

## 第三十七屆香港數學競賽(HKMO) (2019/20)

### 宗旨/目標

本附件旨在邀請各中學參加上述比賽。

### 詳情

2. 「第三十七屆香港數學競賽」由教育局及香港教育大學數學與資訊科技學系聯合舉辦，旨在發展學生的數學能力和培養他們對數學的興趣。

3. 競賽的初賽將於 **2020 年 2 月 15 日**（星期六）舉行。初賽中總分（個人項目及團體項目的積分總和）最高的五十隊將進入決賽，而決賽將於 2020 年 5 月舉行。

4. 由本屆開始，HKMO 初賽的比賽模式將作出以下改變：

- (a) 為加強團體項目，幾何作圖項目將予以取消；及
- (b) 團體項目的比賽時限由 20 分鐘增至 30 分鐘。團體項目將會由甲部和乙部兩部分組成。甲部包括 5 題數學題，每題 2 分；乙部包括 5 題數學題，每題 4 分。整個項目的總分為 30 分。

個人項目的比賽模式將維持不變。團體項目的樣本試卷隨附於附錄 10c，供教師參考。

5. 擬參加上述比賽的學校請填妥隨附的參賽表格（附錄 10a）或從網頁 <https://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/sa/hkmo-index.html> 下載的表格，並於 **2020 年 1 月 17 日（星期五）** 或**以前傳真**至教育局課程發展處數學教育組（或**電郵**至 robertcheng@edb.gov.hk）。



6. 有關上述比賽的規則，請參閱附錄 10b。

### 聯絡人

7. 如有查詢，請致電 2153 7436 與教育局課程發展處數學教育組鄭仕文先生聯絡。

參賽表格

致 九龍彌敦道 405 號  
 九龍政府合署 4 樓  
 教育局課程發展處數學教育組  
 傳真號碼： 3426 9265 電郵： robertcheng@edb.gov.hk  
 (煩交 鄭仕文先生)

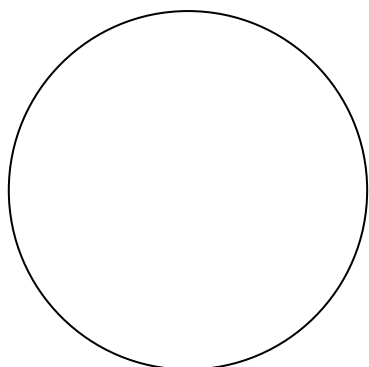
第三十七屆香港數學競賽(2019/20)

本校提名下列學生參加上述競賽。

編號	學生姓名		性別 (男/女)	班別
	英文姓名 (大寫)	中文姓名		
1				
2				
3				
4				
5				
6				

領隊老師為 \_\_\_\_\_ 博士 / 先生 / 女士 / 小姐\*。

\*請將不適用者刪去



學校蓋章

校長簽名： \_\_\_\_\_

校長姓名： \_\_\_\_\_

校名： \_\_\_\_\_

地址： \_\_\_\_\_

電話： \_\_\_\_\_ 傳真： \_\_\_\_\_

日期： \_\_\_\_\_

**第三十七屆香港數學競賽 (2019/20)****初賽規則**

1. 初賽分個人項目和團體項目兩部分，個人項目限時六十分鐘，而團體項目則限時三十分鐘。
2. 每隊由四至六位中五或以下同學組成。其中任何四位可參加個人項目；又其中任何四位可參加團體項目。不足四位同學的隊伍將被取消參賽資格。
3. 每隊隊員必須穿著整齊校服，並由負責教師帶領，於上午 9 時或以前向會場接待處註冊，同時必須出示身分證/學生證明文件，否則將被取消該隊參賽資格。
4. 指示語言將採用粵語。若參賽者不諳粵語，則可獲發給一份中、英文指示。比賽題目則中、英文並列。
5. 每一隊員於個人項目中須解答 15 條問題（當中甲部佔 10 題、乙部佔 5 題）；而每一隊伍則須於團體項目中解答 10 條問題（當中甲部佔 5 題、乙部佔 5 題）。
6. 團體項目中，各參賽隊員可進行討論，但必須將聲浪降至最低。
7. 各參賽隊伍須注意：個人項目及團體項目比賽時，不准使用計算機、四位對數表、量角器、圓規、三角尺及直尺等工具，違例隊伍將被撤銷參賽資格或扣分。
8. 除非另有聲明，否則所有個人項目及團體項目中問題的答案均為數字，並應化至最簡，但無須呈交證明及算草。
9. 參賽者如有攜帶電子通訊器材（包括平板電腦、手提電話、多媒體播放器、電子字典、具文字顯示功能的手錶、智能手錶或其他穿戴式附有通訊或資料貯存功能之科技用品）或其他響鬧裝置，應把它關掉，並放入手提包內或座位的椅下，否則大會有權取消該隊參賽資格。
10. 個人項目中，甲部和乙部的每一正確答案分別可得 1 分及 2 分。每隊可得之最高積分為 80 分。
11. 團體項目中，甲部和乙部的每一正確答案分別可得 2 分及 4 分。每隊可

