

# SCHOOL MATHEMATICS

## NEWSLETTER



July 1981

### CONTENTS

|  |    |
|--|----|
| Preface .....  | 0  |
| Observing and recording classroom interaction in Primary<br>one arithmetic classes ..... | 1  |
| 活動教學與小學數學.....   | 7  |
| 談談幾種小學數學應用題的簡易教具.....  | 11 |
| 式題與應用題 .....   | 26 |
| On the extremum of a quadratic function .....  | 36 |
| 談半題中大入學試題.....   | 37 |
| Common mistakes in solving inequalities .....  | 41 |
| 小學數學科修訂課程(初稿)意見轉錄.....   | 47 |
| 讀「小學數學教學調查報告書」.....  | 56 |

#### Appendix:

International Conference on Teaching Statistics  
(First Announcement)

Please ensure that every member of  
your mathematics staff has an  
opportunity to read this Newsletter.

MATHEMATICS SECTION  
EDUCATION DEPARTMENT  
HONG KONG

PREFACE

It is gratifying to see the third issue of the School Mathematics Newsletter (S.M.N.) after a long silence of almost 3 years. The reasons for such a delay are many. One main reason is the lack of contributions from teachers. It is hoped that this issue will revive the interest from practising teachers in this publication.

School teachers are therefore requested to give their full support to S.M.N. In particular, we welcome views, opinions, experiences, critiques on a number of issues such as the JSEA Scaling Test, the examination syllabuses 3 and 4, the new primary mathematics syllabus, etc.

Articles need not be typed and can be in Chinese as well. All contributions should be sent to the Editor, School Mathematics Newsletter, Mathematics Section, Advisory Inspectorate, Education Department, Lee Gardens, Hong Kong.

In closing, I wish to thank all who have contributed to this issue of S.M.N.

S.B.TENG  
Ag. Principal Inspector  
(Mathematics)

## Observing and Recording Classroom Interaction in Primary One Arithmetic Classes

Benjamin Y. Chan  
School of Education,  
The Chinese University of Hong Kong.

### Introduction

\* Observing and recording classroom interaction between the teacher and the taught is useful in the analysis of teaching styles. For instance if one is comparing two approaches to teaching, the identification of interaction patterns in the classroom is required before such a comparison can be made. However, not all the instruments and tools in connection with observing and recording classroom interaction are useful. Furthermore, not all the useful instruments are adaptable across cultures. The present report is written with the intention that other interested persons may make other attempts in confirming the adaptability and usefulness of instruments such as the Flanders Interaction Analysis Categories.

### The Instruments

The Flanders Interaction Analysis Categories or the F.I.A.C. in brief is considered as one of a few instruments in connection with interaction analysis of classroom behavior with established validity. It consists of a total of ten descriptors or categories classified either under Teacher Talk, Pupil Talk, or Silence/Confusion. There are seven categories intended to describe teacher talking behavior, namely 1. Teacher accepts feeling, 2. Teacher praises or encourages, 3. Teacher uses pupil's ideas, 4. Teacher asks questions, 5. Teacher lectures, 6. Teacher gives directions, and 7. Teacher criticizes. The first three are related to the "responding behavior" of the teacher, and the other four to his "initiating behavior". There are only two pupil talk categories, namely Pupil responses and Pupil initiates talk. The last category is Silence/confusion.

### Procedures

The observation sessions were conducted by two observers during the months of May and June in 1977. All sessions were fifteen minutes long, and a total of twenty-three sessions were recorded among which thirteen sessions were connected with Arithmetic teaching in the primary one classes. Seven of the thirteen sessions were conducted at a primary school which adopts conventional teaching, and the other six at a second school which adopts "activity" teaching. Normally the observer entered the classroom during the first half of the teaching period, and as soon as he was settled down he began to record all classroom verbal interaction at five second intervals. No attempt was made to identify the content areas of all the teaching periods. It was noted however that during the time when observations were made the teachers concerned were teaching monetary units at both schools.

Comparison of  
Interaction Patterns in the Two Schools

Based on the recording of the thirteen sessions, a comparison of classroom interaction patterns in the two schools will be made first of all on the basis of simple tallying of category frequencies, and then by using matrix ratios. Last of all flow diagrams will be presented to illustrate a typical Arithmetic session in the conventional school as compared to that in an activity school.

Table 1. Simple Tallying of Category Frequencies

| Category                 | Frequencies (% of total tallies) |              |                               |
|--------------------------|----------------------------------|--------------|-------------------------------|
|                          | Activity                         | Conventional | Interpretations               |
| 1. Accepts feeling       | 1 (0.1)                          | 1 (0.1)      | Insignificant in both schools |
| 2. Praises or encourages | 21 (2)                           | 4 (0.3)      | More in activity school       |
| 3. Using pupil's ideas   | 0 (0)                            | 6 (0.4)      | Insignificant in both schools |
| 4. Ask questions         | 125 (11)                         | 226 (16)     | More in convent. school       |
| 5. Lectures              | 181 (15)                         | 401 (29)     | " "                           |
| 6. Giving direction      | 140 (12)                         | 189 (13)     | About the same                |
| 7. Criticizes            | 50 (4)                           | 55 (4)       | Same                          |
| 8. Pupil responses       | 50 (4)                           | 199 (14)     | Much more in conv. school     |
| 9. Pupil initiates talk  | 33 (3)                           | 5 (0.3)      | More in activity school       |
| 10. Silence/confusion    | 568 (49)                         | 305 (22)     | Much more in activity school  |
| Total :                  | 1169                             | 1391         |                               |

Concerning table 1 at least three points need to be emphasized. Firstly it is surprising to find out that in both schools, teachers of primary one seldom accept the pupil's feelings or make use of his pupil's ideas. One wonders if these teachers possess good understanding of the children under their care. It could be argued that if teachers are ready to accept pupil's feelings and uses pupil's ideas more frequently, the children under their charge will develop a more positive and stronger personality. Secondly, from our observations it is clear that these teachers and particularly teachers from the conventional school criticize their pupils or justify their authority more often than encourage or praise their pupils. One would question if such behavior of the teachers do any good to the young children in the latter's formative stage of development. Thirdly, concerning significant differences between the interaction pattern of both schools, it can be seen that while there are more silence or confusion gaps due to small group activity in the activity school, there are more questions asked, more questions answered, and more lecturing by the teacher in the conventional school. Connected with this point, it is noticed also that there is more pupil-initiated talk at the

activity school. These differences suggest that there is perhaps more spontaneity and freedom to interaction in the activity school, while there is more systematic presentation and drill in the conventional school. Such distinctions in teaching styles may have great bearing on the effects of learning.

Table 2 Selected F.I.A.C. Matrix Ratios

| <u>Ratio/variable</u>           | <u>Activity School</u> | <u>Conventional School</u> | <u>Norm</u> |
|---------------------------------|------------------------|----------------------------|-------------|
| Teacher Response Ratio (TRR)    | 17/10                  | 4                          | 51          |
| Teacher Question Ratio (TQR)    | 13/45                  | 36                         | 26          |
| Pupil Initiation Ratio (PIR)    | 17/42                  | 2                          | 35          |
| Cross Content Ratio (CCR)       | 62/53                  | 35                         | 53          |
| Steady State Ratio (SSR)        | 62/53                  | 35                         | 53          |
| Pupil Steady State Ratio (PSSR) | 0/5                    | 14                         | 53          |

- Notes: 1. Figures under the Activity School column denotes large and small group ratios.
2. The norm is adapted from Flanders (1970) and denotes norm ratios of primary four classes.

Teacher Responses Ratio is construed as an index of sensitivity to pupil's feelings and ideas. Both differences between activity school and conventional school and between local schools and the norm are quite large indeed, suggesting perhaps that teachers in conventional school are less sensitive to pupils than those in the activity school, and as a whole the sample of local teachers is less sensitive than their American contemporaries. This is consistent with results from the PIR analysis which in effect support our interpretation. Teacher Question Ratio on the other hand which indicates the degree a teacher employ questions to aid an expository presentation is quite similar in both schools. The fact the local schools exhibit a ratio higher than the norm suggests perhaps that classroom teaching in the local schools tend to be more structured than that in the American schools.

It is surprising to find out that Cross Content Ratio (CCR) which is an index of concentration on subject matter is much higher in the activity school than in the conventional school, particularly with large group teaching. Whether other schools adopting the activity approach are also putting the same degree of emphasis on content needs to be confirmed by empirical evidence. The norm in this case falls between the two local schools. Bearing in mind that the norm is derived from

data on pupils studying in the primary four classes, it can be said that emphasis on content in primary one teaching in the local schools is higher than that in primary one teaching in American schools.

On Steady State Ratio (SSR) which is supposed to indicate the pace of all interactions, the local sample is quite similar to the norm. But it is higher in the activity school indicating that the tempo there is faster. The fact that Pupil Steady State Ratio is much lower in the two local schools reflect the practice of repetition in the teaching style of local teachers. Drill sessions in the form of questioning and answering, recitation of the same text etc. is a common phenomenon in the local classrooms.

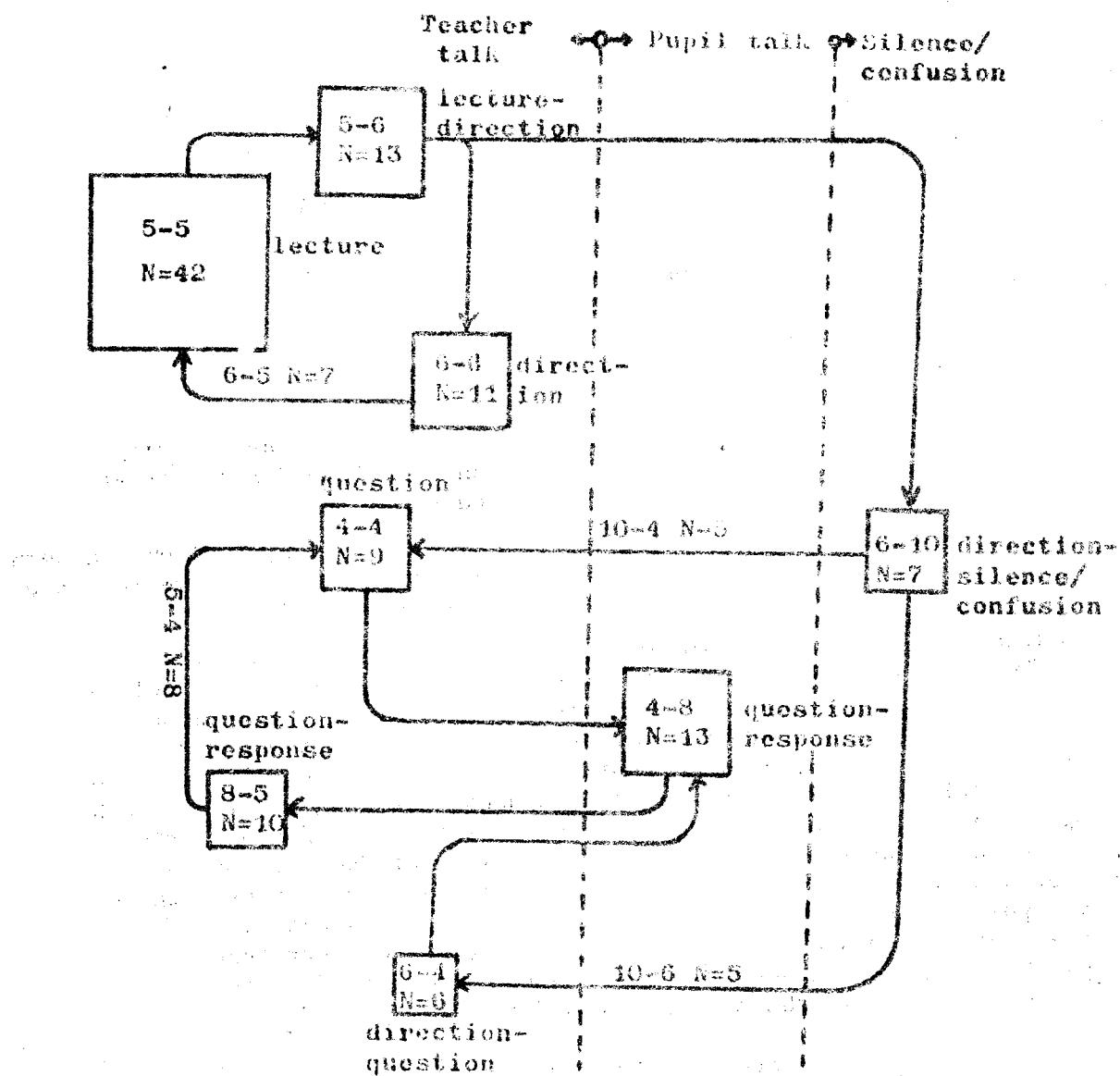


Diagram 1 Arithmetic Lesson in Traditional School

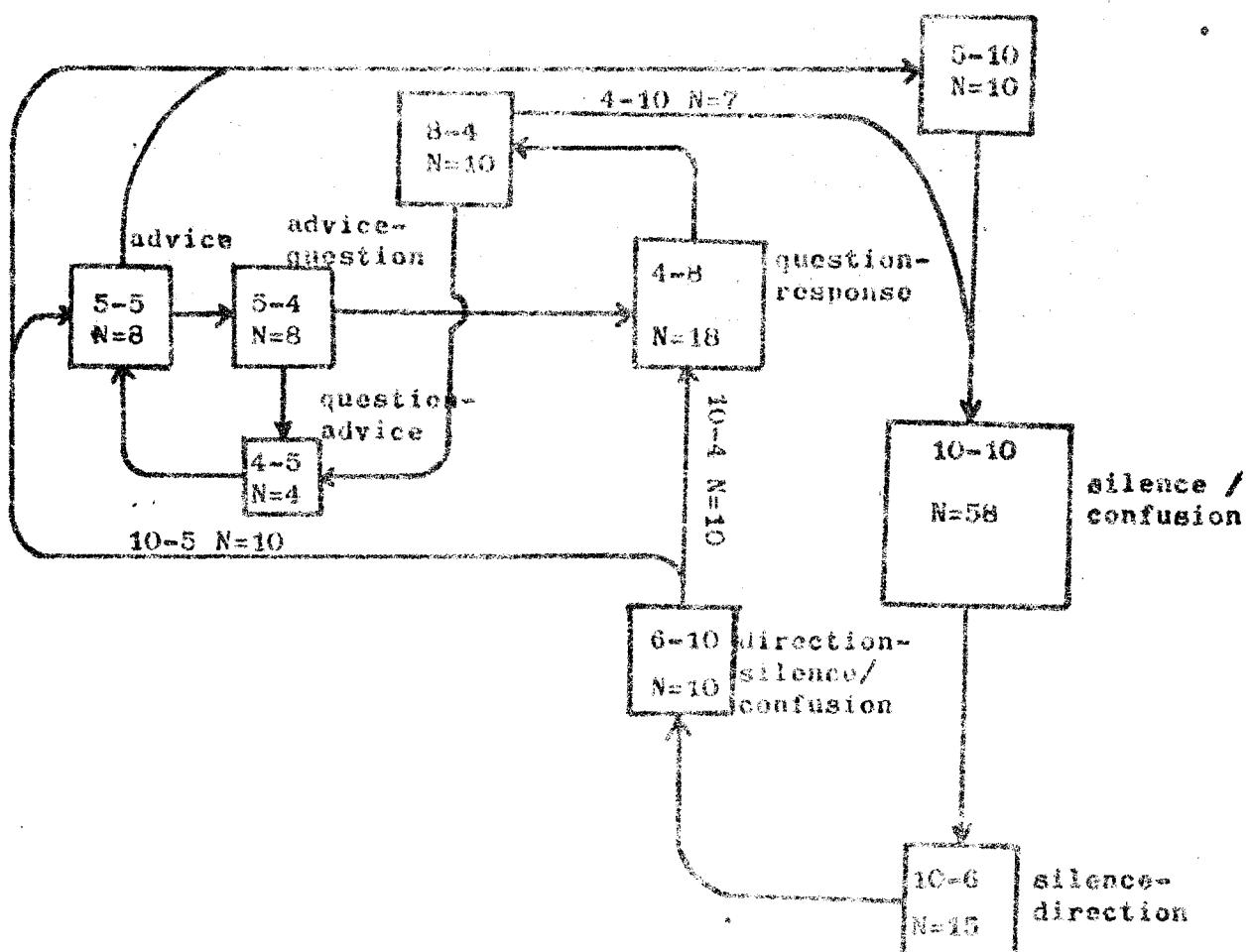


Diagram 2 Arithmetic Lesson in Experimental School

Diagrams I and 2 illustrate the interaction pattern of typical primary one Arithmetic teaching in the activity school and in the conventional school. Both the size of the boxes and the value of N indicate the amount of interactions taken place during the observation session. The numbers inside the boxes indicate the type of interaction. For example, 10-10 represent sustained silence; 5-5 sustained lecturing; 8-4 transition from pupil responding to teacher questioning. The flow diagrams in effect summarizes interaction patterns based on simple tallying of frequencies.

