

初中例子

活動一 (相同答案)

美琪做家課時錯誤把 $5\frac{1}{3} \div 4$ 寫成 $5\frac{1}{3} - 4$ 。
她完成計算後才察覺有誤，於是把題目改正再進行計算，發現兩者所得答案竟然相同。

將除號以減號代替時，所得的計算結果沒有改變，還有沒有其他這樣的例子？

活動一 (相同答案)

$$4\frac{1}{3} \div 3 \quad \text{與} \quad 4\frac{1}{3} - 3$$

$$5\frac{1}{6} \div 4 \quad \text{與} \quad 5\frac{1}{6} - 4$$

$$5\frac{1}{2} \div 4 \quad \text{與} \quad 5\frac{1}{2} - 4$$

$$9\frac{1}{7} \div 8 \quad \text{與} \quad 9\frac{1}{7} - 8$$

$$7\frac{1}{5} \div 6 \quad \text{與} \quad 7\frac{1}{5} - 6$$

以上哪些例子能得出相同的答案?

活動二(衛生紙物有所值嗎?)

問題：

給學生一些不同牌子的衛生紙，若要成為一個聰明的消費者，學生可用甚麼方法去決定哪個衛生紙的牌子較為經濟實惠？



日常生活
例子

活動二(衛生紙物有所值嗎?)

方法一：(比較衛生紙的淨重費用)



日常生活
例子

活動二(衛生紙物有所值嗎?)

還有沒有其他方法去決定
哪個牌子的衛生紙較為經
濟實惠?

活動二(衛生紙物有所值嗎?)

方法二(比較衛生紙的總長度)

首先將不同牌子的衛生紙的捲軸抽出，並量度衛生紙的總重量，然後從衛生紙取出某固定長度，然後再進行重量量度。



日常生活
例子

衛生紙的總長度：

$$\frac{\text{總重量}}{\text{重量}} \times \text{長度}$$

活動二(衛生紙物有所值嗎?)

方法三(利用數學模型計出衛生紙的總長度)

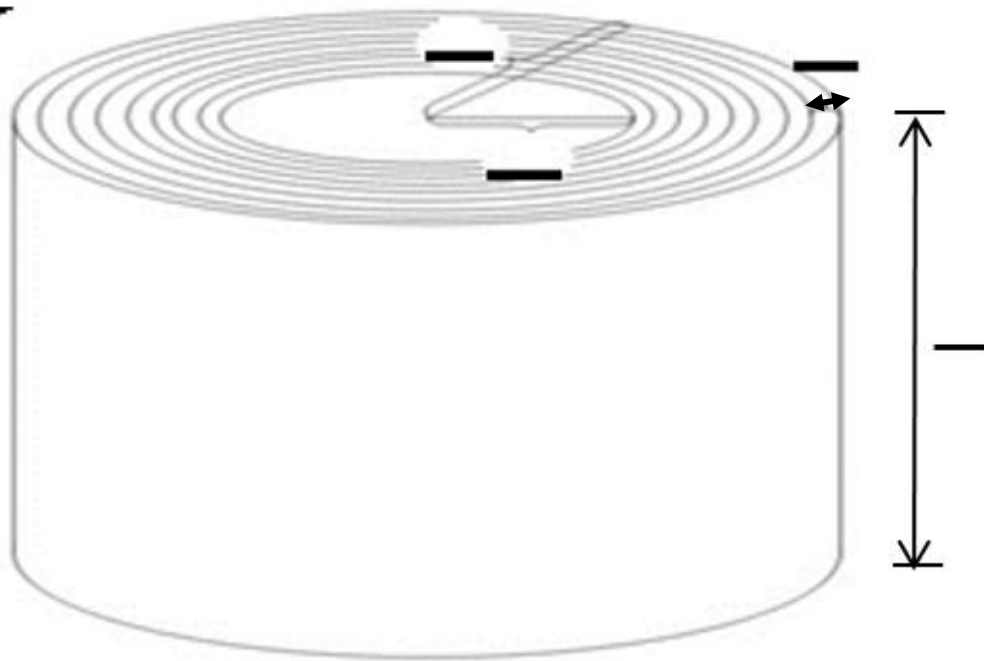


圖1

在圖1，指示學生使用字母 h , t , r 和 R 代表衛生紙高度，紙張厚度，內部和外部半徑

活動二(衛生紙物有所值嗎?)

