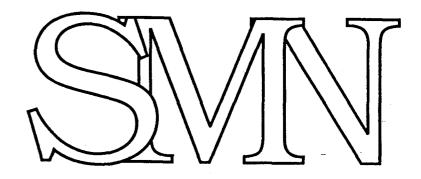
SCHOOL MATHEMATICS NEWSLETTER
R
R
S
S
S
S
S
CHOOL MATHEMATICS NEWSLETTER
R
R
R
R
R



Published by
Mathematics Section, Advisory Inspectorate
Education Department, Hong Kong. February 1990
教育署輔導視學處數學組印行 一九九〇年二月

Please ensure that every member of your mathematics staff has an opportunity to read this Newsletter. The views expressed in the articles in this Newsletter are not necessarily those of the Education Department, Hong Kong.

IN THIS ISSUE

1 FOREWORD

2 BOOK REVIEW

School Mathematics in the 1990s

C P POON

5 圖形拼砌

莎

- 13小學數學練習和活動的設計 劉應泉
- 17 給小學數學老師在編擬練習題上的一些建議 明
- 27數學學習活動
- 35 學辦數學科課外活動的一些經驗
- 39略談運用統計圖表的一些問題 黃毅英
- 43 教室拾貝:

「百鳥圖」與有限級數

澐

- 45 略談幫助兒童解決數學疑難的方法 鄭孟豪
- 50正反比例和歸一法——對小學數學課程的 一點意見 ^{沒易天}
- 55 透過小學數學課程推行公民教育 輔導視學處數學組
- 69 視聽教具與小學數學
- 88 FROM IDENTITY CARD TO CHECK DIGIT
- 91 A DEMONSTRATION: Classroom Teaching on Similarity of Rectilinear Figures

M T Lam

- 1 0 0 FRESH CLASSROOM IDEAS Tse Ping Nam
- 114 DO YOU KNOW?
- 117 FROM THE EDITOR

FOREWORD

This is the ninth issue of the School Mathematics Newsletter and it is scheduled to be published in the early part of 1990. Its publication date therefore signifies SMN's entering into a new decade, i.e. into the 1990s. It may be of interest to note that we have included in this issue a timely book review of "School Mathematics in the 1990s".

A CALL OF THE

Of all the articles contained in this issue, we are pleased to note that more than half were contributions from classroom teachers or a school headmaster or a college of education lecturer, who would like to share their experiences and ideas with others on school mathematics teaching. The rest of the articles were contributed by my colleagues in the Mathematics Section, including an article on audio-visual aids and one on check digit used on identity cards. We hope you will again find the contents both interesting and informative.

I would like to thank all those who have sent in articles to this issue of the SMN. I would also like to thank my colleagues who have spent their valuable time to help towards the preparation and final production of this newsletter; their efforts and contributions are very much appreciated.

C. P. Poon

Principal Inspector (Mathematics)

BOOK REVIEW School Mathematics in the 1990s

C P POON

ICMI Study Series
G. Howson and B. Wilson
Cambridge University Press, 1986.
Pp. 104.

The International Commission on Mathematical Instruction has been making a series of studies on topics of current interest within mathematics education. The second study, which gave rise to this book, was on School Mathematics in the 1990s. The centrepoint of the study was an international seminar held in Kuwait in February, 1986 and attended by an invited group of mathematics educators drawn from thirteen different countries. This book is based on the discussions in that seminar and has been prepared by G. Howson and B. Wilson. It is a compilation of views and aims to provoke and stimulate further discussions on such a vital subject.

In order to facilitate constructive discussion of the issues concerned an 'alternatives and consequences' format is used throughout the major part of the book. For instance, in the opening chapter which is concerned about the changing demands on mathematics in the modern technological society, the question being asked is "Can we perceive a new social role for mathematics education in a world in which technology plays a dominant role?". Possible responses in the form of two alternatives are indicated, each followed by a

number of probable consequences, but no definite answer is given. By so doing it is hoped that more detailed local debate can be initiated country by country while the present study offers a framework within which such debate can take place in a coherent fashion.

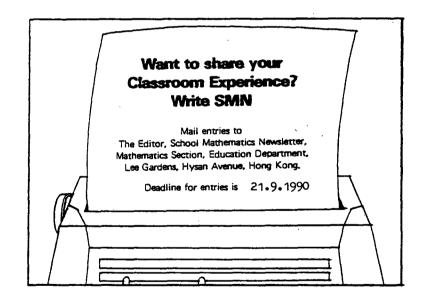
The next two chapters discuss 'Mathematics and General Educational Goals' and 'The Place and Aims of Mathematics in Schools', and a survey is made on some major general issues concerning the future of school mathematics.

Chapters 4 and 5 are on 'The Content of School Mathematics Curriculum' and 'Particular Content Issues' and raise a range of important and interesting points such as different approaches to curriculum planning, the problem of differentiation of students, desirable skills and concepts; and comments are made on particular issues such as Probability and Statistics, Geometry, Applications, Calculators, and Computers.

The next chapter is on 'Classrooms and Teachers in the 1990s', and discusses the teacher's role in the classroom and how much responsibility a teacher should take for pupil assessment. Chapter 7 makes a brief survey of the state of research in mathematics education. Chapter 8 addresses itself to the question of how changes are to be effected. The last chapter is a short one pointing the way ahead and stressing the need for more discussion and experimentation in order to find answers to questions posed and to help ensure that changes can be successfully effected.

In this medium-sized book the writers have set out to ask a number of fundamental questions about school mathematics in the next decade and about what they think mathematics educators should be doing now to prepare for it.

It should make a very informative and thought-provoking reading for those concerned about new challenges that mathematics education will face in the coming decade. The book will probably not be able to prescribe ready in hand solutions but surely will suggest some useful ideas for thinking and rethinking about mathematics in the 1990s.



圖形拼砌

莎

香港近年在小學推行「活動教學法」,目的是希望兒童能透過話動去學習(Learning by doing),使他們從活動中得到第一手資料及領悟其中的概念或原則,不再單是由老時,不再對近人。其實,「活動教學法」不但可以在「活動班」中說得不應因為學校課室是傳統所,「傳統班」亦可採用,教師不應因為學校課室是傳統的,「傳統班」亦可採用,數師不應因為學校課室是傳統的,一個大學,一個大學,有些課題者不用活動進行,就根本很難達到教學目的。現就數學科課程 3 3.18 圖形來介紹一些活動以供同工參考。

(註:爲照顧數學學習能力不同的學生,建議活動分別用 <A>、 或 <C> 來顯示它們適用的對象。 活動 <A> 一般可用於數學學習能力較低的學生 活動 一般可用於數學學習能力普通的學生 活動 <C> 一般可用於數學學習能力較高的學生

學生在嘗試將圖形密鋪平面之前,就可先進行一些拼砌 活動。所有用作拼砌的圖形,均預先油印給學生,讓他們剪 出來使用。

分組活動 I:

<A> (i) 利用 4 個正方形拼砌成一個較大正方形, 貼在 紙上,並寫上名稱。



正方形

(ii) 利用 6 個正方形拼砌成一個長方形, 贴在紙上 , 並寫上名稱。



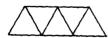
長方形

< B > (i) 利 用 4 個 等 邊 三 角 形 拼 砌 成 一 個 較 大 的 三 角 形 , 贴在紙上, 並寫上名稱。



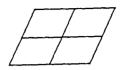
三角形

间利用 5 個等邊三角形拼 砌成一個梯形, 贴在紙 上,並寫上名稱。



梯形

<C> (i)利用 4 個平行四邊形拼砌成一個較大的平行四 **逸形,貼在紙上,並寫上名稱。**



平行四邊形

(ii)利用3個菱形(它的其中一個角是60°)拼砌成 一個正六邊形,貼在紙上,並寫上名稱。

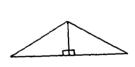


六邊形

分組活動 Ⅱ:

<A> 利用 2 個大 小相同的直角三角形,拼砌成六個不 同的圖形,貼在紙上,並寫上名稱。

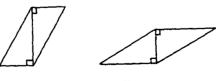






三角形

鷂形



平行四邊形

 利用一個正方形,分割成4個大小相同的等腰直 角三角形,然後用它們來拼砌成不同的圖形,貼在紙 上,並寫上名稱。



長方形





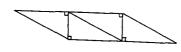
三角形



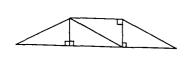
平行四邊形

<C> 利用 4 個大小相同的直角三角形,盡量嘗試拼砌 成不同的圖形,貼在紙上,並寫上名稱。





平行四邊形

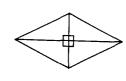




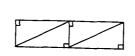
梯形



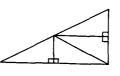
正方形



菱形



長方形



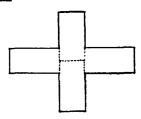
三角形

分組活動Ⅲ:學生利用指定的油印圖形拼砌成教師預先設計 的圖形。

<A>



拼 砌 成:



(i) 利用



拼 砌 成 :



(i) 利 用



拼砌成:



(ii) 利 用

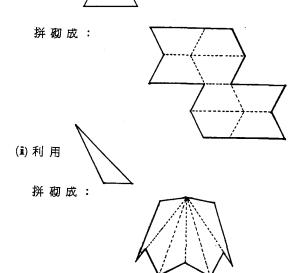


拼 砌 成:





(i) 利 用



由分組活動〈Ⅲ〉帶入「密鋪平面」,當介紹「密鋪平面」 時,教師宜把日常生活例子引入,例如:地板、瓷磚拼砌、 貨品排列等,然後分組嘗試找出哪些圖形是可以密鋪平面的。

<u>分組活動™</u>:學生利用大小相等、形狀相同的圖形去密鋪平面,並指出哪一類圖形不能密鋪。

<A> 利用同類圖形密鋪平面:

- (i)正方形
- (ii) 長方形
- (道) 圓形*
- (iv) 等邊三角形
- (v)三邊均不相等的三角形

利 用 同 類 圖 形 密 鋪 平 面 :

- (i)等腰三角形
- (ii) 正八邊形*
- (前) 平行四邊形
- (iv) 橢圓形*
- (v)梯形

<c>

利 用 同 類 圖 形 密 鋪 平 面 :

- (i)正五邊形*
- (ii) 正六邊形
- (iii) 右圖的五邊形



(iv) 右圖的四邊形

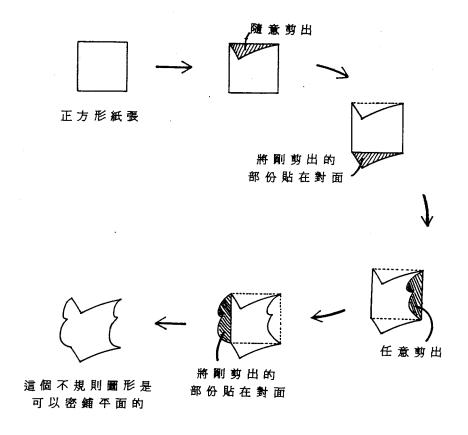


(v) 鷂形



(註: * 表示該圖形不能密鋪平面)

教師帶領學生作總結,找出哪些圖形是可以密鋪平面的 ,然後着學生利用不同顏色的紙剪出大小相等、形狀相同的 圖形去拼貼成美麗的圖案,或將密鋪平面的圖形填色,構成 美麗的圖案。 其實,有很多不規則的圖形也可密鋪平面的,你明白其中的道理嗎?試擊一例如下:



各位同工也來試試吧!看看你依上述方法設計的圖形是否可以密鋪平面?

小學數學練習和活動的設計 ^{劉應泉}

在日常的教學中,老師常要設計一些練習和活動以協助學生學習;這些練習和活動更可反映教學的成果,老師可用來作調動教學策略的參考。由此可見練習和活動的設計是不能忽視的。

數學科的練習和活動在教學中佔頗重要的地位,所以精心設計練習和活動對提高教學質素是肯定的。

練習和活動的作用

(這裏的「練習和活動的設計」是指習題、工作紙、工作卡 等的設計)

- 1. 趣味化的練習和活動能使學生有興趣地學習;
- 2. 有層 次的練習和作業可 鞏固知 識槪 念,熟練計算技巧;
- 3. 富挑戰性的練習和活動可培養學生的能力(觀察、記憶、思考、創作……);
- 4. 練習是溫習已有知識,吸收新知識的重要過程;
- 5. 練習是學生實践能力的機會;
- 6. 補充課本所欠資料(留意課程範圍及深淺程度)。

*設計練習和活動的原則

*(並非課文中之練習和活動)

1. 設計練習和活動的目的要明確

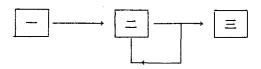
設計前必須決定該練習(或活動)的目的是概念學習,技巧訓練抑或能力培養;並且要顧及學生的平均程度,不宜過深或過淺。

2. 設計練習和活動的題材要與日常生活關連、富趣味性 與日常生活有關連的題材可使學生培養應用數學解 決問題的習慣,也可以使學生明白運用數學的需要。

富趣味性的練習(或活動)可增加學習的興趣,使 印象深刻。

- 3. 注意練習和活動的漸進性.
 - A. 以教學過程分: (一) 準備練習和活動(引起興趣, 溫習已有知識)
 - (二) 鞏固練習和活動(一數節可能兩三次)

曰家課(探究活動,搜集,……)



B. 以課文分:段,節,單元,小綜合(復習),大綜合(總復習)。

全體教師有計劃地作週期性練習和活動的設計,經長期的題目貯存,對教學必大有裨益。(因此編寫練習和活動要注意編號的安排,以便日後保留使用)

綜合性類目要注意類型多元化。

C. 以程度分:每練習應由淺入深,配合預定目的。 注意練習的難度和效度,避免過難及無 意義的題目。

練習和活動的表達

- 1. 文字要精簡,清楚,正確。(做什麽?怎樣做?注意…………。)
- 2. 辭句具邏輯性;安放的位置要小心考慮。
- 3. 多用圖表、圖畫、教具表達。
- 4. 問題要與所定目的配合。

練習和活動的類型

練習和活動的類型很多,也正待老師們的創作和發展; 現略舉一些例子以供參考。

- 1. 堂課(3至5題)(目的要明確:計算技巧訓練)
- 2. 比賽 (分組活動:估重量,並作紀錄)
- 3. 填色 (以顏色分類別:質數及合成數)
- 4. 搜集資料 (整理資料:招紙收集及分類)
- 5. 摺紙/拼砌 (小心發現:說出圖形特徵)
- 6. 探究活動 (數理遊戲:對數和形的深究)

常見堂課的形式和變化

1. 準備性練習和活動一題目簡單,目的在溫習舊知識,帶出新槪念,俾能相互比較。

如:溫習除法,引出「餘數」。

2. 鞏固性練習和活動一以淺易的題目(新知識), 靈活地 反覆進行, 使新概念鞏固。

如:量度四邊形的邊和角,辨認平行四邊形。

- 3. 一題多解一利用多種解法去處理一問題。 訓練學生從不同角度,分析題意。
- 4. 一題多變一問題不變,題內條件改變。 如:甲有4元,乙比甲少2元,甲乙共有多少元? 乙有2元,乙比甲少2元,甲乙共有多少元? 甲有4元,甲比乙多2元,甲乙共有多少元? 乙有2元,甲比乙多2元,甲乙共有多少元? 訓練學生小心觀察問題,分析顯意。
- 5. 一題多問一條件不變,問題改變。 如:甲有40元,乙是甲的20%,乙有多少元? 甲有40元,乙是甲的20%,甲乙共有多少元? 甲有40元,乙是甲的20%,甲比乙多幾元?
- 6. 自擬應用題一以口述爲宜,減少文字障礙。

以上 論及的練習和活動, 教師先要定下明確的目的, 清楚地指示學生怎樣做, 這樣才會收到效果。

給小學數學老師在編擬練習題上 的一些建議

明

序言

在教學問題上,老師常常會就學生練習的選材、分量和質素各方面,提出一些不同的意見和他們感到困惑的地方。教育署輔導視學處數學組有見及此,就在一九八八至八九年度開辦了四個有關學生習作的研習班,提供了一些擬題的原則和帶領老師們去設計適當的練習。本文是筆者將研習班的資料增刪及重新整理後的結果。