#### Discussion

From such a brief look at classroom interaction patterns in local primary schools, it is clear to the investigators that teacher-pupil interactions in the Hong Kong primary schools are characterized by fast steps, strong concentration on subject matter, teacher dominance, as well as lack of true rapport between the pupils and their teacher. On the whole teachers in the activity school exert less pressure and allows a greater degree of freedom of speech and action than their counterparts in the conventional school.

Concerning the usefulness of the Flanders Interaction Analysis Categories as a suitable tool for classroom observation, we agree with

Walker and Adelman that the instrument has limitations when it is used in conjunction with informal teaching styles. Some other experts would argue that the instrument fails to capture non-verbal interactions in the classroom thus rendering it less useful an instrument for research. However the investigators on the whole found the F.I.A.C. a very useful instrument for classroom observation purposes. If the last category, that is, the silence category, could be broken down into finer divisions reflecting the various type of activities that go on in silence, the instrument can become much more useful in meeting the needs of researchers in education.

## 活動教學與小學數學

近五年來，小學數學出現令人難忘的景象。若干小學及三間教育學院先後進行一些試驗。這些試驗愈來愈受到各方面的重視。

引起這些試驗出現的是下述的近年新教學主張：「我們應更多著眼於兒童的學習，而非教師的傳授。」在這主張下提出的試驗不祇一種，有些着重課程的改革，如「綜合教學」、「單元教學」，有些着重教學法的改革，如「活動教學」、「合作教學」（Team Teaching）。不過，就數學科而言，我們對活動教學感到最大的興趣。

活動教學的要點是：

- ◎讓學生通過有趣的活動去學習。
- ◎安排機會，讓學生自己去發現數學關係和規律。
- ◎照顧學生個別差異，讓每人按照適合的速度學習。

下面，我們通過一些簡單的例來說明。

### 活動

怎樣教授基本乘法？命學生死背乘法表當然不是好辦法。詳細去講乘法意義又如何呢？讓兒童明白數理本來是好的，可是，有經驗的教師知道：對七歲的孩子講述乘法意義是吃力不討好的事；其次，講解並不能使學生熟練，到頭來還是免不了命學生一背乘法表了之。

為什麼不讓孩子們通過活動去學習？可以先讓他們利用實物或積木練習數數，假如要教的是「3的乘法」，那麼就先讓他們做「三個一數」。

一邊數：



一邊呢：

1個3是3



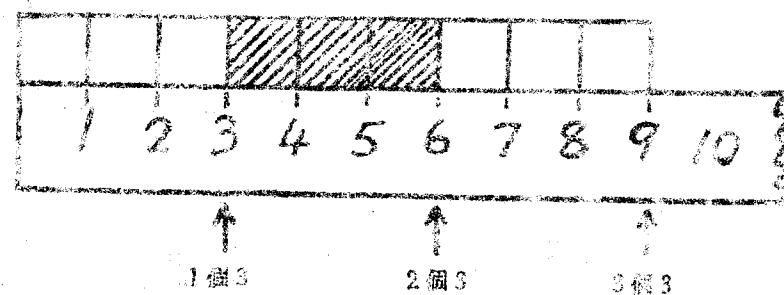
2個3是6



3個3是9

要使兒童熟習，還需要多種有趣的活動，例如：

把積木排在數線上數數數：



在數表上「邊三一關」：

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |

活動的經驗豐富，乘法概念的掌握也愈牢固。待兒童有足夠的數數活動後，教他們把結果記錄下來。

起初是：

1個3是3

2個3是6

3個3是9

進一步：

$1 \times 3 = 3$

$2 \times 3 = 6$

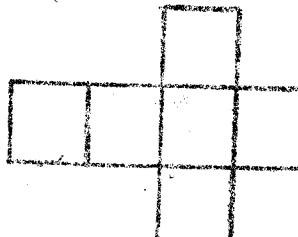
$3 \times 3 = 9$

通過活動，教師無須費力解釋，還可以要求兒童說出他們的發現。例如，在前述的數表中，就可以看出不少有趣的規律。

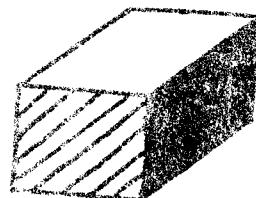
你還記得自己小學時代背乘法表的苦處嗎？為什麼不設法使我們的下一代在數學的學習中少流些眼淚，多添些歡樂？

活動並不是「玩一輸」，最要緊的引進一些積極的思考。你對於下述的活動有些甚麼意見？

「把右邊的圖形剪出，摺起來，  
做成一個立方體。」



這樣的活動只是剪貼手工而已，所包括的數學思考微乎其微，倒不如採用以下的辦法：



「試在紙上繪一個圖形，設法使這個剪出來後能摺成右邊的圖形。  
「把你繪的圖形和同學的圖形比比看，有什麼不同？有什麼相同？」

## 討論

活動不應是自動的，若學生對繪畫圖形感覺困難，無從下手，那麼教師應與學生討論，給予提示：

「要多大的紙才足夠包起這紙盒？試包包看。」

「把摺痕畫出來……把紙張開來……那些部份是多餘的？把它們剪去。」

或者作這樣的提示：

「試把一個現成的紙盒剪開來，看看是怎樣摺成的？」

又或可這樣提示：

「假如盒子沒有頂和底，是一個只有四個側面的紙筒，繪圖形是否容易些？……」

「好了，現在替你的紙筒加上頂和底，應加在那裏？加上的款式有多少種？」

應按照學生的能力給予提示，但要適可而止。不要過份，切勿剝奪他們思考的機會。

我們更應利用學生間的討論，讓他們互相學習，並發展他們運用數學語言的能力。最好盡可能安排小組活動，方便意見的交流。

## 領悟 發現

由於科技的進步，特別是運算機飛躍的發展，社會對於學校數學的要求已有改變。現代的人只須掌握基本計算能力已足，繁複計算實無需要。因此，培養兒童的思考能力及正確學習方法與態度，使他們頭腦靈活，擅於創新，比傳授多一些計算技巧更為重要；讓兒童領悟數學規律與數學關係，比要他們記憶公式更為有意義。

我們重視讓兒童自己去發現。因為，由兒童親身體驗而獲得的知識是最珍貴的：不但理解透澈，不易忘記，且能靈活運用。

舉一個簡單的例。在前述的「3的倍數圖」中（逢3一圈），兒童很容易發現3的倍數都出現在幾條斜線上。假如在較高的年級裏，利用這個活動圖，在教師適當的引導下，學生還可以發現更多的規律：

▷ 每斜線上的數的個位數字是遞減的：3、2、1/6、5、4/9、8、7；而十位數字却是遞升的。

▷ 把每個數的個位及十位數字加起來，和數不是3就是6或9。而且，除了斜線上的數外，也再沒有任何數的數字和是3、6或9。

有了這些發現作為基礎，在更高的年級裏學生自然了解為什麼數字和是3、6或9的數，而且也只有具有這性質的數，能被3整除。

不要低估兒童的能力，問題在於如何安排適當的活動及作適當引導。當然，兒童能力有差異，領悟的快慢有不同，所以活動教學法強調按照兒童的程度分組給予適當的活動，使慢的學生可以做得來，能力高的也不致被拖慢。

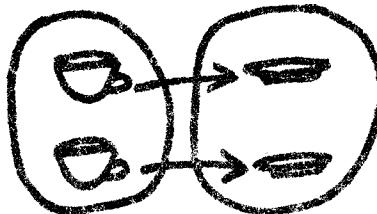
讓兒童自己去領悟及發現的喜悅，假若一切都由教師口中述出，那是多麼乏味。

過去的數學：「這裏有一條算題，你們照着例題的方法，把答案算出來。」

今天應該是：「這裏是一些東西，讓我們來研究，看看可以有些什麼有趣的發現？」

## 記 錄

從最低年級開始，甚至在未學寫和算的時候，兒童已學習把研究的結果記錄下來。



低年級的基本四則的學習主要是一連串的數數活動和記錄——從繪圖進而用文字再進而用抽象的算式記錄，例如：



2 加 3 是 5

$$2 + 3 = 5$$



6 粒分 2 份，每份是 3 粒。

$$6 \div 2 = 3$$

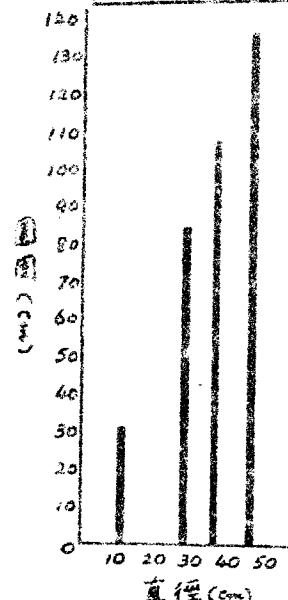
一般來說，要等兒童有充分的實際數數活動後，才介紹算式。過早要他們做計算，反而欲速不達。

有時，記錄是幫助學生作數學發現的機器。例如在描述 3 的倍數的活動中，我們先命學生在數表上圈出倍數，然後利用圈出的數形，導他們發現規律。

另一個例子是引導學生發現圓周率的活動。學生首先量度一些正確的直徑和圓周長度，用統計圖的形式把結果記錄下來。這統計圖提示了圓周和直徑的關係。教師就跟着介紹圓周率的概念。

記錄實物是活動教學的一個重要步驟。

直徑與圓周的比較



## 練 習

活動教學並不忽視筆算練習。不過，活動教學強調：

- 先理解，後練習
- 減少繁複的計算練習

理解而後練習，事半功倍；練習缺乏理解，事倍功半。

繁複或呆板的練習，未必收到學習的效果，但必然扼殺學生對數學的興趣。

練習其實是活動的延續，用來鞏固所學得的知識。練習有多種方式，筆算只是其中之一，其他的方式還有：

- 數學遊戲（例如幻方、七巧板）
- 繪圖、製模型
- 閱讀
- 統計、搜集資料
- 設計下一步的活動

## 一些疑問 一些解答

▷ 活動教學法真的可以通行嗎？

三年來試驗的成績顯示，是行得通的。參加試驗的教師，信心一年比一年強。不過，對於問題最好的解答就是自己在所教的班級嘗試看看。

▷ 課程秩序是否屬於管理？

學生進行活動少不免產生影響。不過，由於教學學習而產生的影響不能作為擾亂秩序看待。多做幾次活動後，學生習慣了，同時教師也有較多的經驗。聲音自然會減低減少。試驗學校的老師告訴我們：他們並不需要在秩序上花很大的精神。孩子們很快就學會管理自己。他們通常是由有興趣的活動所吸引，全神貫注地工作。他們發出的是討論問題的正確聲音或者是很成功的歡悅聲音。

▷ 活動是否會影響教學進度？

開始的時候可能有影響。但當教師積累了經驗，體感力增強，達到日常規範化後，對進度的控制必能較有辦法。而且，目前一般課本內的教材及練習可以作適當的刪減，騰出時間才做活動。例如，學生從活動中頭腦得透徹，開動了腦筋，一舉兩得，百利無一害，以後的學習也就飛躍地進步。比起傳統教學，兒童學也匆匆，忘也匆匆，究竟那一種才是進度慢？

▷ 是不是任何課題都可採用活動教學法？譬如許多位數除法如何進行活動教學？

我們並沒有說過非活動教學不可。我們不應該漠視活動。像多位數除法這一類訓練計算技巧的課題，主要靠偽記，有系統的問題解答和循序漸進的練習來完成教學，無須勉強加上多餘的活動。事實上，數學本身是抽象的。活動教學的作用是通過實際活動幫助兒童理解抽象概念。我們

的課程，隨着年級的增高，抽象的成份愈來愈多。不過在高年級裏採用邊解說學法，仍應注意啟發，不應把一切都向學生注入，更不能「不停聲教學」而不給予練習作爲學生活動。

▷ 怎樣負擔得起講演用具的費用？

有足夠的金錢當然最好，但金錢不是決定一切的因素。活動所需的用具多是不太昂貴的，有些可自製，有些可以找代用品。若作最起碼的打算，作為開始一間學校有二百元就可以了，以後再逐年添置。最重要的，還是教師的熱心與校長的支持。

▷ 需要些甚麼用具？

主要是數數用具、積木、量度工具和一些文具。教師可前往數學教學中心（香港的中心設在丹拿道警察小學，九龍的中心設在馬頭涌官立小學）參觀。爲了配合活動，我們需要的是供學生用的用具，而非供教師示範用的教具。

▷ 課室應怎樣佈置？

可能的話，最好把桌子分組擺設，方便小組討論及得到較大的桌面利用活動。假若環境不許可的話，仍可在採用傳統形式的佈置的課室內進行活動。兩學生作爲一組，合作活動。

至於數學用具最好放在課室內，讓學生隨時取用。假如用具不夠分派各班，可集中放在數學室內，各班輪流到這個室上課。

課室內應放置參考書、教導學生閱讀。

課室牆報板及窗台上可張貼及陳列教材和學生作業。

應該把課室佈置成完滿學習氣氛的場所。

▷ 在短短的卅五分鐘教節內，能做得了甚麼？

最好能編排每週有一次兩節連堂，作為活動之用。

▷ 怎樣開始嘗試呢？

開始時，步調要放慢，經驗與信心增加後，才逐漸擴展。教師起初可以帶領一小組學生試做活動，讓其餘的學生自己课堂課練習。遇些時候擴大爲兩組做活動，再進而全班活動。另一個辦法是全班偶而試做一次活動，隔一段時間再試一次，慢慢地增加活動次數。

