

示例三： 函數的基本概念（三）

目標：從日常生活函數的正、反例了解函數關係的定義

學習階段：4

學習單位：函數及其圖像

所需教材：工作紙

預備知識：矩形的周界及面積

教學內容：

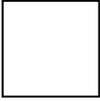
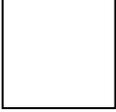
1. 教師介紹本課的學習目標及著學生完成工作紙問題 1、2 及 3。
2. 待學生完成後，教師著其與鄰坐同學比對答案。在問題 2 中，如學生在推算出生年份時遇上困難，教師可稍作提示。例如：「我知道有一位老師屬蛇，她是在 1977 年出生的。」
3. 教師與學生討論問題 1、問題 2 及問題 3 各部的答案。然後，教師與學生討論問題 6 之(a)、(b)及(c)部，並由此帶出函數的定義，即在考慮 X 和 Y 的關係時，對於每一個指定的 X ，只有唯一一個 Y 對應 X ，則我們稱 Y 是 X 的函數。根據此定義，問題 1 中的正方形面積是正方形周界的函數；問題 2 中的出生年份並非生肖的函數；問題 3 中的姓名是身份證號碼的函數。
4. 教師可考慮時間是否足夠和學生是否感興趣，對工作紙提供的例子作出進一步的討論。（即問題 7 之(a)及(b)；(c)及(d)；(e)及(f)）

例如：

- (a) 已知正方形面積是正方形周界的函數，那麼正方形周界同是正方形面積的函數嗎？換言之，如果給出正方形的面積，可以決定它的周界嗎？
 - (b) 已知出生年份不是生肖的函數，那麼生肖是出生年份的函數嗎？換言之，如果給出一個人的出生年份，可以決定他/她的生肖嗎？
 - (c) 已知姓名是身份證號碼的函數，那麼身證號碼同是姓名的函數嗎？換言之，如果給出一個人的姓名，可以決定他/她的身份證號碼嗎？
5. 教師可考慮時間是否足夠和學生是否感興趣，著學生完成工作紙之問題 4 及問題 5，並由此完成整份工作紙。教師與學生覆核問題 4 及問題 5 的答案，並進一步討論工作紙提供的例子：
- (a) 已知火柴數目是正方形數目的函數，那麼正方形數目同是火柴數目的函數嗎？如果給出特定的火柴數目，可以決定可組成的正方形的數目嗎？
 - (b) 已知長方形面積不是長方形周界的函數，那麼長方形周界是長方形面積的函數嗎？如果給出長方形的面積，可以決定它的周界嗎？
6. 教師由此總結出即使 Y 是 X 的函數， X 亦不一定是 Y 的函數。

工作紙：函數的基本概念

1. 下表左列為不同正方形的周界。試給出一個可能的正方形，並註明其邊長（如下例所示）。

周界/cm	可能的正方形
4	 1cm
12	
24	

試寫出上列正方形的面積。

周界/cm	4	12	24
面積/cm ²			

- (a) 與你的同學比較，他們所得的結果和你所得的一樣嗎？

- (b) 周界是 24cm 的正方形對應多少個可能的面積？

- (c) 如果給出正方形的周界，可以決定它的面積嗎？

2. 請寫下你的出生年份和所屬生肖（如果不希望其他人看見，你可以將答案留在腦海中）。

出生年份：

所屬生肖：

以下依次是鼠、牛、虎、兔、龍、蛇、馬、羊、猴、雞、狗、豬十二生肖中的其中四個。試從你的出生年份和所屬生肖，推算出在全校師生中屬下列生肖的人的可能出生年份（公曆）。

生肖	 龍	 蛇	 馬	 羊
出生年份 (公曆)				