在數學教學的過程中,老師引導兒童通過適當的活動去觀察、探索,從而發現數學規律。但兒童在掌握概念後,必須有適當的練習,才可以鞏固所學,同時老師爲了解個別學生的進度,要檢討教學成果,從而改善教學質素,也一定要從批改兒童的練習來明瞭他們的學習情況。因此,作業的功用是很大的;所以老師對作業的設計和選材,一定要多花心思,以期達到一定的效果。

目前,一般由出版商印製的作業,由於是商業製品,從色彩、繪圖和紙質上看來,大多是合乎要求的。不過在內容上,作者爲了適合不同的編寫對象而寫出不同的資料,因而令到有些題目過於艱深,有些却偏重於機械式的運算,一般上與老師的要求有一些基本上的差異。特別是當課程更改或教育目標及方向改變時,出版商印製的作業,部分未能及時作出適當的更改,以致在銜接上出現問題。由老師自行編寫

的作業,他們在改動上却可以作出比較靈活的處理,而且更可以具備以下的優點:

- 1. 作業範圍與老師教授的內容配合,使教學與練習互相緊密地連繫起來。
- 老師可因應每課的教學目標,設計適當的作業,以 檢查教學成果。
- 3. 在一些複雜的課題上,老師可因應情況,設計一些分類得很細緻的練習,以考查兒童的實際進步情況,從而使他們對所學的內容得以鞏固,老師亦可藉以設計進一步的教學。

不過,要設計一些理想的作業,老師實在要頗實心思,而且在短期間內設計出大量高質素的練習,實不容易。認此,「題目庫」的設想是可行的。如果校內的老師能表辦理,共同設計一些適合該校學生的習作,由科主任統籌辦理,去無存膏,過了一段時間,學校就會儲存到足夠的題目,以供数學用途。當然,如果能夠和其他學校的老師互相聯繫起來,共同合作,那麽「題目庫」的建立就更加容易見效了。

設計題目時,老師可參考下列各項基本要求:

- 1. 命題目的:
 - a 鞏固兒童掌握數學知識/概念/計算的能力, 或
 - b 培養兒童的思考/推理/創作的能力,或
 - c 作爲記錄數學活動的過程或結果的表達。
- 2. 題目內容
 - a 應配合課程/課文擬題,作爲課文的一部分或 其延續。
 - b 應配合兒童日常生活事例。
 - c 所用資料應正確和適合時宜。
 - d 有關單位應採用十進制。

3. 深淺程度

- a 題目的深淺應適合相應年級的學生。
- b 同一課題應有不同深淺層次的題目,以適應同 一年級但不同程度的兒童。同一類練習可設選 做題目,因應兒童的能力、興趣及時間作取捨。
- c 練習中部分題目可加輔助性的指引或計算步驟。

同時,老師亦可因應不同教材的需要,在擬題時多加變化,使兒童做作業時更感興趣,使測試的效果更易達到。以下是配合小學數學科四個教學範疇而設計的一些練習:

() 數和計算

在這個範疇裡,老師除了可以編寫一些常規的計算 題外,也可以稍加變化而設計一些不同形式的練習。例如:

1. 塡塡看

+	2	5	7	9
2			9	
5				
7				
9				

2. 試完成下表,並把3的倍數填上額色:

1	2	3	4	5
6	7			

臼 度量

度量数學的練習,不宜只局限於單位間的換算和有關單位的運算。對於各度量單位在概念上的認識, 尤應特別注意。因此在練習的設計上可以包括下列的一些類別:

1. 試把一天的作息時間記錄下來:

活動	開始時間
起床	
무 4	
上學去	
上類	
放學	
午 節	
做家额	
晚飯	
看笔痕	
急 気	

2. 試量度學校操場、課室、花圃、黑板和門的大小,並把結果記錄下來:

		長 (四)	M (m)
牌	至		
操	塘		
걘	M		
黒	板		<u> </u>
P5			

3. 試把下週每天的最高和最低氣溫記錄下來:

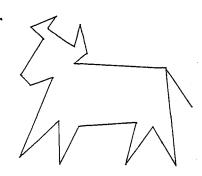
	最高集進(°C)	最低無溫(°C)
星期日		
星期一		
星為二	·	
星期三		
星期四		
星期五		
星期六		

- 4. 試用汽水畫串成20克、50克及100克的砝碼。
- 5. 試搜集一些當見的容器,並標明它們的容量。

🖨 圖形

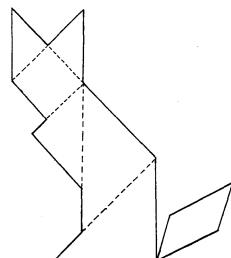
在圖形教學裡,老師除了可以引導兒童欣賞圖形的結構和規律外,也可以設計一些如下的題目,以供兒童作練習之用。

1.

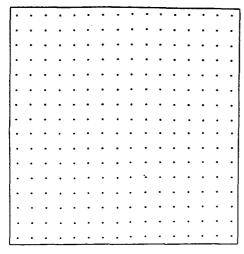


這頭牛由多少條直線組成?

2. 試用七巧板(全用七塊)來設計一些圖形。例



3. 試在下面的釘板紙上畫上十個形狀不同的四邊 形。



四 統計

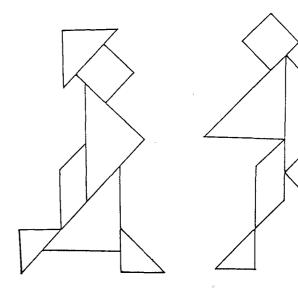
在統計教學這個範疇中,由老師供給資料指導兒童作統計圖或要求兒童作讀圖報告,固然是一些很好的練習。不過,如果選擇適當的題材,由兒童自行搜集資料,並設計統計圖,也不失爲一種很好的鍛鍊。例如:

- 1. 看看同學們最愛吃那種水果,然後把結果用象 形圖表達出來。
- 2. 把最近兩星期內每天的最高溫度記錄下來,用 折線圖表達,並估計下星期氣溫的趨勢。

此外,老師如果能夠在設計工作紙時,加上一些吸引兒童的圖案和一些有趣的標題,也可以提高兒童的學習與趣,從而收到事半功倍的效果。附錄是就「分數數學」這個課題而設計的一些工作紙。

結語

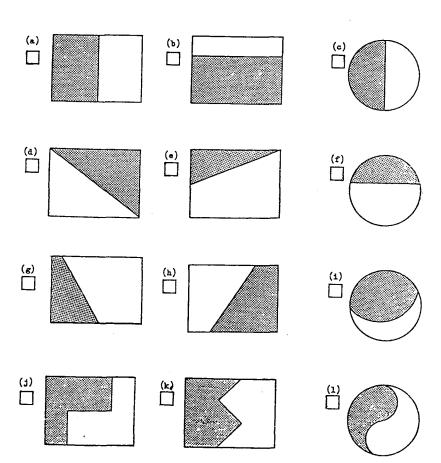
以上的建議不過是「拋磚引玉」,老師如果能依循正確的方向,多加思考,一定能夠設計出一些更有效和富創作性的練習。這樣不但能加强學生學習數學的興趣和能力,而且老師也可以藉着一些完善的練習更能明瞭學生的進度和學習情況,從而設計一些有效的數學程序以改善數學數學的質素。



<u>附 錄</u>

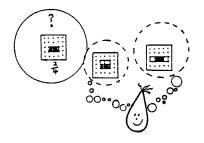
⊖ 分數

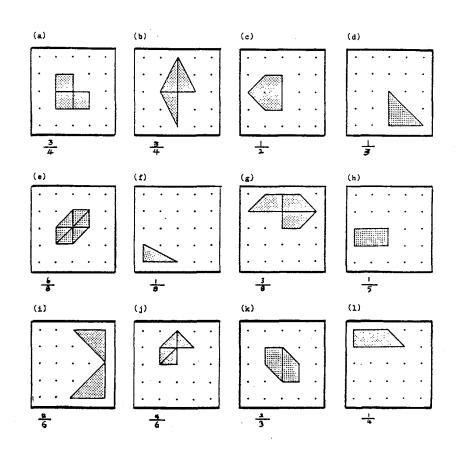
下面那些圖的着色部份是全圖的 1∕2 ? 在該題□內加上「√」。



台 完整圖形

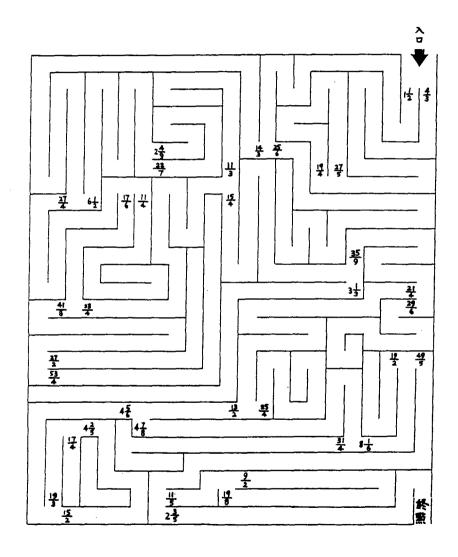
釘板中幾何圖形缺去了一部份,就完成整個圖形。 (每題下面的分數,表示該題的圖形,只是繪了原來圖形的幾分之幾。)





臼 分數迷宮

向分數較大的一方走。看誰走得對,走得快。



數學學習活動

逸

「 ··· ··· 最重要是引起學生的學習興趣及培養正確的學習態度 ··· ··· |

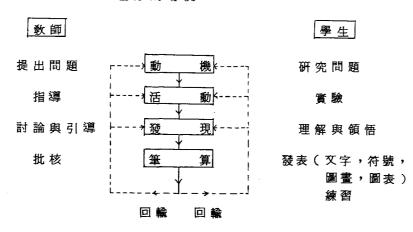
「……教師應盡量引導學生去探索及發現數學關係。通過主動的學習,學生不僅有機會發展他們的想像力及創作力, 還可以學習對事物觀察、分析、理解及作判斷,從而發展 初步的邏輯思考能力,爲日後的學習建立基礎。」

在這個大前提下,學生在教室裡不再是扮演一個默默聆聽者的角式·而爲他們安排適當的數學學習活動,讓他們去經歷及探索數學的領域,更是老師刻不容緩的責任了。

什麽是數學學習活動呢?數學學習活動是指學生通過某些面別,而獲取一些數學的概念,知識或技能,學習活動包括動態和靜態兩種,學生在學習過程中,除了積極與數學生在學習過程中,除了資料搜集等的活動,如:砌模型,作「小小商店」買賣,包是不可數學集等的。活動不過在遊戲,不過在遊戲中學生是可以學習話動學的本的數學知識,尤其對低年級的學生是相當重要;活動即環學知識,尤其對低年級的學生更是相當重要;活動即環學知識,尤其對低年級的學生更是相當重要;活動的環學知識,是要對應於可以因為與對於不過,可以是對於不過,可以是對於不過數學的學學的學習」的原則,所以活動和學習是不能分割的。

至於學習活動的模式,可分爲下列兩種:

1. 教師藉着適當的環境,使學生去發現數的規律及關係, 從而領悟數學的精髓及概念。我們可以從下列的圖表, 看出數學學習程序的端倪:



學例來說,教師向同學提出一個問題:如何求長方形的周界?同學們研究問題後,決定量度圖形的四條邊,然後把結果相加,教師便可提示量度的方法及要注意的地方,由學生做量度的活動,接着,教師應引導他們

討論另一問題:是否必須量度所有四條邊呢?讓學生討論及發現.當計算長方形周界時,只需把鄰邊相加乘以2,便可獲得結果。從討論及活動的過程中,讓學生經歷長方形周界公式的原理,跟着教師應帶領同學運用所獲得的公式來解決日常生活的問題,並以文字及圖表作記錄。

2. 教師設計一些遊戲和比賽,使學生能藉着這些學習活動、掌握所需的數學技能,鞏固剛獲得的一些數學知識。有時,教師更可透過活動,讓學生把舊有的知識與新的知識連貫起來,或把各種已有的知識融匯貫通在一起,例如在一年級進行「小商店」活動時,教師除了教學生對貨幣的認識外,更可以在適當時候加入分類,統計、加減計算等教材。

當 教 師 設 計 及 進 行 學 習 活 動 時 , 應 注 意 下 列 各 點 :

- 1. 活動並不祇是爲學生提供一些輕鬆有趣的遊戲,每一個活動都應有明確的學習目標,而活動進行後,應由教師引導學生討論及總結從活動中所獲得的概念、知識和技能,更應輔以適當的練習作爲鞏固。
- 在設計活動時,教師應當考慮活動本身的難度。太簡單的活動,學生容易失去與趣,而太複雜或耗用過多時間的活動,學生很容易把注意力轉移至活動本身,而忽略了活動所要帶出的數學概念或目標,因而本末倒置。
- 3. 學習活動應安排於適當的時間進行,例如幫助學生獲得 乘數概念的活動,便應安排於乘數表的背誦及乘法的計 算之前,而某些數學比賽,却應在學生當握計算技巧及

有足夠的練習後才可進行, 否則學生只著重分數的得失 , 而不顧活動的意義。

- 4. 良好的學習活動,能讓每位同學積極及主動地參與;只 局限於三數位同學作「表演式」的活動,不宜在課室中 進行太久或太多。
- 5. 為了加強學生的學習興趣,活動本身應加變化,以免沉 悶乏味;而在活動進行中,教師更應時刻注意學生的反應,假若學生已從活動中明白了數學概念或掌握了運算 的技巧,學習活動的目的已達,便應該適可而止了。
- 6. 在學生進行活動之前,教師應給予淸楚明確的指示,讓 學生明白活動的目的,進行的方法,用具的使用及同學 們組合的辦法等,在有條不紊的良好氣氛下學習,必能 事半功倍。
- 7. 學生在進行活動時,應把領悟到的概念記錄下來,以幫助掌握計算的技能。記錄的方式可以用圖畫和文字,進而用算式,例如學生在學習 3 的乘法時,教師應讓學生首先利用數數用具,實際地獲得 3 的倍數數量的概念,經過充份的活動後,學生應利用文字及算式,把概念表達出來:

		1	個	3	是	3		3	×	1	=	3
000	. ⇔	2	個	3	是	6	<>	3	×	2	=	6
		3	個	3	是	9		3	×	3	=	9

假若活動時不作記錄,同學們很容易把從活動中獲得的概念及知識遺忘,並且也失去了一個練習利用數學語言來表達思想的好機會。

從上述的數學教學趨勢及目的看來,其實數學教學法本身,並沒有明顯的傳統教學與活動教學的分別,但在活動班 進行活動教學時,對以下各方面的處理,與普通班却有些差別:

A. 課程的編排

小學數學課程的編排,各年級的範圍都包括有計算、圖形、統計及度量的認識,有些在活動班授課的教師企過把數學科與其他科目綜合起來進行教學,但在編排教材時,往往過於偏重一些與其他科目有關的觀圍,忽略對時,往往過於偏重一些與其他科目有關的範圍,忽略對時及方向等,有時甚至超越了課程的範圍,忽略計算生的已有知識及能力。其實數學科課程的編排,忽略是要生的已有知識及能力。其實數學科課程的編排,包養學生的已有知識及能力。其實數學科課程的編排,包養學生的已有知識及能力。其實數學和課程的編排,也是很有系統的,各單元之間,都有繁密的連繫。對於一些課題,例如計算或圖形等概念,教師應獨立地處理,若牽強地與其他科目綜合一起,反有創足就履之感!