## 淺談幾種小學數學應用題的簡易教具

對此放分流乍，一安萬難。教學生製下因訥或況到校籍情威是學書的是惜考土在可參尺晉，些金，言想室這不時員作這喻讀於問而閱處個信此上是有教製相縱加教具之，安法感，對教具之學半我，教是不教說也地的具具對真奇不具，有方教說也地的具具

## 工 和 差 問 題

甲 棒形教具：剪三條等長且顏色相同的長紙條，又用另一種顏色紙，剪三條等長的短紙條，分別表示下列三種情況

1. A 表大數，B 表小數。



A



B

2. 以 A 與 B 並列，是為和



和

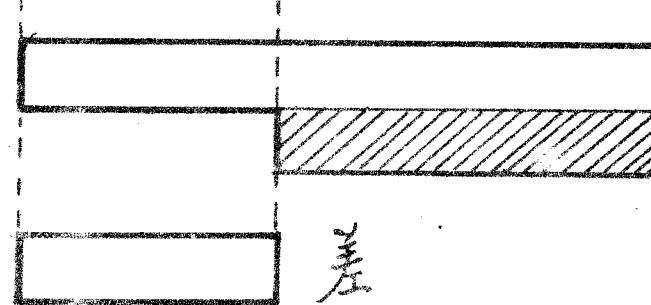
12

3. 以 A 與 B 重疊，則露出之部份為差剪下相差之部份。



差

4. 把「差」放在「和」的旁邊，學生們很容易看到：



和

差

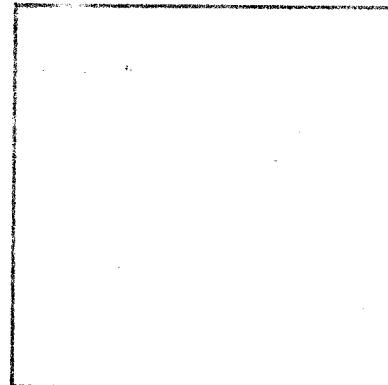
(和 + 差)是大數的兩倍

(和 - 差)是小數的兩倍

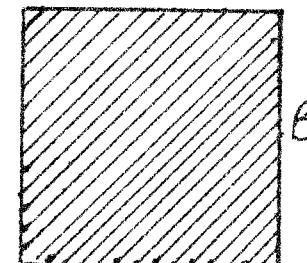
假如用上述的方法仍未能令學生完全領悟，那麼，不妨再用下列  
的教具作為補充之用。

乙 方形教具：

1. A 表大數，B 表小數。

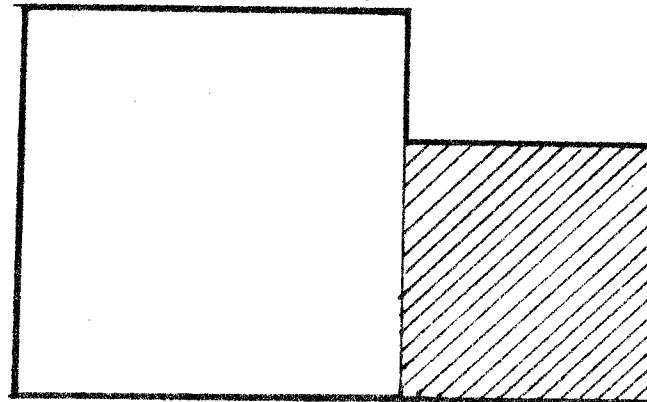


A



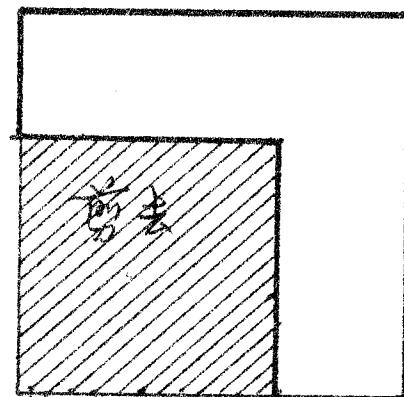
B

2 A與B合併，是為和。

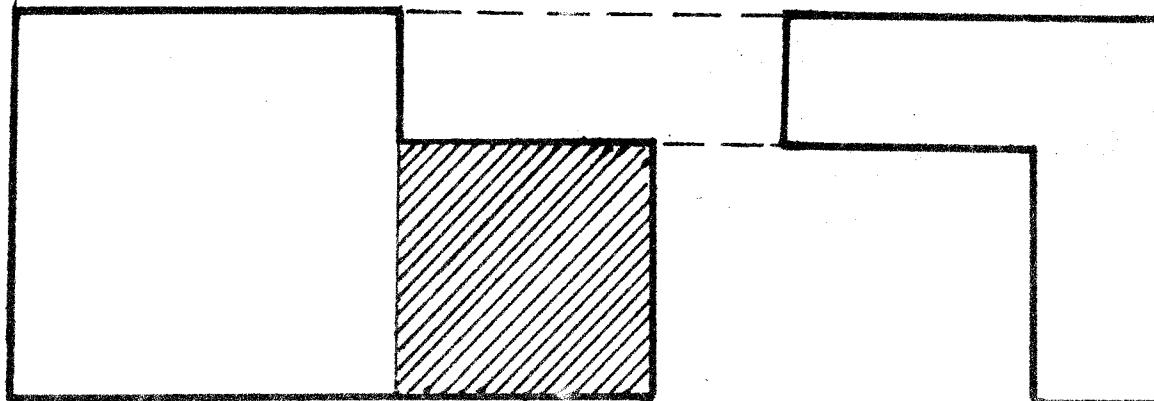


和

3 A與B重疊，則餘下之部份為差，剪去重疊部份。

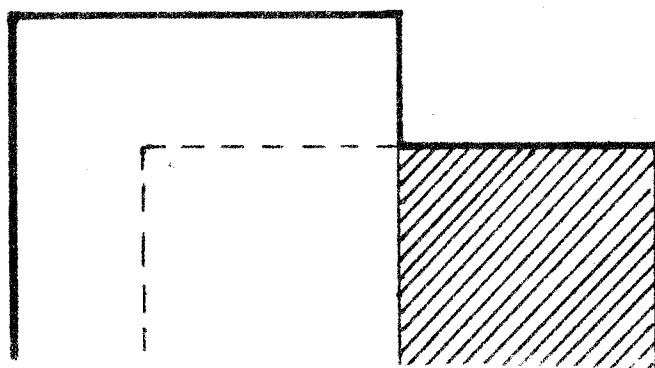


4. 把「差」放在「和的旁邊，學生很容易明白。  
 $(\text{和} + \text{差})$ 是大數的兩倍

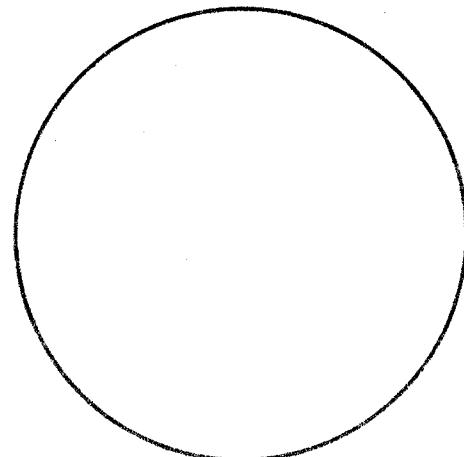


15

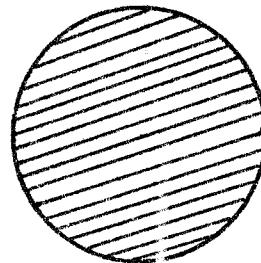
5. 把「差」疊在「和的上面，則學生很容易看到。  
 $(\text{和} - \text{差})$ 是小數的兩倍



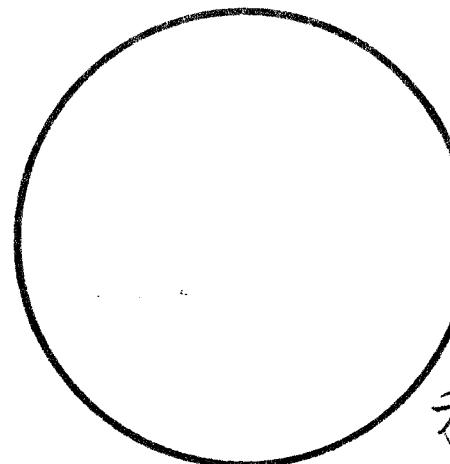
丙 圓形及三角形教具：



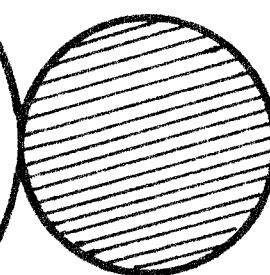
大數



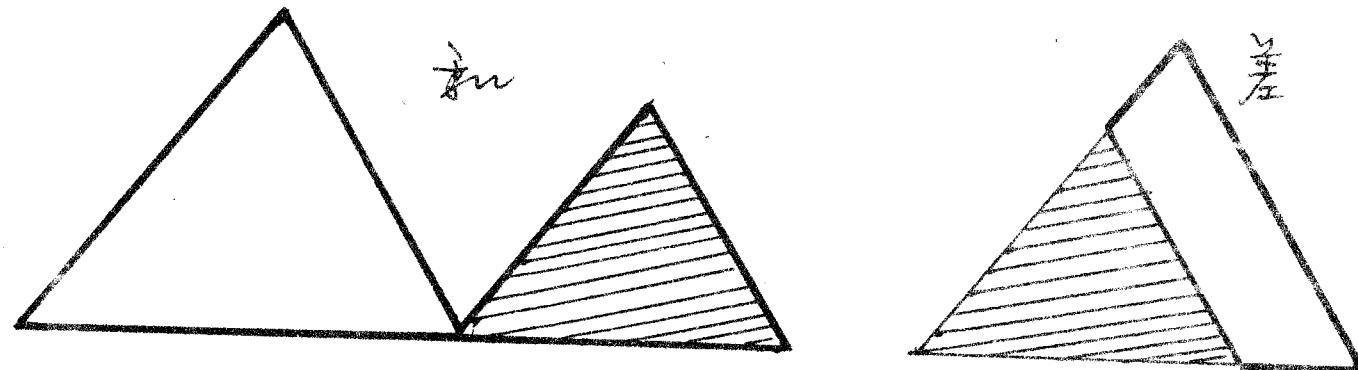
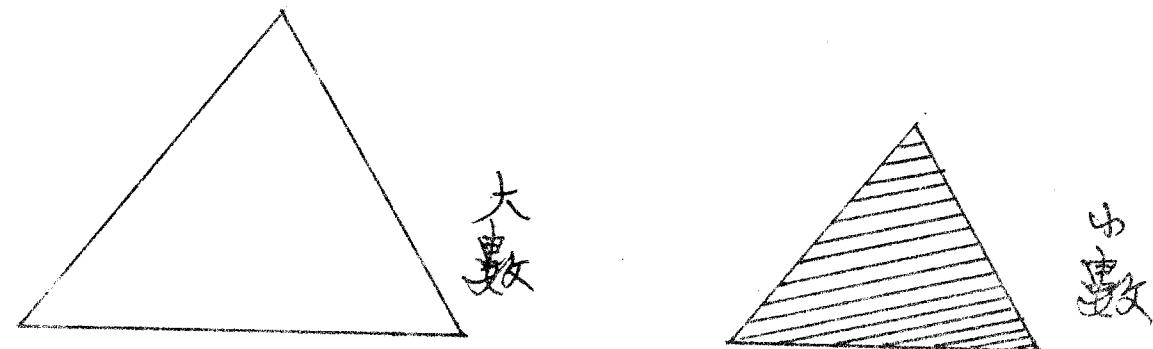
小數



和



差



注意：該大小兩三角形如為相似三角形則應用上較為方便。

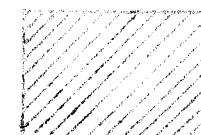
## II. 倍數問題

例：甲有錢是乙所有的4倍，兩人共有30元，求甲、乙各有多少？

中和常（取 5 份  
的錢改再，  
乙 6 1 去份  
次  $\times 1$ ，  
中等之 B  
中和常（取 5 份  
的方法是把題目甲告為次為  
人分飾此筆為分  
乙而 3。這  
有 2 份則乙  
人分，乙有 2 份則甲  
簡單的學生 1，該把原有  
令取枝 4 即所為形，  
時 6 取倍為下長表  
最枝同  $\times$  次 4 則用兩 B 表  
目 3 乙 (甲有 4，剪錢，可成，B 表  
類題筆而為當所有的 4，剪錢的應相等)  
這公枝鉛出為其開圖的甲所  
們討論取 4 有指均而圖的甲所  
教鉛時着所有毛色表  
生然後去此須次所們不同 A 和 B 之間  
和筆並取數為如  
及 B 等。 (A 和 B 之千倍。

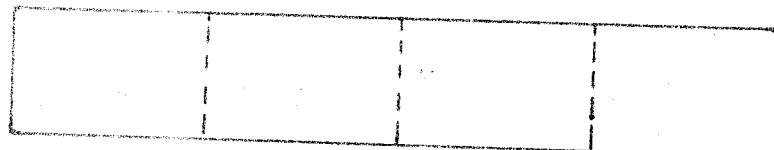


A

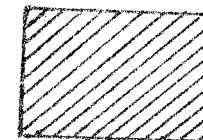


B

2 在 A 之背面用筆把 A 等分為 4 等份，則每份與 B 相等。



A (背面)



B

3. A 和 B 既然共為 30 元，而且 A 和 B 合為 5 等份，從上圖可以很明顯地看到該 30 元應等分為 5 份，甲得 4 份，而乙則得 1 份。

III. 母子差問題

例：小明有錢 24 元，買墨水筆用去一本，買書用去餘下的  $\frac{5}{6}$ ，最後還餘多少？

1. 用圖買墨水筆用去一本，故該筆的  $\frac{1}{6}$  用去後餘下  $\frac{5}{6}$ ，即  $\frac{5}{6} \times 24 = 20$  元。等份之數目正與之相合。

2. 因此把其中一份剪掉，表示該份已用去，故該份的  $\frac{1}{6}$  用去後餘下  $\frac{4}{6}$ ，即  $\frac{4}{6} \times 24 = 16$  元。