- (a) 與你的同學比較上表的答案，他們所得的結果和你所得的完全一樣嗎？

- (b) 校內肖龍的人對應多少個可能的出生年份？

- (c) 如果學校內有兩位老師肖蛇，則他們一定是同年出生嗎？

- (d) 如果給出一個人的生肖，可以決定他/她的出生年份嗎？

3. 以下是某青少年中心的其中 15 名會員：

					
身份證號碼	A123456(7)	K654321(1)	G456456(2)	Z555553(1)	B123445(5)
姓名	陳小吉	李秀娟	張良	黃海山	張志堅
					
身份證號碼	Z238238(8)	D765432(1)	K828282(8)	E432132(1)	H741852(9)
姓名	劉志華	林浩堅	方麗淇	何明俊	葉國全
					
身份證號碼	F987654(3)	Z789456(0)	K963852(7)	D258369(1)	Z369123(4)
姓名	張志堅	梁佩誼	鄧偉圖	陳小吉	周慧玲

(a) 下表所示為該青年中心的活躍成員的身份證號碼，請寫出各成員的姓名。

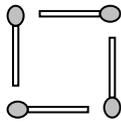
			
身份證號碼	A123456(7)	K828282(8)	F987654(3)
姓名			
			
身份證號碼	D258369(1)	H741852(9)	Z555553(1)
姓名			

(b) 如果給出一個人的身份證號碼，可以決定他 / 她的姓名嗎？

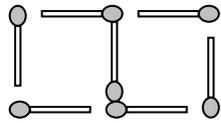
(c) 張志堅是否該中心的活躍成員？請列出原因。

(d) 若已知陳小吉為青少年中心的義工，你可以指出他的身份證號碼嗎？為什麼？（如果給出一個人的姓名，可以決定他 / 她的身份證號碼嗎？）

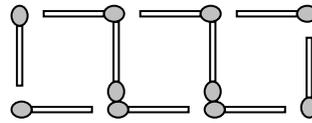
4. 下圖所示為以火柴組成的不同數目的正方形：



圖(1)



圖(2)



圖(3)

(a) 按以上圖案規律，填上各圖案所需的火柴數目。

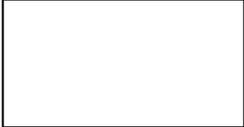
圖	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
火柴數目					

(b) 與你的同學比較(a)部中的答案，他們所得的結果和你所得的一樣嗎？

(c) 考慮(a)部和(b)部中的結果，如果依上述方法組成 10 個正方形，求所需的火柴數目。

(d) 如果給出所組成的正方形的數目 n ，可否決定所需火柴的數目？火柴的數目是多少？

5. 下表左列為不同長方形的周界。試給出一個可能的長方形，並註明其長度和闊度。

周界/cm	可能的長方形
10	
14	
26	

試寫出不同的周界所對應的可能面積。

周界/cm	10	14	26
面積/cm ²			

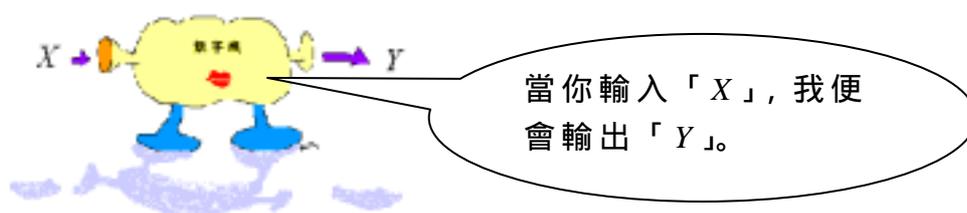
- (a) 與你的同學比較，他們所得的結果和你所得的完全一樣嗎？

- (b) 周界是 10cm 的長方形可對應多於一個可能的面積嗎？

- (c) 如果給出長方形的周界，可以決定它的面積嗎？

6. 在問題 1 至 5 中，我們發現：
- (a) 某個指定周界的正方形對應 _____ (一個/多於一個) 面積。
 - (b) 某個指定的生肖對應 _____ (一個/多於一個) 出生年份。
 - (c) 某個指定身份證號碼對應 _____ (一個/多於一個) 姓名。
 - (d) 某個指定數目的正方形對應 _____ (一個/多於一個) 可能數目的火柴。
 - (e) 某個指定周界的長方形對應 _____ (一個/多於一個) 面積。
7. 如果對於每一個指定的 X ，只有唯一一個對應的 Y ，則我們稱 Y 是 X 的函數。

