

## 示例一：統計數據與人壽保險

學習階段： 3

學習範疇： 數與代數範疇、數據處理範疇

學習單位： 探索與研究

目標： 了解統計與我們生活息息相關，統計如何在現實生活中發揮威力

先備知識： (1) 認識加權平均數的概念  
(2) 解涉及加權平均數的應用題  
(3) 理解率、比及比例的概念

活動內容：

- (i) 教師向學生展示由政府統計處所編訂的有關「1986年至2020年香港死亡趨勢 2021年」香港統計月刊的專題文章，月刊可於網址下載：

<https://www.censtatd.gov.hk/tc/EIndexbySubject.html?scode=160&pcode=FA100094>

- (ii) 根據月刊內第5頁的表1(1986年至2020年的死亡人數、粗死亡率及標準化死亡率)與第6頁的表2(選定年份的年齡性別死亡率)的數據，教師可先與學生探討粗死亡率與標準化死亡率之分別。

a) **粗死亡率**：粗死亡率指在某一年內死亡人數相對該年年中每千名人口的比率。

參照表1中2020年的數據，學生可嘗試如何找出2020年的香港人口：

死亡人數 = 50666
粗死亡率 = 6.8
設2020年香港人口為 $n$ ， $\frac{50666}{n} \times 1000 = 6.8$ $n = 7450882$

若對比 2020 年中的香港人口 = 7484800

(參考網址:

<https://www.info.gov.hk/gia/general/202108/12/P2021081200386.htm?fontSize=1>)

$$\text{粗死亡率} = \frac{50666}{7487800} \times 1000 = 6.77$$

教師可與學生討論為何結果有不同，從而引導學生思考取近似值時有效數字的意義。

- b) **標準化死亡率:** 根據某時刻按年齡及性別分布的人口作為標準，所計算的死亡率。這裡我們取 2016 年中期人口統計獲得按年齡及性別分布的人口作為標準。

$$\text{標準化死亡率 (\%)} = \frac{\sum(\text{年齡組別死亡率} \times \text{2016 年各年齡組別人口})}{\text{2016 年總人口}} \times 1000$$

教師可引導學生計算 2020 年男性的標準化死亡率，加深他們對標準化死亡率的認識。標準化死亡率可來比較任何一年量度出的死亡率與標準年的死亡率。在標準年，粗死亡率相等於標準化死亡率。若某一年的標準化死亡率大於標準年的死亡率，即該年的死亡人數比預期高，相反則比預期低。

參考 2016 年中期人口統計主要結果(<https://www.byensus2016.gov.hk/data/16bc-main-results.pdf>) 第 61 頁的表 3.2，我們把 2016 年的男性作為「標準」人口，然後把 2020 年的各個年齡組別男性死亡率應用於標準人口結構上，就可得出各年齡組別男性的預期死亡人數。把預期總死亡人數除以標準人口總人數，便可得出 2020 年男性的標準化死亡率。計算 2020 年男性的標準化死亡率的過程如下:

年齡組別	2020 年年齡組別的死亡率 (每千名男性)	2016 年男性人口 (標準人口)	預期死亡人數
0	2.1	27691	$27691 \times \frac{2.1}{1000} = 58$
1 - 4	0.1	117132	12
5 - 9	0.1	151175	15
10 - 14	0.1	132291	13
15 - 19	0.2	176507	35
20 - 24	0.3	220122	66
25 - 29	0.4	226992	91
30 - 34	0.5	232664	116
35 - 39	0.8	227333	182
40 - 44	1.2	233942	281
45 - 49	2.0	240072	480
50 - 54	3.3	291891	963

年齡組別	2020 年年齡組別的死亡率 (每千名男性)	2016 年男性人口 (標準人口)	預期死亡人數
55 - 59	5.1	306795	1565
60 - 64	7.5	243951	1830
65 - 69	12.2	196395	2396
70 - 74	18.8	112184	2109
75 - 79	34.2	101223	3462
80 - 84	52.5	74103	3890
85+	111.6	59013	6586
總計		3371476	24150