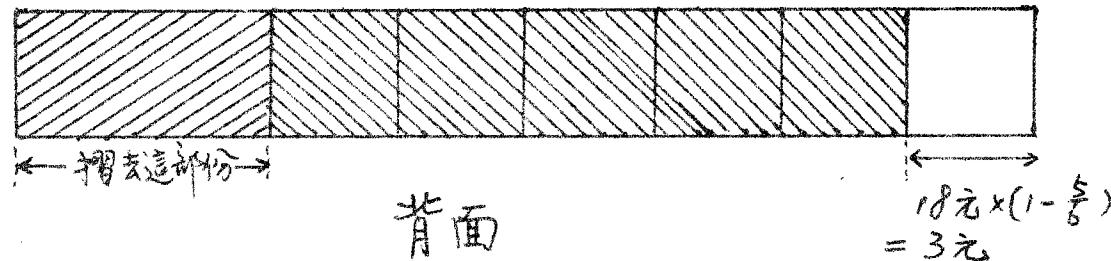


買筆後餘下

$$24 \text{ 元} \times (1 - \frac{1}{6})$$

$$= 18 \text{ 元}$$

該筆相當於  $(1 - \frac{1}{5}) = \frac{4}{5}$  元，故已所用的部份為  $\frac{5}{6}$ ，餘下的是  $\frac{1}{6}$ 。這等份為古，用這等份為古。

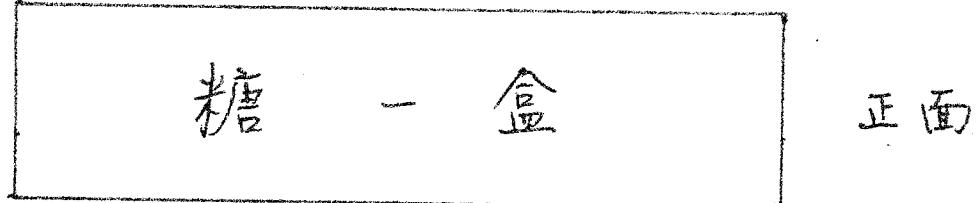


6. 由(1)及(2)兩式，可得：

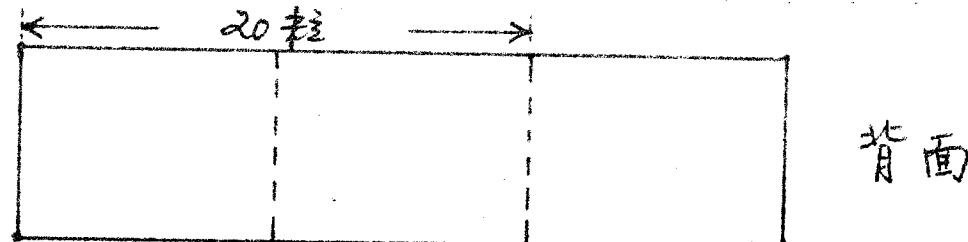
$$\begin{aligned}
 & 24 \text{ 元} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{5}{6}\right) \\
 = & 24 \text{ 元} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \\
 = & 3 \text{ 元}
 \end{aligned}$$

II 由數求母數  
例：有糖一盒，吃去 20 粒，恰好佔全盒的  $\frac{2}{3}$ ，問該盒糖原有多少？

- 用圓畫紙一張剪成長方形，正面寫「糖一盒」三字。



- 在背面，依題意分成三等份。



3. 着重指出 $\frac{2}{3}$ 盒相當於 20 粒，即一份為 10 粒，3 份為 30 粒

即：

$$= \underline{30 \text{ 粒}}$$
$$20 \text{ 粒} \div 2 \times 3$$

即：

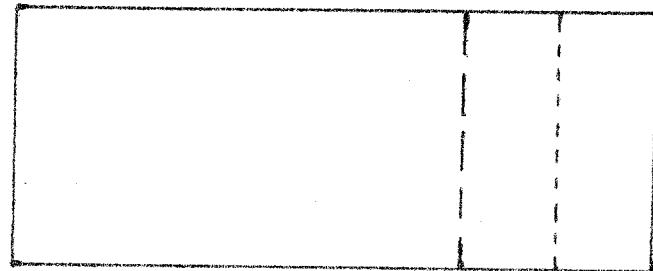
$$= \underline{30 \text{ 粒}}$$
$$20 \text{ 粒} \times \frac{1}{2} \times 3$$

或：

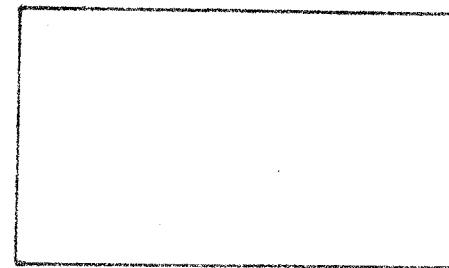
$$= \underline{30 \text{ 粒}}$$
$$20 \text{ 粒} \div \frac{2}{3}$$
$$= 20 \text{ 粒} \times \frac{3}{2}$$

## Ⅳ. 差額平均算法

例：甲有 20 元，乙有 14 元，甲要給乙多少元，二人所有才相等？



A



B

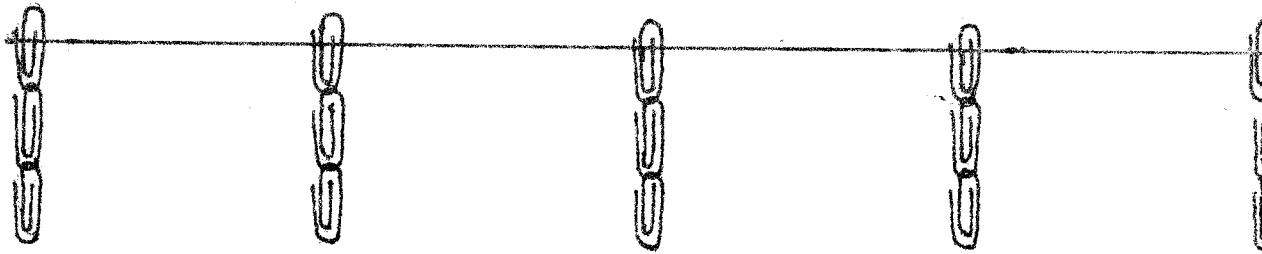
1. 不同顏色的圖畫紙兩張剪成大小不同之長方形，如圖之 A 及 B。A 代表甲所有，B 代表乙所有。
2. 用不同顏色的圖畫紙兩張剪成大小不同之長方形，如圖之 A 及 B。A 代表甲所有，B 代表乙所有。
3. A 置在 B 上得等份。即兩份差額。
4. 把學生們很容易見到：只要把其中一份給乙，則甲及乙所有相等。

## 五、植樹問題

圖畫紙用得太多了，讓我們改用繩子和萬字夾作為教具罷。

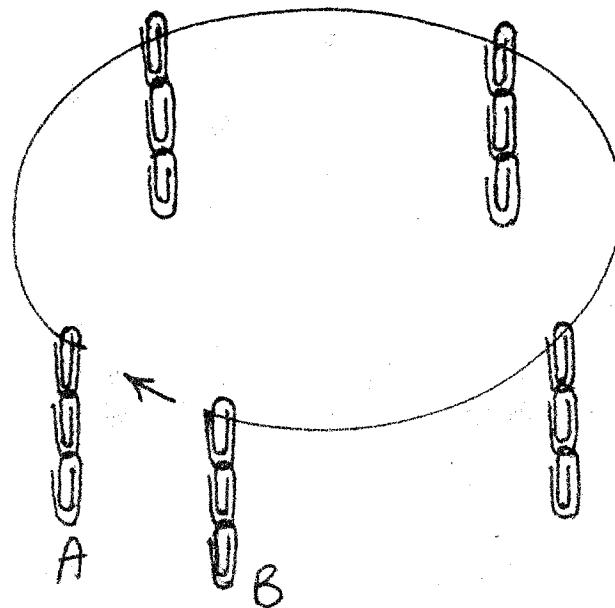
例：路長 20 大，每隔 5 大植樹一株，需植樹多少？

1. 令兩學生把繩子一條拉直，代表路長，然後在繩子上夾上半聯的萬字夾，以代表樹木，如圖。



2. 上圖明顯地表示出株數和段數的不同，因路之首尾皆需植樹，故株數比段數多 1。

3. 令學生把繩子圍成密閉形，如圖。



因首尾必須相接，故圖中之 A 或 B 應去其一。因此，株數和段數相等。

以上，只是井蛙之見，謬誤之處甚多，尚祈各位學長先進，不吝賜教，俾開茅塞。

劉綺文

## 式題與應用題

文生

筆算練習題分式題與應用題兩類：

①  $2 + 3 = ?$

②  $\begin{array}{r} 12 \\ + 34 \\ \hline \end{array}$

③ 書每本價 2 元，筆每枝價 5.50 元，買書 40 本，筆 36 枝，應付多少元？

④ 橙汁汽水有大瓶、小瓶兩種。購買那一種較化算？

⑤ 在方格內填上適合的運算符號： $18 \square 3 = 2 \square 3$

上述五題中，①、②是式題，③、④是應用題。至於⑤，驟眼看來可能誤為式題，其實是應用題。

### 式題 ( SUM )

式題是為訓練計算技巧而設的練習題。

式題也被稱為機械式練習題。在式題中，運算的方法已清楚地給出。學生要做的只是按照規則機械地進行運算。因此，式題的目的是訓練純熟的計算技巧。

把 2 分 30 秒化為秒。這一題是否式題？

是，題目已清楚指出了計算方法——化法。這一題要訓練的是單位換算的技巧。

一個練習題是否式題決定於它的訓練目的，不在於是否以算式的形式寫出。

式題有橫式、直式之分，應該先介紹那一種？

在教基本四則計算時，假如我們採用活動教學法，依隨「活動—口算—記錄」的途徑，當然先介紹橫式。

實物操作：

口述：2 加 3 是 5

記錄： $2 + 3 = 5$

但是在教授複名數的計算時，為了讓學生清楚知道算法的道理及步驟，就以先介紹直式算法為宜。

例：(a) 化 2 分 30 秒為秒

(b) 計算  $2 \text{ 分 } 30 \text{ 秒} \times 5$

$$\begin{array}{r} \text{分} \quad \text{秒} \\ 2 \quad 30 \\ \times \quad 5 \\ \hline 10 \quad 150 \\ \hline 12 \quad 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{分} \quad \text{秒} \\ 2 \quad 30 \\ \times \quad 5 \\ \hline 10 \quad 150 \\ \hline 12 \quad 30 \end{array}$$

直式的格式不只一種，上面舉出的是較簡明的，可以容易地用心算解決的計算部分卻不寫出。

做這些練習時，直式本身就是練習的主要部分，應該寫在練習簿的中央，不應把它看作算草，密密麻地寫在紙的右邊窄窄的算草欄內。

學生做了足夠的直式練習後，可以要求他們使用更多的心算，用橫式演算：

$$2 \text{ 分 } 30 \text{ 秒} \times 5 = 10 \text{ 分 } 150 \text{ 秒}$$

這時，若干計算題涉及一些較繁的乘、除運算，可以在算草欄中解決。算式的運用應該靈活地處理。

### 應用題 ( PROBLEM )

應用題為訓練數學概念的應用，也就是為訓練思考而設的練習題。

題目並不直接說出計算方法。學生要根據題意自己找出解決方法。

應用題是用逐步述明理由的方法解答。解答中的說明部分（包括文字說明及橫式）是主要的，運算部分是次要的。可用心算解決的計算，應盡量使用心算，較繁複能計算，可在算草欄中解決。

例如，前述的第③題可解答如下：

|      |   |   |
|------|---|---|
| 買書用去 | $2 \text{ 元} \times 40 = 80 \text{ 元}$          | $\begin{array}{r} 3 \cdot 5 \\ \times 36 \\ \hline 1050 \\ 210 \\ \hline 126 \cdot 0 \end{array}$ |
| 買筆用去 | $3 \cdot 5 \text{ 元} \times 36 = 126 \text{ 元}$ |   |
| 共付   | $80 \text{ 元} + 126 \text{ 元} = 206 \text{ 元}$  |   |

應用題既然是爲訓練思考而設，教學時就不應該只着眼於學生能否迅速地算出答案，或者是有沒有按照指定的格式去書寫而已。

然而，一般小學生對應用題感覺困難，甚至見而生畏。這種情形是不好的。教師應研究應用題的教學，幫助學生打破困難。

做成困難的原因不一，每班、每校的問題也不相同。但主要原因可從兩方面找。一是教材問題：教材過深或久循序漸進的安排。二是教學法問題：過多的示範、注入而未有好好地啟發學生思考。

研究教材可以從應用題的分類入手。

### 應用題的分類

從教材的安排上着眼，我們把應用題分為兩類：簡單的和複雜的。

「註」像第④題這類問題是活動教學班常用的。提出題目後，教師問：先要知道甚麼才能決定那一種較化算？學生回答先要知道價格，再問：價格高的並不一定不化算，還要知道些甚麼才能作比較？有些學生提出要找出兩種瓶子的容量。另一些可能說假如知道汽水的重量也可以作比較。於是學生分別去量度容量。這樣，就為解答問題創造條件。

(1) 簡單應用題—解答時只需一步運算手續的問題。

例(a) 某校上午部有學生 260 人，下午部有 240 人，全校共有幾人？

(b) 學生 500 人，每人繳學費 3 元，共收學費多少？

簡單應用題的解答一般是不困難的。

(2) 複合應用題—解答時需要超過一步運算手續的問題。

把前述(a)、(b)兩題合併，刪去中間一些文字，就成為一個複合應用題：

某校上午部有學生 260 人，下午部有 240 人。每人繳學費 3 元，共收學費多少？

解答複合應用題的一般方法是化繁為簡，把問題分做若干個簡單應用題，逐一解答。例如，解答上述的複合問題的方法就是把它分析為兩個簡單問題：

(a) 全校有多少人？

(b) 共收學費多少？

簡單應用題與複合應用題的教學重點是有所不同的。教授前者時，應着重教授該類問題涉及的數學概念及較詳細地介紹解答方法，而教授後者時則主要是教學生分析及化簡問題。

簡單應用題是複合應用題的基礎。在讓學生學做複合應用題練習之前，應先讓他們學會解答簡單應用題。忽略這一點是造成學生感覺應用題困難的主要原因之一。

### 學生的應有知識

為了使教學順利進行，我們還要考慮下列三點：

學生是否已具有●應用題內所涉及的  
數學概念，知識及生活經驗。

●解答問題所需的計算技巧。

●閱讀題目文字的能力。

在小學課程內，應用題並不作爲獨立的項目出現，應用題的解答只是這一項數學概念學習過程中的一階段（通常是最後的一個）。要學生能夠解答應用題，那就必須保證他們具有題目所應用的數學概念，知識及生活經驗。在理論上，任何教師都同意這一點，但教學時是否做到，卻是問題。

試以減法教學為例。當老師見學生出一種情形來說明減法，通常都是這樣：減法是取去東西的運算。這卻要了解下列的應用題：

1. 甲有 5 元，用去 3 元，還有多少元？

2. 甲有 5 元，乙有 3 元。甲比乙多幾元？

3. 甲有 5 元，比乙少 2 元。乙有幾元？

4. 甲有 5 元，如還買 3 元冰塊，還欠幾元？

5. 買書一本要 8 元，用 10 元鈔票購買，應找回幾元？

6. 3 元要加上多少元才是 5 元？

明顯地，學生既未知道減法的各種意義，也缺乏充份的減法活動的經驗，除了第 1 和第 3 題外，其他的各題自然是困難的。

再看著下列問題，你認為學生應具有那些必要的概念或經驗才可解答

1. 34人乘船，每船坐 6 人。要多少船才能裝載？

2. 在 4 千米長的馬路上，每隔 100 米設路燈一枝。共需燈多少枝？

3. 房屋建築費 2000 元，水電費 200 元。如果首選費從 10 元增為 15 元。那一項費用增加得較多？

4. 去年甲農場產雞 2000 頭，乙農場產鷄 6000 頭，本年甲農場產量比去年增加 20%，乙農場產量則減少去年的  $\frac{1}{3}$ 。本年那一個農場產量較多？