攤開的衛生紙

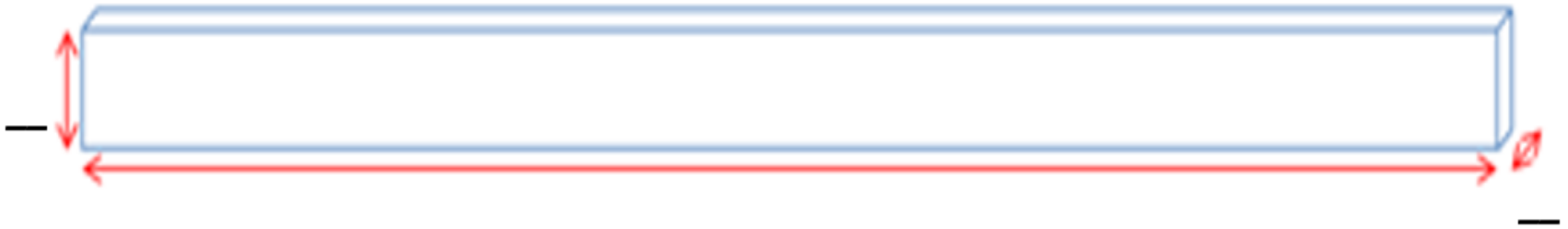


圖2

在圖2，指示學生使用字母 h , L 和 t 代表攤開衛生紙的寬度, 長度和厚度

活動三(加與乘的遊戲)

問題：

把一個正整數分成兩數和，再求此兩數的最大乘積

例如：

$$11 = 1 + 10 \longrightarrow 1 \times 10 = 10$$

$$11 = 2 + 9 \longrightarrow 2 \times 9 = 18$$

$$11 = 3 + 8 \longrightarrow 3 \times 8 = 24$$

$$11 = 4 + 7 \longrightarrow 4 \times 7 = 28$$

$$11 = 5 + 6 \longrightarrow 5 \times 6 = 30$$

活動三(加與乘的遊戲)

觀察：

把一個正整數分解成兩個正整數的和時，
此兩數越接近，則其積越大。

Why

活動三(加與乘的遊戲)

學生其中一觀察：為什麼 6×9 會小於 7×8

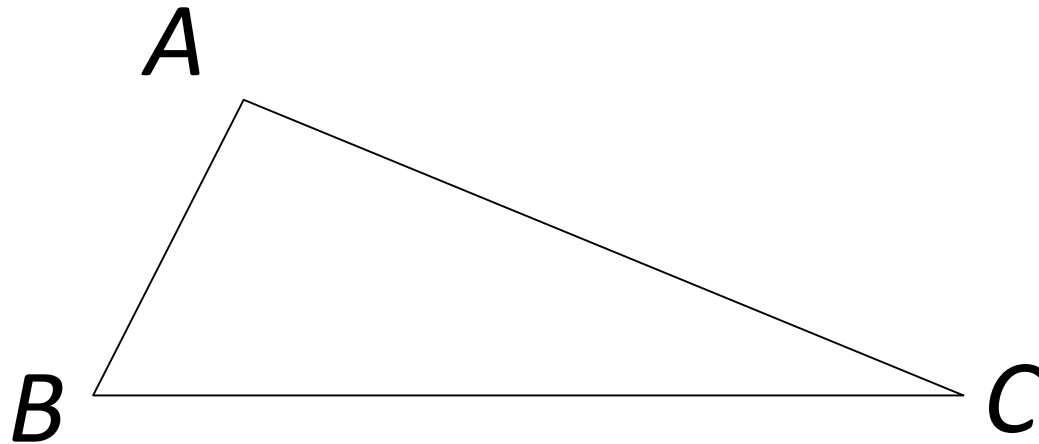
$$\begin{aligned}6 \times 9 &= (7 - 1) \times (8 + 1) \\ &= 7 \times 8 + 7 - 8 - 1 < 7 \times 8\end{aligned}$$

其他案例：

$$\begin{aligned}10 \times 14 &= (11 - 1) \times (13 + 1) \\ &= 11 \times 13 + 11 - 13 - 1 < 11 \times 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}9 \times 25 &= (10 - 1) \times (24 + 1) \\ &= 10 \times 24 + 10 - 24 - 1 < 10 \times 24\end{aligned}$$

