

SCHOOL MATHEMATICS NEWSLETTER

S

R

S

R

S

R

S

R

S

R

S

R

SCHOOL MATHEMATICS NEWSLETTER

# 學校數學通訊

# SVMN



Published by

Mathematics Section, Advisory Inspectorate

Education Department, Hong Kong. 1991

香港教育署輔導視學處數學組出版 一九九一年

# 10

香港教育委員會  
Education Department  
Polytechnic, Secretariat  
University of



Please ensure that every member of your mathematics staff has an opportunity to read this Newsletter.

The views expressed in the articles in this Newsletter are not necessarily those of the Education Department, Hong Kong.

# IN THIS ISSUE

## 1 FOREWORD

- 3 從建立合作關係中推展科務工作 草埴
- 9 一個鼓勵學生自學數學的古老方法 凡夫
- 13 參與校本課程後記 趙汝祥
- 15 ON SCHEME OF WORK MAC
- 20 FROM ISBN TO CHECK DIGIT Pi
- 23 ETV MATHEMATICS PROGRAMMES FOR JUNIOR SECONDARY LEVELS General
- 28 近十年來多個國家與地區  
小學數學教育發展初探 許國輝

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 40 自擬應用題的教學             | 梁易天 |
| 47 小學數學科校本課程經驗談         | 黎寶燕 |
| 51 從軸對稱到旋轉對稱            | 芬   |
| 60 淺談一年級長度的教學           | 基   |
| 65 透過數學遊戲學習使用計算機        | 添   |
| 70 反傳統的減法計算             | 劉應泉 |
| 74 PASTIMES             |     |
| 77 FOR YOUR INFORMATION |     |
| 80 FROM THE EDITOR      |     |

## FOREWORD

This is the tenth issue of the School Mathematics Newsletter. As in the previous issues, we have included in this Newsletter a number of contributions from practising teachers who wish to share their experiences and ideas with others on school mathematics teaching. These not only relate to classroom practices but also to experiences in organizing the mathematics panel and in developing school-based curriculum projects.

In this issue there is an article on a view of the development of mathematics education in other countries and territories, and there are also some recreational "Pastimes" items, as well as a further article on "Check Digit" which already appeared in SMN Number 9. Towards the end, readers will find a section on "For Your Information" which in fact is of the same nature as "Do You Know" in previous issues, and again aims at conveying some up-to-date information on activities that the readers may be interested to know.

I do hope that readers will again find the contents both interesting and informative. I would like to thank all those who have contributed articles to this issue and to thank my colleagues who have helped towards preparing the final production of this SMN; their efforts and contributions are very much appreciated.

C. P. Poon

Principal Inspector (Mathematics)

## 從建立合作關係中推展科務工作

草埜

開場白

在很多學校裏，形式上的科務制度是存在的；但礙於種種原因，部份是未能有效地發揮其應有的功能。事實上，很多教師都是在缺乏支持和指導下單幹。筆者有位朋友在一所名女校任教，她從來不知道參考書放在那裏，她唯一知道的是每年只需開一次科務會議。另一方面，有些教師卻抗拒監察，表面上是教師的專業自由和個人風格應被尊重，骨子裏卻可能是互不信任，甚或是缺乏自信的表现。在這種情況下，同科教師若要談甚麼合作、切磋，便只好看看大家的緣份了。在許多事情上，科主任也只能自說自話，更壞的是，同事都抱着「互相尊重」，「互不干涉內政」的原則做事。正所謂：「無驚無險，又到四點」。這豈不是非常無奈，十分可悲嗎？

本文要探討的不是「數學科主任的職務是甚麼？」（若有需要，同工可參閱教育署輔導視學處數學組編定之有關科主任職責一系列資料和指引。）因為這不只是應做甚麼，而是如何做的問題。本文嘗試談的是「從建立合作關係中推展科務工作」。這篇不是甚麼管理學論文，因此裏面沒有任何理論，有的只是筆者一些個人的看法，膚淺的經驗，並一些觀察和反省。在這裏拋磚引玉，希望同道指正。

知彼知己

首先，我們都知道任何既定的目標和計劃都須要透過同工去執行。若他們成功，你便成功。若他們失敗，你亦要負上責任。因此，科主任必須總結目前科內形勢，是嚴峻，還是大好？必須分析和估計下列各項：

- 一、每個同工的 (i) 優點和缺點
- (ii) 性格特徵和需要
- (iii) 對工作的期望和投入程度

二、同工間的矛盾

三、同工對你的領導作風之評價

四、你個人的長處和短處

所謂「知彼知己，百戰百勝」，是千古不易的道理。任何機構或部門裏，都有自己的「組織文化」(organization culture)。這是指該組織的屬員如何理解這個組織的工作目標，賞罰制度，上司的好惡，同事之間的友善程度，以至工作熱誠等等。「組織文化」是經過長年累月所形成的，而且會對整個部門的表現有所影響。科主任當然能對這「組織文化」的形成起着很大的影響。

有樣學樣！心想事成？

若一位科主任被同工「定性」為無甚要求，得過且過的話，那麼，他們的工作熱誠也會備受影響。有原則的只好潔身自愛，默默工作；存心混飯吃的，則樂得有斯「好人」科任。反之，若一位科主任是充滿幹勁，熱情投入，身先士卒，關心同工，則他的同工也不敢怠慢。

同一理由，科主任除了要對其同工有充份的了解外，必須相信他們是有諸般的長處，或是有些潛能和才華是你未有發覺的。若科主任時常抱怨他的同工無能，做事馬虎，不肯合作，教學無方……那麼，希望科務能有所進展，可說是妙想天開了。

甜言蜜語

其實，教師和學生一樣，是十分需要別人的鼓勵、肯定和嘉許，尤其是從科任或校長而來的。常言道：「做是三十六，不做也是三十六」。因此如何去提高同事的工作熱誠和士氣成了科主任一項十分重要的工作。欣賞和稱許是永遠不會太多的。也許我們已太習慣批評學生的錯處，以致忽略了留意同事在工作裏所花的心思和力氣。

教書是一門很特別的工作，沒有一種客觀的標準可以準確量度教師的工作成效。學生成績優良未必是老師之功，成績差劣也不一定是老師不盡責之過。可惜，很多校長們只重視學生的成績表現，而忽略了學生是否有進步。因此，不少教師在心底裏十分抗拒任教程度低劣的班級。作為科主任的你，既然明白不同學生的學習能力是有差異；便不應隨便簡單地就學生成績表現去評價個別同事的表現。相反，你應加倍留意那些任教「差班」的同事所付出的努力，多加表揚。

不可含怒到日落

科主任切忌在雞蛋裏挑骨頭，要記着保持合作關係是十分重要的。這樣說，不是叫大家「視而不見」，「有錯不改」。乃是我們必須明白，教師一般都很重視別人的尊重，尤其是當他們的專業知識或地位可能受到挑戰的時候。筆者曾親眼目睹有些科主任和他的同工就如何擬定試題而發生爭執，結果不歡而散。我們亦會不時聽到一些老師埋怨他們的科任諸般挑剔，目的只在顯示他們權威，在報復……面對這些批評，科主任首先應檢討自己某些行動的動機。是否真的懷有報復的心態？若是問心無愧，那麼除了對那些攻擊一笑置之外，我們還要反省為何你們之間會這樣對立。筆者認為科主任主動重建那些破裂了的工作關係是十分重要的；最少，我們不能讓那些情況繼續變壞。否則，到頭來受害的只會是你們雙方，甚至可能連累學生們呢！

人誰無過，不亢不卑

也許有人會說：「幹嗎這樣低聲下氣。我們當科任的權威何在？這窩窩囊，別人怎會服從你的領導呵！」我想是時代變了，人們對權威的理解也變了。況且，學校本來便不是軍隊，也不是商業機構，當中沒有一種清楚的權力關係，不是一種發施和執行命令的關係。同時縱或如何不負責任，也不能立即給他「大信封」。很多事情都要靠互相合作、協商來完成的。「拍牌頭、挨義氣」是我們常用的方法。動不動「擺上司款」只會招來有令不行的情況。常言道：「上有政策，下有對策」，身為科任的你應是最明白這個道理的。

再者，科任若能承認和接受自己也有不足的地方，也會犯錯的話，可能更能取得同工的支持。當然，我們斷乎不可事事犯錯，然後認錯來博取同事的可憐呢！

臨事時適當地持守原則和靈活變通是一個成功科主任必備的質素，而且他必須是盡量公平、公正。絕不能讓別人誤會你只是對那些有影響力的人才唯唯諾諾，卻對一些小人物的意見置若罔聞。請記着：「快快的聽，慢慢的說」。

手拉手，拍牌頭

某次教署督學和筆者談當科主任之道時說：「要留意和同事建立良好的關係，有空要多多聯誼，喝茶打球是有益和有建設性的。不要只顧開會，談公事……」回想起來，頗覺有其道理。事實上，人是具有各種不同的需要。按照馬思勞(Maslow)所說，人的需要包括：生存、安全、歸屬、尊敬和自我實現。除了家庭以外，大概我們花得最多時間的地方要算是學校了。在這裏，正正是我們的「歸屬需要」和「尊敬需要」可以獲致滿足的地方。若我們未能藉着工作的關係而和一些同事建立一份真誠的友誼，相信會是十分可惜的。今天在這個廿世紀末的時期，人與人之間的疏離感已到了一個令人窒息的地步。如果我們一方面教導學生如何與人相處合作；另一方面卻不時和同事發生磨擦，以致事事針鋒相對，或如同陌路人般，豈不是很諷刺嗎？

心思思，有件事……

猶記得自己初出道的時候，心情總是患得患失，很想向別人請教，例如課室管理技巧，如何備課、如何提高學習氣氛、那些參考書較為合適等等。難題雖多，卻不敢向科主任請教，因為他老是十分忙碌和嚴肅，怕會阻礙他的工作，又怕影響自己在他心目中的印象。那種求助無門的心情，到現在還記憶猶新。

對於一般新同事來說，尤其是那些第一次工作的，面對一個陌生的環境，最重要是有被接納的感覺。在這方面，我認為科主任是可以發揮一定的作用；誠意的關心、善意的指導，相信大部份新同事都不會拒絕的。

不過，我們要注意，時代的確已經變了。現今的「新鮮人」似乎比較強調自己的「獨立思考」能力，對別人的忠告和意見，都不大感興趣。他們有些會「眼高手低」，認為人家的方法一定是落伍，行不通，而且還是做成學生不感興趣和成績低落的原因呢！另一方面，又有些「新鮮人」會忽略了學生的程度，往往擬題過深，以致學生測驗成績奇差。也有些新教師爲了和學生建立那種「和諧」的師生關係而反被學生「操縱」，弄得課堂秩序大亂。

面對以上情況，科主任可以怎樣做呢？我認為最好是防患未然，但若果人家不接納你的忠告，就讓他們碰碰釘，卻不可令他們誤會你在嗤笑他們。相反，你可用溫柔的態度，向他們介紹其他同事的成功經驗，希望他們能有所覺悟。當然，科主任更可以安排一些經驗交流會或工作坊，藉著經驗老師的分享，讓其他經驗不足的「新鮮人」可以「偷橋」，同時營造一種「尊重經驗」的傳統，相信對那些較年長的同事來說，也是挺好的。

還有一點值得注意的是：經常保持幽默感。須知道「喜樂的心乃是良藥」，幽默能使人在困難中解圍；而且製造良好的氣氛。當大家工作了一整天，已累得死去活來的時候，如果有個適時的笑話，常能令大家精神為之一振。因此，有時拿自己來開玩笑，樂己樂人，相信定可活力生津，扶危解困，也可打破許多隔膜。

#### 結語

也許大家都會同意，一般教師都有頗為複雜的情意結。同事間的關係也十分微妙，而學校的環境又是這樣的擠迫，人人都整天在忙這忙那。要在這不利的情況下，領導一班各有才華而性格各異的同事去有效地完成目標，實在是件不簡單的工作。正因如此，科主任的責任變得更為重要。從前，一般的科主任都沒有接受管理學的訓練。現在也許是有關當局正視這個問題的時候了。筆者並不認為普通的管理理論會完全適合學校環境。但畢竟一些相關的課程都有一定的啓示作用。但願有更多有心從事這方面的研究。