學生對應用題感覺困難，原因往往可從數學的安排上找到。

一定要先讓學生具備必需的知識，然後讓他們應用這些知識自己去思考，自己去找出解題方法。這樣，應用題練習才有意義。否則，每題都是新題；每題都是新教材，每題都要由教師詳細講解及範算，何苦來哉？

基於同樣理由，也不應該在學生具有必需的運算技巧之前，就要他們解答應用題，給他們難上加難。

題目的文字，包括字彙和句法，都不應超越學生的閱讀能力。在低年級，尤其要特別注意。

題目所用的數應該可能簡單，免學生花太多時間在煩瑣的運算上，妨礙對題意的思考。

為了增加興趣，可適當地把題目故事化，但要力求簡潔，不要廢話多多。

對於下列各題，你有何批評？

1. 被減數是 85，差是 37，求減數。（一年級）

2. 訓練池中有海豚 6 隻，池畔有 2 隻，訓練池中的海豚比池畔的多幾隻？（一年級）

3. 球場的修理工程預算用工人 17 人在 3 天內完成。若要在一天完成，需工人若干？

女花布一疋，長 9 米，媽媽用來給小華做睡衣一套，用去了 2 米，再買同樣的花布 8 米，和用剩的花布合起來做窗簾。問窗簾用布多少？

## 啓發思考

以上所述都是事前的安排。現在來考慮教學問題：

上課時要注意些甚麼？

學生有困難時怎麼辦？

逐步演算給他們看？

由頭到尾詳細解釋一遍？

不行。這沒有根本地解決問題，這樣做只是教一題，識一題，碰到新的題目仍舊不會解答。引導學生自己去找出解答方法才是真正地解決辦法。

要緊記的原則是：教師的工作是啓發，他應該引導學生思考而不是代替他們思考。教學的主要工作是如何引導學生分析問題，而不是如何範算例題。

下面舉例說明如何作引導。教學主要是通過問答進行的。

「題目」乘車每小時可走 50 km，步行每小時可走 6 km。若乘車 3 小時後再步行半小時，全程共走多少路？

1 教學：這問題要我們找出甚麼？

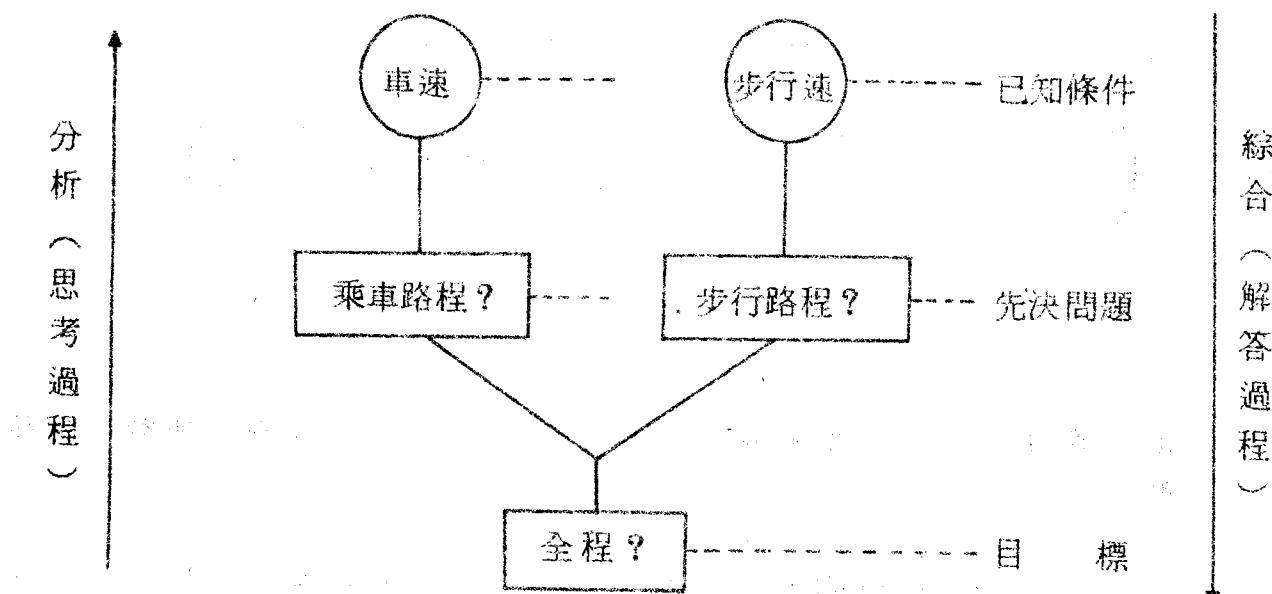
乘車及步行全程走多少路。

要算出全程，首先要知道甚麼？

乘車路程及步行路程。

這樣說，這問題可分為三個小問題。把這些問題寫出來……用流

圖幫助說明，更易明白：

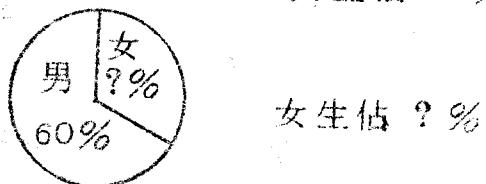


有了這些提示學生應該能自己完成解答了。

### 找出關鍵

教師要善於引導學生找出關鍵。上例的關鍵就是先解答兩個先決問題。下面多舉幾個例子。

1. 某校有學生 200 人。男生佔 60%，求女生人數。



2. 全校學生 200 人。若男生人數是女生的  $1\frac{1}{2}$  倍，求女生人數。

男 生 人 數 是 女 生 的  $1\frac{1}{2}$  倍

男 生 + 女 生 人 數 是 女 生 的 ? 倍

3. 某校有學生 400 人。若男女人數之差是全校人數之 20%。求女生人數。

繪適當的圖表示男女人數之差。

若男女人數較多，則

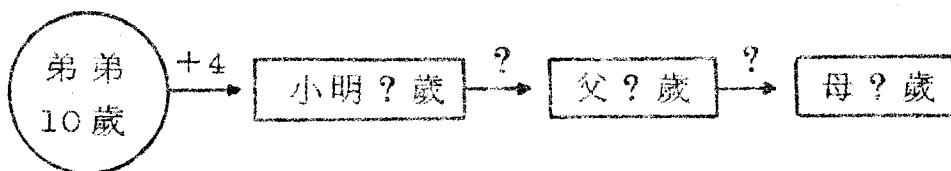


有斜線部份佔 ? %

女生佔 : ? %

父親比母親大 2 歲，小明比弟弟大 4 歲，父親年齡是小明的 3 倍。已知弟弟是 10 歲。求母親年齡。

把各人年齡的關係找出，問題就易解決。



提示適可而止，不要過多，如何提示才算合適，要根據所教的學生的程度而定。

要鼓勵學生用自己的方法解答，不要作太多的規範。學生自己想出來的解答，只要是大致上對的，就應接受及給予稱讚。期望學生一開始就能寫出毫無缺點，既簡潔又嚴謹的解答，是過高的要求。要按步就班，慢慢的提高。

#### 文字解釋部份

解答中的文字解釋也應慢慢逐步訓練。一年級應只做口算應用題。二年級可開始筆算，只寫出算式，不一定要寫文字解釋，但可訓練學生口述解釋。過早要求學生作文字解釋，沒有多大好處。三年級學生的語文能力較高了，可以要求他們開始寫文字解釋。

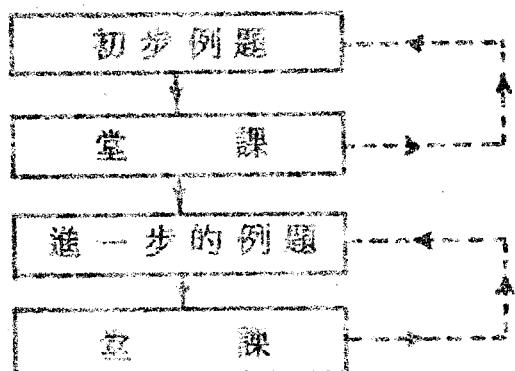
教師平時若多注意自己的語言習慣，學生在寫文字解釋的能力也會高些。

## 堂 課

不少教師在教學時作過多的講述及範算，因而學生沒有足夠的堂上練習。

在一節 35 分鐘的數學課中，一般應給予不少過 10 分鐘的堂課。堂課是指全體學生各自在座位上練習或進行其他活動。抽出個別學生到黑板上試算並不等於給予練習。這樣的試算只是由學生代替教師做範算，並不收全體練習之效。

堂課無須一定放在一課的最後階段，教師可靈活地安排，在適當的例題後插入堂課。



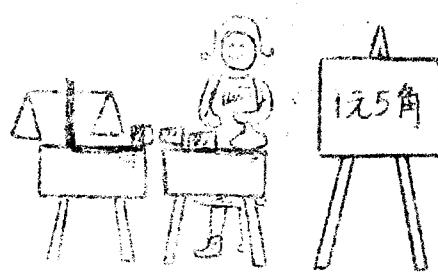
這「三文治」式安排的作用是：在初步例題之後，通過堂課觀察學生的接受程度，從而決定繼續教授下一步抑進行復教；其次，讓學生藉堂課對初步算法有較好的認識，才作進一步的學習。這比起由教師一口氣範算五、六個例題——學生對初步概念未能領悟，立刻要學習較深的算法——效果自然好得多。

有些教師或許擔心堂課佔去太多時間，影響教學。初期試行時有可能花多一些時間，但是，經驗增加後，堂課的插入運用得恰當靈活，教師將會發覺學生能夠很快領悟及掌握計算方法，而教師也無須作太多的講解。

此外，教師也可趁堂課進行時，對程度特別低的學生作較多的照顧。其次，可在訂正堂課時，同時佈置家庭課。對於低年級或在家缺乏人指導做家庭的學生，這一對尤為重要。教師在給予堂課或訂正課的提示做得好，學生做家庭課時碰到的困難也就必然大大減少。

## 小商店

(綜合教學活動)

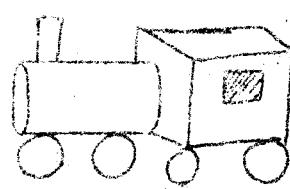
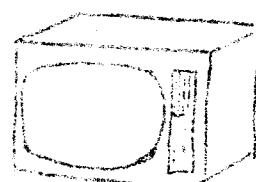
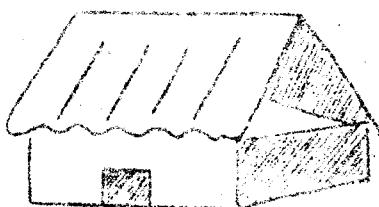


小商店是低年級數學課程裡傳角的元、學科作運的小等品價比商有起的題統活動是用於綜合教學的語彙。這幾項之店，因為富下，可以聯主的題分的認識用會是自然，商店更美工科作比商有起的題店很多來特別是一那樣的小商店活動了。

下面列出一些可供利用的商店種類以供參考。海一  
種的商店都可作為一連若自己會作安排的。  
商教學計劃

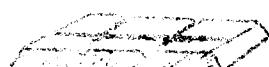
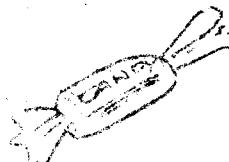
### 玩具店

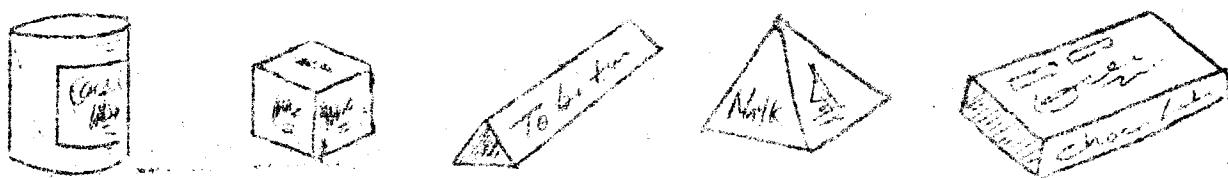
最簡單的開店辦法是每個孩子泡騰，是每件紙帶瓦楞，是綜合教學自和同學校玩具出售不是大難的事，製玩具等學美工兩科教學的好機會。



### 2. 士多

把空罐頭和空的糖果盒裝回學  
校就是現成的售賣。糖果可以用香  
料包上衣紙，做成參書力可以用糖  
泥捏成。

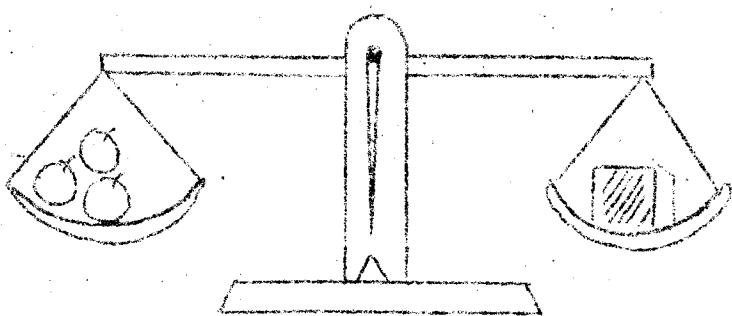




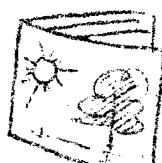
認識各種罐和盒的形狀是最好的學習圖形的機會。

教師如果能找到蠟做的水果模型那麼自然科就引進了。

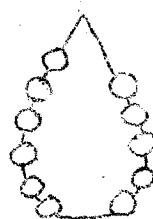
級還重的  
輕的。一定木便已  
可。做累... 圖以數可數  
人聖館購... 一本起珠位來



選擇製書回選時的本起珠位來同應該去每意兩不聖應家子的做  
要條要做書店

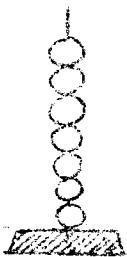


#### 4. 珠寶店



級單該店的簡讓畫報的  
年量應多式個  
一重是士正一  
有做書店

珠珠可以數可數  
人聖館購... 一本起珠位來同應該去每意兩不聖應家子的做  
要條要做書店



#### 5. 小郵局

題材。這從這學園  
子們用



本具而語言重除量單位克 (Gram)。  
郵費她可以介語稱精利精

# ON THE EXTREMUM OF A QUADRATIC FUNCTION

Robert Shin  
Kwun Tong Government Secondary Technical School

The extremum of a quadratic function  $x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  may be found by a geometrical argument that avoids involved algebraic manipulations.