活動四（等分三角形面積）

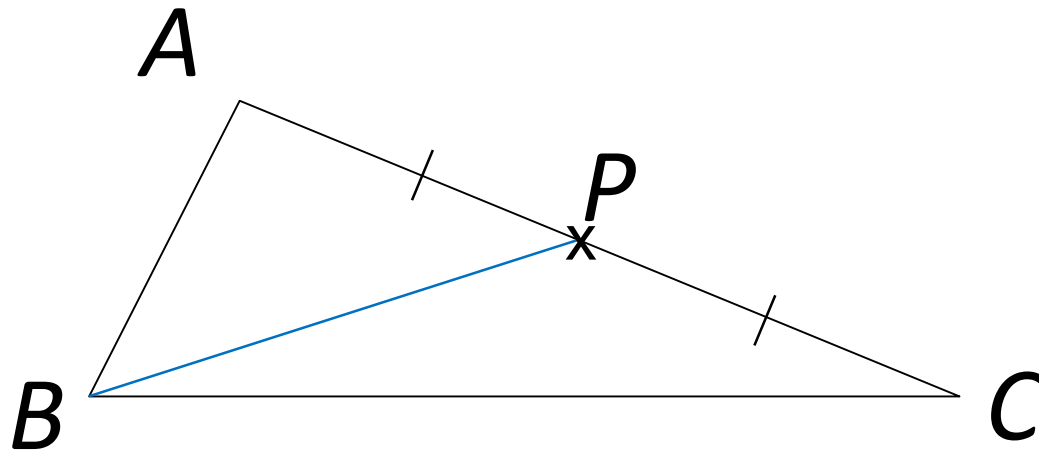


能否畫一條直線，將 $\triangle ABC$ 的面積等分？

劉任昌(2001)。《從用直線平分凸五邊形的面積談起》 數學傳播 25 卷 4 期

活動四(等分三角形面積)

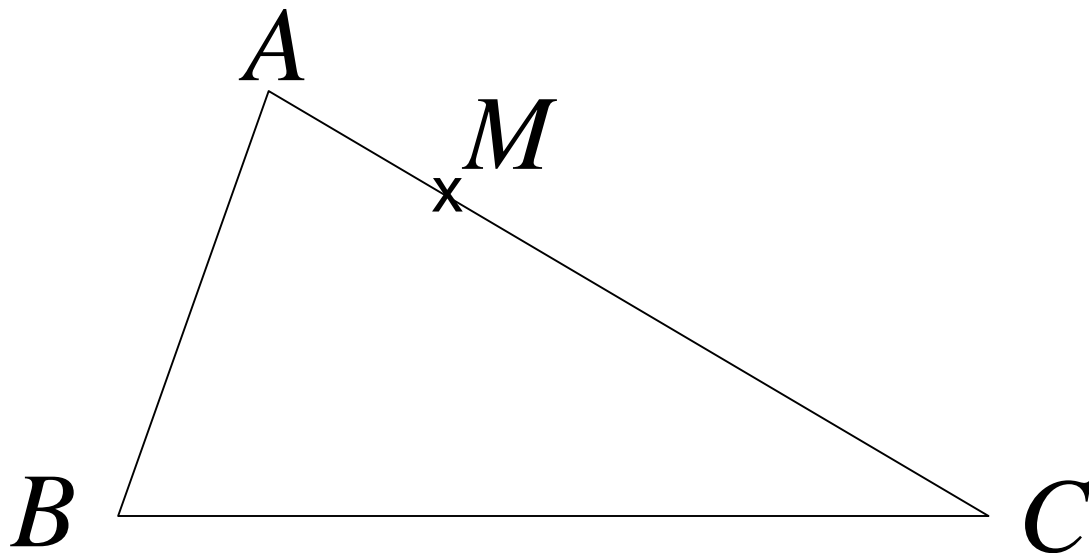
方法一



P 為 AC 的中點， BP 把 $\triangle ABC$ 的面積等分。

活動四(等分三角形面積)