B. 教學程序

有些活動教學班的數學教師,很喜歡在上半教節把學生集中在基地裡,將當天課題最重要部份,如題材的概念,計算的程序、技巧以及學生應要留意的地方,一股腦兒地向學生講解,然後讓學生回到自己的組別,做一些和該天課題有關的活動及練習。然而,這種做法對數學學習未必適合,因爲數學教學,應該儘可能安排不同的

活動,讓學生透過這些活動,有層次地逐步掌握所學的項目中不同深淺程度的概念和技巧。因此,在每一小節的教學後,都應該由教師協助同學們獲取該層次的概念和技巧,並以適當的練習作爲鞏固,然後才作進一步的學習。假若把教學、活動及練習截然分爲三段進行,在教學上便很難收到最大的效果。

C. 學習環境

- (1) 基地的運用:很多老師認爲在活動班進行數學教學時 , 學 生 必 須 集 中 在 基 地 中 。 其 實 這 樣 做 , 反 而 限 制 了 教學策略的靈活性,因爲上數學課時,老師的講解, 討論和指導,往往穿插於活動及練習間,學生擠在一 個約 佔課 室 三 分 之 一 大 小 的 基 地 內 , 當 然 無 法 淮 行 堂 課的計算和活動了。假若學生必須先在基地聆聽教師 講解, 然後才回到座位做活動或練習, 學生豈不是整 堂 要在 座位 與某 地間 來回 走 動 嗎 ? 難 怪 一 些 老 師 爲 要 遷就「基地的集體教學」而改變教學的程序了!再者 ,讓 我 們 想 想 在 夏 天 炎 熱 的 氣 溫 下 , 數 十 個 學 牛 擠 身 於這小小領域中,實在是很難培養出良好的學習氣氛 的。其實上數學課時,學生毋須一定要到基地聽講, 他們可安坐自己的座位上,當教師要用黑板講解時, 學牛可以把椅子移向黑板聽講,而在進行堂課或學習 活動時,便立刻把椅子移向桌面,遇有需要,更可離 座 進 行 , 豈 不 更 省 時 方 便 呢 !
- (2) 分組:活動教學班上課時,學生大多數是分組而坐, 於是有些老師便有一種錯覺,以爲活動教學便等於把 學生分組而坐,然而,改變了課室的桌椅佈置,並不

等於實行了活動教學,分組編座和進行分組活動,主要是給予學生個別或小組的學習機會,以及方便教師進行個別或小組的指導。教師可以就學生的程度分組,因材施教,亦可以因應其他的客觀條件,例如教學用具的多寡、學習活動的形式而分組,但必須要簡單及容易進行,以免爲了分組而浪費寶貴的學習時間。

(3) 展覽區或學習中心:在「活動教學」的課室裡,教師 喜歡在壁報板或窗台上,張貼及陳列一些實物、教具 、教材和學生的習作及模型等,藉此誘發學生學習數 學的興趣,以增強學生的學習動機;有時,更放置一 些富有趣味性的數學圖書,鼓勵學生閱讀。其實,這 種誘導兒童學習數學的方法,在「非活動教學」的課 室裡,也是值得鼓勵教師推行的。

D. 練習

當學生獲得某一種計算技巧後,必須輔以適當的練習作爲鞏固,現在一般教科書,除了本身的練習外,大都配有補充作業,而教師也常常因應學生的程度而設計一些補充練習。在活動教學班裡,工作卡及工作紙的使用更被視爲不可缺少的項目,但一般而言,教師多視工作卡及工作紙爲鞏固計算技巧的補充材料,而忽視了它們的其他實際功用:

a. 工作卡:在分組活動時,教師可利用工作卡向學生提供有層次的指令,讓學生按着指引,循序漸進地解決問題,達到預期的教學目的,但教師必須注意工作卡中的文字應淺易達意,尤其是低年級的學生,更不宜

用艱澀的字彙,否則事倍功半,失去工作卡的作用。

b. 工作紙:工作紙除了作為練習外,也可以視作活動過程中的記錄。此外,教師可藉着工作紙的設計,以漸進式學習(progressive learning)的方法,幫助理解力或學習能力較弱的同學,使教學達到更佳的效果。

其實,要設計一堂成功的數學課並不困難,只要教師在課前 有充足的準備,多動腦筋,多利用合宜的學習活動,讓學生 在愉快的氣氛中探索數學的寶藏。那麽,數學課便不會是填 鴨子的時刻,而是孩子們發揮他們活潑思考的快樂時光了!

註: John A. Dossey 作的 "Learning, Teaching and Standards" 見於一九八八年四月份出版的 "The Arithmetic Teacher" 第20至21頁。

攀辦數學科課外活動的一些經驗 思

前言

據筆者從教學中觀察所得,老師在日常的數學課堂內,如 果能夠加插一些關於數學家的生平,數學發展史,或者是一些 數學遊戲,那怕只是數分鐘的時間,學生們都會非常感興趣及 表現得雀躍不已。譬如,筆者曾經在課堂上教授圓錐曲綫(Conics) 時,讓學生用摺紙的方法得出拋物綫 (Parabola),橢圓(Ellipse) 和雙曲綫 (Hyperbola);並與他們討論所得的結果,學生 的學習與趣頓然大增。在介紹數學歸納法(Mathematical Induction) 的時候,筆者亦曾使用一些簡單的遊戲,引導學生思考,結果 合他 們 較 容 易 明 白 其 中 要 義 。 凡 此 種 種 , 無 疑 給 予 筆 者 兩 方 面 的各示:其一是數學方法的重要性。現時有不少數學成績較差 的學生在低年班時已對數學科失去與趣,認爲它是高不可攀, 難於捉摸的科目。故此,適當的數學法能夠消除學生對數學的 恐懼感,提高他們對這科的興趣和能力。其二,是透過一些課 外活動,增加他們對數學的瞭解和興趣,這樣對於他們學習數 學,會有更佳的效果。以下是筆者就有關舉辦課外活動的一些 親身體驗,由於筆者在此方面的經驗尚淺,盼各同工能提供更 多的實責經驗和意見。

數學學會之成立

整體來說,筆者認為課外活動和課堂內的學習是相輔相成 ,互補不足的。在課堂內,由於有課程和時間的限制,所使用 的數學材料往往要與課程內容配合;但課外活動就較有彈性, 而且可以讓學生透過不同的層面,親身體驗和理解數學問題。因此,數學學會在推動數學活動方面,擔當了一個重要的角色。筆者任教的學校於1983年成立數學學會。當時是由一群熱愛數學的同學利用課餘時間與其他同學討論及分享數學心得;可惜礙於某些原因而停辦下來。四年前筆者到校任教,被委任爲數學學會導師,並從新籌辦數學學會。當時成立數學學會的目的有四個:

- 1. 提高學生對數學的興趣。
- 2. 讓學生有機會學習課堂以外的數學知識,使學生清楚瞭解數學的廣腦層面和有趣的一面。
- 3. 各 發 學 生 的 思 考 , 培 養 和 提 高 他 們 的 分 析 能 力 、 推 理 能 力 、 自 學 探 究 能 力 和 解 題 能 力 等 等 。
- 4. 透過策劃和舉辦各項活動,讓學生可以學習如何與別人相處 ,發揮彼此合作精神,培養責任感,領導才能和組織能力。

曾舉辦過之活動

基於上述宗旨,在過去數年中,數學學會督舉辦各種不同的活動,鼓勵學生積極參與,效果良好。此外,讓學生者亦會透過用習作紙的形式,按各級不同的程度設計活動,讓學生生,按各級不同的學生就不見局限於數學學會的會員,而是校內大部分的學生。此外,對於一些數學能力較佳的學生,老師可數勵他們都數學學的同學互相切磋。以下是筆者學校的數學學會經學辦過的校內活動:

- (1) 班際數學問答比賽(中二、中三級)
- (2)班際數學競賽(中三級)
- (3) 智力測驗,思考趣味性的邏輯推理問題

- (4)數學問題徵解
- (5) 古今中外數學家生平簡介
- (6) 數學遊戲(習紙、棋類、數字、七巧板、十五巧板、索馬立體(Soma Cube)等等)
- (7) 平面及立體模型的製作
- (8) 繪圖(鋪嵌,幾何圖形一學習其中有關之性質)
- (9) 趣味數學研討會(如:黃金分割 (Golden Ratio)、斐波那契數列 (Fibonacci Sequences)等)
- (10) 播放錄影帶
- (1) 參觀太空館和由浸會學院主辦的數學展覽一「生活中的數學」
- (12) 證明畢氏定理 (Pythagoras' Theorem) 的多種方法一模型製作
- (13) 小型數學展覽會

校外活動方面,筆者曾鼓勵學生參加數學競賽,例如國際數學競賽香港區選拔賽、香港數學競賽和全國初中數學聯賽香港區選拔賽和香港統計學會主辦之「中學生統計習作」比賽。

推行活動所遇到之困難

未來的計劃

對於未來數學科課外活動之推行,筆者打算除了繼續採取 上述的形式外,還希望嘗試以下的活動:

(1) 在校內出版數學期刊

鼓勵學生多閱讀報章、雜誌和數學書籍,讓學生有機會將閱讀心得及對一些數學問題的解決方法與其他同學分享。目的是要讓學生自己去發掘知識和培養學生的自學探究能力。

(2) 與經公學會合辦校內紙計習作比賽

這項比賽主要是加强學生對社會事物的關心和公民意識, 並學習將數學應用在生活裏。筆者已初步與任教經公科的老師商計過,他們亦很樂意合辦此類比賽。

結 語

數學科的課外活動內容,只要能花點心思,是可以很豐富和多麥多采的。而部分活動的資料,亦可以在課堂中使用,讓更多學生獲益。再者,學辦課外活動,可消除師生間的隔膜,促進師生關係,這對於教與學都有很大的幫助;相信每位老師亦會很高興看見學生能享受到學習的樂趣。最後,數學科的課外活動辦得成功與否,則有賴老師和學生們的共同努力。

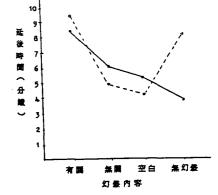
略談運用統計圖表的一些問題 _{黃毅英}

在香港統計學會主辦的統計作業比賽的頒獎儀式中,許判團代表指出了一些作業常見的問題,其中包括了統計圖表的誤用。

其中最有趣的是以類率多邊形(frequency polygon) 來表示離散(discrete) 的數據。這是一個頻常見的誤用情况。就算在一些國際上的學術期刊裏亦可找到這方面的誤差。

圖一所示是心理學的經典文獻滿足延後的過程(W. Mischel, Process in Delay of Gratification, In Advances in Social Psychology vol 7, Acad. 1974) 裏的一個統計圖表。裏面表示受試者在期待獎品時,若看到有關獎品的幻燈、無關獎品的幻燈、空白的幻燈和沒有幻燈時的延後時間(耐心等候獎品出現的時間)。我們可以看到,用頻率多邊形是不甚適當的。主要因為在介乎「有關」與「無關」之間、介乎「無關」與「空白」之間以及介乎「空白」與無幻燈之間的綫段是沒有意義的。換句話說,因爲 X 軸的幾個自變項是離散的。

■一 受試者於不関係件下之 平均延後時間。 工作(◆──→);



我們在顯示統計資料時先看清楚變項是離散還是連續的會有很大的幫助。比方說,衣、食、住、行的開支,全港學校的人數,某班同學的高度便是離散的了。其他如某月份的氣溫、某個重量下彈簧的拉長度、某些高度的人的相對體重等便是連續的了。

但並非所有涉及數字、呈作區間(interval) 就一定是連續的。 比如現在的一個全港學校的調查,看每間學校有多少位超過五十歲的老師。於是乎 0 位的有 21 間、 1 位的有 32 間、 2 位的有 34 間…… 我們亦可以組別來分析,比方說:

超過五十歲老師人數	頻率
0 - 4	125
5 — 9	38
10 — 14	12
15 - 19	3
	178

雖然自變量是些數字、且以區間 0 一 4 , 5 一 9 , 10 一 14 , 15 一 19 表示,但他仍是離散的。因爲如 4 與 5 間的 4.2 、 4.5、 4.9 等是沒有意義的。這不是平均數,故不會有 4.2 、 4.5 或 4.9 位老師的可能。故此,這只可當作爲「分組數據」(grouped data) 罷了。

又如涉及個數、人數、件數、頁數等,均不應當作連續的數據來看待,但若涉及分數(例如測驗的分數等),則較爲難於處理了。比方說,該測驗爲多項選擇題(或類似題目),就絕不會有%分之出現。但若爲論述或作文測驗,雖然在許分過程中亦未必會給予非整數分,但在心理上是可能給出%分而最後作一種四捨五入的過程的。那末,我們便有權利用類率多邊形去陳列數據了。但,這樣一來,在區域劃分時又會出現應於的情況了。究竟 0 一 9 ,10 — 19 , 20 — 29 , 30 — 39 , 40 — 49 , 50 — 59 , 60 — 69 , 70 — 79 , 80 — 89 , 90 — 99 的組別是否應改成

-0.5 - 9.5 , 9.5 - 19.5 , 19.5 - 29.5 , 29.5 - 39.5 , 39.5 - 49.5 , 49.5 - 59.5 , 59.5 - 69.5 , 69.5 - 79.5 , 79.5 - 89.5 , 89.5 - 99.5 以便繪畫多邊形呢?這樣,既有買數(- 0.5)的出現,而 100分亦不知應落在何區間。

當然,我們若旨在處理數據,找出一些如平均值等的特徵, 就不在乎一些小節上的問題,但若在出習題給學生時,就或需 留意避去這些問題以免學生有無所適從之感。

對於離散的資料,我們可以用象形圖(pictogram)、條形圖(bar chart)或圖形圖(pie chart)去表示。圖形圖與條形圖的主要分別是前者只著眼於各部份之比重,而非實質的數字。若果我們選定圓形圖的話,我們應注意各扇形(sector)所顯示的部份應已概括所有可能性(exhaustive)、亦不應有相互重叠的情况。這亦是今次比賽評判團提出常見毛病之一。

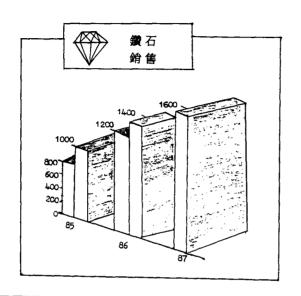
對於連續性資料,我們便可隨意選擇直方圖 (histogram) 、 類率多邊形 (frequency polygon) 或累積頻率多邊形 (cumulative frequency polygon) 了。若果我們是選定了累積頻率多邊形時,上 面的折綫一定是向上的(累積之故),否則,錯誤是肯定的了。

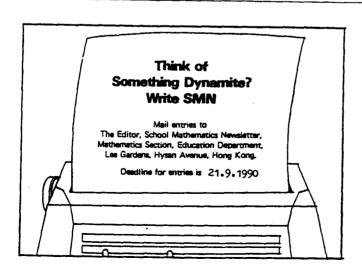
由於圖表是一種顯示方式,除了準確外,還要明顯地傳遞個中訊息,故此,我們亦應避免誇大或渲染某些部份(如用特別顏色等)、誇大增長率(如兩軸交點並非原點(0,0))又或將條形圖畫成立體等。大家或可參看 D. Huff, How to lie with Statistics 或 W.J.Reichmann, Use and Abuse of Statistics 等書。

其實統計圖表之誤用在不少國際雜誌也經常出現,(圖二便是一個例子)大家不妨試找找看。

圖二

從 某國 際 經 濟 雜 誌 中 取 出 (87 年 橫 邊 闊 度 突 出 使 該 數 據 被 誇 張 了)





教室拾貝: 「百鳥圖」與有限級數 漂

初執教鞭至今已有二十個年頭,雖云本著承先啓後的精神,酶人不倦,但個中苦樂有如「寒天飲冷水,點滴寄心頭」。 所喜者乃在囘憶中仍能快慰生平。現僅將一些有趣的經驗厚額 投寄,以博一哂,窒不至貽笑大方。

當年這「有限級數」的課題便用「百鳥圖」來作課堂討論,又再對作詩的傳奇人物的軼事略作介紹,一時間,課堂的學習氣氛十分濃厚,趣味盎然。又某年,曾以「鳳凰何少鳥何多,啄盡人間千萬石」兩句來勸勉同學,今日亦願以這兩句與各位同工共勉。

再說從頭,借「百鳥圖」而引入「有限級數」的課題只不過是一個特例,但這例子含有一種極爲重要的啓發性: 平實的慣常生活中,隱藏了不少可用於本科數學的材料,只須稍加修飾變化,便成爲一些令人得心應手的課堂「小挿曲」。可惜這類題材易被忽略,是否只緣於「身在廬山」而失其微言大義?