註： 本文作者乃現職教師

## 一個鼓勵學生自學數學的古老方法

凡夫

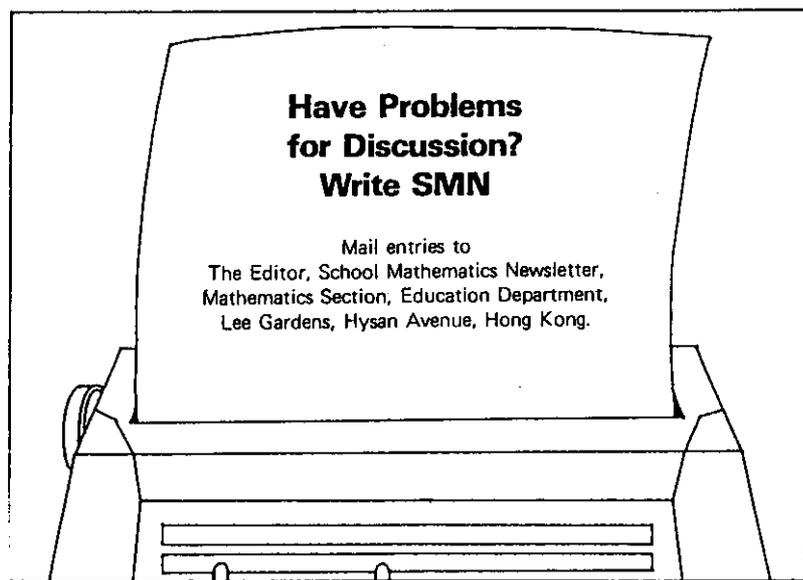
本人是一個普通的數學科老師，在一間普通的中學任教，所教的是一群普通的學生。他們的一般水準只屬於中下級，間中只有兩三個較為突出，所以在每次的科務會議都有很多數學老師抱怨學生的成績不好。年資較深的老師時常勸解年資較淺的老師要多用些耐性，多些鼓勵學生，或採用一些較為活動的方式施教；這樣既可增加學生的學習興趣，亦可使老師於施教時較得心應手。但是有些學生的基礎實在太弱了，許多時候連最基本的計算，公式或概念也弄不清楚，故此做堂課或家課時便經常遇到不少困難。很多老師對那些上課用心，但基礎較弱的學生，都希望能給予一些額外的幫助和輔導，但是礙於時間的限制，致令效果不大，故此若然可找出一些方法去協助學生自學或會解決一些問題。

老師一般都相信多做練習題會對學生的解題能力及概念理解有莫大的幫助，所謂「The best way to learn Mathematics is to do Mathematics」，因此，在科務會議上，有些老師便提議嘗試製作一些習題卡（可以圖書館所採用的目錄卡製作，此等卡紙在一般文具店有售，價錢大約五元一百張，各樣顏色也有），卡的一面寫上問題或題目，背面則寫上解答的步驟，答案等。這意見一經提出，有些老師便聯想起「programmed learning」等的自學形式的教材，事實上，這提議並不是什麼創舉或發明。老師們



有部份老師詢問學生對習題卡的意見，總括來說，他們都覺得不錯。有一個學生的回饋使我頗難忘記，他說：「將此學習方式變通一下便可應用在另一科目去，如文學科是需要記憶作者的生平事跡、作品等，如將那些作者的生平等抄在一張習題卡上，一個作者一張，串成一疊，放在褲袋中，便可隨時隨地取來閱讀、背誦，相當方便；一則抄一次已能加深印象，二則方便過翻閱書本，三則也可以與同學交換或留給弟弟用。真好！」我聽完後，不覺內心有一份喜悅。各位同工們，你們的意見如何呢？

註： 本文作者乃現職教師



## 參與校本課程後記

趙汝祥

很高興能有機會在此介紹一些有關西貢崇真中學於上一年度參與數學科校本課程計劃之進行情況。

首先引出為何我們會參加此項計劃：我校領導人（現已離校）對此項計劃抱有興趣，因此建議我們參加；且說自決權由數學科同事決定，但他很希望我們會參與。就是這一句「希望」，我們便報名嘗試。這件神聖任務便由我們五位老師負責。

就着本校擁有的以下難得條件：

- (1) 佔有空闊非常大的校舍；
- (2) 每位同工都有不同的專長，樂觀並對教學抱有信心；
- (3) 一位思想開明的校長，以精神支持這計劃；
- (4) 校內設有木工及電腦室可供該計劃之用。

經數次商討，我們便決定以中一級的學生為對象，課題為坐標學。因中一課程較有彈性，而坐標學這課題對剛從小學升上來的同學來說是略為陌生的，需要的基礎知識較少，故此在推行這計劃時能較易控制。

我們明白若要進行得順利，首先要設計一些創新而吸引人的教具：經過多番努力，老師與同學們便合力造出下列的精品：

- (A) 大磁力坐標板；
- (B) 商場大模型（透過此教具，同學了解坐標的寫法，以 X 爲先，Y 爲後）；
- (C) 鐵絲網製之大坐標板；
- (D) 刻上坐標的西貢區域圖；
- (E) 斜度活動木板。

計劃中的實質活動，分三處地方進行：

- (1) 電腦室：（有關的軟件如「蘋果棋」，「在螢幕測試坐標題」等均由同學設計）在此室上課，同學可享受電腦遊戲的樂趣，並不自覺地對點與坐標有了聯通。
- (2) 課室：以活的手法教學，輔以特製的教具，讓同學輕鬆地了解坐標法。
- (3) 陰雨操場：預早在地上刻上有顏色的方格，每格爲丁方呎半，由老師帶領同學進行針對課題而設計的分組趣味性遊戲比賽。

是次參與這校本課程計劃，得益良多，概括來說，以下列兩點尤爲特出：

- (1) 老師與學生合作機會多，大家一齊動手製作教具，無形中加強了彼此的了解，減少隔膜，對同學學習來說是非常有利的；
- (2) 以遊戲加強學習，不依賴強記，使學生對數學的接受程度能有所提高。

筆者在此拋磚引玉，還望各同工能就同學們所需，積極地爲他們設計並試行一些類似的校本計劃，俾數學教學能更多樣化。

註： 本文作者乃現職教師

## ON SCHEME OF WORK

MAC

What would you do if you were a fresh graduate and you were going to take up the responsibility of teaching Mathematics or even Pure Mathematics in a secondary school? Your answer may be studying the textbooks carefully and getting some information about the ability of the students from the Mathematics Panel Chairman or senior teachers in your school. If you were going to teach Mathematics, you would, as well, study the "Syllabus for Mathematics (Forms I - V) 1985" prepared by the Mathematics Subject Committee (Secondary) of the Curriculum Development Committee, Hong Kong. If you were going to teach Pure Mathematics, your task would be much difficult. You would have to study the Advanced Level Examination Syllabus and the Pure Mathematics Question Papers of the past five to ten years. Yet, after all these hard work you might get only a rough idea of what topics should be included and how deep you should teach.

If this is the case, you would be a teacher on your own. You would do the same wrong things as everybody would do. You may find that the depth of treatment of some topics in the textbook is not enough. Some of the exercises in the textbook

are not quite well graded. However you would not have enough time to issue supplementary notes or supplementary exercises because you have already started those topics. Actually, it is the responsibility of the Panel Chairman and senior teachers to help the new teachers, but how? How can the precious experience of the teachers be stored for future reference?

As a Panel Chairman, you have to collate the topics included, set the sequence of the topics, decide on the depth of treatment of each topic, the amount of exercises and, of course, define the teaching objectives. However, you have also to allow a large degree of flexibility because different teachers may have different teaching style and different students may have different standards. Thus you have to allow and even encourage your colleagues to use their own teaching methods and approaches.

One of the solutions to the above problems is to establish a good scheme of work and use it properly. A scheme of work should be prepared for each subject and each form. It should include the name of school, subject, number of periods per cycle/week, list of textbooks and subject teachers, etc. as heading.

For the heading of each unit, the unit number and the title or the basic content should be stated.

In the first column a date, cycle number, or week number should be put. This gives reference to the teacher on the time when the unit is taught.

The second column should contain objectives of the unit. Objectives should be set basing on the teaching or examination syllabus and the ability of the students of your school.

The third column should show the detailed content

section by section. The sequence of the sections should be arranged in a logical order to achieve the objectives stated in column 1.

The expected number of periods spent on each section should be placed in the fourth column. Furthermore, teachers may note down the actual number of periods used for each section.

The heading for column five is "Notes on Teaching". Suggested teaching methods or approaches can be written there. Weaknesses of the students in learning this unit, their common mistakes and any other important points should also be mentioned there.

The sixth column is intentionally left blank for teachers to write down their own remarks. The difficulties that the students actually faced, other teaching methods and approaches, the common mistakes that the students made, etc. are important information for improving the teaching method in in the future

The seventh column contains the suggested amount of homework and/or teaching aids available in your school.

If your school does not have a set of such detailed scheme of work yet, it seems difficult to write a complete set for use in the next academic year. However, the sequence of topics taught in each subject and each level is already set. The sequence is based on the textbook, the syllabus and the general profile of the students' abilities . Basing on this sequence, the responsibility of drafting the scheme of work for a specific level should be shared among teachers teaching students at this level. For S.1 to S.5 Mathematics, the syllabus prepared by the Mathematics Subject Committee of the Curriculum Development Committee is a very good reference. For

Certificate Level Additional Mathematics and Advanced Level Pure and Applied Mathematics, the drafting of the scheme of work is quite a difficult task. In order to standardize the style and to maintain the continuity of the units, Panel Chairman and teachers responsible for drafting should meet constantly to discuss such matters.

After the set of schemes of work has been written, the maintenance of the scheme of work is also an important task. Besides writing new suggested methods, students' common mistakes, students' common difficulties in learning respective units and the number of periods actually used in the personal copy of the scheme of work, teachers who teach the same level should meet after completing two to three units to discuss the scheme of work. Form coordinators would be responsible to convene and conduct such meetings. They should also lead the discussion on the sequence of sections and units, the unit objectives, the teaching methods and the necessity of producing or buying teaching aids for specific units. The collected information and the results of discussion should be written in the Form Coordinator's copy. Where necessary, urgent matters should be raised by the Form Coordinators in the next Panel Meeting. Panel Chairman should collect all the Form Coordinators' copies at the end of the academic year to review the schemes of work for the next academic year.

In using such a set of schemes of work, precious experience can be retained. New teachers or teachers newly appointed to teach a certain level need not spend so much time in exploring the general profile of the abilities of the students and the requirements of the public examinations.

Note: The writer of this article is a practising secondary school teacher.

Scheme of work (1988 - 89): F.7 Applied Mathematics

Number of periods per cycle: 7

Textbooks: A First Course in Numerical Analysis --- William Lo (Bondman)

F.7 Applied Mathematics

Unit 1

Statistics and Probability --- Hodge and Seed (Blackie & Son)

P-1

| Cycle | Unit No. | Basic Content/ Objectives  | Detail Content          | Time Ratio | Notes on Teaching  | Remark (for evaluation)                | Teaching Aid |
|-------|----------|--|-------------------------|------------|--|--|--------------|
| 1     | 1        | Differential Equations   | 1.1 Introduction        | 4          | Students are to be taught the different situations from which differential equations can arise. As an introduction, teachers may refer to the simple harmonic motion with which the students were familiar. As examples, teacher should set up D.E.s from physical problems involving viscosity, elastic string and angular momentum problems. The terms ordinary differential equation, order, homogeneous and non-homogeneous should then be introduced. | Language difficulty may be encountered |              |
|       |          | Objectives:<br>(1) To recognize different types of differential equations.<br>(2) To understand the concept of general solution of a D.E.  |                         |            |  |  |              |
|       |          | (3) To acquaint the technique of solving separable, 1st order and 2nd order D.E.s.<br>(4) To set up D.E.s for various physical problems and apply the techniques of solving D.E.s. | 1.2 Separable Equations | 8          | As an introduction, teacher may guide the students to solve an differential equation of the form $y' = f(x)$ using a difference table.   | Computer simulation is very helpful    |              |
|       |          |  |                         |            | $\begin{array}{c} x \\ \cdot \\ x_0 + t \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} y \\ \Delta x \\ y_0 + t \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} t \\ t \\ t \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} t \\ t \\ t \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{c} y = 4xf(x) \\ t \\ t \\ t \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array}$                          |  |              |
|       |          |  |                         |            | From this, we can obtain the solution $y(x + \Delta x) = y(x_0) + \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} f(x) dx$   |  |              |
|       |          |  |                         |            | by a limiting process. The students should also be able to understand that the solution depends on the initial conditions $x_0, y_0$ . Hence, the students should understand the concept of general solution of a D.E. By applying the technique of integration, the students should also be able to obtain the general solution of the above D.E. by integration.   |  |              |

## FROM ISBN TO CHECK DIGIT

*Pi*

Books published after 1968 born a number called ISBN (The International Standard Book Number). It is used to identify one title, or edition of that title if there is more than one, from one publishing area or language group, and one specific publisher within that area or group.

Every ISBN has four parts and except the last part, they can be of different length (e.g. 0-582-84223-9). The first part '0' is the 'group identifier'. It identifies the language group of the country in which the book is published. In the example, the '0' tells us that the book is published in an English-speaking country. The second part '582' identifies a specific publisher within the group; the third part '84223' uniquely identifies one title or edition of that title on the publisher's list. The fourth and last part '9' is a mathematical device called the "check digit".