方法二

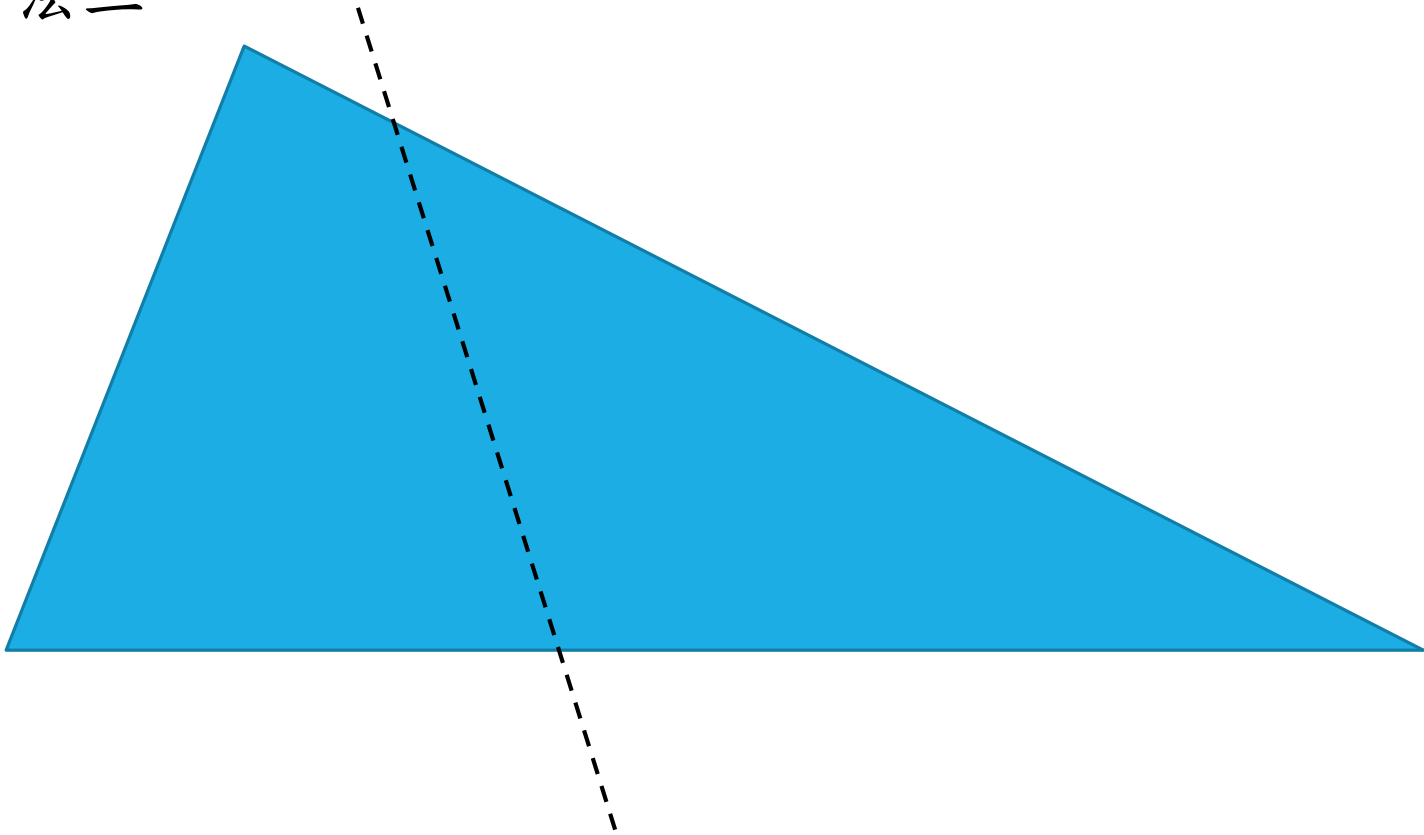


M 為 $\triangle ABC$ 邊上的任意點，

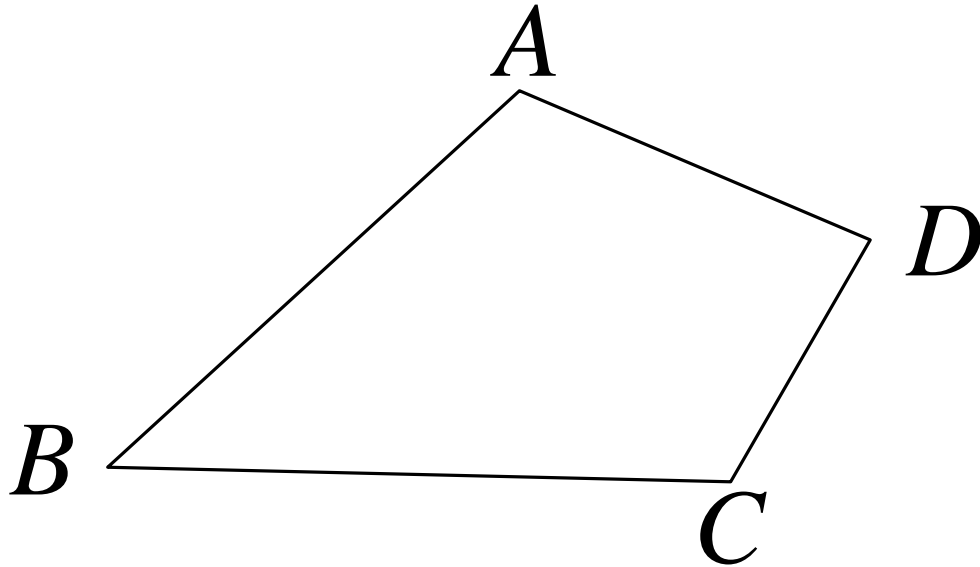
能否畫一條直線 MN ，將 $\triangle ABC$ 的面積等分？