得之最高積分為 30 分。

12. 初賽中，並不給予快捷分。

13. 參賽者必須自備工具，例如：原子筆及鉛筆。

14. 籌委會將根據各參賽隊伍的總成績（個人項目及團體項目的積分總和）選出最高積分的五十隊進入決賽。

15. 初賽獎項：

(a) 於個人項目比賽中，

(i) 取得滿分者將獲頒予最佳表現及積分獎狀；

(ii) 除上述 (i) 中取得最佳表現的參賽者外，

(1) 成績最佳的首 2% 參賽者將獲頒予一等榮譽獎狀；

(2) 隨後的 5% 參賽者將獲頒予二等榮譽獎狀；

(3) 緊接著的 10% 參賽者將獲頒予三等榮譽獎狀。

(b) 於團體項目中取得滿分的隊伍將獲頒予最佳表現及積分獎狀。

(c) 於各分區的比賽中，總成績（個人項目及團體項目的積分總和）最高之首 10% 的參賽隊伍將獲頒予獎狀。

16. 如有任何疑問，參賽者須於比賽完畢後，立即向會場主任提出。所提出之疑問，將由籌委會作最後裁決。

Hong Kong Mathematics Olympiad (2019 / 2020)

Heats (Group Event) Sample Paper

香港數學競賽 (2019 / 2020)

初賽 (團體項目) 模擬試卷

Part A

甲部

1. 除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。  
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.
2. 本部各題佔分相等，每題 2 分。  
All questions in this section are of equal marks, each question carries 2 marks.

1. 設  $f(x)$  為二次多項式，其中  $f(1) = \frac{1}{2}$ ， $f(2) = \frac{1}{6}$ ， $f(3) = \frac{1}{12}$ 。求  $f(6)$  的值。

Let  $f(x)$  be a polynomial of degree 2, where  $f(1) = \frac{1}{2}$ ， $f(2) = \frac{1}{6}$ ， $f(3) = \frac{1}{12}$ . Find the value of  $f(6)$ .

(2017/18 團體項目)

2. 已知  $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ ，其中  $x \neq 0$ 。設  $y$  為滿足方程  $f(x) = 1$  的  $x$  的最大值。求  $y$ 。

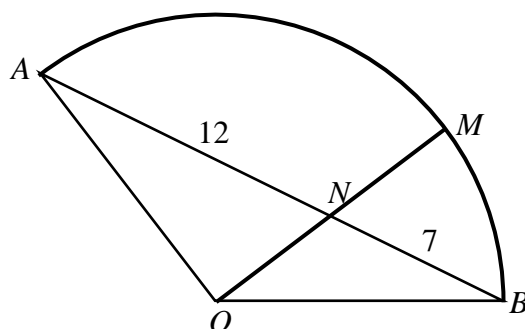
Given that  $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ , where  $x \neq 0$ . Let  $y$  be the maximum value of  $x$  that satisfies the equation  $f(x) = 1$ . Find  $y$ .

(2018/19 團體項目)

3. 如圖一所示， $OAB$  是一個以  $O$  為圓心的圓的扇形。 $N$  則為半徑  $OM$  與  $AB$  的交點。已知  $AN = 12$ ， $BN = 7$  及  $3ON = 2MN$ 。求  $OM$  的長。

As shown in Figure 1,  $OAB$  is a sector of a circle with centre  $O$ .  $N$  is the intersecting point of the radii  $OM$  and  $AB$ . Given that  $AN = 12$ ， $BN = 7$  and  $3ON = 2MN$ . Find the length of  $OM$ .

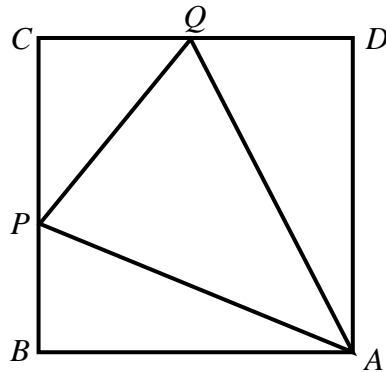
(2017/18 團體項目)



圖一  
Figure 1

4. 如圖二所示， $P$ 、 $Q$  分別是正方形  $ABCD$  的邊  $BC$  及  $CD$  上的點。已知  $\triangle PCQ$  的周界的長等於正方形  $ABCD$  的周界的長的  $\frac{1}{2}$ ，求  $\angle PAQ$ 。

As shown in Figure 2,  $P$ ,  $Q$  are points on the sides  $BC$  and  $CD$  of a square  $ABCD$ . Given that the perimeter of  $\triangle PCQ$  is  $\frac{1}{2}$  of that of the square  $ABCD$ , find  $\angle PAQ$ .