Assume that the ISBN system has a format represented by

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10}, \text{ the digits are so chosen that}$$

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 + 7a_7 + 8a_8 + 9a_9 + 10a_{10} = 0 \pmod{11},$$

$$\text{or } a_{10} = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 + 7a_7 + 8a_8 + 9a_9 \pmod{11}.$$

Let us verify the check digit in the above example, thus :

$$\begin{aligned} a_{10} &= 1 \times 0 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 2 + 5 \times 8 + 6 \times 4 + 7 \times 2 + \\ &\quad 8 \times 2 + 9 \times 3 \pmod{11} \\ &= 163 \pmod{11} \\ &= 9 \end{aligned}$$

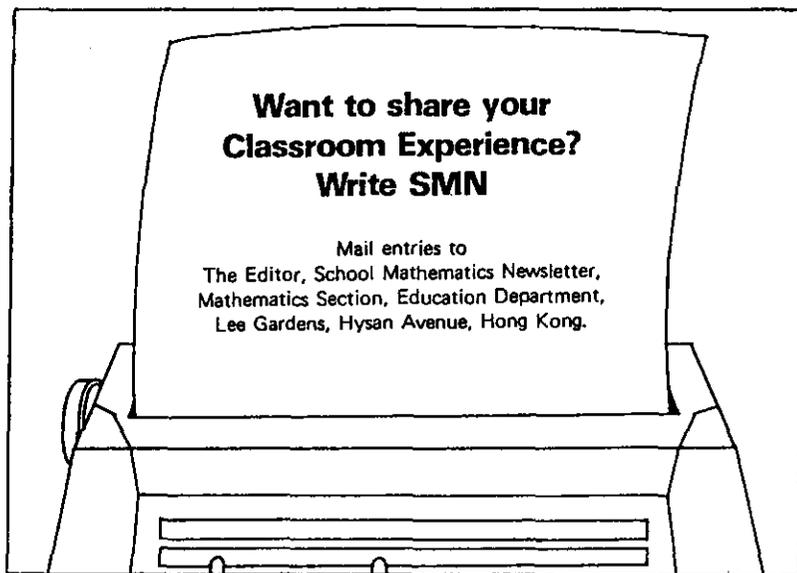
If the check digit happens to be 10, the letter 'X' is used to maintain the ten-digit length.

In this connection, it is a good idea and also a good activity to ask your pupils to refer to some textbooks and then draw up a list containing details like the book title, the publisher, the ISBN and the place of publication :

| <u>Book Title</u>                           | <u>Publisher</u>                | <u>ISBN</u>   | <u>Place of Publication</u> |
|---|---------------------------------|---------------|-----------------------------|
| Technique of Mathematical Analysis          | Unibooks (Hodder and Stoughton) | 0-340-116412  | UK                          |
| The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics | Van Nostrand Reinhold           | 0-442-22646-2 | USA                         |
| Mathematics for Hong Kong                   | Canotta                         | 962-19-1104-4 | HK                          |
| Secondary Mathematics                       | Canotta                         | 962-19-1205-9 | HK                          |
| New Way Mathematics 1                       | Manhattan                       | 962-7144-86-X | HK                          |
| New Way Mathematics 2                       | Manhattan                       | 962-7144-87-8 | HK                          |
| New Way Mathematics 3                       | Manhattan                       | 962-7144-88-6 | HK                          |
| π 和 e                                       | 商務                              | 962-07-2007-5 | HK                          |
| 數學歸納法                                       | 商務                              | 962-07-2061-X | HK                          |

Assistance to pupils may then be given to guide them to organize and to interpret the data collected before introducing the intrinsic structure of the ISBN system and on the significance of the check digit.

\*Note : Readers are advised to refer to SMN 9, p.88 the article 'From Identity Card to Check Digit' by the same writer for the function of the check digit.



## *ETV MATHEMATICS PROGRAMMES FOR JUNIOR SECONDARY LEVELS*

*General*

### I. The ETV Mathematics Programmes for Junior Secondary Classes

ETV mathematics programmes intended for junior secondary classroom use began in September 1976 with the provision of Secondary One programmes and extension to cover all junior secondary levels completed in 1978. Since then ETV mathematics programmes have attracted a large pupil audience.

ETV programmes, which are designed to combine instruction and entertainment, aim to complement and supplement the work of teachers in classrooms, but are by no means a substitute for teachers.

ETV mathematics programmes fall into two main categories, namely, the curriculum-based and the enrichment-based programmes. There are at present forty-eight ETV mathematics programmes produced for the three junior secondary levels with sixteen programmes for each. The titles of these programmes are listed in the appendix.

Teachers' notes for use with ETV programmes are available to provide information on the programmes and suggestions

for preparation and follow-up activities.

## II. Some factors that may affect the effective use of ETV

Although many teachers find ETV mathematics programmes very helpful, there are still some who from time to time are worried by one or the other of the following factors :

1. Recording, previewing and arranging for showing is time-consuming and complicated.
  2. The schedule of broadcast is inflexible and does not necessarily match the schedule of actual teaching in schools.
  3. The programmes may not be appropriate for them.
  4. There is insufficient time allocation to cover even the basic syllabus.
  5. The pupils play a passive role in viewing.
  6. The programmes do not take individual differences into account.
  7. The conventional means of instruction is alright.
- Why ETV?

Despite these factors, ETV as a teaching medium can be equally effective as the conventional means of instruction and pupils can learn at least as well from ETV lessons as they do from ordinary classroom instruction. In fact, it may be said that ETV programmes have an advantage over the conventional instruction in the following aspects :

1. They can provide effective motivation, do much to arouse and sustain pupils' interest.
2. They provide animation—the creation of illusion of motion. In some aspects of mathematics, motion contributes to clarification.
3. They add variety to teachers' teaching and provide a dramatic impact not easily obtained in another way.

4. They afford a way of bringing to pupils in the classroom experiences that could not be otherwise theirs i.e. they bring outside classroom experiences into the classroom.
5. They can generate considerable interest in subject matter. This is particularly true of those enrichment-based programmes which aim at broadening the scope of knowledge beyond the definite curriculum framework.

Teachers' worries as mentioned can be removed because :

1. Teachers usually have to do some kind of preparation before teaching conventional lessons. The preparation for ETV lessons may imply additional work, but in view of the possible enhancement in teaching effects, they will find their extra efforts rewarding and very much worth the while.
2. The inflexibility of broadcast schedule and the matching of actual teaching schedule in schools should not pose a problem since there are recording facilities available in all secondary schools using ETV.
3. As for appropriateness, teachers may exercise their own discretion based on their intimate knowledge of the standard of their pupils to select those programmes or programme segments that suit the level of their pupils.
4. The ETV medium excels the conventional teaching in the teaching of some mathematics topics. Teachers may select those useful programmes or programme segments to improve the teaching of those hard-to-teach topics and in this way the pupils can benefit even more.
5. During viewing, pupils may learn to carefully take

notes and jot down questions, to be put forward for discussion in follow-up session. In this way, pupils feel responsible for their own learning to a greater degree and their skills of listening, concentrating and taking notes are sharpened.

6. As every pupil is presented the same material at the same rate during viewing ETV, it is here where the teachers can make a contribution. They can provide for the individual differences in the follow-up session of the lesson.
7. The conventional means of instruction is undoubtedly alright, but ETV programmes can do much better in some aspects of mathematics teaching. It is therefore worth a try.

All in all, it is obvious that ETV programmes are of great educational value if properly utilized.

### III. Some suggestions for consideration

Since every ETV programme lasts only twenty minutes, some teachers, especially those following a tight time schedule, may not be able to afford this length of time for viewing the complete programme. There are others who may find some portions of ETV programmes doing excellent jobs in illustrating certain key points or topics in mathematics, far better than the teachers can do otherwise.

In these cases, teachers may do some editing work to combine the useful segments into a single cassette tape with records of counter readings or time durations indexing the various portions. Or they may simply play the relevant portions for viewing in class. These ETV programme segments are used as a teaching aid to enhance teaching efficiency.

Since most schools are provided with ETV facilities and ETV programmes are such powerful and readily available teaching aids, schools should make full use of them in actual mathematics teaching by incorporating all relevant programmes into the teaching schedules at all junior secondary levels.

To facilitate the promotion of the use of ETV in mathematics lessons among all panel members, overall planning is essential. Mathematics panel chairman should discuss the matter with all panel members in panel meetings and invite them to participate in the long term overall planning.

### IV. Conclusion

In conclusion, ETV mathematics programmes are an invaluable teaching aid in the teaching of mathematics in the classroom. Teachers are encouraged to make full use of them in actual teaching. Although there may be extra efforts, teachers will surely find them most rewarding in terms of enhancement of teaching effects and efficiency.

# 近十年來多個國家與地區 小學數學教育發展初探

許國輝

## 引言

1979年是甚麼年？—國際兒童年。

1983年是甚麼年？—國際青年年。

1988年是甚麼年？

1988年是「小學數學年」！(Primary Mathematics Year)

1988年暑假，筆者到英國赫然發現有不少數學教育的活動在各地舉行。筆者有機會觀察了一個「數學精英解題大賽」——十多間學校派出四位代表，聚在一起商議解決一個數學難題，其後並在觀眾面前解答評判對他們提出的方案的質疑。孩子們的表現充份發揮出他們的智慧與享受數學的樂趣。

不少英國的學校和教育團體舉辦活動來慶祝這幾年來小學教育所達致的成就。在英國，1988是小學數學非常特別的一年：《數學總評》(Cockcroft Report)誕生了六年，ESG輔導教師工作了三年，PRIME計劃推行了三年，第六屆數學教育會議(ICME)也在1988年舉行。他們將這年的目的定為：

鼓勵小學生與他們的家長和社會大眾分享數學的樂趣，及他們對探索數學和解題(Problem Solving)的信心！

1988「小學數學年」的口號是：88探索(Investigate in '88)

這種對教育的宣傳和活動，引致筆者對英國小學數學教育產生了「探索」的興趣。本文嘗試從英國小學數學教育為起點，初步探索若干個國家的小學數學教育發展情況。

## 英國的小學數學教育發展

《數學總評》對八十年代英國數學教育發展帶來震撼性的影響。另一方面，「評核表現單位」(Assessment of Performance Unit: APU)對小學數學表現的報告(1980, 1981, 1982, 1985)也影響深遠。他們不單用「紙筆測驗」(Pencil-and-paper tests)，而且用「實際測驗」(Practical test)評核十一歲學生的數學能力，同時進行「態度測驗」(Attitude test)。

APU發現：英國的小學生理解數學的能力有「七年之差」。以位值為例，有14%的中一學生不懂分辨20100和20095的大小，但有15%的中一學生能夠正確估計 $59 \div 190$ 的答案是0.003, 0.03, 0.3, 3, 30, 300還是3000。在「實際測驗」中，只有42%的十一歲兒童能切斷一條繩一半的 $\frac{1}{8}$ 後，說出切出來的部份是全繩長度的 $\frac{1}{8}$ 。在「態度測驗」中，男生學習數學的信心顯著地比女生為強，女生通常感到學數困難。

六十年代和七十年代，英國數學教育著重：

1. 「算術」擴闊為「數學」課程(增加量度、圖形與空間、統計與圖表、代數等項目)；
2. 通過實際活動去學習；
3. 讓學生享受「發現」的樂趣；
4. 數學的理解。

《數學總評》肯定上述的主張，不過更強調：

1. 通過課堂討論，讓學生用語言表達思想，以促進數學思維能力；
2. 數學教學需要不同的教學方式；
3. 對大部份學生來說，數學課程應該減少和重新設計，好使

學生有足夠時間進行活動，不致囫圇吞棗，以加強學數的信心和樂趣；

4. 鼓勵兒童探究周圍環境，豐富他們審美的經驗。長度、容量、面積與時間的度量是每個小學生所應具有的經驗，實際測量的經驗就是實際問題探討；
5. 拒絕「返回根本」( Back to Basic ) 的呼籲；
6. 每間學校推舉一位專門負責協調數學課的老師。

另一方面，「新技術革命」也正衝擊著小學數學。1984年，Shuard 向五百個三年級學生做了一個新科技影響的調查，得到以下數據：

|           | 女生 (%) | 男生 (%) |
|-----------|--------|--------|
| 孩子自己擁有計算機 | 49     | 62     |
| 家庭成員有計算機  | 86     | 87     |
| 孩子有數字錶    | 61     | 80     |
| 家中有電腦     | 29     | 45     |

輕而易見，電子科技已經穿房入舍，教師絕不應抱殘守缺地操練紙筆的四則運算！成人生活中，大量的計算正常情況下都使用計算機。學習應側重於數字可靠性的判斷。英國視學處 ( HM Inspectorate ) 出版的 Mathematics from 5 to 16 (DES 1985) 在數學內容的選取準則中已加入了電子計算機與微型電腦。

1982年起，英國政府已積極支持小學購置微型電腦，他們只需五折的市價便可購得一部電腦。同時，大量的數學學習軟件在市場上供應給小學生使用。

無可置疑地，八十年代英國小學數學教育有長足的發展，單從數學教育的報告和書籍 ( 八十年代出版達 145 本之多 ) 的蓬勃出版可見一斑。另外，從中央課程 ( National Curriculum ) 的推出 ( 1988年 8 月 Mathematics for age 5 to 16 徵求稿面世 )，制訂了數學課程的三大組成部份與九項成就目標 ( 詳見附表 )，標誌著英國教育當局推動數學教育發展的新里程。

## 美國的小學數學教育發展

七十年代美國小學數學教育掀起了「回歸根本」( Back to Basic ) 的運動，即注重教授算術的四則運算技巧。1980年美國的一個專業團體——「數學教師國家議會」( National Council of Teachers of Mathematics : NCTM ) 發表一份影響深遠的文件：An Agenda for Action : Recommendations for School Math. of the 1980s，它列出十項建議，焦點強調課程宜用解題 ( Problem Solving ) 方式組織，而「基本技巧」比計算迅速更重要。另一個團體 NCSM 支持其建議，並列出十項「基本技巧」( 請參閱香港教育專業人員協會出版的《今日的數學研習班特刊》第 28—30頁)。

NCTM 並建議將計算機和電腦納入核心課程；學生應在學校接觸計算機和電腦。上述的建議帶來強烈的反響。不過，在 1984年 NCTM 出版的檢討文件 Half time for the Agenda 顯示：數學教師支持「解題」和「基本技巧」的意見，並加以實踐，但計算機仍然被忽視而尚未成為教授數學的工具。