The graph of  $f$  is a parabola symmetrical about a vertical axis and any horizontal line, if it cuts the parabola, cuts it in two points symmetrical about that axis. One such horizontal line is the  $x$ -axis. If the parabola meets it in  $A(\alpha, 0)$  and  $B(\beta, 0)$ , its axis is evidently the line

$$x = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} (\text{sum of roots of } ax^2 + bx + c = 0) = \frac{1}{2}(-b/a)$$

The lowest ( $a > 0$ ) or highest ( $a < 0$ ) point of the parabola being its vertex, the extremum of  $f$  is thus seen to occur at  $x = -b/2a$

If the roots of  $ax^2 + bx + c = 0$  are imaginary, this conclusion is still valid, though the argument needs a slight modification. Instead of  $y = 0$  I can substitute a suitable horizontal line  $y = k$  that intersects the parabola, say at  $P(\alpha', k)$  and  $Q(\beta', k)$ . The parabolic axis is then  $x = \frac{1}{2}(\alpha' + \beta')$ ; and since at the points of intersection.

$$ax^2 + bx + c = k, \quad \text{or} \quad ax^2 + bx + (c - k) = 0,$$

$\alpha'$  and  $\beta'$  are the roots of this quadratic and the axis is  $x = -b/2a$  as before.

It is now possible to write down the extremum of a quadratic function at sight.

## EXAMPLES

1. Consider the quadratic  $2x^2 - 9x - 10$ . Since the square term is  $> 0$ , the extremum is a minimum. It occurs at

$$x = \frac{1}{2}(\text{sum of zeros of quadratic}) = \frac{1}{2}(9/2) = 9/4$$

Its value is  $2(9/4)^2 - 9(9/4) - 10 = -161/8$

2. For the quadratic  $-3x^2 + 5x - 7$  the maximum is at  $x = \frac{1}{2}(5/3) = 5/6$ , its value being

$$-3(5/6)^2 + 25/6 - 7 = -37/6$$

3. The general quadratic  $ax^2 + bx + c$

Extremum occurs at  $x = \frac{1}{2}(-b/a) = -b/2a$

$$\text{Extremum} = b^2/4a - b^2/2a + c = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

This result could have been deduced by completing the square and memorized, or by differentiation, but a geometrical argument is easier to visualize.

中大入學試題

莫家駒（香港青年會中學）  
數學科主任

3.

(a) 設圓之半徑為  $R$ ，試求其內接正三角形之面積。

(b) 設  $P$  為一已知點， $(K)$  為一已知圓錐曲線，而  $(L)$  為過  $P$  點之任意直線。直線  $(L)$  與  $(K)$  交於  $R, S$ ，若

$$\overline{PR} \cdot \overline{PS} = \text{常數}$$

試證  $(K)$  為一圓。

上文是一九七八年中文大學入學資格考試普通數學科試卷第三題。對(b)部解答，市面所見題解一般用下列方法：

(b)  $P$  is a given point,  $(K)$  a given conic,  $(L)$  an arbitrary straight line through  $P$ .  $(L)$  meets  $(K)$  at  $R, S$ , and  $\overline{PR} \cdot \overline{PS} = \text{constant}$ .

To prove  $(K)$  is a circle.

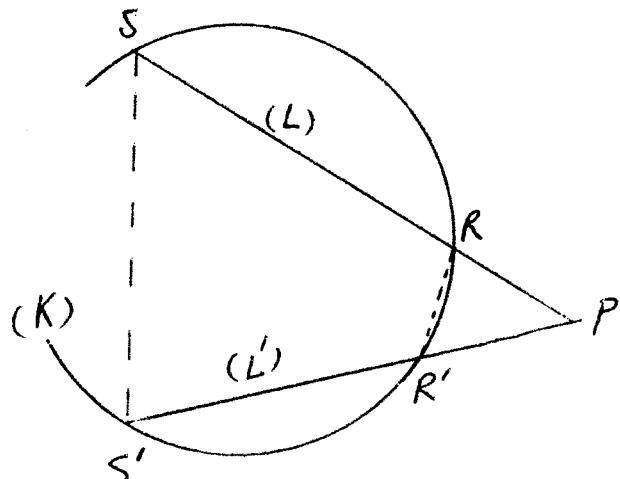
Let  $(L')$  be another straight line through  $P$  and meet  $(K)$  at  $R', S'$ , and  $\overline{PR'} \cdot \overline{PS'} = \text{constant}$ .

$$\therefore \overline{PR} \cdot \overline{PS} = \overline{PR'} \cdot \overline{PS'}$$

$$\frac{\overline{PR}}{\overline{PR'}} = \frac{\overline{PS}}{\overline{PS'}}$$

$$\therefore \triangle PRR' \sim \triangle PS'S$$

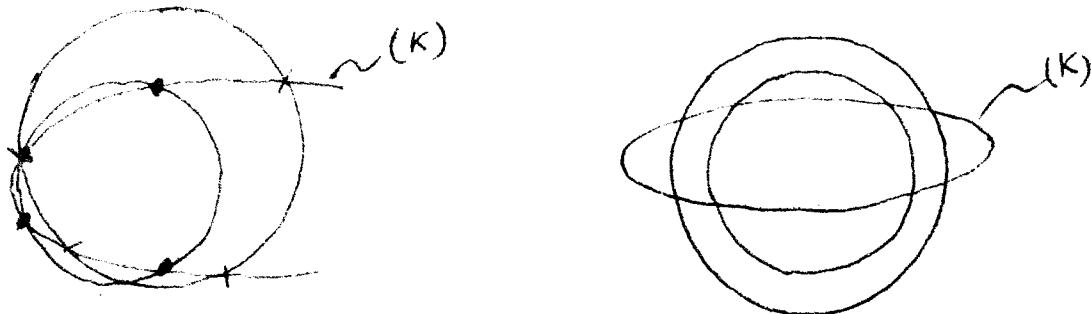
$$\therefore \angle PRR' = \angle PS'S$$



$\therefore PSS'R'$  is a cyclic quadrilateral.

Since these 4 points lie on the conic  $(K)$ ,  $(K)$  is a circle.

這個證明是錯的，因為錐線上某四點在一圓上並不表示某其他四點亦在該圓上，上述之證明至此為止並不表達該錐線為一圓，其實看下圖便很明顯。



( K ) 上有很多組四點共圓

我們可以證明，在錐線上，若任意四點均共圓（未知是在同一圓）則此錐線為一圓（即是說可以證明所共的圓是同一圓）

不能怪責攷生的思慮不周延，在只有幾十分鐘的時間內，甚至出解答的作者亦會一時不慎的。

坊間有些「普數」的教本，其中提出了嚴謹的證法，但考生在十五分鐘內實在做不出這樣的證明的。

P is given point, (C) a given conic, ( $\ell$ ) an arbitrary straight line through  $P(x_0, y_0)$ . ( $\ell$ ) meets (C) at R, S and  $PR \cdot PS = \text{constant}$ .

To prove: (C) is a circle.

**Proof:** The general equation for a conic curve is  $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ . After rotation and translation, we can transform the equation into the form

Without loss of generality, let (C) be represented by (1).

Without loss of generality, let (v) be represented by (1). Suppose  $P(x_0, y_0)$  is a point not on (C), then  $x = x_0 + t$ ,  $y = y_0 + mt$  represent the parametric equations for the line (l) which passes through  $P(x_0, y_0)$  whose slope is m, and t is a real parameter.

To find the intersection of  $(l)$  and  $(C)$ , put  $x = x_0 + t$ ,  $y = y_0 + mt$  into we have

$$a(x_c^2 + t)^2 + c(x_o^2 + t) + b(y_o^2 + mt)^2 = 1$$

$$a(x_o^2 + 2x_o t + t^2) + cx_o + ct + by_o^2 + 2bmt + bm^2 t^2 = 1$$

$$(a + bm^2)t^2 + (2ax_o + c + 2bmy_o)t + (ax_o^2 + cx_o + by_o^2 - 1) = 0 \quad \dots \dots \quad (3)$$

Suppose the 2 roots of  $t$  are  $t_1$  and  $t_2$ , then  $R$  is  
 $(x_0 + t_1, y_0 + mt_1)$  and  $S$  is  $(x_0 + t_2, y_0 + mt_2)$

$$\overline{PR} \cdot \overline{PS} = \sqrt{(x_0 + t_1 - x_0)^2 + (y_0 + mt_1 - y_0)^2} \cdot \sqrt{(x_0 + t_2 - x_0)^2 + (y_0 + mt_2 - y_0)^2}$$

$$= \sqrt{t_1^2 + m^2 t_1^2} \cdot \sqrt{t_2^2 + m^2 t_2^2} = t_1 t_2 (1 + m^2)$$

Since  $\overline{PR} \cdot \overline{PS} = \text{constant}$ , let  $t_1 t_2 (1 + m^2) = k(\text{constant})$

$$\text{From (3), } t_1 t_2 = \frac{ax_0^2 + cx_0 + by_0^2 - 1}{a + bm}$$

$$\therefore t_1 t_2 (1 + m^2) = \frac{(ax_0^2 + cx_0 + by_0^2 - 1)(1 + m^2)}{a + bm} = k$$

$$\text{i.e. } (ax_0^2 + cx_0 + by_0^2 - 1) + (ax_0^2 + cx_0 + by_0^2 - 1)m^2 = ak + bkm^2 \dots\dots (4)$$

Since the line ( $\ell$ ) is arbitrary, there are infinitely many values of  $m$ .

Therefore (4) is an identity.

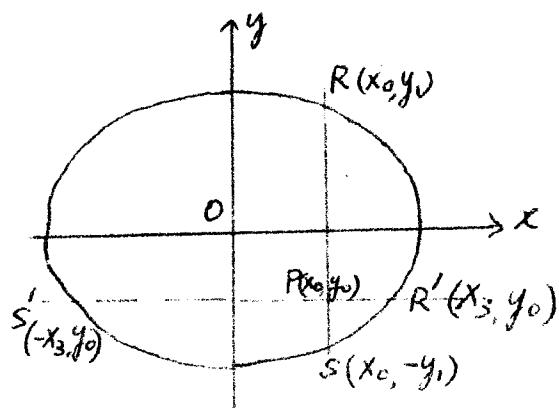
Equating coefficients of the same power of  $m$ , we have,  $ax_0^2 + cx_0 + by_0^2 - 1 = ka$ ,

$$ax_0^2 + cx_0 + by_0^2 - 1 = kb.$$

Hence  $a = b$ , i.e. ( $C$  is a circle.)

再者，此題  $\overline{PR} \cdot \overline{PS} = \text{常數}$ ，則  $\overline{PR}$  及  $\overline{PS}$  均不能趨於無限大，圓錐曲線之拋物線與雙曲線均向無限伸展（定義域  $x$  及函數值域  $y$  均可趨於無限大）故可證已與圓錐曲線（ $K$ ）不可能為拋物線或雙曲線。

若已與點  $P(x_c, y_c)$  為（ $K$ ）所包圍，這條題目比較易做，方法如下：



設( $K$ )之方程式為  $Ax^2 + By^2 = 1$ ，而( $L$ )為過 $P$ 之任意直線，  
過 $P$ 作二線分別垂直( $K$ )之兩軸，此二垂線與( $K$ )之交點為

$$R(x_1, y_1), S(x_1, -y_1), R'(x_3, y_0), S'(-x_3, y_0)$$

$$\cdots \overline{PR} \cdot \overline{PS} = \overline{PR'} \cdot \overline{PS'}$$

但  $R$ ,  $R'$  在  $(K)$  上, 故  $\frac{Ax_1^2}{a} + \frac{By_1^2}{b} = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} Ax_1^2 + By_1^2 = 1 \\ Ax_3^2 + By_3^2 = 1 \end{array} \right. \quad \text{由(1)代入得}$$

$$\Rightarrow A(x_1^2 - x_3^2) + B(y_1^2 - y_3^2) = 0,$$

$$\Rightarrow A(x_1^2 - x_3^2) - B(x_1^2 - x_3^2) = 0.$$

$$\Rightarrow (x_1^2 - x_3^2)(A - B) = 0,$$

→ A = B

$\Rightarrow (K)$  為一圓

若已與點  $P$  在  $(K)$  之外，則難尋簡單的證明。

Common Mistakes in solving Inequalities

Mathematics Club, Hin Fai College

Since the techniques of solving equations are analogous to those of solving inequalities, students may push the analogy too far and make mistakes, especially in using the following fundamental rules:

- (i) If  $a > b$  and  $c > 0$ , then  $ac > bc$ .
- (ii) If  $a > b$  and  $c < 0$ , then  $ac < bc$ .
- (iii) If  $a > b$  and  $c > 0$ , then  $a/c > b/c$ .
- (iv) If  $a > b$  and  $c < 0$ , then  $a/c < b/c$ .

Let us illustrate some common mistakes with 3 examples. The correct solutions are given for comparison.

Example I

Solve  $4 - \frac{1}{2}x > 12$ .  $U = R$ , the set of all real numbers.

WRONG

$$\begin{aligned} 4 - \frac{1}{2}x &> 12; \\ -\frac{1}{2}x &> 12 - 4; \\ -\frac{1}{2}x &> 8; \\ (-2)(-\frac{1}{2}x) &> (-2)8; \\ x &\geq -16. \end{aligned}$$

CORRECT

$$\begin{aligned} 4 - \frac{1}{2}x &> 12; \\ -\frac{1}{2}x &> 12 - 4; \\ -\frac{1}{2}x &> 8; \\ (-2)(-\frac{1}{2}x) &< (-2)8; \\ x &\leq -16. \end{aligned}$$

Example II

Solve  $-5 - 5x > 11 + 3x$ ,  $U = R$ .

WRONG

$$\begin{aligned} -5 - 5x &> 11 + 3x; \\ -5x - 3x &> 11 + 5; \\ -8x &> 16; \\ -8x/-8 &> 16/-8; \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

CORRECT

$$-5 - 5x > 11 + 3x;$$

$$-5x - 3x > 11 + 5;$$

$$-8x > 16;$$

$$-8x/-8 < 16/-8;$$

$$\underline{\underline{x < -2}}$$

Example III

Solve  $(x - 1)/(x + 2) > 0$ , where  $U = R$ .

WRONG

$$(x - 1)/(x + 2) > 0$$

$$(x + 2)(x - 1)/(x + 2) > (x + 2)0.$$

CORRECT

Note that  $x + 2$  can be positive or negative. In the incomplete solution shown on the above,  $x + 2 > 0$  was assumed.

Now we have to consider 2 cases :

Case (1) :  $x - 1 > 0$  and  $x + 2 > 0$ ;

$$x > 1 \text{ and } x > -2;$$

$$x > 1,$$

Case (2) :  $x - 1 < 0$  and  $x + 2 < 0$ ;

$$x < 1 \text{ and } x < -2;$$

$$x < -2,$$

the solutions are  $x < -2$  or  $x > 1$

Alternative Method :

Case (1) : For  $x + 2 > 0$  (i.e.  $x > -2$ ),

$$(x + 2)(x - 1)/(x + 2) > (x + 2)0;$$

$$x - 1 > 0;$$

$$x > 1,$$

Since under  $x > -2$  we get  $x > 1$ ,  
then  $x > 1$  is the result for Case(1)

Case (2) : For  $x + 2 < 0$  (i.e.  $x < -2$ ),

$$(x + 2)(x - 1)/(x + 2) < (x + 2)0;$$

$$x - 1 < 0;$$

$$x < 1,$$

Since under  $x < -2$  we get  $x < 1$ ,  
then  $x < -2$  is the result for Case (2)

the solutions are  $x < -2$  or  $x > 1$

Note  $(x + 2)^2$  is always a positive number.

$$\text{Or } (x - 1)(x + 2) > 0;$$

$$(x + 2)^2(x - 1) > (x + 2)^2 \cdot 0;$$

$$(x + 2)(x - 1) > 0;$$

the solutions are  $x < -2$  or  $x > 1$ .