預期男性的總死亡人數 = 24150

$$2020 \text{ 年男性的標準化死亡率(每千名男性)} = \frac{24150}{3371476} \times 1000 = 7.16$$

- (iii) 教師可向學生介紹人壽保險的概念。所謂的人壽保險，就是保險公司向投保者收取一定的保險費，當投保者死亡時保險公司則支付一筆保險金予投保者指定的受益人。教師可以透過表 2 中各個年齡層的死亡率推測保險金的總額，從而讓學生估計保險公司所收取的保險費最低應為多少。

## 計算保險金：

- (iv) 配合表 2 的數據，我們揀選 2016 年人口普查的數據作參考。學生需從網址：<https://www.censtatd.gov.hk/tc/EIndexbySubject.html?scode=600&pcode=D5212101> 下載表 E2021A：2021 年人口普查 - 主要統計表（人口），選取表 A103ac：按性別、年齡及年劃分的人口、人口（不包括外籍家庭傭工），並綜合處理「1986 年至 2020 年香港死亡趨勢 2021 年」的專題文章及 2016 年人口普查數據，製作一試算表整合 2016 年按性別、年齡組別劃分的人口、標準化死亡率及死亡人口。

**建議答案：**參看 [分組人口與死亡率\\_2016.xls](#)

- (v) 若有一間保險公司想向 40 – 44 歲的這個年齡組別的所有男性推銷一份年期為一年，保險金額為 1000000 元的人壽保險，即假設有一位這年齡組別的男性購買該人壽保險，若不幸於一年內逝世，可獲賠償 1000000 元，否則繳費便歸保險公司。保險公司應如何計算投保人需繳付的保險費？

從 Excel 檔案抽取男性的資料，我們得到：

男性		
年齡組別	標準化死亡率	人口（不包括外籍家庭傭工）
0	2.1	27691
1 – 4	0.2	117132
5 – 9	0.1	151175
10 – 14	0.1	132291
15 – 19	0.2	176507
20 – 24	0.3	220122
25 – 29	0.5	226992
30 – 34	0.6	232664
35 – 39	0.8	227333
40 – 44	1.3	233942
45 – 49	2.0	240072
50 – 54	3.1	291891
55 – 59	5.3	306795
60 – 64	8.4	243951
65 – 69	12.7	196395
70 – 74	21.6	112184
75 – 79	34.6	101223
80 – 84	60.3	74103
85+	123.0	59013
所有年齡	7.7	3371476

根據資料，死亡人數 =  $\frac{1.3}{1000} \times 233942 \approx 304$

假設該年齡組別的所有男性均購買這種人壽保險。

保險公司的賠償金額 =  $304 \times 1000000 = \$304000000$

40-44 年齡組別的男性共有 233942 人，若賠償金由他們共同分擔，他們在該年最少應

繳付的保險金 =  $\frac{304000000}{233942} \approx 1299.47$

$\approx \$1300$

- (vi) 運用相近的方法，若保險公司轉向 40-44 歲的這個年齡組別的所有女性推銷同一款人壽保險，各人應付多少保險金？

女性		
年齡組別	標準化死亡率	人口（不包括外籍家庭傭工）
0	1.9	25644
1 – 4	0.2	109003
5 – 9	0.1	140592
10 – 14	0.1	126927
15 – 19	0.2	164246
20 – 24	0.2	215834
25 – 29	0.2	235048
30 – 34	0.3	264012
35 – 39	0.4	262495
40 – 44	0.7	287350
45 – 49	1.0	298831
50 – 54	1.7	333714
55 – 59	2.6	310673
60 – 64	4.0	249396
65 – 69	5.9	198687
70 – 74	9.6	108578
75 – 79	17.1	105151
80 – 84	33.4	92865
85+	89.3	114 268
所有年齡	5.2	3643314