1983年美國「國家科學委員會」( National Science Board ) 提出一份名為《為二十一世紀培育美國公民：一個改進數學、科學、科技教育的計劃，使美國中小學生的成績在1995年全世界最好》。

該報告的主要建議是：

1. 發展數學意識，包括數的理解和有效運用，量與形的應用；
2. 有使用計算機與微型電腦的能力，以發展數學概念及取代繁瑣的紙筆計算；
3. 培養心算的技能，簡單問題可以準確算出答案，複雜問題則概算答案；
4. 發展估計技巧和概算能力；
5. 培養解決問題的能力。

1983年12月，美國教育部組織了一個改革學校教育的研討會，其後發表了一份報告，名為 *School Mathematics: Options for the 1990s* (Romberg, 1984)。該報告建議：出版商依指引出版優質的教材；教師宜用小組活動、使用具體實物的方式進行教學，並將真正數據輸入電腦或計算機，以取代紙和筆問題的計算；校方應聘請專科教師教授數學，非數學專長的教師不應任教第四級（九歲）以上的班級。

但亦有一位數學教授 Stephen S. Willoughby 指出：如果你走進一個典型的美國數學教室，你觀察到的教學方法和內容，八十年代的現況與六十年代、四十年代甚至二十年代有何分別？縱使電腦存於課室，那只是一塊昂貴的閃卡而已。他認為部份的決策受到平均主義影響，使數學教育的轉變與負面的、妨礙學習的社會情況抵消。然而他仍質疑：為甚麼轉變是那麼小？

不過，有人堅信：學校數學程度可反映主要學習的成效——學生是否有充份準備去適應二十一世紀的生活。NCTM 在1987年組織了一個委員會（Commission on Standards for School Mathematics）去設計課程及評核其標準。該委員會主席 Thomas A. Romberg 指出評核學生是否達到標準有五項準則：

1. 成爲一個數學的問題解決者；
2. 學習數學的溝通；
3. 學習數學的推理；
4. 學習數學的價值；
5. 對自己的能力有自信心。

該委員會的初稿發給了 NCTM 會員討論，並在1988年暑假整理，有關報告將會發表。預料對九十年代美國數學教育會有一定的影響。

### 瑞典的小學數學教育發展

計算機對數學教學的沖擊在瑞典一覽無遺。瑞典採用中央統一的教育制度，國家教育委員會通過課程大綱的轉變以改革課程。1978年，16至19歲的學生已採用計算機學習。一個名為 ARK 計劃的追蹤研究探討第4至6級（10至12歲）學生用計算機之後果。實驗證明：受測試的學生在創造思維、估計、解文字題的能力較高，他們較控制班的學生更感到數學是易於學習，但他們兩班的運算能力則相等。

瑞典教育當局亦會以500位12至13歲的學童進行測驗，他們完成相同的一至六年級課程。Ekenstan 和 Greger 發現：不少學生對小數概念理解含糊，他們以爲  $0.67 > 0.7$ ，因爲  $67 > 7$ 。學生直接計算能力強，但數量的理解則弱。他們的結論指出：對第4至6級的學童，採取示範式的教學活動，並不能幫助他們理解數學概念。

### 蘇格蘭的小學數學教育發展

1980至83年，蘇格蘭開展了一個有趣的計劃，名為『小學實際評核測驗』(Practical Assessment of Mathematics in Primary Schools)。蘇格蘭教育署推動該計劃的目的是以評核帶動課程發展——希望教師因要滿足實際評核的需要而在教學過程中多安排活動。

該計劃先由 P6 和 P7（即中一）的學生開始，教師參與設計評核的工作，包括擬題、評判等；每一個實際的評核活動擺設成攤位形式置於禮堂中，鐘聲一響學生需轉組走到另一個攤位。組織者 Duncan (1983) 評述：

教師目睹學生在實際活動中表現的不濟甚表驚訝，有些項目是他們在紙筆計算中操練熟透的。於是，教師明白到他們需要改進教學方法和態度，以促使學生在實際活動中有更佳的表

現。教師了解到在教學活動中與學生討論其所運用的策略和所犯的錯誤至為重要。

三年後，該計劃發展至 P3，超過 1500 個項目產生了。評估計劃者 Nisbet 認為：課程改革的成敗取決於教師的參與與否。教師、校長、分區督學的支持和合作是其成功的要素。

### 日本的小學數學教育發展

日本兒童在 1964 與 1980 年國際性數學成就研究中的表現都比其他國家為佳 (Husen 1967, Crosswhite et al 1985)，平均成績比美國高出 10—20%。

日本數學教學協會 (Japanese Association for Mathematics Instruction: JAMI) 特別注重小學數學教學。

日本兒童的數數不是逐一、逐一的數，而是使用結構性教具引入 1、5、10、50、100 的觀念，如由 6 數至 9 是看成  $5+1$ ， $5+2$ ， $5+3$ ， $5+4$ 。位值的概念很早便介紹。JAMI 強調學習原則是從一般到特殊，使兒童能一理通百理明。

Hatano (1982) 指出日本的學校已很少用算盤，反而有些兒童到『珠算學校』學習。Hashimoto 和 Sawada (1979) 指出日本小學數學課程是全面的，包括圖形、度量、應用題，但計算機則沒有被提及。

1981 年，Easleys 到日本考察數學教育，發覺日本的教師注重發展兒童的自信和勇於面對錯誤。由一年級開始，班房分成若干組，每一個兒童都參與活動，事後個別兒童需要作解釋或示範。這種互動的討論方式可促進兒童的表達能力和從錯誤中學習。

### 中國的小學數學教育發展

從 1949 年起，中國直接受蘇聯的教育影響，數學科亦採用蘇聯的教學大綱，直至 1963 年，國家才頒佈《全日制小學算術教學大綱》。根據這大綱，人民教育出版社編了一套全國一致使用的中小學數學教科書。該套教材特點，重視雙基教學，系統性強，計算份量適中，並與珠算結合。在文革期間，更推出以提高計算能力為中心的三算結合教材，珠算教學成了小學的主要角色。

1978 年教育部頒佈了《全日制十年學校小學數學大綱》，人民教育出版社新編的教材精選了傳統的內容，適當地增加了代數、幾何的部份內容，滲透了一些現代數學的思想。對教師的要求是：重視基礎知識教學，注意能力的培養。

為配合九十年代義務教育的推行，《義務教育全日制小學數學教學大綱》徵求意見稿在 1987 年面世。內容除列出各級要教的項目和課程外，並定出教學目的和要求，主張『使學生在掌握基礎知識的同時，發展智力，培養能力，受到思想品德教育』。這大綱現處於重新編寫教材的階段，全國將分 6 個地區，統編成不同的教材。教材編寫的原則是：

1. 把基本概念和實際生活聯繫；
2. 培養從實際問題建立數學模型的能力；
3. 培養在解決實際問題中提出問題的能力；
4. 加強與其他學科的聯繫。

國內小學課程發展的模式仍是以公佈大綱、出版教材。教師參照教學參考資料施教。計算機與電腦的教育看來還未在議事日程中。

## 台灣小學數學教育發展

1975年台灣修訂國民小學課程標準，制定國民小學教育之目標，在於輔導兒童從日常生活經驗中，獲得有關數學的知識，進而培養有效運用數學方法，以解決實際問題的態度和能力。

台灣國民學校教師研習會受託從事編訂課程標準、教科書、教學指引及教具設計。經過實驗研究後，一套完整的教材經修訂後再版。

目前，有關方面正進行課程標準修訂工作，相信在九十年代會有新的教材出版。至於教材會維持一套還是有多個版本，則要拭目以待了。

## 香港的小學數學教育發展

香港在1977年推行六年普及免費教育。1973年課程發展委員會頒佈了《小學數學科學課程綱要》，列出小學一至六年要教授的項目。在1978年之前，小學數學仍受『升中試』的影響，著重計算準確與速度，教學方式以講解為主。

1981年香港教育專業人員協會數學組發表一份《小學數學教學調查報告書》。該報告書的調查結果顯示：有60%的學校（回答問卷的學校有250間）的五、六年級，達半班學生是數科成績不合格的，而九成的教師表示教學上遇到最大的困難學生程度參差。

1983年課程發展委員會公佈修訂的《課程綱要》，教學內容較為擴闊。教學重點可分為數與計算、度量與測量、圖形與空間、統計與圖表四部份。《課程綱要》並有教學活動建議詞彙和教具舉例。課程目標以激發兒童數學學習為主。課程「計算工具的故事」一個項目，計算機與電腦學習則在中學

有。兩年後，有九套教科書出版，而補充練習則充斥市面。

1988年小學數學科課程委員會，已初步完成了課程評估的工作，有關問卷統計的結果正由委員會研究中。不過，不少家長指出數學是子女學習最為困難的科目。有經驗的教師亦感到一般學生學習數學的勁頭不高，普遍缺乏量感和空間想像能力。雖然 Brimer (1985) 在 IEA 的研究中證明香港中一學生的數學成就比其他國家高，小學方面每年教育署教育研究處在各校選取學生做學科標準測驗，以得知香港小學生的一般表現。至於小學生的數學學習成效如何，仍有待研究。

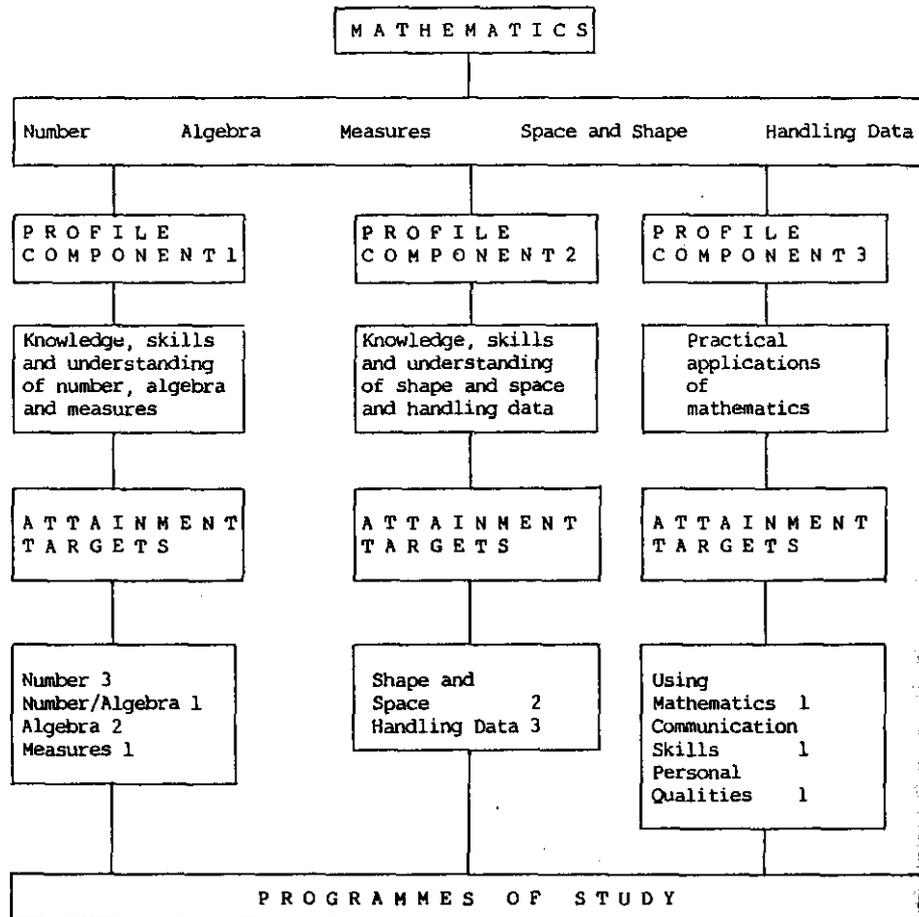
## 澳門的小學數學教育發展

葡萄牙人統治澳門四百年，至今仍沒有制訂任何一科的教學課程。澳門的教育制度和課程分別受葡萄牙、中國、台灣和香港的影響。小學數學科教材一直沿用香港的版本，因而引出笑話是：澳門的學生認識港幣比本地的澳幣更深。加上每班學生人數平均為五十以上，絕大部份教師未受專業訓練，小六學生又要應付各中學不同要求的入學考試……種種因素都局限著澳門小學數學教育的正常發展。

## 結語

從上列國家和地區的小學數學教育發展比較，大家都體會到隨著科技的發展，數學教育應注重培養學生解決問題的能力及幫助學生理解數學概念，才可以培養出二十一世紀的人才。在電子計算機與微型電腦的普及下，數學課程不但在內容上、更應在教學要求和方法上有所適應；已發展國家與發展中國家和地區在這方面有很大的差距，而數學教師始終都是教育發展的關鍵性人物，所以師資與數學教育發展的關係是一個值得探討的問題。

附表：Attainment targets, profile components and programmes of study in mathematics.