Linear programming is an application of the theory of inequalities. It is so important that it has become a common topic in both the Modern and the Traditional Syllabuses of Mathematics from 1979 onwards.

The method of linear programming relies mainly on the following theorem :

A linear expression,  $ax + by$ , evaluated at the vertices (corner points) of a convex polygonal region defined by a system of linear inequalities takes on its maximum and minimum values at the vertices.

In case that  $x, y \in N$  and the coordinates of the vertices are not natural numbers,  $ax + by$  takes on its maximum and minimum values at the lattice points within the polygonal region, in the neighbourhood of the vertices.

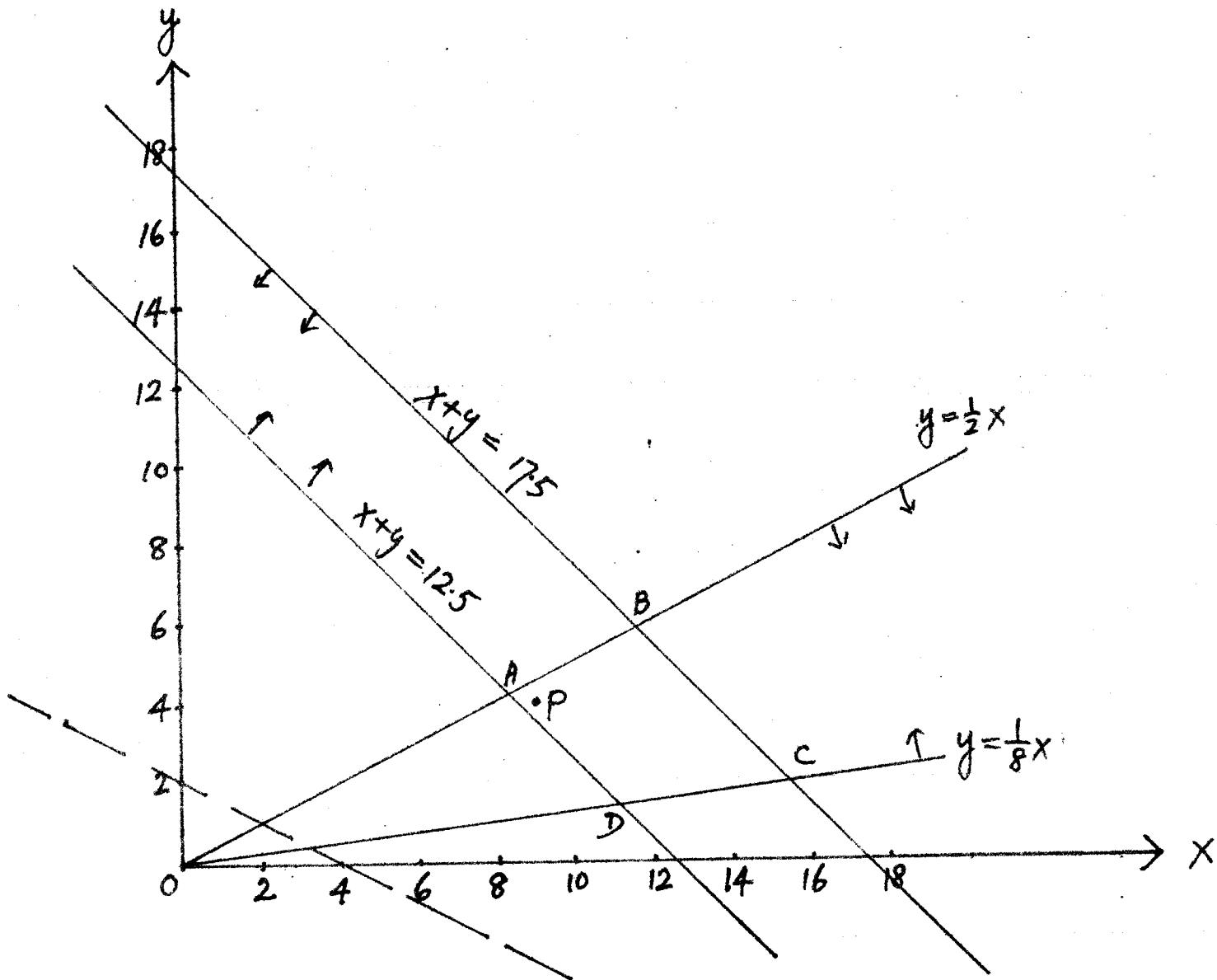
#### Example

A rectangular flower bed,  $x$  metres long and  $y$  metres wide is to be designed such that

- (a)  $x, y \in N$        $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  is the set of natural numbers
- (b)  $2 \leq \frac{x}{y} \leq 8$ , and
- (c) the perimeter of the flower bed lies between 25 metres and 35 metres.

If the cost to fence 1 metre of the length is \$20 and the cost to fence 1 metre of the width is \$10

- (i) what are the dimensions of the flower bed so that the cost of fencing is the lowest and
- (ii) what is this cost ?



- 46 -

### Solution

The constraints are :

- (a)  $x > 0, y > 0$
- (b)  $2 \leq x/y \leq 8 \Leftrightarrow (2y \leq x \text{ and } x \leq 8y)$
- (c)  $25 \leq 2(x + y) \leq 35 \Leftrightarrow (12.5 \leq x + y \text{ and } x + y \leq 17.5)$

They are plotted on a piece of graph paper as shown. All the feasible points are enclosed by ABCD.

The cost function  $f(x,y)$

$$\begin{aligned} &= 2(20x + 10y) \text{ (dollars)} \\ &= 40x + 20y \text{ (dollars)} \end{aligned}$$

We now proceed to minimize  $f(x,y)$  under the above constraints

- (i) Let  $f(x,y) = 20$ , say. That is

$$40x + 20y = 80$$

$$\text{or } 2x + y = 4$$

The first vertex reached by moving a straight edge parallel to

$2x + y = 4$  and away from 0 is A(8.3, 4.2),

Careless students may make the following conclusions :

#### Wrong

∴ the length and width of the flower bed are 8.2m and 4.2m respectively. Moreover the cost is

$$\$2 [20(8.3) + 10(4.2)] \text{ or } \$416$$

#### Correct

However,  $x$  and  $y$  are natural numbers, the feasible point of natural number coordinates that will make  $f(x,y)$  minimum is P(9,4). Therefore, the cost of fencing is lowest when the length is 9 metres and the width is 4 metres.

- (ii) Lowest cost =  $40(9) + 20(4)$  (dollars)  
= \$440

# 小學數學科修訂課程(初稿)意見輯錄

小學數學科課程委員會

## 1. 徵集意見的方法

1.0 小學數學科修訂課程(初稿)公佈後，通過下列方法徵集教師的意見：

- a) 寄發課程初稿給全港小學，請校長收集數學教師的意見，提交書面批評及建議。
- b) 召開研討會，邀請各校數學科主任出席，討論各年級課程範圍及教學建議；
- c) 在研討會上用問卷徵集出席者對新課程目的、份量、學生詞彙表與用具表的意見。

1.1 學校寄回的書面意見共 220 份，研討會舉行了 6 次，出席者共計來自 506 間小學的數學科主任及教師 516 人；問卷答案共收回 406 份。

## 2 問卷答案的統計

2.0 問卷包括六個問題。每問題的第一部份是用選擇方式作答；第二部份由答卷者自行填寫意見。現將第一部份的統計結果列出於后，第二部份的意見則歸併在「批評及建議」一節內摘錄。

### 2.1 課程之目的

答卷教師對課程緒言中列出的五點課程目的意見是：

|      | 選答者百分率 |
|------|--------|
| 贊同   | 93.4 % |
| 部份贊同 | 2.7 %  |
| 不贊同  | /      |
| 無意見  | 3.9 %  |

## 2.2 各年級課程的深淺

問卷請答卷者只就自己熟悉的年級作答。統計結果如下：

|        | 選答者百分率 |       |       |       |       |       |
|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|        | 一年級    | 二年級   | 三年級   | 四年級   | 五年級   | 六年級   |
| 一般上適合  | 95.0%  | 98.6% | 98.0% | 88.6% | 87.3% | 93.2% |
| 大部份過深  | 0.7%   | /     | 1.3%  | 10.3% | 12.3% | 1.3%  |
| 大部份過淺  | 4.3%   | 1.4%  | 0.7%  | 1.1%  | 0.4%  | 5.5%  |
| 註：作答人數 | 139    | 145   | 150   | 184   | 292   | 309   |

## 2.3 各年級課程份量

答卷者也是只就熟悉的年級作答。

|        | 選答者百分率 |       |       |       |       |       |
|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|        | 一年級    | 二年級   | 三年級   | 四年級   | 五年級   | 六年級   |
| 一般上適合  | 99.4%  | 99.3% | 98.8% | 78.0% | 79.1% | 83.6% |
| 過多     | /      | /     | /     | 19.0% | 20.5% | 0.3%  |
| 過少     | 0.6%   | 0.7%  | 1.2%  | 3.0%  | 0.4%  | 16.1% |
| 註：作答人數 | 158    | 152   | 165   | 200   | 263   | 296   |

## 2.4 學生活動及教學建議

對於課程(初稿)提供的教學建議，答卷者的反應是：

|        | 選答者百分率 |
|--------|--------|
| 對教師有幫助 | 97.3%  |
| 沒有幫助   | /      |
| 無意見    | 2.7%   |

## 2.5 學生詞案

課程(初稿)附有學生詞案舉例，答卷者認為這些詞案：

|       | 選答者百分率 |
|-------|--------|
| 一般上適合 | 99.7%  |
| 大部份過深 | 0.3%   |
| 大部份過淺 | /      |
| 無意見   | /      |

## 2.6 用具

對於用具表及使用建議的意見是：

|       | 選答者百分率 |
|-------|--------|
| 一般上可行 | 94.9%  |
| 不易實行  | 5.1%   |
| 無意見   | /      |

## 3 批評及建議

3.0 從統計數字看來，絕大多數的答卷教師對課程(初稿)是接受的。學校寄回的意見書也顯示這一點，下面是意見的摘錄。

### 3.1 對課程的一般評語

「整個課程首要目的是引起兒童對數學學習的興趣，突出了這項目的，指示出數學教學需要改變的根由和方向，本校同工深表贊同。」 (青山天主教小學)

「新課程獲得具體實際，如教學活動、詞案舉例、教具使用等項，對引起學生興趣、啟發思考有幫助，對教師施教也有裨益。」 (旺角勞工子弟學校)

「課程內容着重對數理方面之瞭解，並將較繁複艱深之演算及非十進單位化聚刪減，給予學生更多時間從事數學活動，頗符合數學教學目的。」（馮瑞璋紀念小學（上午））

「在教授基本數學概念與計算技巧方面，本課程綱要較舊綱要更有系統。既有深度，亦有廣度……（刪減）繁複之複名數計算訓練……實減輕學生學習困難之一大法。」（東華三院閩啓明小學（上午））

「較以往簡單。學生易於學習。」（靈光小學）

「內容能顧及學生的能力，……更顧及學生的興趣。」  
(保良局陳南昌小學)

「比現有課程較能照顧一般學生的學習能力，是一項很切實的改革。」（渣華街官小（上午））

「整個綱要之教學進度設計得非常小心、有計劃、其層次亦自然而然有效。」（東華三院姚達三小學（上午））

教育專業人員協會交來這樣的意見：「課程初稿強調引起兒童對數學學習的興趣及啟發兒童數學的思考；……並進一步減少繁複的機械計算。我們認為這樣的轉變是符合今日數學教育之趨勢。……不過，如果能夠再增加下列項目：單元教學目標、時間比率，將會對教學更有裨益。」

提出相反意見的有：「一般來說，新課程所包括的項目都嫌稍多，學習純粹屬表面化，難能使學生深入了解。」

### 3.2 活動

課程(初稿)對學生活動相當重視。課程每一項目都附有活動建議。希望教師盡量讓學生有機會進行探索及發現，避免作注入式的講述。學校寄回的意見有贊同的也有表示保留的態度。

「對於綱要之重編，甚感欣賞。尤以大部份課程均捨繁就簡，以適合小學生之生活經驗範圍及其興趣，並加以適當之活動以加深學生之印象及學習興趣。」 (基華學校(下午))

「本校教師都很贊成此新課程之訂定...最大特色就是特別注意活動與應用，藉此加深學生對數學概念的理解。」 (聖嘉祿學校)

「比舊課程進步，但以活動為參考，忽視傳統教學的實際環境。」 (秀茂坪天主教小學)

「新綱要重視學童之本身活動，通過製作、觀察、比較、分析、歸納等方法...培養學童理解力及判斷力。」 (潮商學校(上午))

「活動配合日常生活問題，啟發學生的思考，培養兒童的創作能力。」 (東華三院李賜豪小學(下午))

「建議之活動對學生學習數學甚有幫助，但活動通常要用較長時間，所以盼望能每週增加一節數學課。」 (聖方濟愛德小學)

「內容豐富...能引起學習興趣。從活動中得知，有真實感。唯以每班45人之數目，進行時會覺困難。」 (普愛學校(上午))

「本校極表贊成，尤其從活動中學習，記憶更為牢固。」 (何東學校)

「學生活動和教學建議大都切實可行。」 (筲箕灣嘉諾撒修院學校)

適當給予堂課（堂課亦屬學生活動）是具體指導個別成績較遜學生之正確辦法。」  
（潮商學校（下午））

「綱要中附有教學建議，可提高數學科教學水準。」  
（基心小學）

### 3.3 用具

對於課程中所列舉的用具，有些教師表示在購買及使用上有困難，但大多數教師認為沒有問題。

「大部份的用具，（我的）學校已設置。」

「學校經費不足，而（且）不大願意購置。」

「部份用具不需要特別花錢，而且學校亦有供應，就算要學生搜集，亦非難事。」

「每年添置若干即可。」

「搜集容易，唯放置困難。」

「上、下午校合用（教具），存放及保管方面恐有問題。」

「因課程緊密，除必要教具外，其他的很難有時間利用。」

「所提議採用的教具及各項配合教學之活動實對學生很有幫助，惟若一一照著實行，則恐教學時間不足，因學生意度參差，人數又多。」

「課程列有活動建議和用具表，對增強教師對數學教學的認識甚有裨益。」

「教具之應用，似亦（有）足夠的介紹。」

「一年級利用活動及寶物教學，每二人擁有一份教具，為良好建議。」

「用教具來指導學生學習，會引起兒童對數學學習興趣。」

#### 3.4 非十進制單位

鑑於呎、吋、磅、安士、斤、兩等單位仍在市面上使用，故課程（初稿）仍作簡略介紹，但課程註明當此等單位不再通行時即予刪去。

在研討會中，不少教師主張為了積極協助推行十進制，應把非十進單位在課程中全部刪除。

但亦有教師認為不應不顧實際情形，只要市面仍有此種單位存在，學生於日常生活中仍會遇到，故應保留至政府宣佈停止使用為止。

#### 3.5 四、五、六年級課程的份量

在學校回條、問卷及研討會中不少教師提出五年級課程份量過多，而六年級特別是下學期的份量過輕，因此建議把五年級的一些項目如「反比例」（§5.3）、「水平與鉛垂」（§5.8）移後到六年級。