略談幫助兒童解決數學疑難的方法 _{鄭孟豪}

當兒童在數學上有疑難向我們請致時,身爲教師的切不可即時向兒童透露計算的方法或步驟,甚或講出該問題的的答案。因爲這樣做並沒有幫助兒童徹底地去解決問題,而是由老師代他去計算,由兒童筆錄或抄寫而已。我們應用啓發生的問題或通過實際的活動去誘導兒童對該問題作出分析、理解和判斷,從而讓他們自己找出解決的方法和計算出答案。這樣,不但可以增强兒童的成功感,更可以啓發兒童的數學思考。

另一方面,我們不可對兒童有任何責備或輕視的態度。例如:「這麽簡易的問題你都不懂計算,眞是愚蠢!」或「這類問題我已在堂上講解淸楚。老師授課時,你有留心聽嗎?」這些能傷害兒童心理的說話只會妨礙兒童的學習,增加兒童的困擾,兒童日後有困難時,他便再不敢發問了。

反之,我們應用一些讚賞和鼓勵的說話來引起兒童學習數學的興趣。例如:「你這樣好學好問,將來一定有進步的!」當教師誘導兒童解決了問題後便說:「你對這問題能夠理解,且能有條理地去分析,眞有數學頭腦啊!」

以下提出一些方法,希望與各位同工分享。

(-) 透過活動幫助兒童解決疑難。

對 低年 級 兒童可 譲他 們透過 活動 或實物 的 運算 解 決 數學 問題 。

例如一個一年級學生忘記了"6+7=?"

教師可讓兒童數出兩堆分別是 6 和 7 的數粒, 然後着他把兩堆數粒合起來,數數一共是多少,讓兒童自己找出 6 + 7 = 13 的答案。

(1)利用簡單的數字代替繁複的數字,將題目淺化,幫助兒童去理解題目。

有時學生見有繁複數字的算題便產生恐懼,不知如何計算。數師可把簡單的數字代替繁複的數字,引導學生利用已有的知識和透過數式的演算去找出計算的方法。

例如幫助一個三年級學生去解決下面的問題。

"一袋波子有125粒,8袋波子共有多少粒?"

教師:「假如一袋波子有3粒,2袋波子有多少粒?」

學生:「6粒。」

教師:「3袋波子有多少粒?」

學生:「9粒。」

教師:「4袋波子又有多少粒呢?」

學生:「12粒。」

教師:「如何算出來?」 學生:「3×4=12」 数師:「假如一袋波子有 125 粒,你如何列式計算 2 袋波

子共有多少粒呢?」

學生:「125 × 2」(倘若學生未能即時囘答, 教師可用

較簡單的數字,如20粒,50粒,100

粒等。)

跟着教師可繼續問學生如何列式計算

" 3 袋波子有多少粒?"

" 4 袋 波子有多少粒?"

:

"8袋波子有多少粒?"

又例如誘導一個五年級學生去計算 "9是 1是 的多少倍?"

教師:「6是3的多少倍?」

學生:「2倍。」

教師:「12是4的多少倍?」

學生: 「3倍。」

教師:「如何利用12和4計算出3來?」

學生:「12 ÷ 4 = 3 」

教師:「30是6的多少倍?」

學生:「5倍。」

教師:「如何列式計算出來?」

學生:「30 ÷ 6 = 5 」

教師:「9是3的多少倍?如何列式計算?」

學生:「9÷3=3」

教師:「那麽如何列式計算9是 12 的多少倍呢?」

學生:「9÷1½」

曰 將 問 題 分 拆 爲 若 干 個 小 問 題 來 計 算 。

對於一些繁複的應用題,教師可引導學生將問題分拆爲若干個小問題來計算。

例如引導一個四年級學生分析下列的問題。

"牛肉每公斤售價 42 元,豬肉每公斤售價 36 元。 今買牛肉 3 公斤和豬肉 4 公斤,問共付多少元?"

教師:「這題應用題求甚麽?」

學生:「買3公斤牛肉和4公斤豬肉共付多少元?」

教師:「如果要求出共付多少元,要有那些資料?」 學生:「3公斤牛肉的價錢和4公斤豬肉的價錢。」

教師:「題目中有提供 3 公斤牛肉的價錢嗎?」學生:「沒有。只提供 1 公斤牛肉的價錢。」

教師:「你可以求出3公斤牛肉的價錢嗎?」

學生:「可以。牛肉1公斤售價42元, 3公斤售價42元×

3 。 」

教師:「題目中有提供 4 公斤豬肉的價錢嗎?」 學生:「沒有。只提供 1 公斤豬肉的價錢。」

教師:「你可以求出4公斤豬肉的價錢嗎?」

學生:「可以。豬肉1公斤售價36元,4公斤售價36元× 4。」 教師:「你現在可以求出共付多少元嗎?」

學生:「可以,將3公斤牛肉的價錢加上4公斤豬肉的價

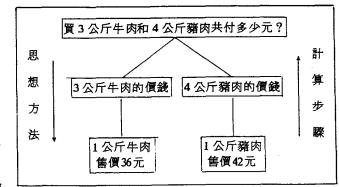
錢。」

對於高年級的學生,教師可以引導他們利用圖解的方法 學習分析及解答應用題。

題目求甚麽?

如要求出共付多少元要有那些資料?

1公斤牛肉的價錢是多少? 1公斤豬肉的價錢是多少?



以上各點,只是筆者個人粗淺的意見,盼望各位有經驗的數學科教師能多提出更實貴的意見,彼此分享,令兒童在學習數學上得到更多的啓發和更大的興趣。

正反比例和歸一法 ——對小學數學課程的 一點意見 梁易天

一、小强的遭遇

六年前,小强只有四歲,當媽媽買水果時,他知道如果媽媽付的款項愈多,買到的水果便愈多。小强很喜歡吃西梅,爸爸買了一些囘來,小强以爲一家四口去分吃,他分得的一定不少;誰知始母和表妹來了,人多了,他知道自己分得的西梅便會少了。

他讀二年級的時候,有一天跟媽媽到市場買水果。小販把橙標價五元四個,媽媽問小强:「我要買八個橙,應付款多少呢?」他只思索一會,便答:「要十元。」小販也讚他是一個聰明的孩子。

小强現在已是一個五年級的學生,他在數學課中學了正 比例、反比例和歸一法。有一次,爸爸見到小販把蘋果標價 十元九個,便問小强:「買二十七個蘋果要多少元呢?」小 强拿起紙和筆,計算了很久,可是找不到答案,因爲他覺得 10 ÷ 9 除不盡,再乘以27 便很困難了。

二、正、反比例在小學課程中的安排

爲什麼小强在這方面的計算能力,五年級時反不如二年級呢?是他的運算能力倒退了嗎?我認爲不是。那是由於教科書的教材編排和教師的教學方法出現問題所致,而這些問

題的根源却是「小學數學課程綱要」有關正、反比例的教材安排。

下面是「小學數學課程綱要」中,四年級上學期的正比例和五年級下學期的反比例的數學建議:

四年級

項音	事生活動/牧事主議	四余平何	信号
4.5 正比例 簡易第一法。	1.通過具體事例認識正比例·例如: <u>奢(本)</u>	增大,縮小; 按國定的借款增 大、正比例; 一倍,第一法。	正常法則是一生的例方原理所介绍,但所有法則決定,其他的例本。其的例本。其的思想,是主义的例为,是是一个人。是一个人,是一个人,是一个人,是一个人,是一个人,是一个人,是一个人,是一个人,

五年級

項目	季生活動/数季重議	四条學例	信考
下學期			
5.11 反比例	1.通過具體事例介紹反比例的概念。例如: 學生用 8 被積水作分物活動。記錄分物結果,並討 論校數及份數的變化情形。	増大・線小・ 反比例・	
	分數 等份粒數 1 8 2 4 4 ?		
	8 1 2.用第一法解答簡易應用題。題材應在學生知識範閣之 內。		

從這兩個項目的教學建議中,我們不難發現它們都有一個共通點,那就是在比例之後,都並列上簡易歸一法,們不能想到。 解答比例應用題的方法,而且預測用歸一法例,不學生的概念。這一構思,放棄了用比例或解答比例。 應用題,的確能夠把學生從舊課程的比例難題因擾中解放 來,可說用心良苦。只可惜這一來,也就把一些本來值得的 不可說用心良苦。只可惜這一來,也就把一些本來值得的 是法(如 5 : 7),比值,「比」和除式及分數式的關係等的數材,現在一般的數科書都取消了。 現在我不打算討論這方面的問題,而只想指出一個最初 設計課程時,可能意料不到的流弊,那就是部份教科書編者 和教師緊跟課程的綱目,倒把比例和歸一法分割開了;學生 雖然認識了比例的意義,但在學習比例的應用題時,却只會 盲目地運用歸一法去解答,完全不能結合到比例的概念上去 ,根本達不到「讓學生對比例有較淸楚的概念」這一目標。

三、小强錯了嗎?

小强在四年級時,學習正比例;他認識到當一個量按某一倍數擴大或縮小時,另一個量亦相應按同一倍數擴大或縮小,那麼這兩個量便成正比例,如購物的數量與所付的價錢成正比例。學了正比例後,他接著學歸一法;他知道要求二十七個橙的價錢,要先求一個橙的價錢,教科書或老師都再沒有和他探究到怎樣結合正比例的意義來解決這類問題,所以在小强的腦海裏,正比例只是正比例,而歸一法就是歸一法,兩者似乎毫不相干。

五年級學反比例了,情況並沒有改變,小强仍然是學反 比例時就是反比例,學歸一法時只學歸一法,始終不會靈活 地運用反比例的概念來解答反比例的問題。

結果,小强得到的「訊息」就是:正反比例就是「兩個數按倍數增減」,而歸一法則是「解決乘除應用題的方法」。他不能掌握和應用正反比例的概念,那是無可避免的了。

四、正反比例的教學建議 一 一點陋見

日常生活中,正比例的實例很多,那表示正比例的應用範圍很廣;大至建設國家的規劃,小至購買幾粒糖果的價錢,都要應用到正比例。何況五、六年級的分數及百分數應用問題,都要應用到正比例的概念,所以四年級的正比例數學必須加强,而且有擴展至五年級的必要。

目前「小學數學課程綱要」所編訂的四年級正比例課程 ,範圍與深淺程度都十分恰當,只是應把數學建議第二條修 改爲:一

用 歸一法或其他方法解答簡易正比例問題,例如:

- a) 書(本) 售價(元) 2 10 1 () 一本書 10÷2=5(元) 3 ? 三本書 5×3=15(元)
- b) 橙(個) 售價(元) 9 10 27是9的 27÷9=3(倍) 27 ? 27個橙的售價 10×3=30(元)

五年級的反比例課程亦然,教學建議第二條可修改成:-

用歸一法或其他方法解答簡易反比例問題,例如:

- a) 除數 每除人數 8 12 全部人數 12×8=96 6 ? 分成6除,每除有 96÷6=16(人)
- b) 同上例 : 12×8=6×? (反比例的定義) : 分成6除,每除有 12×8÷6=16(人)
- c)
 工人
 完成一工程日敷

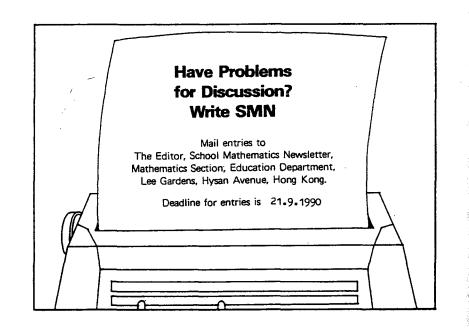
 15
 20
 日敷縮爲原來的
 10 / 20 = 1 / 2

 ?
 10
 需要工人
 15 × 2 = 30 (人)

如果教科書編者和教師能參考這些例子,引導學生觀察和研究兩組成正或反比例的數量的關係,那麽他們才會對正或反比例的概念有較深入的認識。當然,如果能夠在五或六年級加上「比」的記法(如 5 : 7),比值,「比」和分數及除數的關係等的課程,那就更好了。

五、總結

在這裏我並沒有貶低歸一法的意思,況且根據正、反比例的定義(正比例: y = kx , k 爲常數;反比例: xy = k)來說,歸一法是最能夠運用其槪念的了。只是我認爲應提供多些機會和選擇,讓兒童多些探討,多些觀察,多些比較,經過反覆應用之後,能夠眞正掌握一個槪念,學習到一個解決問題的方法。



透過小學數學課程推行公民教育輔導視學處數學組

随着香港的政制發展,市民對「民主」及「開放政策」的意願,越來越明顯,公民教育的需求也越來越大。兒童是社會的未來主人翁,提高他們的公民意識實在是當前急務。一九八四年,政府發表「代議政制在香港的進一步發展」白皮書亦指出教育署應透過學校課程推行公民教育。一九八五年八月,教育署編印「學校公民教育指引」,提出分別透過正規課程、非正規課程、及隱蔽課程,全面推行公民教育,以達到下列的目標:

- (一) 讓學生了解政府及輔助機構的性質及工作,明瞭民主社會的基本原則及價值。
- 口 培養學生社交和政治的技能及明辨是非的能力。
- 臼 培養學生在自由討論時有判斷的能力。
- 四 透過態度與行爲的塑造,使學生認識公民權利和承 擔公民責任。

為配合公民教育的發展,教育署輔導視學處數學組於一九八七至八九年間,為小學教師舉辦了五個名為「透過小學數學課程推行公民教育」的研討會,向教師提供一些實際可

行的方法和實例。研討會內更有小組討論及公開論壇,讓教師有經驗交流的機會,了解其他學校推行公民教育的方法和在施行時遇到的問題,集思廣益,解決困難。研討會除講座及討論外,更附設展覽場地,展出有關的書籍及參考資料。 參加研討會的學校約有三百間,討論的氣氛十分熱烈和融洽。

各老師的意見,大致綜合如下:

- (一) 將公民教育題材引入數學科課程時要適當和自然,切忌牽强,以免影響本科的正常學習。
- (二) 教師要首先强化自己的公民意識,在進行日常的數學活動時,把握適當時機,引入公民教育的題材, 靈活施教。
- 引入的公民教育題材,應配合學生的興趣、生活經驗及理解能力。
- 四 「通過活動,學習數學」是一向被認為有效的學習 途徑。透過數學學習的活動,學生可以學到怎樣與 人相處,分工合作,愛護公物,勇於發言,自發自 律,遵守團體規則及培養對人和對事負責的精神。
- 面數學教學和公民教育都着重啓發兒童的思考,培養 兒童分析、判斷及解決問題的能力,所以教師應經 常鼓勵學生多參與討論,表達己見,並尊重別人的 意見。

- 在 引導兒童明瞭及熟習基本運算方法的時候,宜多引用與日常生活有關的例題,這樣不但使兒童更易明瞭數學在日常生活中的應用,而且可以趁機引入與公民教育有關的題材,使教學內容更有趣,而學習也更有意義。
- (L) 除了在課室教學進行公民教育外,更可利用適當的 課外活動來推行。

現 將 一 些 可 與 公 民 教 育 配 合 的 小 學 數 學 單 元 臚 列 於 後 , 以 供 教 師 參 考 :

數學範疇一: 數與計算

	教 學 單 元	公臣	是 敎	育	題	材	配	合	公	民		育	的	敎	學	建	議
1.1	初步活動中 之分類	明剣	辛 是	非			分	類		從							件分
5.1 514	多位數百分率	熟酒				•	١	_		些分							
6.5	百分率的應用	常组	E 括	的	資	料	政、所	府利	的息住	及	入折	和扣	支等	出,	、從	稅而	、收對的

数 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
6.1 古代數字	欣賞民族文化	1. 從羅馬數字及中國數字
6.7 圖 周	傳統及成就	記數法,了解古代的文
		化及源流。
		2. 透過故事形式,例如祖
		冲之求出圓周率的密率
		爲 355/113 , 讓 兒 童 欣 賞
		中國古代數學家的成就
		, 增 强 對 中 華 民 族 的 自
		豪感。
		3. 介 紹 兒 童 閱 讀 有 關 參 考
		書籍,使對中外古今數
		學發展有較深切瞭解,
		並 欣 賞 別 人 的 努 力 及 成
		就。