參考文獻：

1. Shuard H. (1986) Primary Mathematics Today and Tomorrow. SCDC Publications.
2. DES (1982) Mathematics Counts : Report of the Committee of Enquiry into the Teaching of Mathematics (The Cockcroft Report). HMSO.
3. DES (1988) Mathematics for Age 5 to 16. HMSO.
4. 數學組 (1981) 今日的數學教學研習班特刊, 香港教育專業人員協會
5. Romberg, T. (1988) NCTM's Curriculum and Evaluation Standards : What They Are. Why They Are Needed. Arithmetic Teacher v.36,11.
6. Willoughby, S. (1988) Accomplishments of the 1980s. Arithmetic Teacher v.36,11.
7. 國家教委 (1987) 從近二十多年來小學數學課程改革看新教材建設, 華南師大教研所。
8. Brimer & Griffin (1985) Mathematics Achievement in Hong Kong Secondary Schools. HKU.
9. 許國輝 (1988) 香港小學的數學課程也會五十年不變?
10. 王煥琛 (1979) 各國小學數學課程比較研究。國立教育資料館。

註： 本文作者乃現職講師

## 自擬應用題的教學

梁易天

### (一) 爲什麼要求兒童自擬應用題

我們的兒童學習任何知識，大都過於被動，他們像個空瓶子般，習慣張著嘴接受傾注下來的一切。能夠消化吸收的，也還可以充實一下自己，得到一點收穫；否則就像吃了一堆不能消化的食物一般，除了乾打嗝外，還能做什麼呢？

數學是一門特別需要思考能力的科目，不能以『灌輸→接受』的模式來學習。要使兒童樂意學習數學，從而學好數學，就必須使數學與日常生活結合，發揮他們的積極性；這積極性是需要通過主動參與來培養的。教師必須提供多些機會讓兒童主動參與發現數學規律，發掘數學知識，『發明』計算方法或技巧，『創造』數學問題。這些活動使兒童體會數學的產生過程，領略發現與創造的喜悅，提高學習數學的興趣，加深對數學的認識。

自擬應用題教學就是引導學生『創造』數學問題；通過這個學習活動，兒童可以：

1. 加強對應用題的掌握；
2. 鍛鍊思考能力；
3. 培養分析能力；
4. 提高創作能力；
5. 培養觀察日常生活問題的習慣。

### (二) 教學活動舉隅

2. 1. 填寫數字——有題目，缺數字，學生須填合理數字，然後計算。

例：哥哥有\_\_\_\_\_元，弟弟有\_\_\_\_\_元，二人共有多少元？

這一項活動，適合一至六年級。學生通過這一項活動，不單加深對數學語言及題目類型的認識，而且在選取適當數字的時候，要考慮到數字的合理性，運算時會否產生困難等，這都可以提高他們的解題能力和運算技巧。下面是一份五年級的工作紙樣本：

填寫數字（包括整數、小數、分數），然後計算。

- (1) 哥哥有（ ）元，弟弟比他少（ ）元。問二人共有多少元？
- (2) 某慈善機構買了一批白米派給老人，若每人派米（ ）公斤，可分給（ ）人，若每人派米（ ）公斤，則可派給多少人？
- (3) 媽媽到街市買菜。白菜每公斤（ ）元，菜心每公斤（ ）元。媽媽買白菜（ ）公斤，菜心（ ）公斤，共需付款多少元？
- (4) 十元可買蘋果（ ）個，媽媽買了蘋果（ ）個，付（ ）元紙幣（ ）張，應找回多少元？

2. 2. 選取適合的條件

例：哥哥有糖 15 粒，弟弟有糖 8 粒，妹妹有糖 6 粒。問哥哥比妹妹多幾粒？（應刪去「弟弟有糖 8 粒」）

這項活動適合二至六年級。要學生掌握解答應用題，必須訓練他們根據問句來分析題幹中的資料和條件，選取有用的資料來解答問題。「選取適合的條件」這一項活動，可以提供學生一個分析題幹的機會。現在列出一份五年級工作紙，供大家作爲參考：

刪去多餘的條件，然後計算（如認爲沒有多餘的條件，那

就不用刪)。

- (1) 米每公斤 7.2 元。媽媽有 100 元，買米 5 公斤，需付多少元？
- (2) 葡萄每公斤 37.5 元，櫻桃每公斤 18.2 元，陳先生付款 60 元可買櫻桃多少公斤？
- (3) 香蕉每公斤 7.2 元，爸爸買 1.5 公斤，付 100 元紙幣一張，應找回幾元？
- (4) 汽油每升 7.35 元，何先生駕車行了 65 公里後，注入汽油 12.8 升，要付多少元？

### 2.3. 填上缺去的條件

例：\_\_\_\_\_，大明看了 7 頁，還有多少頁沒有看？

這項活動適合一至六年級。透過這項活動，學生可以學習掌握一個問題的必要條件，加深對應用題的理解。下面是一份三年級工作紙樣本：

填上缺去的條件，然後計算

- (1) \_\_\_\_\_，分給 5 個人。問每人得幾粒？
- (2) 每套校服 135 元，\_\_\_\_\_。問他要付多少元？
- (3) 6 個同學合伙買食物去旅行，\_\_\_\_\_。問每人要科款多少？
- (4) \_\_\_\_\_，媽媽付款 28 元，可買蘋果多少個？

### 2.4. 寫出問句

例：姐姐買水果 16 元，她付給小販 20 元，問\_\_\_\_\_？

這項活動適合一至六年級。一般學生在解答應用題的時候，常會犯一個毛病，那就是不小心閱讀題目，尤其是不小心閱讀問句，時常答非所問。「寫出問句」這一項活動可以培養學生仔細研究問句與題幹關係的習慣。下面是一份二年級的工作紙樣本：

寫出問句（一題可能要寫出幾個問句），並且列式計算

- (1) 家輝有 150 元，用去 17 元。問\_\_\_\_\_？
- (2) 圖書每本 15 元，筆盒每個 23 元。
  - (a) 問\_\_\_\_\_？
  - (b) 問\_\_\_\_\_？
- (3) 小強買字典一本，價值 38 元，他付 100 元紙幣一張，\_\_\_\_\_？

### 2.5. 寫出題幹

例：\_\_\_\_\_，問每人可分得多少粒？

這一項活動適合二至六年級。根據問句來擬出所需條件，是比前四項較難的，要求的分析能力也較高，故比較適合高年級。透過這一項活動，可以加強學生對問句和題幹中條件的聯想，提高解題能力。以下是「五下」或「六上」的工作紙樣本：

根據問句，填上適當的條件（其中至少一項必須有 %），然後計算。

- (1) \_\_\_\_\_，問他用去幾元？
- (2) \_\_\_\_\_，問兄比弟多幾粒？
- (3) \_\_\_\_\_，問她還餘下多少元？
- (4) \_\_\_\_\_，問他共用去多少元？

### 2.6. 口述故事——口述應用題

這是較有趣，也較有效的活動，適合一至六年級。這項活動可以隨時進行，時間也可長可短。下面列舉了三種方式供大家參考：

- (a) 提供算式——學生根據教師提供的算式擬問題  
例：用故事講出  $32 \div 8$ 。

- 口述應用題遊戲(一)——利用算式卡
- 年級：適合三年級（視乎算式的深淺而定）
- 分組：二至四人一組
- 工具：算式卡數十張（約 15cm × 8cm）
- 辦法：1. 每組派一人到教桌抽取一張算式卡；
2. 同組商議把卡上的算式擬成應用題（放低聲音，免被別組聽見）；
3. 各組輪流派人口述擬定的問題，讓其他組解答；
4. 正確擬出問題的得 10 分，而答對別組問題的得 5 分；
5. 如時間許可，可重複這活動一次。

算式卡舉例

|                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| 01<br>$8 \times 7$      | 02<br>$36 \div 9$      |
| 03<br>$16 + 8 - 10$     | 04<br>$30 - 12 - 9$    |
| 05<br>$8 \times 7 - 15$ | 06<br>$30 - 36 \div 9$ |

- (b) 提供數字——學生根據教師提供的數字擬問題  
例：用 32，8 這兩個數字作一個問題，給同學計算。

口述應用題遊戲(二) 利用數字卡

- 年級：六年級
- 工具：紅色卡——每張寫上一個數字（含有 2，3，5 各因數）
- 黃色卡——每張寫上一個百分數
- 藍色卡——每張寫上一個較小的百分數
- 辦法：採取接力續講故事形式
1. 學生甲取紅色卡一張，例如 40，朗聲說：  
我有 40 元

2. 學生乙跟著取黃色卡一張，例如 30%，說：  
買書用去 30%
3. 學生丙接著取藍色卡一張，例如 25%，說：  
買文具又用去 25%
4. 學生丁不用取卡，接口說：  
他共用去多少元？
5. 教師把學生的說話板書，讓全體學生討論和品評，  
修正後——一起解答  
——分組解答  
——抄在簿上，回家做功課

數字卡舉例

|           |            |            |
|-----------|------------|------------|
| 紅色卡<br>40 | 黃色卡<br>30% | 藍色卡<br>25% |
|-----------|------------|------------|

- (c) 不提供數字，整個問題都由學生設計  
這可以作為某一教節的一部份，例如百分數應用題，教師講解一兩個例子後，由學生口述一些同類問題，一起討論解答。這樣不但增加趣味，而且可以考查學生是否真正掌握該堂的學習。

2. 7. 寫作問題

進行的方法和「口述故事」相似，只是不用口述而改用筆錄吧了。這一項活動不適合低年級，和語文程度較差的學生。

像「口述故事」一樣，進行時也可分為下列兩種：

- (a) 提供數字或算式  
(b) 不提供數字

(三) 教學的實施

3. 1. 自擬應用題活動可以是獨立的一節，放在某一應用題教學後面，讓學生討論如何綜合及分析問題，以鞏固該應用題的學習（可分組進行）；也可以是一節應用題教學

的一部份，隨時進行，讓學生參與出題目給同學計算，這可以提高學習興趣，發揮學生參與的積極性。

3. 2. 每次活動的目標要明確，每課後、每單元後或是幾個單元後的複習等情況下，各種自擬應用題活動都有不同的目標。
3. 3. 自擬應用題活動在輔導教學課上施行時，更能加深兒童對應用題的認識，因此效果特佳。
3. 4. 上述七項教學活動，應按學生程度施行；例如口述故事最適合一二年級，而寫作問題就只適宜在五六年級進行。
3. 5. 教師應多用問題引導學生討論和思考。
3. 6. 應容許程度較差的學生模仿課本上的問題，稍作改動，擬成題目。這種模仿（有時幾近於抄襲），對這些學生來說，也有鞏固學習之用。
3. 7. 如果指示清楚明白，自擬應用題也可作課後延續，讓學生做家課。
3. 8. 個別學生的語文能力較低，寫作問題時會遭遇困難，用圖畫加少許文字來表達，也是一個解決辦法。

註： 本文作者乃現職教師

## 小學數學科技本課程經驗談

黎寶燕

由於學校的所在區域、學校的設備及環境、班與班之間程度的不同及學生的個別差異等種種因素的影響，很多教師會因應自己學校或學生的個別情況，而設計一些教材套以切合需要。其實，在未有校本課程設計這計劃推出之前，已有很多教師、校長、學院導師及其他教育工作者做了同類性質的工作，但現在這計劃的實行，無疑為設計者提供了金錢及教育資源的支持，確實是一個令人欣喜的發展方向。我也因為自己學校特有的設備而參加了1988至89年度第一屆的校本課程設計計劃。以下是我參加了這個計劃後所得到的一些經驗。

### I 選擇數學科參加校本課程設計的原因：

我一向任教於保良局朱正賢小學。1987年學校開始購買電腦，及後撥出書記室作為電腦室，以推動電腦課外活動。電腦的數目逐年增加，在我參加校本課程設計的那一年，電腦室已可容納半班學生，而兩個學生亦可共同使用一部電腦。

我在課外活動是負責教導學生學習 LOGO 這種電腦語言的。這種語言可以用來繪圖，當然也可以用來繪畫幾何圖形。編寫這種電腦程序更需要學生在數學上有一些基本的認識，包括坐標、角度、距離、空間的感覺等。學生在學電腦的同時，亦可以學習到新的數學概念及重溫舊有的知識。所以我覺得這種電腦語言與學生學習數學有很密切的關係。

我曾經在電腦研討會聽過有關 CAL (Computer-Assisted Learning) 及 CAI (Computer-Aided Instruction) 的教學方式，但香港有關應用電腦輔助教學的軟件少之又少，而來自台灣的教學軟件又不太適合香港的小學數學課程，於是便決定利用學校現有的設備，為數學科製作一套名為「應用電腦輔助小學生學習幾何圖形」的電腦軟件。

## II 設計的類別：

我的設計是屬於就中央已編訂的課程而設計的一種新教學方式。我參照課程發展委員會於1983年所編訂的小學數學科課程綱要，抽出與幾何學習有關的課題，參考一些學者的見解，根據概念形成的先後次序將內容排列，編寫成一些工作紙。應用電腦作為一種輔助學習的工具，而電腦軟件與工作紙是互相配合使用的。

## III 製作的內容

這個教材套共分為九個課題，包括立體圖形、平面圖形、綫、四邊形、三角形、圖形拼砌、對稱、繡曲綫及旋轉對稱。每個課題都配備一盒磁碟、學習大綱、教師手冊及工作紙。同時，教材套內還有一些照片、一套音影同步的幻燈片、三幅掛圖和多幅掛畫，供學生作範例或欣賞之用。