該組別的死亡人數 =  $\frac{0.7}{1000} \times 287350 \approx 201$

保險公司的賠償金額 =  $201 \times 1000000 = 201000000$

40-44 年齡組別的女性共有 287350 人，因此她們需要繳付的保險金 =  $\frac{201000000}{287350} \approx 699.50$

$\approx 700$

男性需要繳付的保險金額幾乎是女性所要付的接近一倍。

### 延伸問題：

若保險公司改為向 43 歲的這個年齡的 50000 名男性推銷年期為十年，保險金額為 1000000 元的人壽保險，需要哪些額外的數據才可得出每名顧客每年須繳付的保險費？保險公司如何計算每名顧客每年最少應付的保險金額？

### 建議的答案：

- 若能再仔細找到 43 歲至 53 歲每一個年齡的標準化死亡率，則計算出來的保險金額會更準確。
- 我們製作一個 Excel 檔案，並記錄每年的死亡人數，得出 10 年間保險公司共需支付的保險金，再計算每年的生存者需繳付的等額保險費港幣  $x$  元。公式如下所示：

$$\begin{aligned} & \text{10 年間保險公司所支付的總保險金} \\ &= 1000000 \times \text{購買了保險金的顧客於這 10 年間的總死亡人數} \\ &= 1000000 \times 1173 \\ &= 1173000000 \end{aligned}$$

男性 40-44 的年齡組別的標準化死亡率為 1.3，45-49 的年齡組別的標準化死亡率為 2.0，50-54 的年齡組別的標準化死亡率則為 3.1。根據這些數據，我們可以計算每年的死亡人數，請參閱 `insurance payment 10 years.xls` 得出詳細數字，部分內容節錄如下：

年期	年齡	死亡人數	生存人數
0	43	0	50000
1	44	$50000 \times \frac{1.3}{1000} = 65$	49935
2	45	$49935 \times \frac{2.0}{1000} = 100$	49835
3	46	100	49735
4	47	100	49635
5	48	99	49536
6	49	99	49437
7	50	153	49284
8	51	153	49131
9	52	152	48979
10	53	152	48827

$$117300000 = 50000x + 49935x + 49835x + 49735x + 49635x + 49536x + 49437x + 49284x + 49131x + 48979x$$

$$1173000000 = (50000 + 49935 + 49835 + 49735 + 49635 + 49536 + 49437 + 49284 + 49131 + 48979)x$$

$$1173000000 = 495507x$$

$$x = 2367$$

投保者每年所繳納的保險費≈ 港幣 2367 元

註：

1. 保險公司向 43 歲的這個年齡的 50000 名男性推銷一種年期為一年，保險金額為 1000000 元的人壽保險。投保者每年須繳付的保險金額為

$$= \frac{\frac{50000 \times 1.3}{1000} \times 1000000}{49935} \approx 1302$$

2. 為什麼年期為 10 年的人壽保險要比年期為 1 年的人壽保險的保險費為高呢？

因為死亡率隨著年齡的增加而增加。生存下來再來買保險的人數減少了，因此，每個人的保險費會越來越高。保障 10 年的人壽保險中要包括未來的保險費，和保障 1 年的人壽保險相比，同樣 100 萬保險金額的產品，前者的保險費較高。

3. 例子所給出的保險費稱為「純保險費」，保險公司銷售的實際的保險產品的保險費還要附加保險公司的營運費，為準備金（用於應對死亡率比預測高時導致保險金額增加的情況）而追加的「附加保險費」等因素。
4. 另一方面，保險公司計算實際的保險費時，可能將預測保險公司將收到的保險費投資收益也計算在內，因而可收取較便宜的保險費用。

**參考資料：**

- (i) 香港統計月刊 2021 年 11 月 專題文章 **1986 年至 2020 年香港死亡趨勢**
- (ii) 2016 年中期人口統計主要結果表 **3.2**
- (iii) 2014 年第 3 期 3 月 3 日出版牛頓雜誌 **統計 決策的數學工具**。