數學範疇二:圖形

教 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
1.5 圖形(砌積	對人友善、合	通過遊戲和活動,培養兒
木遊戲、圖	作	童 對 同 學 友 善 , 學 習 如 何
形製作)		與別人相處和合作。
112 圖形(七巧		
板遊戲、釘		
板遊戲、摺		
紙)		

教 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
2.17 立體圖形		
(柱體、		
錐 體)		
3.18 圖形(圖形		
拼砌)		
3.8 三角形	邍 守 規 則 和 條	透過交通標誌和圖形的關
4.18 四邊形	例	係,使兒童明白行人及司
5.16 圓		機都應選守交通規則,以
		確保本身及別人的安全。
5.8 方向	認識社區及香	從 學 習 方 向 , 增 强 兒 童 對
	港 鄰 近 的 地 方	社 區 公 共 設 施 和 香 港 鄰 近
	欣賞民族的成	地區的認識。並介紹中國
	就	人發明指南針的歷史,引
		導兒童欣賞民族的成就。
3.19 對稱	認識區議會	利用區議會的會徽,引導
6.16 對稱	認識與香港有	學生認識對稱圖形,並可
	密切關係的國	簡單介紹區議會的工作及
	家	地方行政架構,更可鼓勵
		他們關注及支持區議會的
		活動(參閱附錄一)。
	•	藉着觀察與香港有密切關
		係的國家旗幟,加强認識

教 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
		對 稱 , 並 可 引 導 學 生 留 心 世 界 大 事 及 了 解 國 際 間 的 關 係 。

數學範疇三: 度量

į	数學單元	公	民	教	育	題	材	配	合	公	民	敎	育	的	教	學	建	議
1.11	貨幣(硬幣)	誠	實	`	節	儉		通	過	對	貨	幣	的	認	識	及	買	賣
2.6	貨幣(百元							遊	戲	,	使	兒	童	知	道	公	平	交
	以内的紙幣)							易	和	誠	實	的	意	義	0			
2.14	貨 幣(紙幣)																	
315	貨幣(化聚																	
	及四則)																	
110	時間(時、	守	時	`	惜	時		藉	著	介	紹	時	間	槪	念	及	時	間
	半時、星期()							單	位	化	聚	,	提	示	兒	童	養	成
2.5	時間(時、							守	時	的	習	樌	,	並	要	愛	棤	光
	分、年、月			,				陰	•	善	用	時	間	0	在	指	導	閱
	• 日)							讀	飛	機	`	火	車	`	輪	船	和	巴
3.7	時間(秒)							±	的	時	間	表	時	,	亦	可	提	高
5.6	時間(化聚							皃	童	對	社	區	公	共	設	施	的	知
	及四則)							識	0									

教 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
1.9 長 度(厘米)	認識個人資料	通過量度各兒童的體高及
2.4 長度(米)	及個別差異	體重等活動,認識個人資
2.13 重量(克、		料及個別差異。
公斤)		
3.17 容量(升)	樂於助人	學習容量單位時,可引用
4.8 容量(毫升)		輸血的份量爲例,介紹捐
		血救人的意義。
與度量有關的單	誠實	透過度量單位的學習,引
元	遵守法則	出市民遵守法律、尊重法
	公平交易	治及公平交易的重要性;
	處事負責、毫	並培養兒童誠實的品格及
	不苟且	處事負責,崇尚眞理和毫
	拿重法治及維	不苟且的態度。
	護公平	
		註:有關本港法定的度量
		單位及度量衡器具使
		用的規定,教師可參
		考刊於《香港政府憲
		報》副刊第三號第28
		期 第 129 卷 的《1987 年
		度 量 衡 條 例》或《 1987
		年度量衡條例簡介 》
		(見附錄二)。

教 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
6.13 速率(米每秒、公里每小時)	建守規則	從認識速率單位,介紹安全車速、車速限制及交通安全,引出遵守交通規則的重要性。

數學範疇四:統計

教 學 單 元	公民教育題材	配合公民教育的教學建議
1.13 簡單象形圖	認識自己個人	通過統計圖表的製作和討
2.9 簡單象形圖	査 料	論 , 增 强 兒 童 對 個 人 及 學
2.18 方塊圖	認識自己的學	校資料、公共設施、社會
310 簡單棒形圖	校及社群	發展等各方面的認識。
3.20 棒形圖	認識香港社會	
410 象形圖	的各行各業	題 材 擧 隅 :
420 複合棒形圖	認 識公共 設施	我們愛吃的水果,居住的
5.9 折線圖	尊 重 個 別 差 異	地區,家長職業,本區的
6.9 圓形圖	認識香港的發	公 共 設 施 , 本 校 學 生 人 數
619 圖像	展、人口的增	, 本 港人 口 增 長 , 近 年 出
	長和政府的收	口總值,政府支出或收入
	支	分配等。
	蒐集、組織和	
	利用統計資料	

以上提供的建議,僅屬學例性質。教師宜多留意各方面的訊息和時事,開拓視野,以客觀的態度去分析和思考,然後與學生討論問題,才能與時代的步伐一同邁進。此外,教師還可從下列途徑選取有關資料參考及使用:

一、 報章

二電視

三 雜誌

四. 香港年報

五 香港政府統計處刊物

六 政務署派發的其他刊物

七 教育署公民教育資源中心

八 教育署數學教學中心

至於數學科的課外書籍,教師可適當地加以運用,以引導學生認識中外古今的數學發展及欣賞數學家對數學作出的 貢獻。以下是一些有用的參考書籍:

書名	作者	出版社
1. 數學的過去、現在和	周金才、梁兮	中國青年出版社
未來		
2. 古 書 趣 味	許純 舫	香港青年出版社
3. 數學 發達 史	張鵬飛、徐天游	臺灣中華書局
4. 中國算術故事	許純舫	香港金文書店
5. π 和 e	夏 道 行	商務印書館
6. 中國數學史話	錢實琮	香港金文書店
7. 古代數學史趣談	吳啓宏	中央書局

書 名	作 者	出版社
8. 中國數學史簡編	李 廸	遼寧人民出版社
9. 世界數學史簡編	梁 宗 巨	遼寧人民出版社
10.十萬個爲什麽(數學 I)		少年見童出版社
11.數學明珠誰摘來		雲 南人 民 出 版 社
探索數學的故事		
12. 數學和數學家的故事	李 學 數	廣角鏡出版社
(1) (2) (3) (4)		
13. 中國數學史	錢 竇 琮	科學出版社
14. 祖 沖 之	譚 一 簑	上海人民出版社
15. 從祖沖之的圓周率談	華 羅 庚	人民教育出版社
起		
16.中國古代數學史話	李 石 、	中華書局
17. 中國古代數學簡史	李儼、杜石然	商務印書館

教師在實際教學中,還要運用他們專業的判斷能力,因應學生的程度和需要,教學時間和可用資源作實際的調整。 將來公民教育的發展,實有賴教育界人士的共同努力,如此才可開創它的新里程,穩步向前。

參考資料:

- 一 小學課程綱要 —— 數學科 香港教育署課程發展委員會編印, 1983。
- 二 學校公民教育指引 香港教育署課程發展委員會編印, 1985。

附錄一: 區議會會徽





































附 錄二:一九八七年度量衡條例簡介

備受歡迎的法例

1987年度量衡條例經已在1987年7月8日通過成為法例,並預算在1989年初正式實施。這條例將備受一般市民歡迎,因為它最主要的目的是爲消費者提供保障,以免他們於交易時在貨物的數量上受到欺詐待遇。根據條例,「數量」的定義包括質量或重量、長度、闊度、高度、面積、體積、容量及數目。

對製造商或一般商號而言,這條例亦可保障他們在按重量或度量供應貨物時,有規可循,進行公平交易。

條例究竟包含甚麽?

1987年度量衡條例對計量單位、計量標準及作商業用途的度量衡器具作出規定,管制按重量或度量出售貨物(包括經預先包裝的貨物)的商業交易,規定本條例的執行、罪項和若干違例事情中度量衡器具與貨物的沒收及有關事項。

怎樣就算違法?

爲保障消費者的利益,1987年度量衡條例規定,如使用 度量衡器具作商業用途時有欺詐行爲,即屬違法。任何人如 藏有、製造或供應或使用不準確或有缺點的度量衡器具,亦 屬 犯罪。條例亦規定,任何人在交易過程中,按重量或度量 出售貨物時,必須按淨重量或淨度量出售。

條例同時規定經預先包裝的貨物須在容器上清楚註明貨物的淨重量或淨度量;而其他按重量或度量出售的貨物,在出售時須在買者面前秤量或計量貨物,並讓買者清楚無礙的看見有關秤量或計量貨物的一切操作。如買者在場要求重新秤量或計量貨物,賣方必須達從,否則亦屬犯罪。

賣者供應不足數量的貨物,及提供任何在實質上不準確或誤導貨物數量的指示,都屬犯罪行爲。

執法和刑罰

香港海關是執行度量衡條例的政府部門。由海關總監指派的特准人員除處理投訴,並有權進入商人的房產突擊檢查,以查核任何度量衡器具的準確性。當有淸楚證據顯示有欺詐行爲時,海關特准人員會進行起訴。

違 犯 1 987 年 度 量 衡 條 例 的 最 高 刑 罰 是 罰 款 \$ 20,000 及 監 禁 6 個 月 。

如何實施

1987年度量衡條例的最終目的是保障零售業的交易活動。當有違反此條例事情的投訴,香港海關的特准人員會採取行動。

根據這條例的規定,使度量衡器具保持準確是商人的責任。商人如欲確保其器具準確,可聯絡在工業署署長管轄的「香港實驗所認可計劃」下取得認可的實驗室,定期校準各器具。

那些是合法的計量單位?

爲配合實際的商業需要,只有條例中第二及第三附表所指定的十進制、英制及中國制的計量單位及度量衡方可合法在本港作商業用途。在本港,任何人均不得採用其他未被指定的計量單位以重量或度量出售貨物,亦不可採用或藏有未經指定的度量衡器具作商業用途,否則亦屬犯罪。

惟香港以外任何地方所用的計量單位制度有別於本條例規定時,這些規定則不適用於擬輸出或再輸出往該地方的貨物或度量衡器具。

査 詢

此宣傳單張不具任何法律效力,只提供閣下一般性資料。1987年度量衡條例可在中區郵政總局大廈地下政府刊物銷售處購買。

欲 查詢詳情,可聯絡 香港海關商品標準調查局,地址是中環干諾道中 111 號永安中心1405 室,電話:54441711 内線23。

視聽教具與小學數學

至於電影和幻燈片方面,它們在教學的有效程度雖然不及 用具來得具體和可以直接觸摸,但仍能收到頗大的視聽效果(註四),對達到小學數學課程的教學目的方面有很大的幫助。 由於本港小學數學教師對於用具的運用已漸普及,數育電視的節目更是對數學教師的一大助力,但是,對於電影或幻燈片的應用尚嫌不足。因此,本文的重點在於向各位老師介紹一些可以在教育署輔導視學處視聽教材借用處借到的影片和幻燈片,以及它們在小學數學教學上的作用。(詳細目錄請閱附錄)

電影方面

- (1) 編號為 F396 的「唐奴鴨漫遊數學仙境」,以和路廸士尼卡通主角之一的唐奴鴨爲媒介,引領兒童去領略數學的奧妙和它在日常生活中的應用。本片內容活潑生動,能引起兒童對數學學習的興趣,但由於內容牽涉面較廣,只宜高年級學生觀看。
- (2) F761:「量度的準確性」以及 F1088:「米、升和克」,分別介紹量度的正確概念和十進制的一些基本知識,適合二、三年級學生觀看。
- (3) 在方程式方面, F648: 「代數公理」清楚地介紹加、減、乘和除的四個等量公理,以作爲解方程式的基礎概念; F484: 「代數的符號」則可作爲由算術引伸至代數的橋樑,對四、五年級學生最爲適合。
- (4) F463: 「因子與質數」可用來與學生複習一些數的性質和它的基本概念。
- (5) F963 : 「三角形的舞步」是一套以音樂來配合三角形的 拼砌活動,內容輕鬆有趣,可增强學生對相等面積的不同圖形 有更深刻的認識。

(6) F858: 「對稱」是通過動畫方式來介紹各種對稱,適合學習對稱課題的學生觀看。

幻燈方面

至於幻燈片方面,對數學科而言,以幻燈膠卷爲多。幻燈 膠卷是一系列的幻燈片,以膠卷方式依次排列,可安裝於幻燈 機的卷軸上使用,每次放映一張,配合老師的講解,由老師控 制幻燈片放映的節奏。由於幻燈膠片大多是配合課題而拍攝, 因此不再加以詳細介紹,老師們可參考附錄中的目錄。

為了善用這些電影和幻燈片,数師的充分準備是必須的。 教師要事先由視聽教材目錄中選出合適的電影或幻燈膠卷,然 後循正常手續安排借用(有關手續請參閱由教育署輔導視學處 視聽教育組出版的《視聽教材目錄》)。

此外,教師還需根據學校情况決定需要借用電影放映機、銀幕或幻燈機。教師並需要安排時間作事前放映,俾能預先了解內容,以調節教學步驟。由於絕大部分電影都是用英語配音,教師需作準備以便在正式放映時充任繙譯員,協助學生了解。

放映電影或幻燈片,数師無疑是花費了不少時間在數學準備上,但爲求增加學生學習的興趣及加强教師的數學效果,這些額外的工作是十分值得的。除了在課堂上運用這些數學資源外,在課外小組活動的時間或學校特殊安排的場合放映電影,也可收到相同的效果。

註一: Post, T.R. (1980). The Role of Manipulative Materials in the Learning of Mathematical Concepts. 錄自 M. Lindquest (Ed.), Selected Issues in Mathematics Education. Berkeley, CA: Mc Cutchan.

註二: Suydam, M.N. & Higgins, J.L. (1976). Review and Synthesis of Studies of Activity-based Approaches to Mathematics Teaching (Final Report). Washington D.C.: National Institute of Education.

註三: Cockcroft, W.H. (1982). Mathematics Counts: Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools. London: Her Majesty's Stationery Office.

註四: Berger, E.J. (1973). Instructional Aids in Mathematics. Thirty-fourth Yearbook, National Council of Teachers of Mathematics.

Washington D.C.: NCTM.