嘗試實踐

方法二

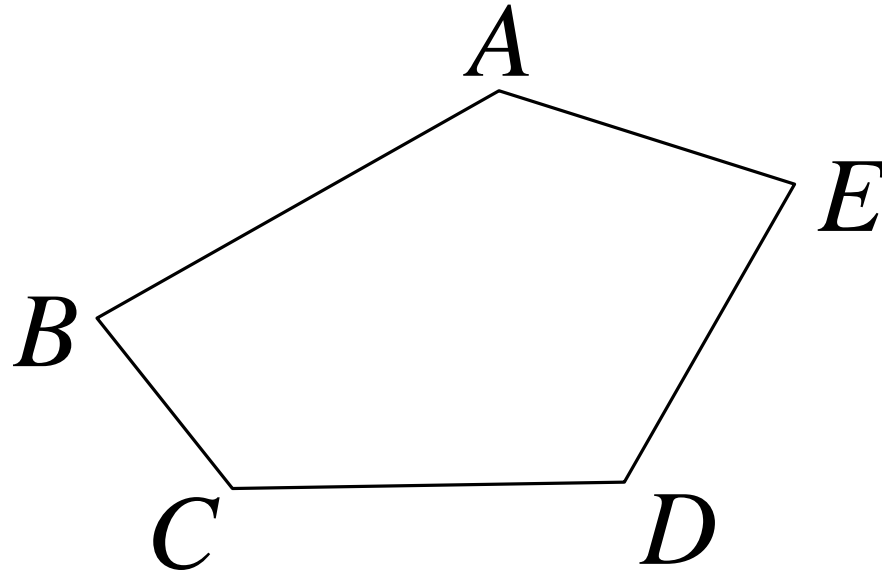


活動四(等分四邊形面積)



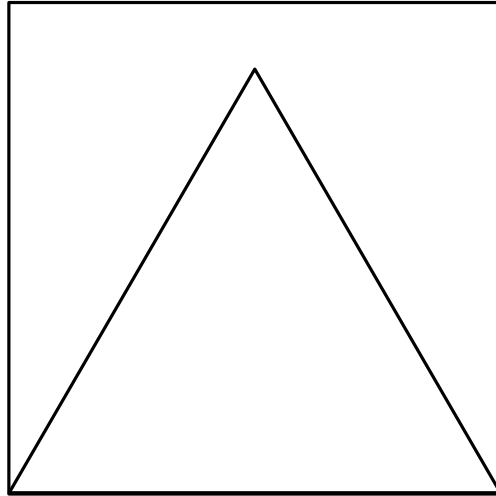
能否畫一條直線 MN ，將凸四邊形 $ABCD$ 的面積等分？

活動四(等分五邊形面積)