## IV 設計的特點

這套電腦教學軟件選擇 LOGO 語言去編寫程式，好處是有音樂及顏色，可以製造出動畫的效果，目的是讓學生獲得更多感官的刺激，加強學習的效果。而電腦是在接收輸入後才繼續工作的，這樣學生可以按着自己的節拍，回答螢幕上的問題，答對了才進入另一部份的題目，答錯了，電腦會讓你有多次重答的機會，直至你放棄作答的權利，這時，你可以選擇查閱答案的一欄，答案會以圖畫或文字符號的形式顯示，學生就在這

學習過程中，自我改正錯誤，從而學習到一些幾何圖形的性質及關係，而學生亦可自行將工作紙訂正，作為日後溫習之用，教師亦可從中檢查教學成果。

## V 課堂進行的安排

在一堂的開始，教師利用實物、圖畫、掛圖等方法作為引起動機或重溫上一堂的重點，接着向學生介紹該堂要探索的問題及給予指引或提示，然後，安排時間讓學生利用電腦自我學習，當中可加插一些活動（例如利用摺紙驗證幾何圖形的特性、類比、討論等）。最後由教師作出總結，讓學生清楚明白該堂的學習重點。

## VI 學生的反應

初時，學生可能從未接觸過電腦，所以對鍵盤的操作會稍感困難，但他們很快便能適應。學生對這種學習方式很感興趣，覺得很有新鮮感，會較一般課室上課更能主動地去學習。又由於電腦容許多次的嘗試，所以學生可以有多次的作答機會，沒有像在課室中答錯題目時那種強烈的不安或挫敗感。而好奇心又令他們渴望知道下一題的結果，有不斷追求學習的動機。最後，一組兩個學生的編排更可讓他們互相討論及互補不足。

## VII 試教後的意見

由於電腦與學生之間的溝通是採用交談式進行，因而培養到學生更主動去學習，並且訓練到學生閱讀工作紙及自我學習的能力。經過他們的觀察、思考、判斷等過程所學習到的知識就會更有組織和更穩固。再加上畫面及音樂的效果，使學生的注意力更加集中，多方面的感官刺激會令學生的印象加深。與此同時，教師還可以藉此更容易及更準確地考查到學生的學習成果。

在學生進行自我學習的過程中，教師可以有更多的時間去輔導理解能力較弱的學生。而能力較高的學生也可按着自己的節拍去完成要學習的內容，然後再去學習一些教師為他們預備的補充習作。因此，資質較好的學生也會得到額外的照顧，水準亦得以提高。

#### VII 設計的弱點

在使用這個教材套時，教師事先預備的時間略長，例如要準備好主機及打印機，和輸入程式等工作。

由於 LOGO 這種語言不能與其他中文系統相容，因此想在螢光幕上顯示一些中文的指示和工作紙配合，就會產生一定程度的困難了。

註： 本文作者乃現職教師

## 從軸對稱到旋轉對稱

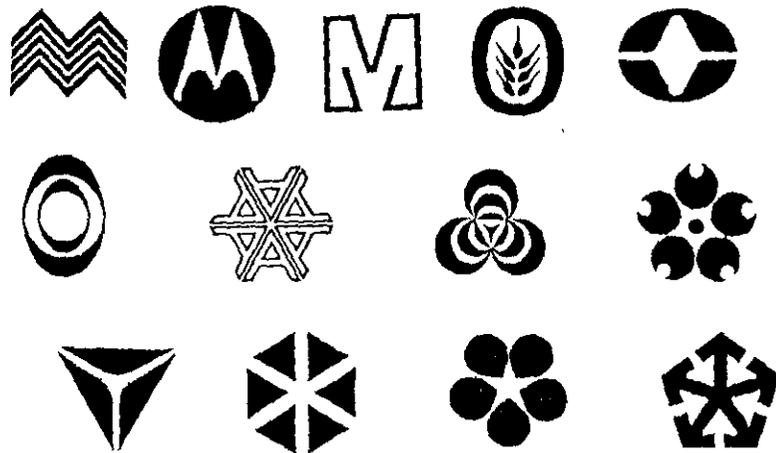
芬

我慶幸於去年有機會認識了一位資深的教育學院講師。她在數學教學方面甚有心得，經常設計一些既簡單又實際的數學活動，我覺得非常值得向各同工推薦，但是由於她設計的活動很多，不勝枚舉，現只提出一例以供各位參考。

市面的六年級數學教科書，很多只有課題提及軸對稱，及旋轉對稱，但鮮有比較兩者之間的異同。下列活動對達到上述目的可能有些幫助，大家不妨試試看。

分組活動進行過程：

1. 請學生剪出或畫出一些軸對稱圖形，例如：





這些圖形可能有一條對稱軸，亦可能有兩條對稱軸甚或更多，（總之任意由學生設計一些軸對稱圖形便可）

2. 着學生把這些圖形來分類  
有一對稱軸的



有兩條對稱軸的



有三條對稱軸的



有四條對稱軸的



有五條對稱軸的



有六條對稱軸的



3. 教師着學生把圖形旋轉一周，看看有什麼特別。若他們沒有發現，教師可提示他們哪些圖形在一周內重疊兩次或以上。學生那時應該發現有多少條對稱軸的圖形就會重疊多少次。

一周內重疊兩次



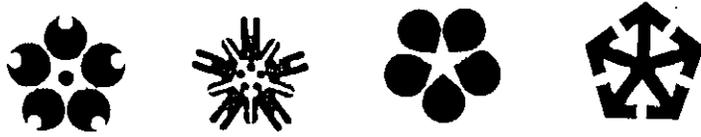
一周內重疊三次



一周內重疊四次



一周內重疊五次



一周內重疊六次



4. 教師可提出它們既是軸對稱圖形，又是旋轉對稱圖形。
5. 教師亦可請學生解釋何為旋轉對稱。
6. 教師派發一些只是旋轉對稱圖形；而不是軸對稱圖形給學生發現它們均沒有對稱軸，但它們旋轉一周則會重疊兩次或以上，所以它們都是旋轉對稱圖形。跟着便請學生印出各圖形，再用圖釘串在圖形中央，找出它們旋轉一周會重疊的次數，並把它們分類。

一周內重疊兩次



一周內重疊三次



一周內重疊四次



一周內重疊五次



7. 教師繼而提問：
  - (i) 是不是所有軸對稱圖形都是旋轉對稱圖形？
  - (ii) 是不是所有旋轉對稱圖形都是軸對稱圖形？
8. 學生進而發現旋轉對稱圖形與軸對稱圖形的關係。  
(見另頁)

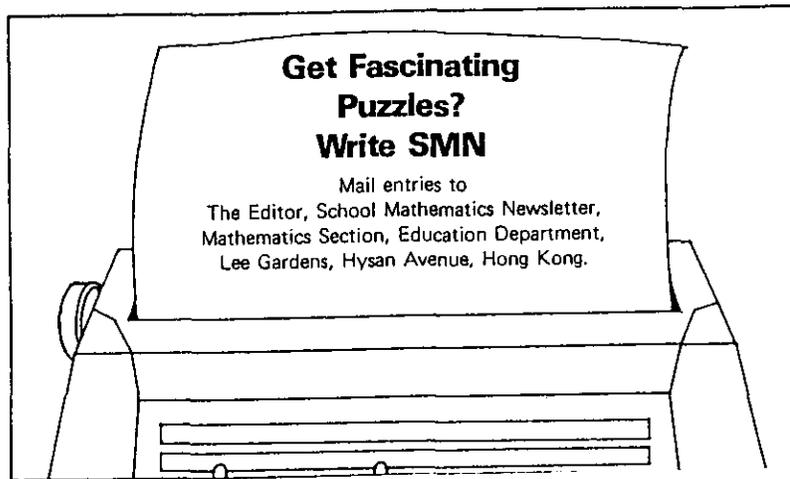
9. 教師這時可請學生進一步解釋何為旋轉對稱。

10. 當完成這活動後可請學生蒐集一些

- (i) 又是軸對稱圖形，又是旋轉對稱圖形。
- (ii) 只是軸對稱圖形。
- (iii) 只是旋轉對稱圖形。（見另頁）

事實上，若學生程度較佳，教師可引導他們自行設計一些旋轉對稱而不是軸對稱圖形。

你們認為這些活動可行嗎？學生會否更明白呢？

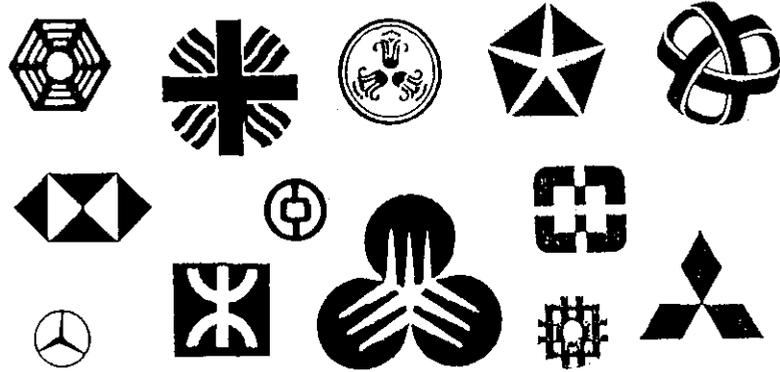


旋轉對稱圖形與軸對稱圖形的關係



蒐集：

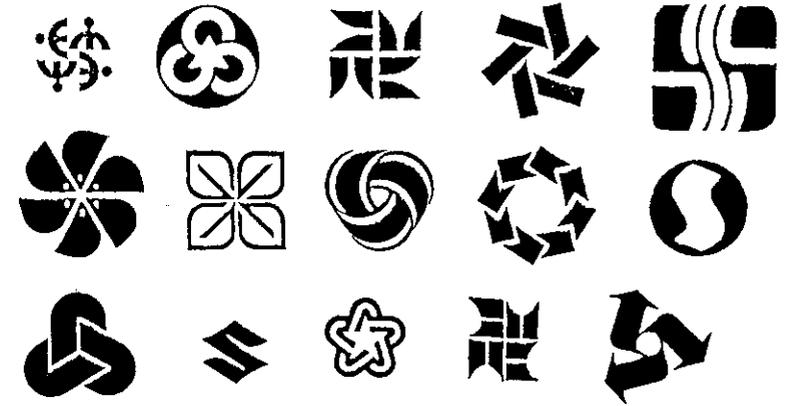
(i) 又是軸對稱圖形，又是旋轉對稱圖形：



(ii) 只是軸對稱圖形：



(iii) 只是旋轉對稱圖形



註： 本文作者乃現職講師

## 淺談一年級長度的教學

### 基

#### 甲 量度教學的意義：

量度在日常生活的應用很廣。舉例來說，由於社會不斷趨向專業化，所以一件製成品的誕生便往往需要分工生產，再加以組合完成。若是在裝配的過程中，零件的銜接部份互不相容，那麼這件製成品就不可能完成。此外，飛機在飛行途中，只要導航儀稍有毛病，意外便即時發生。從這些例子中可見量度的應用早已融合在我們的日常生活裏。因此，在教學過程中，我們需要引領學生，從實際體驗中認識及掌握「量度」的概念，進而運用於日常生活中，好讓他們能將物件的特性（如大小、輕重、形狀等）作出較為深入的了解及描繪。

#### 乙 長度教學的要點

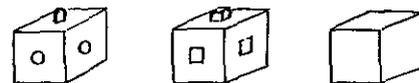
由於小學數學科課程中有關量度的課題頗多，在此未能把各課題一一詳談。現只就 § 1.9 「長度一厘米」這課題提供一些意見，並探討對於能力不同的學生作出那些不同的要求。

- （註：為照顧數學學習能力不同的學生，建議內容分別用 (A)、(B)、(C) 來顯示它們的適用對象。
- (A) 一般可用於數學學習能力較低的學生。
  - (B) 一般可用於數學學習能力普通的學生。
  - (C) 一般可用於數學學習能力較高的學生。）

在小學的階段中，學生第一次進行長度的學習是在一年級下學期 § 1.9 「長度一厘米」這個課題中。根據課程綱要的建議，學生最好能按三個階段，通過活動來進行學習，以掌握量度的概念。至於如何作出活動的安排，教師可參閱課程綱要的教學建議（見附錄），並因應學生的能力而作出適當的調整，好讓學生認識長度的概念。此外，教師亦可參考以下的建議：

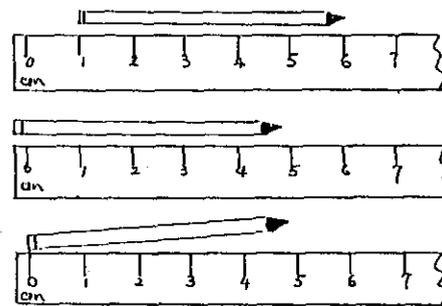
#### (A) (i) 厘米的概念

教師可考慮利用塑膠數粒（或稱厘米數粒—因為它們的長、闊及高都是 1 厘米，見下圖）。藉着這些數粒，學生不僅獲悉厘米這單位的存在，更能有效地聯想到 1 厘米的長度，從而粗略地估計到其它大小相若物件的長度。這樣通過實物的學習總是遠勝於只知長度單位的存在而不知它實際長短的。



#### (ii) 直尺的正確使用

由於這是學生第一次進行量度的活動，他們尚未掌握正確的量度技巧，因而部份學生犯了下列各圖顯示的毛病。



說來雖有點誇張，但實際情況確是如此，甚至部份六年級學生，在上「圓周」課題進行量度活動時也犯上類似的毛病。為此，教師應要對症下藥，在安排學生量度活動時應多加提示，以給予適當的訓練。