附錄: 視聽教材目錄

符號及縮寫解釋: Col 彩色 小學適用 黑白 初小適用 IIPr 高小適用 f 中學適用 Sec min LS 初中適用 附有粵語旁白 Тe 教師適用

成人適用

A

附錄: 視聽教材目錄

PRIMARY 小學適用

十六毫米活動影片

F761 ACCURACY IN MEASUREMENT 量度的準確性

Col Pr & LS 9 min 30s

利用一把有刻度的直尺去量度一個手提箱的長度,後又將直尺上的刻度再劃分為較小的單位去量度。如是者,重複數次,就可以看出雖然量度結果愈來愈接近手提箱的眞實長度,但都不會是絕對準確的數值。

THE CALENDAR: DAYS, WEEKS, MONTHS Col LPr 10 min 怎樣使用月曆

本片利用一個男童因要找出那一天馬戲班將會來到本市而去學習怎樣閱讀月曆的故事,介紹日、月、星期及它們的關係。

F1086 COMPARING: GETTING READY TO MEASURE Col LPr 10 min 量度初階—— 比較

這套生動的影片,指導低年級學生各種 [比較] 的方法。由比較物體的顏色、形狀和大小開始,繼 而釐定他們相似或不同的程度,最後通過實例,指 出我們未必能從物體的大小來比較它們的重量。

F763 DOING AND UNDOING IN MATHEMATICS Co1 Pr & IS 9 min 30s 數學的運算及逆運算

本片介紹逆運算的概念。通過日常生活中的動作,例如拉緊和拉開拉鍊,量起和拆散硬幣,將衣物放入和搬出行李箱……等解釋此等動作的關係並引入數學的運算及逆運算的意義。此片並以加與減作爲實例闡明運算及其逆運算的相互關係。

Col UPr & Sec 22 min

沒有眼淚的數學

本片記錄本港數間小學在數學課試行活動數學 法的情形。這新的途徑使數學學習變得旣生動有趣 ,又饒有意義——數學學習不再是一件苦事了。影 片同時介紹香港數學中心如何協助推動這新的數學 方法。

F1088 METER, LITER AND GRAM

Col UFr & LS 13 min

米、升和克

在十進制中,長度、體積和重量單位,關係非常密切,因為它們都是以「米」為基礎。替十進制單位命名時,只須學會下列幾個冠詞: centi(厘) , deca (十) , milli (毫) 和 lctla(千) 。因各單位是十進的,所以使用時十分方便。

F915 POSITIVE AND NEGATIVE NUMBERS

Col UPr & LS 16 min

正負數

通 渦 美 式 足 球 比 賽 介 紹 數 線 與 正 、 頁 數 。

F1150 TEN THE MAGIC NUMBER

Col Te & A 12 min

神奇的"十"

本片講述熱帶魚迷佐治因忘記英制單位換算方法,致未能估計其水族箱之重量而大感煩惱。故事以趣味性卡通形式引出十進制之好處。

F1558 THE METRIC FILM

Col Sec & A 13 min

十進制簡介

介 紀 國 際 單 位 制 的 沿 革 及 各 種 計 算 量 度 單 位 的 屬 係 , 同 時 亦 闡 明 採 用 十 進 制 單 位 的 優 點 。

DONALD IN MATHEMAGIC LAND 唐奴鴨漫遊數學仙境

唐奴鴨置身數學仙境中,先和古希臘的哲人把臂交遊,領略數學的奧妙,其後再從一連串的神奇遭遇裏發現到人類日常生活各方面的活動,例如音樂、美術、建築、機械運動等都和數學的基本原理有密切的關係。最後更了解到數學的領域無窮無盡可要開拓這神奇的大地,還待人類運用智慧不斷努力。

F463 FACTORS AND PRIMES

F396

Col UPr & LS 18 min

因子與質數

因子、質因子、乘法的交換律。愛氏篩、最小公倍數。用高映機示範愛氏篩,以磁板作下列示範;若以一小鐵塊代表 1 ,則合成數能拼成一矩形而質數則不能。

F486 THE LANGUAGE OF GRAPHS

BW UPr & LS 13 min 30 s

圖像的運用

將各種圖像——棒形圖,連續線圖,圓形圖與 直線圖——應用於校刊的財政問題上。

F963 NOTES ON A TRIANGLE

Col Pr.Sec.Te & A 4 min

三角形的舞步

三角形在華爾滋舞步中表現各種幾何變換。

F485 THE NUMBER SYSTEM AND ITS STRUCTURE BW UPr & LS 11 min

數系及其結構

介 紹新數學的詞彙,如集、二進制、與十進制等,及基本的算術概念。

F762 PREDICTING THROUGH SAMPLING

Col UPr & Sec 10 min

根據抽樣作預測

通過日常生活所遇到的事例,利用抽 樣統計法 去作預測,例如預測在某一建築工程中,存倉的螺 釘與螺帽的數目是否相符。抽樣法的基本原則亦在 本片說明。

F484 SYMBOLS IN ALGEBRA

BW UPr & LS 11 min

代數的符號

- 1. 由算術引至代數。
- 2. 應用題之處理及其方程式解法。

F648 AXIOMS IN ALGEBRA

Col UPr & Sec 13 min

代數公理

四個等量公理。

F858 SYMMETRY

Col UPr & Sec 10 min

對稱

從美學觀點出發,以半抽象動畫方式介紹各種 對稱。 錄影帶

VHS330 DECIMALS : WHAT'S THE POINT?

Col Pr 15 min

「小數」是什麽?

本片嘗試以輕鬆手法去介紹十進制的基本概念。其中包括:小數的用途、小數與分數的關係、數位值、小數點及零的用途等等。

VHS367 LIGHTS : CAMERA! FRACTIONS!

Col Pr 15 min

「分數」是什麽?

本片以活動形式來介紹一些與分數有關的基本 概念:區域、集、分子與分母、擴分與約分及數線 等。

VHS513 ZERO: THE TROUBLEMAKER

Col Pr 11 min

「零」的煩惱

本片通過實際例子介紹「零」在數字表達、加法、減法及補位方面所扮演的角色,從而加强學生對「零」的瞭解及認識。

八毫米循環盒式影片

DIVIDING : EVEN AND UNEVEN Fes 191

Col LPr

Col UPr

Col Pr

3 min

無餘數與有餘數的除法

在數線上以連減法解釋除法。

INEQUALITIES Fes 227

Col Pr & LS 3 min 30s

不等式

通過比較兩堆石卵之多少,介紹不等式之觀念 及符號。

Fes 192 PERIMETER AND AREA 3 min 45s

周 界 與 面 積

本片可用以叠固周界與面積之概念; 重點在於 闡明:一固定之周界可構成不同形狀和面積之圖形。

USING NUMBER LINES Fes 193

3 min 45s

數線的應用

利用數線介紹整數的加減法。

BEGINNING MATH CONCEPTS, OP 2 -F53257 ADDITION COMBINATIONS AND SENTENCES 加法及加式

Col LPr 80f

本片介紹加法的意義,加的符號十,加法的數 式及每一數可用不同方法記述的基本概念。

BEGINNING MATH CONCEPTS. GP 2-FS3260 ADDITION FACTS THROUGH 18

Col LPr 80f

十八以内的加法

本幻燈膠卷介紹有關進位的加法及18以內的加 法。

BEGINNING MATH CONCEPTS. GP 2 -FS3262 FRACTIONS

Col LPr 80f

分數

本幻燈膠卷介紹全體的一部份,進而介紹分數 的 意義及分數的記數法,並介紹二分之一、三分之 二、四分之一、四分之二及四分之三等分數。

FS3259 BEGINNING MATH CONCEPTS, GP 2 -PLACE VALUES : ONES, TENS AND HUNDREDS

Col LPr 80f

位 值: 個位, 十位, 百位

本片介紹十進制的組合及寫法,並介紹十位和 百位。

BEGGINNING MATH CONCEPTS, GP 2 - SUBTRACTION COMBINATIONS AND SENTENCES FS3258 減法及減式

Col LPr 80f

本影片介紹演法的意義,演的符號一,減法的 數式及一數可用不同記述的 方法的基本概念。

FS3261 BEGINNING MATH CONCEPTS, GP 2 - SUBTRACTION FACTS THROUGH 18 + 八以内的演法

Col LPr 80f

NUMBERATION BASE 10 十進數命數法

FS2381

FS2320

Col Pr 54f

本幻婚膠卷介紹退位減法及18以內的減法。

FS2376 DIVISION FACTS : SETS

Col Pr 46f

基本除法:集

從連減法或集的數目引入除法。

FS2378 FRACTIONS 分數

Col Pr 56f

分數的概念:大於、小於。介紹分子及分母等 名詞。

FS2737 MODERN MATHEMATICS ACTIVITIES FOR PRIMARY GRADES

Col Pr & IS 43f

小學數學活動

算盤,統計算柱,數目咭,加數工作咭,顏色 積木。

FS2738 MODERN MATHEMATICS ACITIVITES FOR PRIMARY GRADES

Col Pr & IS 52f

小學數學活動

數的分裂,加數及乘數轉盤,加減數工作店, 多孔板,位值表,量度及時間的認識。

FS2380 NUMBER LINE : FRACTIONS

Col Pr 45f

數線:分數

整數的其他稱謂:介紹眞分數及假分數,利用數線進行運算。

FS2379 NUMBER LINE : WHOLE NUMBERS

Col Pr 46f

數線:整數

介 紹 正 數 、 頁 數 、 交 換 性 質 及 結 合 性 質 , 利 用 數 線 進 行 運 算 。

介紹十進數,位值及數字的用法。

USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-1:

MODERN MATHEMATICS: SETS 1-5

静 數 (1 至 5)

Col LPr 58f

透過常見的實物,讓兒童認識 1 至 5 的書寫和讀法。片中介紹集的概念,數實物、數數法、大小的比較、序數、遞增和遞減的數目、簡易加法和取去法及適當的算術調彙。

USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-1:
MODERN MATHEMATICS: SETS 5-9

Col LPr 63f

識數(5至9)

透過常見的實物,讓兒童認識5至9的書寫和讀法。片中介紹集的槪念等,並引用10以內連加的槪念,作爲進一步學習的基礎。

FS2321 USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-1:
MODERN MATHEMATICS: SETS 9-12

Col LPr 51f

識數(9至12)

透過常見的實物,讓兒童認識 9 至 12 的書寫和讀法。片中介紹集和子集的概念、數數法、取去法、連加法及適當的算術詞彙等。

FS2322 USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-1: MODERN MATHEMATICS: TELLING TIME

Col LPr 51f

報時

教導兒童看時鐘(時、半時、一刻等)。先介 紹鐘面上數字的位置和排列次序、時針及分針,然 後以日常作息時間爲例,讓兒童熟習看時鐘。 FS2327

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 1-2 : MODERN MATHEMATICS : ADDITION -OBJECTS AND SYMBOLS

Col LPr 44f

加法

诱 渦 找 出 兩 組 實 物 的 總 數 介 紹 兩 數 相 加 的 概 念

。同時数導學童如何以直式及橫式表示兩數之和。

TISTING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-2: FS2324 MODERN MATHEMATICS : SETS 11-15

Col LPr 47f

證數(11至15)

诱過常見的實物介紹11至15各數的概念,並讓 學章認識 11至15各數字及其讀法。在每一例子中, 學童可看到一個數字及若干組實物,老師可引導學 童找出每組實物的數目,然後再找出全部實物的數 日, 從而認證書面顯示的數字及其讀法。

FS2325

USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-2: MODERN MATHEMATICS : SETS 16-20

Col LPr 48f

識數(16至20)

诱過常見的實物介紹16至20各數的概念,並讓 學 童 恝 證 16 至 20 各 數 字 及 其 讀 法 。 在 每 一 例 子 中 , 學童可看到一個數字及若干組實物,老師可引導學 童 找 出 每 組 實 物 的 數 目 , 然 後 再 找 出 全 部 實 物 的 數 目,從而認識畫面顯示的數字及其讀法。

FS2326

USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-2: Col LPr 48f MODERN MATHEMATICS : SETS BY 1's, 2's, 5's, 10's 數數

利用數表數導學童從1數到100,然後每兩個、 五個、十個一數,至100爲止。

FS2328

USING MODERN MATHEMATICS GROUP 1-2: Col LPr 48f MODERN MATHEMATICS : SUBTRACTION - OBJECTS AND SYMBOLS 滅法

通過「取去」實物的方式介紹兩數相減的概念 。同時教導學童如何以直式及擴式表示兩數之差。

FS2363

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 2 MODERN MATHEMATICS : MULTIPLICATION :

OBJECTS AND SYMBOLS 現代數學:乘法:實物及符號

從每兩個、每三個一數進入乘法之學習。

FS2364

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 2 MODERN MATHEMATICS : DIVISION :

Col Pr 40f

Col LPr 39f

OBJECTS AND SYMBOLS

現代數學:除法:實物及符號

分物: 兩個一組及三個一組之概念。

FS2360

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 2 Col LPr 43f MODERN MATHEMATICS : SETS BY 2's 3's 4's 5's 現代數學的應用:第二輯,現代數學:每兩個、三 個、四個及五個一數

教師由每兩個至五個一數,介紹用符號記錄數 數結果。

FS2361

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 2 MODERN MATHEMATICS : SIMPLE ADDITION ADVANCED

Col LPr 57f

現代數學:簡單加法

用實物教授七至十八的簡單加法。

FS2362

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 2 MODERN MATHEMATICS : SIMPLE SUBTRACTION ADVANCED 現代數學: 簡單減失

Col LPr 56f

九至十八的簡單減法。

FS2365

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 2 Col LPr 50f MODERN MATHEMATICS : THE MEASUREMENT : CALENDAR 現代數學:量度、日曆

時間的量度 —— 介 紀 日 曆 , 一 週 中 各 日 及 一 年 中各月份的名稱和次序。

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 FS2370 Col Pr 43f ADDITION AND SUBTRACTION: 2 AND 3 PLACE NUMBERS 加 决 和 減 决 : 二 位 數 和 三 位 數 瞭解及運用交換性質。介紹二位數和三位數的 加 法和 減 法 , 及 關 句 和 完 整 句 的 應 用 。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 Col Pr 53f FS2373 ADVANCING WITH ADDITION, SUBTRACTION. MULTIPLICATION AND DIVISION 加、減、乘、除法的探討 四則運算中淮位、退位的概念。 FS2368 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 Col Pr 44f MEASURES : COUNTING, ADDING, SUBTRACTING 度量:數數、加法、減法 诵 渦一些實際活動,學習日常生活中常用的量 度 方 法 。 介 紹 新 名 詞 , 如 開 句 及 方 程 式 , 並 討 論 二 分一、三分一及四分一的概念。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 FS2372 Col Pr 53f MULTIPLYING AND DIVIDING 乘 和除 利用數條和數線學習簡單乘、除應用題。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 FS2371 Col Pr 54f NEW PHASES OF ADDITION AND SUBTRACTION 加法與減法的新階段 瞭解「交換性質」, 兩位數和三位數的加法和 减法。"0"在两位數及三位數中的意義和用涂。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 FS2369 Col Pr 43f THE CALENDAR. TIME. TEMPERATURE 日曆、時間、紹度 介紹羅馬數字,時間(分、小時、星期、月) 和溫度。 F52366 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 Col LPr 40f

> 瞭解數的結構 兩位數概念的發展。

UNDERSTANDING THE STRUCTURE OF NUMBERS

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 3 FS2367 USING AND UNDERSTANDING 2 AND 3 PLACE NUMBER 運用及瞭解二位 數和三位數 發展 三位 數及交換性質的 概念。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP A FS2375 MULTIPLICATION FACTS : SETS 基本乘法:集 诵過數型和集學習乘法。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 4 F52374 SETS : CONCEPTS, SYMBOLS, OPERATIONS 集: 概念, 符號及運算 集的意義及用法,介紹有關集的符號及簡單運算。 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 5 FS2386 ADDITION AND SUBTRACTION OF FRACTIONS 分數的加法和減法 介紹同分母及異分母分數的加法和減法,包括 帶分數在內。 FS2385 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 5 FRACTION NUMERALS : CONCEPTS 分數: 概念 以 圖 形 等 介 紹 分 數 的 概 念 , 並 提 及 分 子 及 分 母 等名詞。 FS2387 USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 5 MULTIPLICATION OF FRACTIONS 分數的乘法

Col Pr 50f

介 紹 分 數 的 乘 法 , 單 位 元 素 及 分 配 件 質 。 FS2388 USING MODERN MATHEMATICS: GROUP 5 USING MEASURES Col Pr 54f 量度的應用

> 介 紹 時 間 、 溫 度 、 液 體 、 固 體 及 長 度 的 量 度 單 付 o

Col Pr 43f

Col Pr 53f

Col Pr 43f

Col Pr 52f

Col Pr 49f

FS2390

USING MODERN NATHEMATICS: GROUP 6
DIVISION OF FRACTIONAL NUMBERS
分數的除法

Col Pr 300

利用圖畫介紹分數的除法。

FS2392

USING MODERN MATHEMATICS: GROUP 6
GEOMETRY: PERIMETERS, AREAS, FORMULAS

Col Pr 53f

Col UPr 45f

幾何學: 周界、面積、公式

FS2393

USING MODERN MATHEMATICS : GROUP 6 SPACE GEOMETRY : SURFACES AND VOLUMES OF SPACE FIGURES

空間幾何學:立體的表面積及體積

介紹立體的表面積及體積。

FS2172

USING AND UNDERSTANDING NUMBERS : Col UPr & Sec 47f

數的使用與認識:買賣—— 百分率的應用

「毛利」扣除「支銷」後爲「純利」,因此「毛利」若低於「支銷」乃屬虧本生意。

TS2173

USING AND UNDERSTANDING NUMBERS :
INTEREST - BORROWING AND INVESTING

Col UPr & Sec 61f

敷的使用與認識:利息 —— 借貸與投資

通過各種涉及利息之實例,介紹I=PRT公式。

FS2171

USING AND UNDERSTANDING NUMBERS: MEANING AND UNDERSTANDING OF PERCENT AND PERCENTAGE

Col UPr& Sec 41f

數的使用與認識:百分率及百分法的認識

對百分法的按部就班解釋。旁及其對分數與小數之關係,本數材可分若干數節使用。

FS2397

USING MODERN MATHEMATICS: GROUP 6
BINARY (BASE TWO): ADDITION, SUBTRACTION
MULTIPLICATION, DIVISION

二淮敷的加、减、乘、除法

介 紹 一 個 數 的 基 數 、 指 數 及 乘 幂 : 二 進 數 的 加 、 減 、 乘 、 除 法 。

FS2396

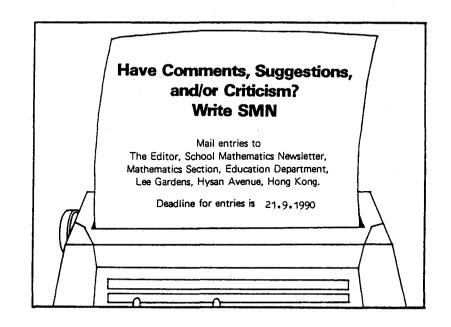
USING MODERN MATHEMATICS: GROUP 6
NUMERATION-BINARY (BASE TWO)

Col UPr 53f

Col UPr 52f

命數法 --- 二進數

介紹二進數的數字及位值,二進數與十進數的關係。



FROM IDENTITY CARD TO CHECK DIGIT

Pi

Everybody knows his or her identity card number well (e.g. A815763(7)) but not so many people understand why the right-most digit of the identity card number is bracketed. This 'special' digit, known as check digit, is constructed in such a way as to have a unique relationship with the identity card number.