能否畫一條直線 MN ，將凸五邊形 $ABCDE$ 的面積等分？

活動五（等邊三角形）




能否用一張正方形紙，摺一個等邊三角形？
你能想出有多少不同的摺法？
你能證明所得的是一個等邊三角形嗎？


STEM教學活動示例

<http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/STEMexamples.html>

初中

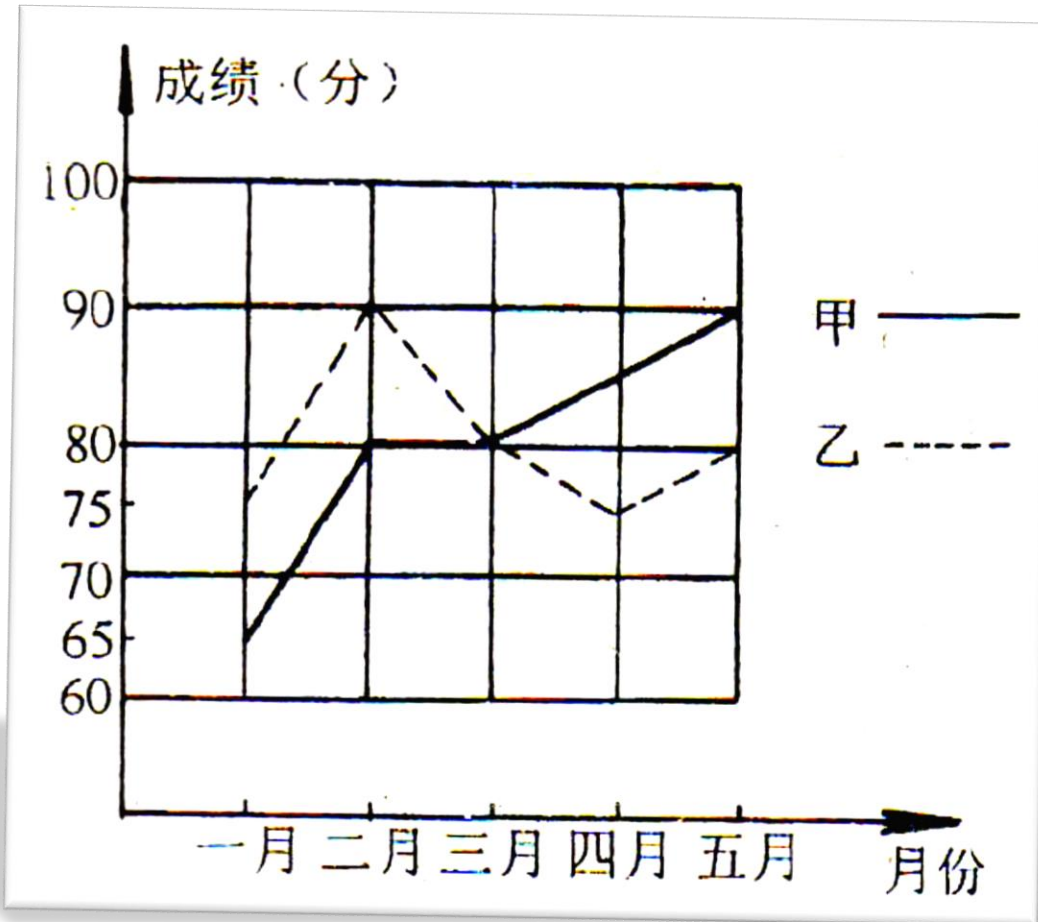
- 替學校午餐飯盒供應商設計健康飲食單
- 探究 GPS 追蹤應用程式的量度誤差
- 可反式量匙
- 探究距離量度應用程式的誤差 (暫時只提供英文版)
- 碳排放 (暫時只提供英文版)
- 電腦圖像和數據編碼的遊戲 (暫時只提供英文版)
- 最短路徑與反射 
ShortestDistance.zip

高中

- 傳染病的建模
- 流動電話的圖形鎖 (暫時只提供英文版)
- 三邊測量與全球定位系統
- 線性規畫與食物攝取量
- 有關決策過程的數學建模：概率模型 (暫時只提供英文版)
- 計算機編程 (暫時只提供英文版)
- 探究最大步行速度與腿部長度的關係 (暫時只提供英文版) 