(B) 對於學習能力一般的學生，除了上述活動外，下列的教學活動也可酌量安排。

(i) 永備尺的掌握 (I) 一手指的闊度及指距

教師可讓學生在白紙上繪印手指（例如中指）及手掌，並提示他們自行找出指距及手指的闊度。一般一年級學生的指距及手指闊度分別約是 15 厘米及 1 厘米。通過這活動，學生可以較具體地領會到 1 厘米及 15 厘米的大約長度。如此，縱使學生手中無尺，但心中仍可擁有粗略的依據——永備尺，以供簡單的日常應用。

(ii) 20 厘米的長度

在國際單位制（俗稱十進制）尚未全面推行時，一般的量度器具多以「呎」為單位。在這段日子裏，學生均能粗略地顯示「一呎」的長度。同理，現在我們也可對學生作出相若的要求。目前市面售賣的直尺頗多是 20 厘米長的，因此教師可多安排一些活動來讓學生熟習這長度。

(iii) 永備尺的掌握 (II) 一步距

除了手指闊度及指距的掌握外，步距也是常用的永備尺之一，可以讓學生掌握較 15 厘米為大的長度。

(C) 對於學習能力較高的學生，安排其他活動協助他們作進一步的了解和掌握是有助他們日後的識知發展的。因此教師可把以下的活動也列入教學範圍內。

(i) 永備尺的掌握 (III) 一手臂及腳板的長度

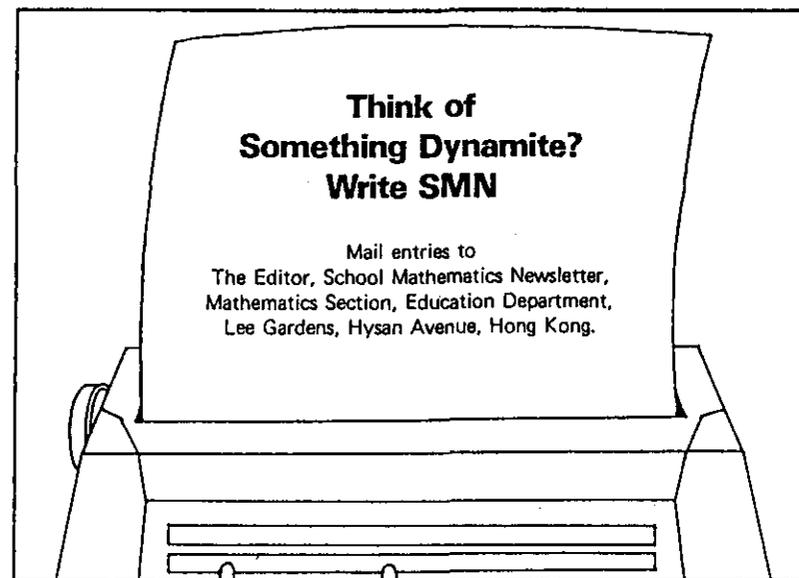
這學習活動的目的純是為學生添上多些量度的工具。使他們因應不同的要求及環境作出適當的應用。

(ii) 曲綫的量度

日常生活中，不少物件的邊緣並非畢直，因此學生有必要掌握量度曲綫的技巧。在這階段中，有關的活動宜局限於使用幼綫、繩球、尼龍繩，以至窄紙條來圍繞物件的邊緣，以作量度。此舉不獨可以豐富學生的知識，更能發揮學以致用的精神；讓學生明瞭學習數學是實際的及有應用價值的。

丙總結：

「長度」這個課題是小一階段中一個頗為大型的活動。因此安排有關的活動應有層次和有組織，而且「先估計，後量度」的精神是不可忽視的。在過往不少的量度活動中，學生往往不經估計便進行量度，這樣便忽略了對學生估計能力的培養。相對來說，學生應就每一項物件先作估計，然後再作量度及紀錄。若對每一項物件都重複這個程序，學生盲目地隨意估計的陋習便可避免。通過這個程序，學生可用第一個活動的估計及量度後的經驗作為第二個活動估計的參考。這樣不獨可以提高學生的估計能力，增加他們的自信，而且更能協助他們鞏固及掌握有關長度的認識，豐富他們的實際經驗。至於上述的教學建議，教師宜因應各班各組學生的能力而作出彈性的調整。如此，學生們在學習上必然得到極大的裨益。



1.9 長度  
量度  
活動。  
厘米。

按三階段進行量度活動：

1. 直接比較

- (a) 選擇長度較接近的兩件物件，先估計後比較。
- (b) 按長短次序排列數件物件。
- (c) 同學互相比較手掌、手指、手臂等的長短。

2. 使用自訂單位

- (a) 手掌、手指、腳板、膠擦、書本或兩枝鉛筆筆尖距離等的長度均可用作自訂的量度單位。每次量度時應選擇適當的單位，先估計後量度。



- (b) 學生各自用「自訂」單位作量度活動。比較各人不同的結果，引出公認單位的需要。

3. 使用公認單位

- (a) 介紹厘米。
- (b) 用厘米尺進行量度活動（量度的物件不宜過長），答案取厘米的近似值，例如量得膠擦長 6 厘米多些，長度就是 6 厘米；鉛筆差些少長 10 厘米，長度就算是 10 厘米。
- (c) 找出手指、手臂、腳板的長度及指距、步距，作為「永備尺」。
- (d) 用軟尺量度曲綫的長度。

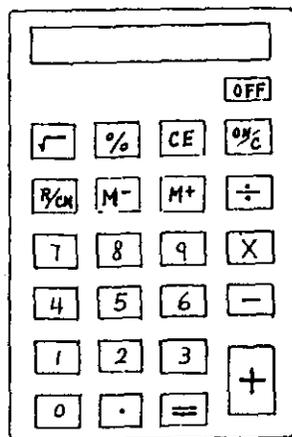
透過數學遊戲學習使用計算機

添

前兩期的數學教學通訊，有一篇文章談及計算機與小學數學學習，前者列舉了一些計算機應用在數學上的例子，說明計算機要是適當地運用，不失是一種良好而有效的教學工具，它不單沒有影響學生理解數字概念的能力，還有助於提高兒童學習數學的興趣。

實際上，隨着科技的進步，電子計算工具的不斷改良和日趨廉宜，目前兒童已經處於一個幾乎到處都有計算機可用的年代。香港小學數學課程綱要裏，在六年級 6.15「計算工具的故事」這單元中，亦建議介紹計算工具的發展經過，目的是讓兒童了解人類的計算歷史，人類怎樣從原始的計算方法時代演進至現今以電腦控制的時代。然而在各類的計算工具中，相信現在的小學生們最熟悉的莫過於計算機了。因此，老師們可以考慮在此階段或利用課餘活動的時間，除了介紹計算機的基本操作方法外，更可進行一些趣味性的活動和遊戲，以加強兒童對計算機的認識和使用的興趣，使他們能有效地運用所擁有的工具進行計算和輔助學習。

市面上的計算機種類繁多，而且日新月異，要掌握和熟習一部計算機的性能，也許要花上一段時間。以小學生而言，他們的數學知識有限，功能太多的計算機對他們來說絕不適合；反之，典型的四則運算功能計算機便足夠他們的使用了。（見後圖）



面對一部計算機，學生們一般都懂得按下計算機上的數字鍵（0—9）和四則運算鍵（+，-，×，÷）作簡單的計算工作，但計算機上其他鍵鈕的功能，如儲存鍵（M+，M-，R/CM）、清除鍵（CE，C）、平方根鍵（ $\sqrt{\quad}$ ）和百分數鍵（%）等等，學生卻可能未盡認識。其實，認識計算機獨特的設計，掌握個中的技術，會使學生很感興趣及樂於獲得些知識。

數學上使用計算機，若單純用舉例示範操作程序，輔以學生練習，學習會較為乏味，若然讓學生從活動、探討中學習，便可以增加他們學習的樂趣和啟發他們的思考。以下是一些學習使用計算機的活動和遊戲的建議：

#### (一) 認識鍵鈕

讓學生先認識鍵盤上各鍵鈕的名稱、位置和按鍵方法。普通計算機上的鍵鈕大致分為兩類：

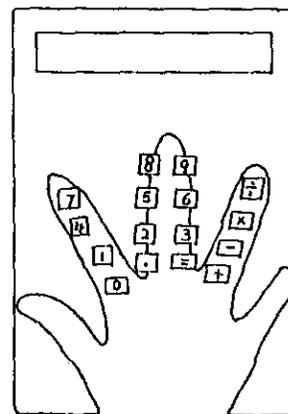
- a 置數鍵—(1) 數字鍵（0至9）
- (2) 小數點鍵（.）
- b 功能鍵—(1) 四則運算指令鍵（+，-，×，÷）
- (2) 等號鍵（=）
- (3) 清除鍵（C）
- (4) 輸入清除鍵（CE）
- (5) 平方根鍵（ $\sqrt{\quad}$ ）

- (6) 百分數鍵（%）
- (7) 正儲存鍵（M+）
- (8) 負儲存鍵（M-）
- (9) 保存／清洗儲存鍵（R/CM）
- (10) 開關鍵（ON, OFF）

介紹 C，CE，M+，M-，R/CM 等鍵鈕的中文名稱，便於學生明白該鍵鈕之功用。

置數鍵和常用的功能鍵（如+，-，×，÷）一般都是在鍵盤上左右兩方的位置，這種安排於按鍵時有一定的方便。

若學生輸入簡單的算式，符試用食指按鍵或參考下圖的按鍵方法，看看用那種操作方法較為自然、敏捷。



例如：

|                  |   |               |
|------------------|---|---------------|
| $17 \times 8 =$  | 或 | $147 - 63 =$  |
| $41 \times 52 =$ |   | $856 - 123 =$ |
| $70 \times 28 =$ |   | $105 - 96 =$  |
| $93 \times 25 =$ |   | $52 - 6 =$    |
| $56 \times 70 =$ |   | $436 - 207 =$ |
| ⋮                |   | ⋮             |

體型較細小的計算機，由於鍵盤面積所限，鍵鈕排列比較密，只使用食指按鍵就可以了。使用較大的計算機，按鍵鈕使用的手指可用食指、中指和無名指，這三隻手指大致上分別掌管左、中、右各部分之鍵鈕，能熟練使用三隻手指操作，可加快計算速度。

### (二) 數字鍵奇妙的排列

六年級 6.11「幻方」是個富趣味性的學習單元，那變化多端的數字排列，個中的關係給予學生很多動腦筋的機會。計算機上數字鍵的排列也包含了一些數學規律，學生可以進行探究，從中找出關係。

#### 活動(i)

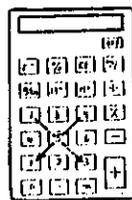
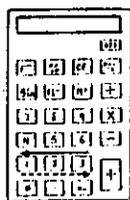
把數字鍵的排列看作一  $3 \times 3$  方陣，如圖 1 2 3，找出數字之間的關係。學生會發現



若把米字筆劃排列的數字相加，所得的和都是 15。

#### 活動(ii)

嘗試依據數字鍵的排列組成一些有規律的數進行運算，看看有什麼發現？



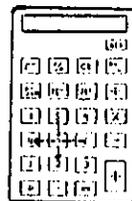
3 位數相減：

#### a 「橫行」排列

如圖輸入  $321 - 123$ ，答案是 198，依同樣的次序按鍵，其他的橫行也得相同的結果嗎？

#### b 「對角綫」排列

$951 - 753$  和  $357 - 159$  之差也都是 198

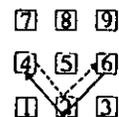
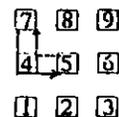


#### c 「十字」排列

那些 3 位數相減也得 198？

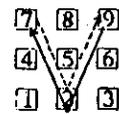
$$852 - 654, 456 - 258$$

#### d 「90°」排列



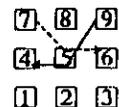
$$\begin{aligned} 745 - 547 \\ 412 - 214 \\ 624 - 426 \\ 684 - 486 \end{aligned}$$

#### e 「小於 90°」排列



$$\begin{aligned} 927 - 729 \\ 917 - 719 \\ 846 - 648 \\ 795 - 597 \\ \vdots \end{aligned}$$

下面的排列方式可行嗎？



$$\begin{aligned} 954 - 756 \\ 621 - 423 \end{aligned}$$

從以上的數式中，很明顯發現所有被減數和減數都有以下的特點：

1. 被減數中的百位數字比減數的大 2，而個位數字則小 2
2. 被減數和減數的十位數字都相同

若然以  $X, Y, Z$  分別代表減數中的百、十、個位數字，則被減數可用  $100(X + 2) + 10Y + (Z - 2)$  和減數可用  $100X + 10Y + Z$  表示，兩數相減，結果是  $200 - 2$  即 198 了。

學生在探究過程中，如洞悉這個原理，問題便解決了。

除了這個活動不妨再進行一些延緩的探究，例如，被減數中的百位和個位數字分別比減數的大 1 和小於 1，即被減數與減數之差是 99，那麼鍵盤上應按那些鍵鈕？那些數字鍵的排列也有一定的特式？

# 反傳統的減法計算

劉應泉

近期國內的速算數學家史豐收先生來港表演速算法，使他的著作《史豐收速算法》特別暢銷。正如他本人所說：「在科技發達的社會中速算的意義已不大，但其對數學的啓發功能却具有重要的影響。」