Assume that an identity card number has a format represented by C_1 C_2 N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6 (N_7) , where C_1 and C_2 are alphanumeric, N_1 through N_6 are numeric and N_7 is the check digit. C_1 is normally left blank whilst C_2 represents alphabets: A, B, C, D..... etc. The coding rule for C_1 and C_2 are as follows:

Alphanumeric	Coding value
½(blank)	58
A	10
В	11
C	12
D	13
•	•
•	•
<u> </u>	_

For an identity card number to be valid, the following relationship must be true:

 $9C_1+8C_2+7N_1+6N_2+5N_3+4N_4+3N_5+2N_6+1N_7 \equiv 0 \pmod{11}$ (9, 8, 7, 6 2 and 1 are the weights)

The above rule states that the identity card number should be multiplied by the chosen weights, using 1 as the weight for the check digit itself; add the results and divided by 11. There should be no remainder.

Let us take an example. Suppose the original identity card number is A815763, the method of allocating the check digit is as follows:

- (1) Multiply each coding value/digit in turn by its corresponding weight and sum the resultant products, i.e.

 9x58*+8x10+7x8+6x1+5x5+4x7+3x6+2x3 = 741

 *Since a blank is in front of 'A'.
- (2) Divide the sum by 11 and note the remainder, i.e. $741 \div 11 = 67$ and the remainder is 4.
- (3) Subtract the remainder from 11, and the result is the check digit. Thus 11 - 4 = 7, and the new identity card number complete with the check digit becomes 16815763(7).

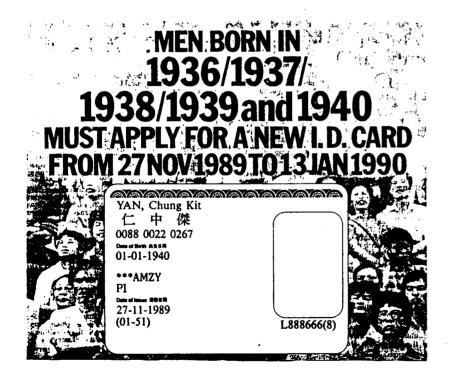
If the check digit happens to be 10, the check digit will be a two-digit number. To avoid this, the letter 'A' is used instead of '10'.

The function of the check digit is to detect the following types of operator errors when identity card numbers are entered into large data-base file:

- (1) Transcription error wrong digit is typed e.g. 'B723456' for 'B123456'
- (2) Transposition error there is an interchange of digits e.g. 'B321456' for 'B123456'

(3) Random error - a combination of two or more of the above errors, or any other errors not specified above.

Although 'modulus 11' is not the only check-digit method available in data processing, it is probably the most common one to detect input errors. In an investigation of modulus 11 method, 100000 entries were examined. It was found that such method could detect all types of transcription and transposition errors, and in the errors detected the percentage for random error was as high as 90.9%!



A DEMONSTRATION:

Classroom Teaching on Similarity of Rectilinear Figures

M T Lam

Introduction

It is not uncommon to hear that Mathematics is not a creative subject as compared with other subjects like Social Studies in which many modified games, interesting and real-life material can be incorporated in the classroom teaching. Part of the reason is that Mathematics itself is mainly a rigid science of deductively linked symbolised concepts. Each subject has its own nature. In no way should it be an excuse to deprive the teachers of innovations in designing teaching strategies and teaching aids, references to ETV programs and related books, and awareness of the classroom communicative skills.

The Demonstration

Some schools are liberal enough to encourage interforms, inter-subjects and inter-teachers observation and appreciation of teaching methods so as to improve teaching efficiency and effectiveness. The school which the author has worked in has conducted an in-school training program to nurture the inexperienced teachers in the summer. (In the program, micro-teaching is also employed.) The author has demonstrated a 20-minute classroom teaching on "Similarity of Plane Figures" for some S2 students. It aims to show the fundamental techniques. In the following narrative and explanation, some transcripts of conversations

are selected to highlight the skills which have been discussed after the demonstration.

Motivation

Beforehand, paper figures (Figures 1 to 6 at the end of this article), were prepared by cutting the drawing paper. Walking and facing the class, the teacher held up the figures 1 and 2 and showed to the students.

Teacher : Please observe. What do you discover?

Student A: They have the same shape.

Teacher: Yes. But, can you give a better term?

(The teacher stacked the triangles and separated them.)

Student A: They are congruent.

Teacher : Good. It's what we've learnt yesterday.
"Congruence of Triangles" was written on the blackboard.
Actually, not just vigorous games can be motivators, but also a short revision of the previous lesson/topic through well-prepared handy paper figures, good guiding questions and body language. Remember to give reinforcement which is deserved as a good motivator.

Development

Now the teacher held up the figures 3 and 4.

Teacher: Now, look at these figures. Can you describe them?

(The teacher stacked them and separated.)

Student B: They have the same shape. But different size.

Teacher: Good description. They are similar figures, that is, same shape but may be different in size. Thank you. It's the topic of this lesson.

"Similarity of Rectilinear Plane Figures" was written on the blackboard. It was the first time of the teacher to use exposition in the lesson to explain "rectilinear". Actually, the student can be guided to discover the meaning.

Student C: (Suddenly) You've written down
"Congruence of <u>Triangles</u>". Why now
"Similarity of figures"?

Teacher: Ha! Ha! You are so bright to ask this question. Very good! Just please wait to the end of the lesson, you will get some insight.

Evaluating the student's answer is a necessary feed-back to the student. Also, insight and creative observation should be recognised and appreciated, but side-tracking from or disturbing the main lesson plan has to be avoided. The teacher's reply revealed his clear grasp of the lesson material and provoked the student's curiosity to concentrate to the last minutes.

Teacher: He held up the figures 3 and 5.
What do you observe?

Student D: Well. They are not similar. It's clear.

Teacher: You are right. Now, we all know. Some are similar. Some're not. I'm sure, in your heart, you'll ask why.

"When" will they be similar? Under what conditions?

It was a good bridge to pursue the "Conditions for Similarity of Rectilinear Figures" through skillful investigatory enquiries.

Teacher: You know. A book has some features, like cover, printed words, pages. A

figure like this (The teacher is drawing it on the board.) has what features?

Student E: Straight lines.

Teacher : Yes. Any more?

Teacher : (After silence) Look here. Two straight lines meet to form what?

Student F : Angle .

Teacher: Right. A figure has two main features.

Side and angle. So, it is quite

normal to study these two things.

Students were guided to investigate the conditions about sides and angles. Figures 3 and 4 were used again.

Figure 4 was overlaid to figure 3 and the corresponding sides are compared slowly (Figure 7).

Teacher: Look at the two sides of different colours. What do you discover?

Student G: One's long, one short.

Teacher: Yes, you have to further compare the lengths.

Student G: I think it's 2 to 1.

All other pairs of sides are studied. Then figure 5 was compared with figure 3 in the same way. The students had to answer whether there was a same ratio and then whether they were similar. Actually, the students themselves discovered the first condition. The skill in discovery process and the discovered knowledge will bring them achievement and therefore the satisfaction will become their intrinsic motivation. They will also transfer the discovery and investigatory idea to other topics and even other subject.

In the process, the used figures are attached to the blackboard one by one. Any discovered condition was also stated onto the board. (See Figure 8) Then the students were led to think whether the side condition was sufficient. Figure 6 was overlaid to figure 3. The ratio of the corresponding sides were equal, but the students also said the figures were not similar. Again through the discovery method, they found out the condition about corresponding angles. Students were also invited to construct the statements of conditions, which were polished to be smooth and accurate.

The last step was to re-check whether they understood the necessity of both conditions. Figure 5 was overlaid to figure 4.

Teacher : How about the corresponding angles?

Student H : Equal.

Teacher : Are the figures similar?

Student H : No.

Teacher : Why not?

Student expressed that satisfying the condition for angle was not sufficient.

It was noted that the teacher used binary question only once.

Consolidation

The teacher consolidated what had been learnt in the lesson since the motivation at the beginning. He also stressed the fulfillment of both conditions in order to judge whether two rectilinear figures are similar. Also, in a good consolidation and closure, the teacher should link the present topic to the coming topic. This aimed to establish a systematic conception of the subject.

Teacher: What we've discussed is about similar figures. One of you (The teacher may nominate his name.) may tend to think about similar "triangles". Of course,

triangle is one kind of rectilinear figures. Do the same conditions apply to triangles? Both conditions? More than these two? Only one of them?

Teacher: (After silence for a while.) I'm
going to give you some hints.
Figures 9 and 10 were drawn on the
blackboard.

Teacher: Suppose that the figures have flexible joints but fixed lengths of sides. Pull at A and B. Will the triangle change shape?

Student I: No.

Teacher : Will the quadrilateral change shape?

Student J: Yes.

Teacher: Yes. Think about the difference.

Tomorrow, we will follow this and discuss the conditions for the similarity of triangles.

Such kind of a closure enabled the students to link up the topics and keep the searching interest. At last, the teacher pinned the paper figures onto the class board so that the students can study them at spare time.

Conclusion

In the teaching process of Mathematics, students are expected to obtain knowledge, gain skills of calculation and solving problems, and nurture an attitude towards appreciating Mathematics and logical mind. However, before complaining about the ability of the students, the teacher has the utter responsibility to improve his teaching strategy. For the demonstration, the teaching methods easily come to the author's mind, and the material used is handy and easy to make.

Paper figures are used (most useful in teaching geometry) because they are easily prepared and can be rotated in any degree so as to enhance the students' comprehension of space. Overhead projector is good for many topics (e.g. statistics). When there is no OHP, the teacher has still to explore the advantages of chalk and board, e.g. the board can scan out clearly a logical sequence of diagrams and statements. Teachers usually hold that expository approach which is most convenient and time-saving. However, student-centred methods, e.g. experiment, discovery method, enquiry approach and discussion, are preferred by the author because the process itself helps students to acquire learning techniques and to develop interest in Mathematics. Also, classroom language is commonly ignored unintentionally. Teaching is an inter-personal communication process. Then language techniques (e.g. framing, questioning, nominating names. prompting for better answer, paraphrasing, evaluating the answers, encouraging and linking topic to topic) are directly affecting the teaching process.

Such kind of in-house demonstration and interflow of experience are highly recommended so as to raise teachers' awareness and readiness to reflect on methods. Teaching and learning effectiveness can be improved. Teaching Mathematics is not boring!

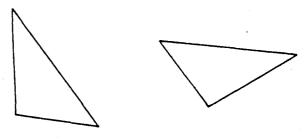


Figure 1

Figure 2 (Congruent to Figure 1)

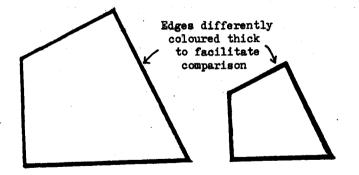


Figure 3
A kite

Figure 4 A kite
(Similar to that in
Figure 3)

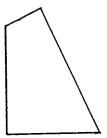


Figure 5
(Same corresponding angles to that of Figure 3)

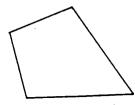


Figure 6
A kite as distorted from that in Figure 4

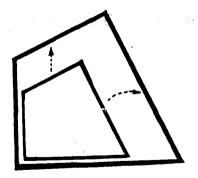


Figure 7
The corresponding sides of Figure 3
and Figure 4 compared pair by pair

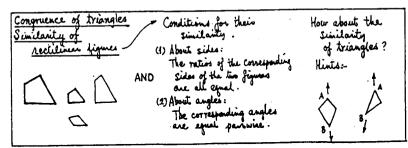


Figure 8 (Figures 9 & 10)
The final layout of the blackboard with accumulated teaching points on it. (Colour chalks were used where necessary.)

FRESH CLASSROOM IDEAS

Tse Ping Nam

(I) USE OF BISECTION METHOD TO OBTAIN EQUAL ROOTS OF AN EQUATION

The method of bisection has been widely employed as one of the iterative methods to approximate the roots of an equation. Though with a slower computational speed, this demerit has been offset by its simplicity to use as a tool for beginners. The principle underlying this method originates from one of the theorems on continuity:

THEOREM: If a function f(x) is continuous on the interval $a \le x \le b$ and if f(a) and f(b) have opposite signs, there is at least one value x_0 for which $f(x_0)=0$ where $a \le x_0 \le b$.

Therefore, by continual halving the interval, a better accuracy of the root \mathbf{x}_0 is achieved.

In addition, students will usually be reminded of two intuitive cases in which the method of bisection does not work. The first case is when a function has a discontinuity in the interval where its

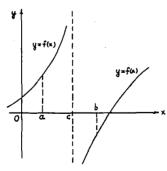


Fig. 1

value changes sign. As shown in Fig.1, f(c) is undefined implying that f(x) is discontinuous at x=c. As a result the equation f(x)=0 has no root between x=a and x=b even though f(a) and f(b) have opposite signs, thus showing that continuity throughout the interval is essential. The second case relates to an equation f(x)=0 which has equal roots, for then the values of f(x) do not change sign since the graph of the function y=f(x) touches the x-axis (Fig. 2a)

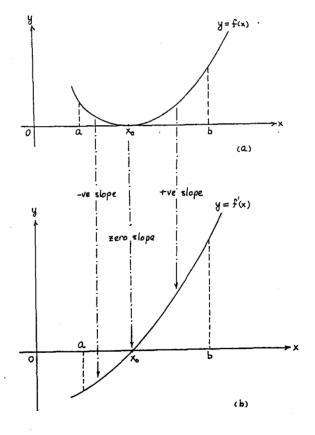


Fig. 2

However, a sketch of the gradient function f'(x) in Fig. 2b reveals an important property that if a function f(x) touches the x-axis at x_0 , and hence the equation f(x)=0 has equal roots, then the graph of its gradient function y=f'(x) must cross the x-axis at x_0 such that the values of f'(x) change sign across it.

Therefore the value of the equal roots of f(x)=0 can be obtained indirectly by applying the method of bisection to the gradient equation f'(x)=0. The following two examples show how it works.

Example 1: It is given that the equation $49x^4 + 84x^3 - 174x^2 + 44x - 3=0$ has equal roots around 0.14. Estimate the roots to three decimal places.

Solution : Let
$$f(x) = 49x^4 + 84x^3 - 174x^2 + 44x - 3$$

 $f'(x) = 196x^3 + 252x^2 - 348x + 44$
 $f'(0.13) = 3.44941$ and
 $f'(0.15) = -1.8685$

	Interval		Mid-Value (x)	Value of f'(x)
+	+	-	0.14	0.75702
0.13	0.14	0.15	0.14	0.19102
+	_		0•145	-0.56417
0.14	0.145	0.15		
+	+		0.1425	0•09433
0.14	0.1425	0.145	0.1429	0.09433

Interval			Mid-Value (x)	Value of f'(x)
+	_		0.1438	-0.24862
0.1425	0.1438	0.145	041430	-0124002
+			0.1432	-0.09047
0.1425	0.1432	0.1438	00.432	1107041

• the roots = 0.143 (3 d.p.)