高中例子

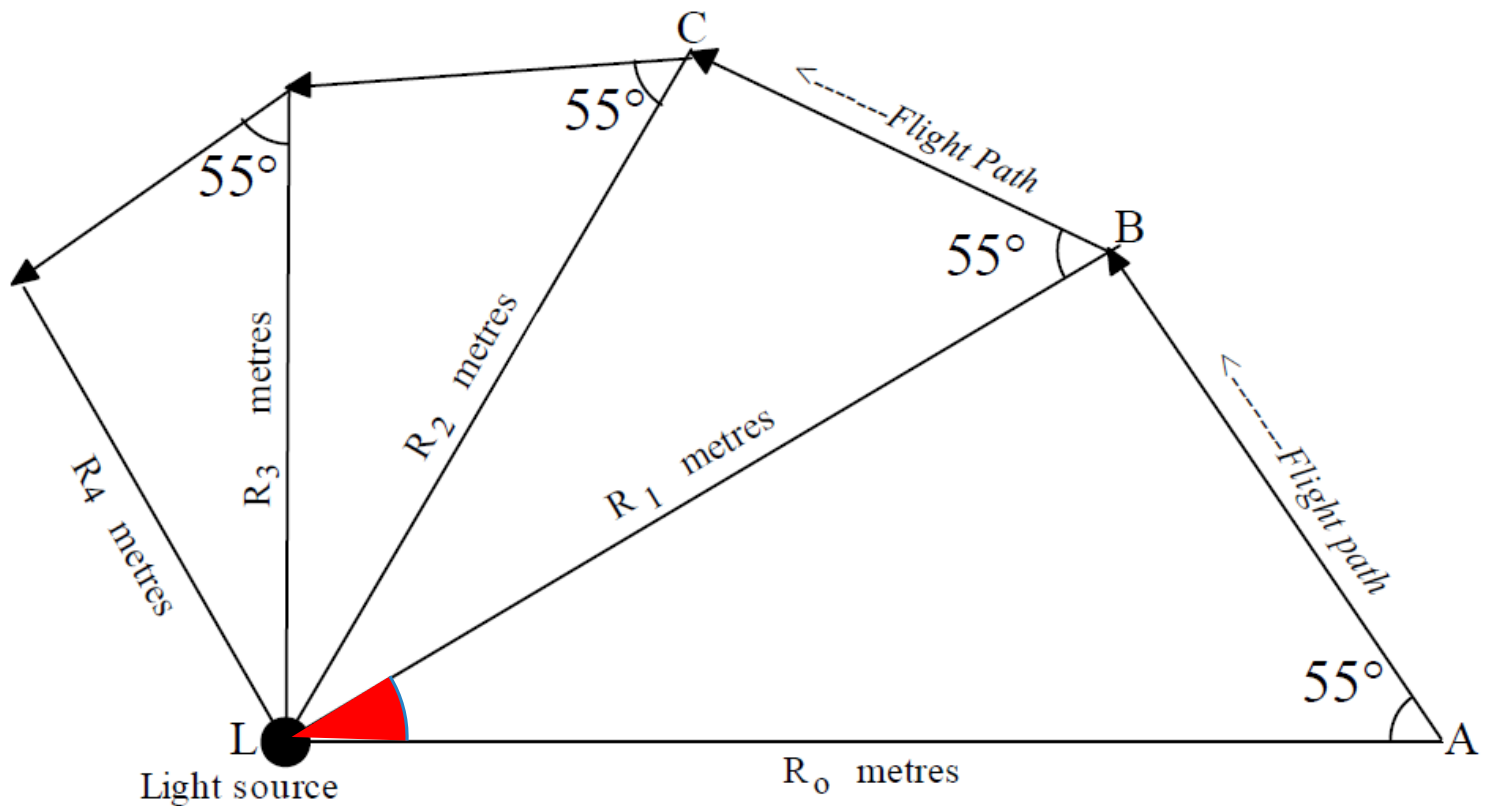
活動六：選哪人參賽



運用數學，
作出決策

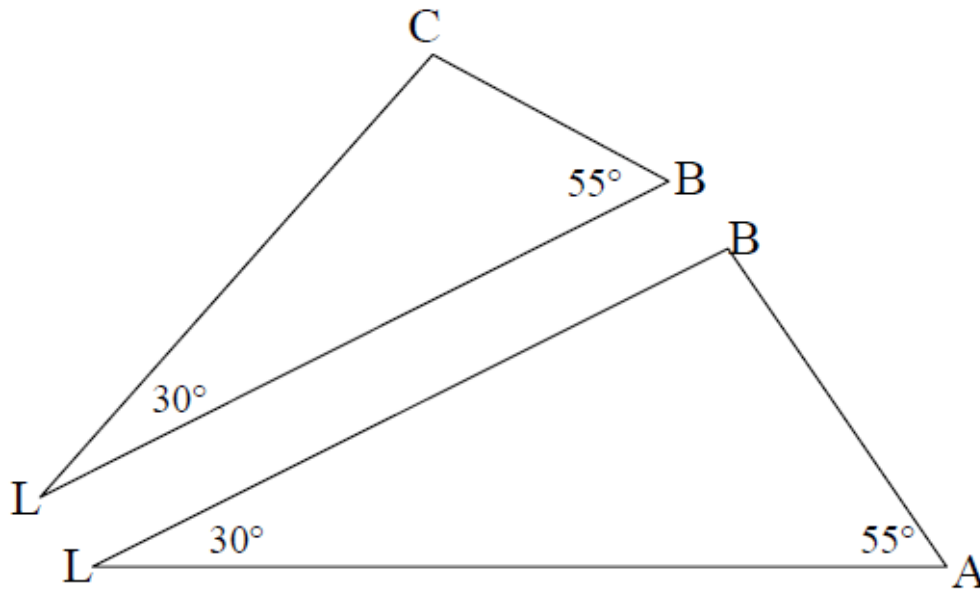
活動七：《燈蛾撲火》

Moths to a Candle



活動七：《燈蛾撲火》

$\angle ALB =$



活動七：《燈蛾撲火》

另一種蛾調節 p 次完成一圈

$$R_n = R_0 \times \left(\frac{\sin 55^\circ}{\sin \left(125 - \frac{360}{p} \right)^\circ} \right)^n$$

活動七：《燈蛾撲火》

$$R_n = R_0 \times \left(\frac{\sin \theta^\circ}{\sin \left(180 - \theta - \frac{360}{12} \right)^\circ} \right)^n$$

撲向，離開，均距

活動八：數學歸納法

目標：

探究數學公式

讓學生明白數學歸納法的意義

學習疑惑：

利用數學歸納法證明純粹技術操作，
沒有問題，但公式由來???