以下的減法計算和傳統的由低位計算的減法相反，它是由高位開始計算，故可稱為「左減法」（註）。

「左減法」的計算是因作者教授三年級「四位減法」時發覺學生有困難而想出來的。

例：4005 - 1236  
5 不能減 6，到那裡借位呢？

「左減法」的教學過程：

(一) 無須退位的減法

$$\begin{array}{r} 8543 - 3241 \\ = \underline{5302} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8543 \\ - 3241 \\ 5 \square \square \square \end{array}$$

(由左逐個位計算)

這類減法當然困難不大，並且非常輕鬆！

(二) 一次退位的減法

$$\begin{array}{r} 3456 - 1624 \\ = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

計「千位」時，觀察「百位」要借位嗎？（要）

$$\begin{array}{r} 214 \\ 3456 \\ - 1624 \\ \hline 18 \square \square \end{array}$$

（先借位給右方，然後計算；初期可加上數字協助計算。）

(三) 兩次退位的減法

$$\begin{array}{r} 5374 - 1482 \\ = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41217 \\ 5374 \\ - 1482 \\ \hline 389 \square \end{array}$$

- 「千位」的 5 借給「百位」成爲 4
- 「百位」的 3 成 13，要借給「十位」成爲 12
- 「十位」的 7 成 17，「個位」不用借。

經過多次練習後，可省略加在上端的數字；同時可慢慢加入「三次退位」的減法。

$$\begin{array}{r} 5131113 \\ 5374 \\ - 2789 \\ \hline 3634 \end{array}$$

- 「百位」4 要借，「千位」6 成爲 5，5 減 2 得 3
- 「十位」2 要借，「百位」14 成爲 13，13 減 7 得 6
- 「個位」3 要借，「十位」12 成爲 11，11 減 8 得 3
- 「個位」13 減 9 得 4

四隔位退位的減法

這是「左減法」的重要環節，必須小心處理。

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 4 \cancel{0} \\
 \cancel{5} 0 7 2 \\
 - 3 1 7 8 \\
 \hline
 1 \square \square \square
 \end{array}$$

↓

$$\begin{array}{r}
 4 9 16 12 \\
 \cancel{5} \cancel{0} \cancel{7} \cancel{2} \\
 - 3 1 7 8 \\
 \hline
 1 8 9 4
 \end{array}$$

究竟「十位」的 7 用不用借位呢？  
 (我們先要知道「個位」的 2 是否須向「十位」  
 的 7 借；如果要的話，「百位」的 10 成爲 9)

- 「百位」0 要借，「千位」5 成爲 4，4 減 3 得 1
- 「十位」的 7 相同，要觀察「個位」的 2 ——「個位」  
要借，「百位」10 成爲 9，9 減 1 得 8
- 「個位」的 2 要借，「十位」17 成爲 16，16 減 7 得 9
- 「個位」12 減 8 得 4

例：7 9 9 12

$$\begin{array}{r}
 \cancel{8} \cancel{0} \cancel{0} \cancel{7} \\
 - 4 0 0 7 \\
 \hline
 3 9 9 5
 \end{array}$$

- 「個位」要借位（「百位」和「十位」的被減數和減數  
相同）「千位」8 成爲 7，7 減 4 得 3
- 「十位」要借位，「百位」10 成爲 9，9 減 0 得 9
- 「個位」要借位，「十位」10 成爲 9，9 減 0 得 9
- 「個位」12 減 7 得 5

例：

$$\begin{array}{r}
 8 3 3 5 \\
 - 1 4 2 6 \\
 \hline
 6 9 0 9
 \end{array}$$

- 「百位」要借，「千位」8 成爲 7，7 減 1 得 6
- 「十位」不用借；「百位」13 減 4 得 9
- 「個位」要借位，「十位」3 成爲 2，2 減 2 得 0
- 「個位」15 減 6 得 9

當計算純熟時，心算也不會覺困難。

爲了要學生容易接受，便想出種種趣怪的比喻使學生印象  
 加深，興趣濃厚：

計算直式時是一部「自動櫃員機」，當下一位的數不夠減  
 便會自動提款（借位）。

當隔位退位時，便說「櫃員機」要顧及多個客戶；做練習  
 錯了，那部「櫃員機」便失靈，……。

以上祇是作者在教學上的一些小嘗試，未必是一種好的計  
 算方法——因要照顧學生的個別差異，也要擔心家長與子女濫  
 習時所引起之不便。但在教學的過程中有一種感受，就是教授  
 數學不能一成不變，表達給學生的資料要有條理、有邏輯，必  
 須深思熟慮；就四位減法而言，內容雖然簡單，但所花的精神  
 却不少。

在此希望各同工不要吝嗇自己的經驗，將寶貴的心得發表  
 出來，讓所有的同工分享，爲數學的教學開闢新天地。

註：本文作者爲現職小學教師。

「左減法」一詞是作者自擬名詞。

## PASTIMES

1. By rearranging the letters of each of the following, words of mathematical significance can be formed. What are the words ?  
ONADALIG, ERECTONORTH, FRENCENUMCICE , LOPES, PILIESE.
2. Write the following numbers in Roman Numerals..
  - (a) five thousand,
  - (b) ten thousand,
  - (c) one hundred thousand,
  - (d) one million.
3. A "Chain in Mathematics" is constructed by starting with two letters, adding one letter at a time, and ending with a word of mathematical significance. For example, the "Chain in Mathematics" CR-ROC-CORD-CHORD can be constructed with the following clues.
  - (i) Abbreviation of credit.
  - (ii) Rock without "K" marked on.
  - (iii) Twisted threads.
  - (iv) String of a harp.

- (a)
    - (i) MA is not in a coma.
    - (ii) Learn by heart.
    - (iii) A piece of metal money.
    - (iv) Some pieces of metal money.
    - (v) One of the trigonometric functions.
  - (b)
    - (i) A surname pronounces "Lee".
    - (ii) Give false information.
    - (iii) Long mark made on a surface.
  - (c)
    - (i) Short form of "Industrial Safety".
    - (ii) Polite form used in addressing a man.
    - (iii) Get up from a lying position.
    - (iv) Male ancestors.
    - (v) The indicated sum of a finite or infinite sequence of terms.
4. Can you suggest two sets of four consecutive even numbers of which the sum is a perfect square ?
  5. (a) Can you name a pair of positive integers (each less than ten) whose sum is greater than their product ?  
(b) Hence complete the following table.

| The product of the pair of integers {a, b} exceeds their sum by | { a, b } |
|---|----------|
| 1   | { 2, 3 } |
| 2   |          |
| 3   |          |
| 4   |          |
| 5   |          |

## FOR YOUR INFORMATION

### Answers to Pastimes

- (1) DIAGONAL, ORTHOCENTRE, CIRCUMFERENCE, SLOPE, ELLIPSE.  
 (2) (a)  $\bar{V}$ , (b)  $\bar{X}$ , (c)  $\bar{C}$ , (d)  $\bar{M}$   
 (3) (a) CO - CON - COIN - COINS - COSINE  
 (b) LI - LIE - LINE  
 (c) IS - SIR - RISE - SIREN - SERIES  
 (4) Let the four consecutive even numbers be  $2n, 2n+2, 2n+4$  and  $2n+6$ .

$$\begin{aligned} \text{Suppose } 2n+(2n+2)+(2n+4)+(2n+6) &= (2a)^2, \text{ where } a \text{ is an} \\ 2n+3 &= a^2 \quad \text{integer.} \\ 2n &= a^2-3 \end{aligned}$$

Since  $a^2-3$  is even,  
 $\therefore a$  must be odd.

Put  $a = 2K+1$ , where  $K$  is an integer

$$\therefore 2n = (2K+1)^2 - 3$$

$$2n = 4K^2 + 4K - 2$$

Hence, the four consecutive even numbers are  $4K^2+4K-2$ ,  $4K^2+4K$ ,  $4K^2+4K+2$  and  $4K^2+4K+4$ .

In particular, when  $K = 0$  and  $1$ , the sets of four consecutive even numbers are  $\{-2, 0, 2, 4\}$  and  $\{6, 8, 10, 12\}$  respectively.

- (5) (a) Yes. Any of the following pairs of integers will do.  
 $\{1, 1\}$ ,  $\{1, 2\}$ ,  $\{1, 3\}$ ,  $\{1, 4\}$ ,  $\{1, 5\}$ ,  $\{1, 6\}$ ,  
 $\{1, 7\}$ ,  $\{1, 8\}$  and  $\{1, 9\}$ .

(b)

| The product of the pair of integers $\{a, b\}$ exceeds their sum by | $\{a, b\}$              |
|---|-------------------------|
| 1   | $\{2, 3\}$              |
| 2   | $\{2, 4\}$              |
| 3   | $\{2, 5\}$ , $\{3, 3\}$ |
| 4   | $\{2, 6\}$              |
| 5   | $\{2, 7\}$ , $\{3, 4\}$ |

### Explanatory Notes on the Teaching of Additional Mathematics

The Notes, prepared by the Mathematics Subject Committee (Secondary) of the Curriculum Development Council, was issued to schools on 17 October 1990. It contains some suggested notes on the teaching of Additional Mathematics and aims at rendering some initial assistance to teachers, especially those who have only a little experience in teaching this subject.

### Living with Statistics

The teaching kit "Living with Statistics" prepared by the Census and Statistics Department was issued to secondary schools in June 1990. The kit intends to help teachers in promoting pupils' awareness that proper use of statistics may enhance the understanding of the community in which we all live. And in this context, the kit presents itself not only as a comprehensive set of statistical data for reference but also, in a scientific manner, as a forum for statistical education as well as civic education.

The kit includes a syllabus-based teaching guide, an activities guide, visual aids and a computer quiz on micro-computer diskette. Teachers may find from the kit materials and activities which best suit their needs in enlivening learning atmosphere and in incorporating real and realistic statistical data in their lessons.

### Sixth Form Mathematics Reference Materials in MTC

These include samples of practising schemes of work, assignment packages, past papers of HKAL and GCEAL Examinations, catalogues of relevant AV teaching aids, lists of reference books and glossaries of mathematical terms.

The Mathematics Teaching Centre would like to extend heartfelt gratitude and sincere appreciation to those schools who have generously contributed their manuscripts of practising schemes of work and assignment packages for display in the MTC.

### 1989-90 School-based Curriculum Projects

In the context of this scheme, school-based curriculum projects refer to projects undertaken by schools to adapt centrally designed curriculum to match the needs and abilities of their pupils.

In 1989-90, two projects (one at primary level and one at secondary level) related to mathematics learning had been developed, tried out and chosen for exhibition. The project title of the former was "Statistical Activities at Upper Primary Level". The project enables pupils to understand the methods of data collection; compare and make various types of statistical charts; and analyse relations from statistical graphs. The project designer was Mr. CHAN Chi-chiu of Tuen Mun Government Primary School (TM). The one at secondary level was titled "Coordinate Geometry". This project was designed to offer guidance and practical help to teachers teaching Secondary 1 Coordinate Geometry through activities and games. The project designers were a group of mathematics teachers of Sung Tsun Secondary School, Sai Kung.

### Hong Kong Mathematics Olympiad (HKMO)

The Heat Event of the Seventh HKMO was held on 9 December 1989. A total of 176 secondary schools had participated in the competition. Among them, 40 schools with the highest scores had been selected to take part in the Final Event which was held on 20 January 1990 and the results were encouraging. The Champion was Clementi Secondary School. The 1st Runner-up was Jockey Club Government Secondary Technical School and the 2nd Runner-up was Pui Kiu Middle School.

As in last year, a Poster Design Competition was held to promote the Eighth HKMO. There was a total of 192 entries. The Champion was NG Kwok-kai of STFA Seaward Woo College. The 1st runner-up was SUM Kwok-fung of CCC Rotary Prevocational School and the 2nd Runner-up was LEE Yan-ming of NTHYK Southern District Secondary School.

The Eighth HKMO was scheduled to be held on 8 December 1990 and 26 January 1991. A total of 193 secondary schools participated in the competition.

### The 31st International Mathematics Olympiad 1990 (31st IMO)

The 31st IMO was held from 8 to 19 July in Beijing, People's Republic of China. The actual contest took place on 12 & 13 July 1990 in Beijing Language Institute. It was the third time for the Hong Kong Team to participate in this international competition.

There were altogether 308 contestants coming from 54 participating countries and territories to compete for a total of 155 medals (23 gold, 56 silver and 76 bronze medals). The Hong Kong Team won four bronze medals and an honourable mention. The six Hong Kong Team members were LAU Chi-hin, LEUNG wing-kai, CHAN Kin-wah, HO Yuk, MA Jim-lok and CHENG wing-leung. Congratulations on their success

## FROM THE EDITOR

I would like to express my gratitude to those who have contributed articles and also to those who have given comments and suggestions.

The SMN cannot survive without your contribution. You are, therefore cordially invited to send in articles, puzzles, games, cartoons etc. for the next issue. Anything related to mathematics education will be welcomed. We particularly need articles on experience sharing, fresh classroom ideas and teaching methodology. Please write as early as possible :

The editor,  
School Mathematics Newsletter,  
Mathematics Section,  
Advisory Inspectorate,  
Education Department,  
Lee Gardens,  
Hysan Avenue,  
Hong Kong.

For information or verbal comments and suggestions, please contact the editor on 5614364 or any member of the Mathematics Section on 8392488.