Example 2: Find, to two decimal places, the root of $\sin 3x - \sin x + 2 = 0$, for $1.5 \le x \le 1.7$.

Solution: Let $f(x) = \sin 3x - \sin x + 2$ f(1.5) = 0.02497f(1.7) = 0.08252

These lead us to believe that the values of f(x) do not change sign across the root. That is, the graph of y=f(x) touches the x-axis. Upon differentiating f(x),

 $f'(x) = 3\cos 3x - \cos x$ and f'(1.5) = -0.70312

f'(1.7) = 1.26278

Interval			Value of f'(x)
+	+	1.6	0.29170
	+	1•55	-0.20784
	1.6 -	† † 1.6 1.7	1.6 1.7 - + 1.55

	Interval		Mid-Value (x)	Value of f'(x)
-	+	+	1.575	0.04204
1.55	1.575	1.6		,
1.55	1.5625	1.575	1.5625	-0.08296
-		+	1.5688	-0.01996
1.5625	1.5688 +	1.575	-	
1.5688	1.5719	1.575	1.5719	0.01104

• the root = 1.57 (2 d.p.)

To sum up then, if the graph of a function y=f(x)touches the x-axis at x_0 such that $f(x_0)=0$, and if f(x) is differentiable around x_0 , then the value of \mathbf{x}_0 can be found by applying the method of bisection to solve the gradient equation f'(x)=0.

(II) SUM OF ANGLES OF A CONCAVE POLYGON

Introduction

Every mathematics student should have come across two fundamental geometric theorems about finding the sum of the interior and exterior angles of a convex polygon. They are

THEOREM 1: The sum of the interior angles of a convex n-sided polygon is (n-2)180°.

THEOREM 2: If the sides of a convex polygon are produced in order, the sum of the exterior angles so formed is 360°.

However, most students are seldom taught of the applicability of these two theorems to a concave polygon. It is thus questioned: Would the theorems be independent of the types of polygon? If so, it would be highly advisable to demonstrate this property to students, who can then apply the theorems to any polygon, whether it is convex or concave. In this article, the proofs of the above theorems are briefly discussed, and their extension to a concave polygon will then be elicited and elucidated.

Proof of THEOREM 1

by the construction.

Generally, there are two different ways of finding the sum of the interior angles of a convex polygon.

METHOD 1: Fig. 1 shows a pentagon. Take any point 0 inside ABCDE and join it to each vertex, thus forming five triangles. Thus, for an n-sided polygon, there would be n such triangles obtained

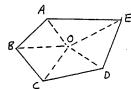


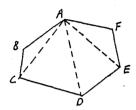
Fig. 1

Therefore.

sum of interior angles of polygon + sum of angles at O = sum of angles of n triangles

... sum of interior angles of polygon = $n(180^{\circ})$ - 360° = $(n-2)180^{\circ}$

METHOD 2: Fig.2 illustrates how a hexagon can be divided into 4 triangles. Accordingly, there would be (n-2) triangles formed if the polygon has n sides.



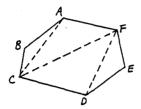
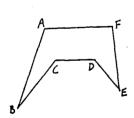


Fig. 2

Thus, sum of interior angles of polygon = $(n-2)180^{\circ}$

Extension of THEOREM 1 to a concave polygon

Fig. 3 illustrates two concave polygons ABCDEF. It seems it is not always possible to find an interior point 0 such that, when 0 is joined to each vertex, the polygon is divided into four triangles. Therefore Method 1 given above does not always hold for concave polygons.



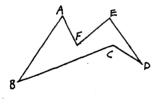
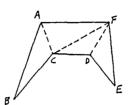


Fig. 3

However, as shown in Fig. 4, the method of dissection may seem to apply readily. Thus Method 2 would apparently hold for any type of polygon, giving the same result $(n-2)180^{\circ}$.



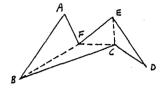


Fig. 4

A more rigorous proof has been developed and is presented in the following. This method is done by first reducing a concave polygon to a convex polygon, for which the angle—sum theorem can then be applied.

Consider a concave polygon with one re-entrant angle. In Fig. 5, \angle R₁ is the re-entrant angle. By joining A₃ A₄, the original

6-sided concave polygon
A1 A2 A3 R1 A4 A5 is
reduced to a 5-sided
convex polygon. It
can be seen that the
angle-sum of the
convex polygon includes

two extra base angles, /1 and /2, with the

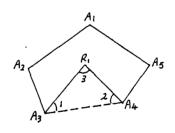


Fig. 5

re-entrant angle, \angle R₁, being excluded. So, before any generalization can be made, it is necessary to (i) relate the re-entrant angle to the base angles and (ii) determine

the number of sides of the reduced convex polygon from the original concave polygon.

$$/ 1 + / 2 = / R_1 - 180^\circ$$

Similarly it can be shown, for a concave polygon with two re-entrant angles, that,

in Fig. 6(a)
$$\angle 1 + \angle 2 = \angle R_1 + \angle R_2 - 2(180^\circ)$$

in Fig. 6(b) $\angle 1 + \angle 2 = \angle R_1 - 180^\circ$ and $\angle 3 + \angle 4 = \angle R_2 - 180^\circ$
such that $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle R_1 + \angle R_2 - 2(180^\circ)$

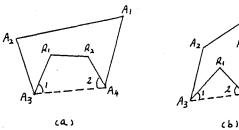


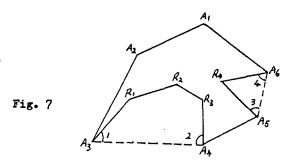
Fig. 6

with more practices, a general relation between the sums of re-entrant angles and the corresponding base angles is established:

sum of base angles = sum of re-entrant angles (number of re-entrant angles) 180°

with regard to the second point, it can be observed readily from Figs. 5 and 6 that the number of sides of the reduced convex polygon is equal to the difference between the number of sides of the original polygon and the number of re-entrant angles.

Let's apply the above concepts to a more complicated figure, as shown in Fig. 7.



Number of sides of the original concave polygon = 10

Number of re-entrant angles = 4

.*. Number of sides of the reduced convex polygon = 10-4

= 6

Then by Theorem 1

Sum of salient angles
$$+ \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$$

= $(6-2)180^{\circ}$ (1)

But

$$/1 + /2 + /3 + /4 = /R_1 + /R_2 + /R_3 + /R_4 - 4(180°) - (2)$$

Putting (2) into (1):

Sum of salient angles +
$$\angle R_1$$
 + $\angle R_2$ + $\angle R_3$ + $\angle R_4$
= $(6-2+4)180^\circ$

i.e. Sum of interior angles of the original polygon = (10-2)180°

Now, suppose a concave polygon has n sides with m reentrant angles. It should be noted that the original polygon would become convex if m=0. Then

Number of sides of the reduced convex polygon= n-m with angle-sum=(n-m-2)180°

i.e. Sum of salient angles + sum of base angles $= (n-m-2) 180^{\circ}$

Since sum of base angles = sum of re-entrant angles $m(180^{\circ})$

. *. sum of salient angles + sum of re-entrant angles $= (n-m-2+m)180^{\circ}$

i.e. sum of interior angles of the concave polygon $= (n-2)180^{\circ}$

It is thus proved that Theorem 1 also holds for any concave polygon.

Proof of THEOREM 2

Fig. 8 represents any convex pentagon ABCDE with its sides produced in order, such that all the exterior angles formed at each vertex are turned through in anticlockwise direction. At each vertex.

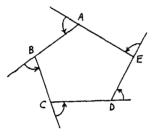


Fig. 8

interior angle + exterior angle = 180° Therefore, for any convex n-sided polygon, there are n vertices such that

Sum of interior angles + sum of exterior angles $= n(180^\circ)$

sum of interior angles = $(n-2)180^{\circ}$

sum of exterior angles = $n(180^{\circ}) - (n-2)180^{\circ}$

Extension of THEOREM 2 to a concave polygon

It should be remembered that an exterior angle is the angle between any side of a polygon produced in order and the adjacent side of the polygon. Therefore, the

exterior angles to the concave polygon as shown in Fig. 9 can be precisely located according to the above definition.

Let / A, = (interior) salient angle

 $/E_i = exterior angle$ corresponding to

/R; = (interior) reentrant angle

/ e; = exterior angle corresponding

Then $\angle A_i = 180^{\circ} - \angle E_i$ and $\angle R_i = 180^{\circ} + \angle e_i$ (3)

Fig. 9

Refer to Fig. 9 sum of interior angles = (6-2)180° (proved) i.e. $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 + \angle R_1 + \angle R_2$

i.e.
$$\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 + \angle R_1 + \angle R$$

= 4(180°) — (4)

From (3)
$$\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4$$

= $4(180^\circ) - (\angle E_1 + \angle E_2 + \angle E_3 + \angle E_4)$
and $\angle R_1 + \angle R_2 = 2(180^\circ) + (\angle e_1 + \angle e_2)$

On substituting these two expressions into (4), and after regrouping.

$$\angle \mathbf{E}_1 + \angle \mathbf{E}_2 + \angle \mathbf{E}_3 + \angle \mathbf{E}_4 + \angle \mathbf{e}_1 + \angle \mathbf{e}_2$$

$$= 2\angle \mathbf{e}_1 + 2\angle \mathbf{e}_2 + 360^\circ - (5)$$

i.e. Sum of exterior angles is greater than 360° However, it should be noted that all the \angle E, turn through anti-clockwisely while all the / e, clockwisely. So if a sign is attached to each exterior angle to indicate the direction through which it has turned, then upon rearranging the terms in (5),

$$\angle E_1 + \angle E_2 + \angle E_3 + \angle E_4 + (-\angle e_1) + (-\angle e_2) = 360^\circ$$

in which a positive angle signifies an anti-clockwise direction

The sign designation can be further simplified by assigning a positive value to the exterior angle corresponding to an interior salient angle and a negative value to the exterior angle corresponding to an interior re-entrant angle, i.e., \angle E_i is positive and \angle e_i is negative.

Therefore, it can be stated, using the latter designation, that

the <u>algebraic</u> sum of exterior angles = 360° Now suppose a concave n-sided polygon has m re-entrant angles.

Then

Thus it is proved that when the concept of exterior angle is extended to concave polygons, the algebraic sum of the exterior angles is still given by 360°. Indeed, it can be shown, by putting m=0 into the expressions, that the result for convex polygons is just a special case of (8).

Summary

This article has demonstrated that both convex and concave polygons have some common properties, and has

shown that the sum of the interior angles, as well as the algebraic sum of the exterior angles, of any polygon does not depend on the types of polygon.

The two angle-sum theorems can be re-stated as follows:

THEOREM 1: The sum of the interior angles of any n-sided polygon is $(n-2)180^{\circ}$

THEOREM 2: If the sides of any polygon are produced in order, the algebraic sum of the exterior angles so formed is 360°, with the exterior angle, corresponding to an interior salient angle, taken as positive.

Acknowledgement

I am very grateful to one of my students, LAM Kwok-kuen, as he was the one in the class to raise the problem, and demonstrated using the method of dissection that the theorem concerning the sum of the interior angles of a convex polygon also holds for a concave polygon. His effort has led to my further investigation into the problem and come up with the present article.

DO YOU KNOW?

30th International Mathematical Olympiad 1989 (30th IMO)

The 30th IMO was held from 13 to 24 July 1989 in Braunschweig, Federal Republic of Germany (West Germany). It is the second time for the Hong Kong Team to participate in this international mathematical competition. The performance of the Hong Kong Team was very encouraging. They had leapt a great step forward—having won 2 silver medals, 1 bronze medal and 1 honourable mention (Last year: 2 bronze medals and 1 honourable mention). Among the 50 participating countries, Hong Kong Team was ranked 17th according to the total score (Last year: 24th), better than all British Commonwealth countries like Canada (19th), Great Britain (20th), Australia (22nd), India (25th) and New Zealand (33rd). Our heartfelt congratulations!

Members of the 1989 Hong Kong Team were
TAM Ting-kin, CHAN Kai-pak, CHIU Shin-yeung, MAN Lai-chee,
YAU Shuk-han and CHOY Shu-hung. They were selected from 246
Secondary 5-6 talented students of 62 schools in a Selection
Contest. (Please note that they were not selected in the
Hong Kong Mathematics Olympiad)

Hong Kong Mathematics Olympiad (HKMO)

The Heat Event of the Sixth HKMO was held on 10 December 1988. Two hundred and six (a new record) secondary schools had participated in the competition. Among them,

forty schools with the highest scores had been selected to take part in the Final Event which was held on 28 January 1989. The results were extremely satisfactory. The Champion was King's College. The 1st Runner-up was Ha Kwai Chung Government Secondary Technical School and the 2nd Runner-up was Queen's College.

In order to promote the Seventh HKMO, a Poster Design Competition was also held. There was a total of fifty-four entries. The Champion was TANG Sau-mei (Jockey Club Government Secondary Technical School). The 1st Runner-up was YONG Koon-wan (St. Stephen's Girls' College) and the 2nd Runner-up was KWAN Wing-kai (Queen Elizabeth School).

The Seventh HKMO was scheduled to be held on 9
December 1989 and 20 January 1990. The response from school
was very good.

Statistical Project Competition for Secondary School Students

The aim of this competition is to provide an opportunity for students to apply their statistical knowledge to real situation and hence to help promote students' interest in studying statistics.

The results of the 1988/89 Statistical Project Competition were as follows:-

- (A) Junior Section: 1st Prize, Diocesan Boys'
 School; 2nd Prize, Belilios Public School, 3rd
 Prize, King's College.
- (B) Senior Section: 1st Prize, Wong Tai Shan Memorial College; 2nd Prize, Queen's College; 3rd Prize, Kwun Tong Government Secondary School.

The 1989/90 Competition is in progress. The results

An English-Chinese Glossary of Terms Commonly Used in the Teaching of Mathematics in Secondary Schools (Supplement)

The First Draft of the Supplement prepared by the Curriculum Development Council has been issued to all secondary schools in November 1989. This glossary is intended to facilitate the wider use of Chinese as the medium of instruction in 6th Form Mathematics as well as Secondary 4-5 Additional Mathematics. A similar glossary which is mainly for Secondary 1-5 Mathematics had already been issued to school in 1988. These two booklets are often used together.

1988-89 School-based Curriculum Projects

School-based curriculum projects refer to projects developed by school heads and teachers to suit the curricular needs of the pupils in their respective schools. It is considered essential for the projects to serve the purpose of complementing or supplementing the centrally designed curriculum.

In 1988-89, one project related to mathematics learning had been developed, tried out and chosen for exhibition. The project title was "Learning of Geometry at Primary Level through the Use of the Computer". Its main purpose was to prepare some computer-aided learning softwares for teaching the properties and relations of lines, angles, surfaces and solids, allowing pupils to work in a "trial-and-error" and self-correcting manner. The project designer was Ms. LAI Po-yin of PLK Chee Jing Yin Primary School (AM) and she had been granted an award and the production expenses.

FROM THE EDITOR

I would like to express my gratitude to those who have contributed articles and also to those who have given comments and suggestions. Do you notice that in this issue the layout of the articles printed in English makes reading more comfortable than that in the past issues? This is one of the changes in response to readers' opinions.

The SMN cannot survive without your contribution. Therefore, you are cordially invited to send in articles, puzzles, games, cartoons etc. for the next issue. Anything related to mathematics education will be welcome. We particularly need articles on methodology, fresh classroom ideas and experience sharing. Please write as early as possible:

The Editor,
School Mathematics Newsletter,
Mathematics Section,
Advisory Inspectorate,
Education Department,
Lee Gardens,
Hysan Avenue,
Hong Kong.

For information or verbal comments and suggestions, please contact the editor on 5614364 or any member of the Mathematics Section on 8392488.