 組



B 組