圖二  
Figure 2

(2016/17 團體項目)

5. 有多少對正整數  $x$ 、 $y$  可滿足  $xy = 6(x + y + \sqrt{x^2 + y^2})$ ? [ 答：12 ]

How many pairs of positive integers  $x, y$  are there satisfying  $xy = 6(x + y + \sqrt{x^2 + y^2})$  ?

(2018/19 團體項目)

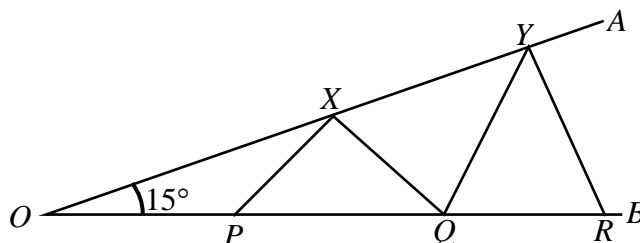
## Part B

### 乙部

1. 除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。  
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.
2. 本部各題佔分相等，每題 4 分。  
All questions in this section are of equal marks, each question carries 4 marks.

6. 圖三中， $\angle AOB = 15^\circ$ 。  $X$ 、 $Y$  是  $OA$  上的點， $P$ 、 $Q$ 、 $R$  是  $OB$  上的點使得  $OP = 1$  及  $OR = 3$ 。若  $s = PX + XQ + QY + YR$ ，求  $s$  的最小值。  
In Figure 3,  $\angle AOB = 15^\circ$ ,  $X$ ,  $Y$  are points on  $OA$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  are points on  $OB$  such that  $OP = 1$  and  $OR = 3$ . If  $s = PX + XQ + QY + YR$ , find the least value of  $s$ .

(修改自 2015/16 團體項目)



圖三  
Figure 3

7. 設三角形三條中線的長度為 9、12 及 15。求該三角形的面積。  
The lengths of the three medians of a triangle are 9, 12 and 15. Find the area of the triangle.

(2015/16 團體項目)

8. 求  $\frac{1^4 + 2015^4 + 2016^4}{1^2 + 2015^2 + 2016^2}$  的值。

Find the value of  $\frac{1^4 + 2015^4 + 2016^4}{1^2 + 2015^2 + 2016^2}$ .

(2015/16 團體項目)

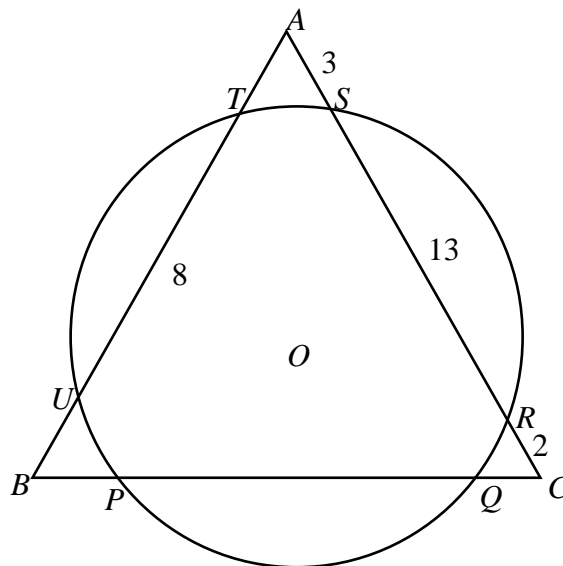
9. 求  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \cdots + \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \cdots + \frac{3}{100}\right) + \cdots + \left(\frac{98}{99} + \frac{98}{100}\right) + \frac{99}{100}$  的值。

Find the value of

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \cdots + \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \cdots + \frac{3}{100}\right) + \cdots + \left(\frac{98}{99} + \frac{98}{100}\right) + \frac{99}{100}.$$

(2017/18 團體項目)

10. 在圖四中， $ABC$  是一個等邊三角形且與一圓相交於六點， $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$  及  $U$ 。若  $AS = 3$ ， $SR = 13$ ， $RC = 2$  及  $UT = 8$ ，求  $BP - QC$  的值。  
In Figure 4,  $ABC$  is an equilateral triangle intersecting the circle at six points  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$  and  $U$ . If  $AS = 3$ ,  $SR = 13$ ,  $RC = 2$  and  $UT = 8$ , find the value of  $BP - QC$ .



圖四  
Figure 4

(修改自 2016/17 團體項目)

END