也有教師認為四年級項目似乎過多，建議將「平均數」（§4.15）移後至五或六年級施教。

#### 3.6 貨幣（§1.12）

有些教師認為一年級只學習辨認一元以內的硬幣，範圍太窄，不足夠應付實際生活之需要。

具有一年級教學經驗的教師提出：貨幣是一年級課程中學生最感困難的項目，辨認一元以內的五種硬幣及用以作多種不同的付款活動實已足夠，不應加深。

### 3.7 乘法 (§2.3 及 §4.3)

有些教師認為應規定乘法列橫式時，倍數一定要寫於後。但另一些教師同意課程的建議：倍數寫於前或後均可。

至於 §4.3 中關於「左乘法」及「右乘法」的一段文字，研討會中有教師建議刪去，免引起教學上之不便。

### 3.8 因數的認識 (§3.2)

教師建議這項目撥到三年級下學期，待學生對乘法及除法較熟習後才學習，較為適宜。

### 3.9 對稱 (§3.20)

有教師提出三年級學生製作萬花筒有困難。

### 3.10 小數的認識 (§4.7)

有些教師建議小數的概念提早至三年級介紹，以配合十進制單位之使用。

### 3.11 方程式 (§5.12 及 §6.4)

關於教授「簡易方程式」教師之間有不同的意見。

有三間學校的回條提出小學裡不適宜教授方程式。也有教師懷疑在五年級介紹方程式是否過早。

但是頗多的教師表示支持課程初稿的建議，寄來下列意見：

「百分法中求原數的算題……利用方程式求解是非常適當的。這樣可以減少學生學習上的困難。」

「不要學生盲目套用公式，而用方程式解之。」

一位教師在研討會上說他多年來已在五年級開始教授方程式，效果很好。

### 3.12 反比例 (§5.3)

研討會上大多數出席者主張把這項目延後到六年級施教，而且應註明用歸一法計算應用題。

### 3.13 羅馬數字 (§6.11)

大多數教師認為只宜教授十二以內的羅馬數字記數法。

### 3.14 中國算盤 (§6.14)

有些教師認為中國算盤實用價值已不大，無須教授。另一些教師却主張作為保留國粹，應教授珠算加、減法。普遍的意見是可以由教師自行決定教授與否。

### 3.15 繡曲線 (§6.17)

有些教師提出可以把繡曲線作為三年級的圖形活動。但是另一些教師却認為三年級的兒童只會模仿教師的例子製作圖形。作為有意義的數學活動，希望學生能自行設計圖形及有所發現，那就非要放到五、六年級不可。

## 4. 結語

上面只錄出引起較多討論的意見，另外還有一部分的意見不打算錄出。不過，課程委員會對於收到的每一項意見都會加以研究，對初稿作出適當的修訂，使課程能更切實可行。委員會謹向所有提供寶貴意見的學校及教師致謝。

## 讀《小學數學教學調查報告書》

這個報告書的涉及面很廣，反映了小學數學教學現存的許多問題。報告書提出 37 點改進教學的建議，其中接近半數是《小學教育及學前服務綠皮書》中已提出的或是數學教學中心一向主張的。整個來說，建議很具建設性，對教學的改進有促進的作用。

不過，讀完報告書後，覺得它對於小學數學的某些問題仍未觸及，現提出來談談。

### 合格率低

調查結果中最近人注意的是「年級愈高，合格率愈低」的現象。報告書的「問題分析」一章就多方面探討其原因，但對下列各點似乎忽略了：

1. 某些班級的考試標準可能過高。升中試已廢除了，但是否有些學校或教師仍用升中淘汰試的尺度衡量學生？
2. 某些班級的教學進度與學生程度脫節。實施普及教育後，學生按年齡而不是按成績升班，程度參差無可避免。那麼，教學就應有適當的安排——分班、分組。按學生不同的程度因才施教。輔導教學雖然可幫助解決部份問題，但只應是輔助而已。假如「正常班」完全忽略學生程度，只知趕進度，趕課本，製造一批又一批學習落後兒童，要靠輔導教學作為主力，那決不是辦法。
3. 學習風氣渙散。電視及各種新遊戲使學生着迷，相比之下學校的功課既乏趣味也找不到成就感。

上述的情形，在小學裡是普遍地存在的。要解決這些問題，似乎不是單純研究一下怎樣改善課程、課本，改進一下教學方法，技巧就行。我們應切實檢討下我們的教育觀點、教學方針。在審及教育三下，數學科的目標應該是甚麼？合格工應該是怎麼

的一回事？是否應該仍去走精英教育的路子：每級訂下固定而且頗高的標準，要求每一個學生都要達到這個標準，不論他們的程度如何，是否有能力達到？抑或是考慮實際的、積極的做法：根據學生的能力、傾向來要求他們，重點是讓他們看到自己的成功，培養他們的學習興趣，而不是為了維持所謂的‘水準’，把學校變作宣判大多數人為失敗者的地方。

### 程度參差、時間不足

報告書中舉出教師在教學上遭遇最大的困難是學生程度參差不齊。這是事實。但假如你同意前述的看法，那麼就不會把程度參差作為成績低落的原因。教學觀點不改變，始終有學生被視為成績低落；忽略因材施教，因程度參差引起的困難就會愈來愈大。人的能力本來有高低差別，一班學生中程度參差是可預料的，但嚴重的程度參差却是現行教學引致的結果。

教師反映的第二個困難是教學時間不足，報告書根據這一項意見建議增加節數，但沒有對這問題作分析。‘時間不足’背後的問題是：

- (a) 各科的時間分配是否均衡？
- (b) 課程是否過重？
- (c) 教材（包括課本及補充練習）是否過深、過多？
- (d) 教學是否有效率？時間的運用是否恰當？

(a)的考慮是需要的。應該從全面去考慮，而不是抱本位主義或平均主義強調某一科的重要性。

對於現行課程，報告書說教師認為大致適合。事實上課程中多次強調應通過簡易計算使學生了解，問題在於教材是否過多。調查結果顯示有 78% 的學校採用一本的補充練習，44% 的學校採用一本（或以上）的數字推理練習。調查數字還沒有包括使用附屬於課本的作業簿。在時間不足之下，不精簡教材，反而用

數量不少的精光錄音，這是令人懷疑的。而且，何謂計算標準和提高學生程度之顯示教學方法是有問題的。

至於教學的效率如何，不能憑空討論。不過有兩點值得注意：教育電視是有效地運用抑或祇是循例觀看？花在測驗的時間是否過多？

假如不改變以「趕課本、趕進度」為目標的做法，就算增加了時間，有了最完善課程、課本，繼續「低落」的問題也不會解決的。

## 調查、分析

根據報告書第三章「調查結果摘要」，問卷的 36 個問題中，屬於資料統計的如合格率、教具數量等共計 10 項，其餘的都是教師意見的調查。意見是否反映了實現，這是值得研究的。舉一個例，在關於教育目標的問題上，58.9% 的答卷者認為教學最主要目標應該是激發兒童學習數學的興趣。但這不代表教學是沿着這目標走。相反地，從其他問題的答案中，可以看到教學是以「趕完課本」及「操練計算」為主要目標。報告書的工作者是看到這點的。因此，就出現了像 3.2.2 節中的分析：這是調查教師對課本是否滿意的問題。統計結果顯示，認為不滿意 (18.6%) 及極不滿意 (4%) 的合計於是 (22.6%)，比滿意 (31.2%) 及極滿意 (0.4%) 的合計少。報告書的工作者覺得這樣的統計數字不理想，和其他關於課本評價的問題所得的意見也不相符，於是便寫道：其實認為普通的 (45.8%) 是意味着對課本並非滿意。這樣，不滿意就成為大多數了。這回話的作者的心情是可以理解的，但這樣去解釋統計結果是不應該的。

## 教學研究

除了提及數學班舉辦的活動外，報告書很少涉及數學教學研究的工作及活動。特別是活動教學班裡的教學情況，活動教學值得採取之處並不是它是否證明了比傳統教學能夠使學生得到較高的考試成績，而是參與這個試驗的教

師如何進行教學研究：設計課程，搜集資料，編寫教材，製作教具，試驗各種教學途徑、學生分組方法、課室佈置及設計學生的個人記錄等。作為參與的一份子，我很高興這個試驗對本港教學的改進起了不少作用。影片「沒有眼淚的數學」介紹了這個試驗一些成功的經驗，新的數學科課程的教學建議更包含了不少活動教學班教師的心血。怎樣改進教學，要靠教師去設計，反覆去嘗試；好的課程、課本也應該是經驗累積的產品，不會憑空從天而降。假如報告書在反映了小數數學教學的千百般困難之餘，同時又反映在同樣困難情形下的一部份教師的努力，不是積極有效得多嗎？

林予

#### ACCOMMODATION

Accommodation will be provided in comfortable single study bedrooms, each with hot and cold water, at Ranmoor House, a modern hall of residence of Sheffield University some 2½ miles from the city centre. The cost of full board from Sunday evening, 8 August, to Friday afternoon, 13 August, is expected to be in the region of £90.

#### CONFERENCE FEE

The conference fee will be in the region of £45-£50 which includes cost of papers and Conference Proceedings.

#### CONFERENCE ADDRESS

The Conference Secretary  
First International Conference on the  
Teaching of Statistics  
Department of Probability & Statistics  
The University  
Sheffield, S3 7RH  
U.K.  
Tel: Sheffield (0742) 78555 (ext. 4297).

#### LANGUAGE

Most of the proceedings will be in English and no translation facilities will be available.

(  
Those interested in attending the conference are requested to fill in the attached slip to ensure receiving the Second Announcement.

#### SHEFFIELD AND ITS ENVIRONS

Sheffield is a city of more than half a million people, and in recent years has become one of the cleanest industrial cities in Europe. Sheffield offers excellent shops, first-class hotels, a thriving night-life, good road and rail access as well as some fine museums and art galleries.

The Peak District National Park is 15 minutes drive from the city and offers splendid opportunities for walking, climbing, caving and driving through its interesting villages with their unique well dressings. There are many historic houses close to Sheffield to visit, the most notable being Chatsworth House, Haddon Hall and Hardwick Hall, one of the finest Elizabethan country houses in Europe. Many other places of interest, such as York, Lincoln and Harrogate, are within easy reach of Sheffield.

It is hoped that on the Wednesday afternoon there will be excursions planned to enable participants to see some of the delights of the area and to visit some of the notable places of interest at a reasonable charge.

There will be a reception given by the City of Sheffield for participants, and a conference dinner will be arranged for which those wishing to attend may book and pay for separately. It is possible that other social events will be arranged.

You are welcome to copy this First Announcement and make it available to others.

#### INTERNATIONAL CONFERENCE ON STATISTICAL EDUCATION

9-13 August 1982

Please send me the Second Announcement about this Conference:

Name: .....

Organisation: .....

Address: .....

.....

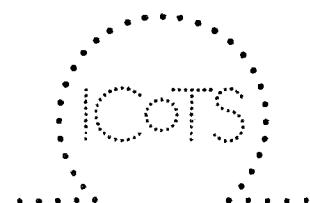
.....

If I attend, I hope to offer a contributed paper, poster, exhibit\*

\* Delete as appropriate

Please return this form to:

ICOTS Secretary  
Department of Probability & Statistics  
The University  
Sheffield S3 7RH  
U.K.



## INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS

Monday 9 August to Friday 13 August, 1982

The object of this first International Conference on Teaching Statistics is to improve the quality of statistics teaching on a world-wide basis. Key goals include fostering international co-operation among teachers of statistics and promoting the interchange of ideas about teaching materials, methods and content. Teaching from the school to the college level as well as other forms of teaching will be included. To this end general papers will be given in Plenary Sessions as well as lectures and discussions in smaller parallel sessions. Workshops, poster sessions, displays and practical involvement will enable participants to gain a thorough knowledge of important projects and teaching aids.

### ORGANISATION

The Conference is being organised by a local committee within the Department of Probability & Statistics, University of Sheffield, U.K.

### PROGRAMME COMMITTEE

The programme committee is international: the Chairman is L Råde (Sweden); other members are E Cansado (Chile), P Holmes (U.K.), B L Joiner (U.S.A.), M N Murthy (Japan), G N Noether (U.S.A.), J O Oyelese (Nigeria), B Penkov (Bulgaria) and R Zielinski (Poland).

### Organised by:

The Department of Probability and Statistics  
of the University of Sheffield. (Chairman of  
Organising Committee: Professor Vic Barnett.)

### PROGRAMME

#### 1. Plenary Sessions

There will be 3 plenary sessions during which papers will be given by B V Gnedenko (U.S.S.R.), C R Rao (India) and J Gani (Australia), on matters of general interest on various aspects of the teaching of statistics.

#### 2. Invited Papers and Linked Workshop Sessions

The following broad themes are planned: Teaching of Statistics in Schools, Training of Teachers in Statistics, Use of Calculators and Computers in Teaching Education Training in Statistics in Developing Countries and the Training of Industrial Practitioners.

Session Organisers include: K Matusita (Tokyo); J Swift (Nanaimo); W Gilchrist (Jefferson); P Holmes (Sheffield); A F Schulte (Potsdam); L Råde (Gothenburg); B Epstein (Haifa); M Benyaklef (Rabat); M N Murthy (Tokyo); F Fischbein (Tel Aviv); W Hunter (Edmonton); D Singh (New Delhi); R Prece (Rothamsted); R D Snee (Wilmington).

#### 3. Small Workshop Sessions

Other workshop sessions of a more practical nature are planned. Topics to be covered will include Improving Teaching Techniques, Analyzing Data, Designing Experiments, Planning Surveys, Teaching of Special Topics.

#### 4. Short Talks and Poster Sessions

There will be opportunity for the presentation of a limited number of contributed papers and for the display of posters. The procedure for intending contributors will be described in the 'Second Announcement'.

Facilities will be available for special interest groups to meet for discussion and to exchange ideas.

#### 5. Exhibitions and Projects

Participants will be able to become familiar with publications, films, computer technology and other teaching aids available around the world. Possible examples are, books and journals, displays, T.V., radio and other audio-visual materials, computers, calculators.

Anyone wishing to exhibit material should inform the Conference Secretary as soon as possible.

\*\*\*\*\*  
\* The articles in this School Mathematics Newsletter record  
\* the personal views of the contributors and must not necessarily  
\* be taken as expressing the official views of the Education  
\* Department, Hong Kong.  
\*\*\*\*\*

University lecturers, college of Education lecturers and mathematics  
teachers who wish to contribute articles for publication are more  
than welcome. Contributions need not be typed. For further information,  
please contact the Editor, School Mathematics Newsletter at 5-774001  
ext. 36.