活動八：數學歸納法

求以下數字的和

$$1 = ?$$

$$1 + 3 = ?$$

$$1 + 3 + 5 = ?$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = ?$$

你有甚麼發現及猜想？

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

活動八：數學歸納法

學生不難發現首 n 個奇數的和為 n^2 ，即

$$1 = 1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

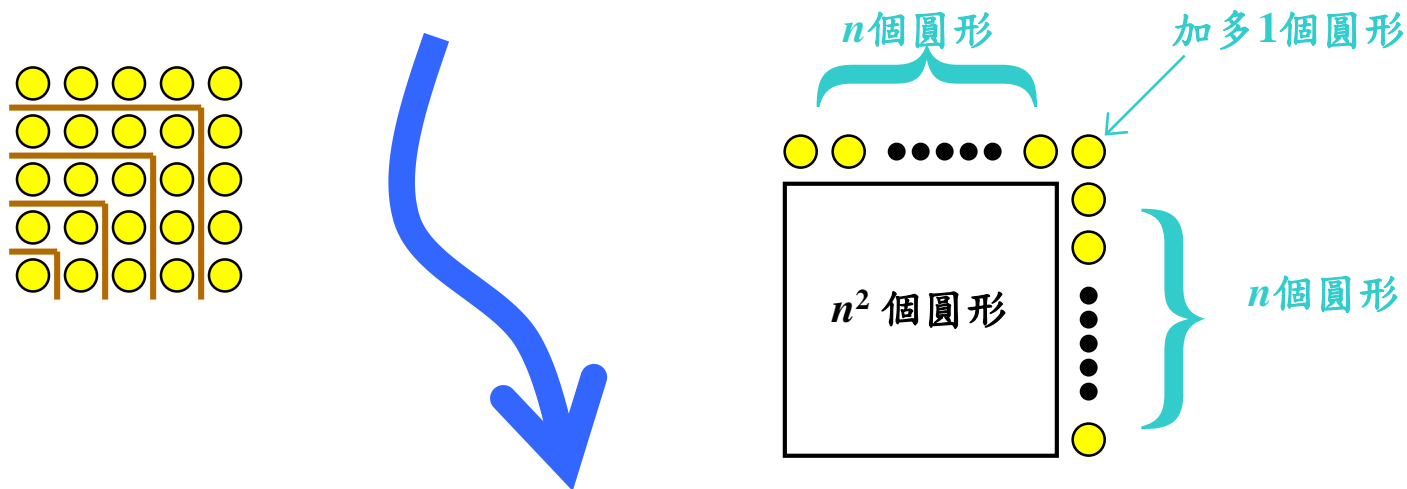
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

活動八：數學歸納法

教師亦可利用以下的圖與學生從另一角度探討以上的討論：

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$



$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) + (2n+1) = (n+1)^2$$

活動八：

數學歸納法：探究公式的由來

例子

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = ?$$

學習疑惑：

利用數學歸納法證明純粹技術操作，沒有問題，
但公式由來？？？

先備知識： $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$

活動八：探究公式的由來

n	1	2	3	4	5	6	...
$1+2+\dots+n$	1	3	6	10	15	21	...
$1^2 + 2^2 + \dots + n^2$	1	5	14	30	55	91	...

問題：上表中最後兩行有何關係？

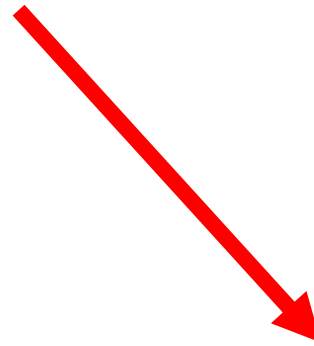
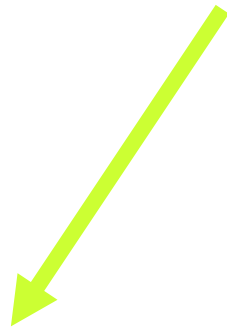
活動八：延伸問題

用上述的方法找出以下和的公式，並用數學歸納法作出證明。

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = ?$$

活動八：討論

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$



$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$$



$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n + 1)^2$$