如果 Y 是 X 的函數，則 X 和 Y 之間的關係可以用一台數字機的運作來模擬：



根據上述關於函數定義，下列何者必為正確(在 內加上✓號)？

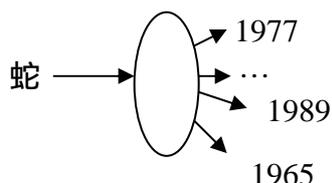
- (a) 正方形面積是正方形周界的函數。
- (b) 正方形周界是正方形面積的函數(給出的正方形的面積可以決定它的周界)
- (c) 出生年份是生肖的函數。
- (d) 生肖是出生年份的函數(一個人的出生年份可以決定他/她的生肖)
- (e) 身份證號碼是姓名的函數。
- (f) 姓名是身份證號碼的函數(某人的身份證號碼可以決定他/她的姓名)
- (g) 火柴數目是正方形數目的函數。
- (h) 正方形數目是火柴數目的函數(火柴數目可以決定可組

成的正方形的數目)

- (i) 長方形面積是長方形周界的函數。
- (j) 長方形周界是長方形面積的函數(長方形的面積可以決定它的周界)

教師注意事項：

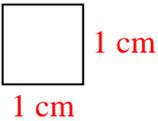
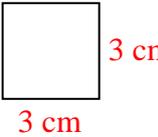
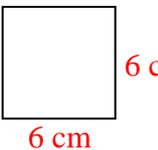
1. 本示例活動需時約 40-60 分鐘。
2. 學生在處理問題 6 時或會遇上困難，教師可用圖畫加以解釋。
例如：輸入一個「生肖」可輸出若干個「出生年份」。



3. 在問題 2 中，出生年份並不是生肖的函數，因為不年份出生的人可屬同一生肖。另一方面，生肖亦不是出生年份的函數。有學生可能認為給出某個年份，只可能有一個對應的生肖，故生肖應為出生年份的函數。惟生肖按農曆立春作分隔，因此同一個年度（農曆或公曆）可有兩個可能的生肖。
4. 第 3 題內的身份證號碼只是虛構數字，並不按香港身份證編碼方法而製定的。這樣，可避免與某人 / 學生的身份證號碼相同而引起尷尬。教師可略為解釋香港身份證號碼的編碼方法。詳情可參閱《生活的數學》羅浩源(1997) 第 13 頁香港：香港教育圖書公司。
5. 教師可再進一步提醒學生數學語言的嚴謹性。如只指出“ X 與 Y 有函數關係”是不恰當，應準確說明“ Y 是 X 的函數”或 / 及“ X 是 Y 的函數”，後兩句代表不同的意義。

6. 工作紙建議答案如下：

1.

周界/cm	可能的正方形		
4			
12			
24			

周界/cm	10	14	26
面積/cm ²	1	9	36

(a) 完全一樣。
 (b) 一個。
 (c) 可以。

2.

生肖	 龍	 蛇	 馬	 羊
出生年份 (公曆)	1952 1953	1953 1954	1954 1955	1955 1956
	1964 1965	1965 1966	1966 1967	1967 1968
	1976 1977	1977 1978	1978 1979	1979 1980
	1988 1989	1989 1990	1990 1991	1991 1992
	2000 2001	2001 2002	2002 2003	2003 2004

- (a) 不完全一樣。
- (b) 兩個。
- (c) 不一定。
- (d) 不可以。

3.(a)

身份證 號碼			
	A 123456(7)	K 828282(8)	F 987654(3)
姓名	陳小吉	方麗淇	張志堅
身份證 號碼			
	D 258369(1)	H 741852(9)	Z 555553(1)
姓名	陳小吉	葉國全	黃海山

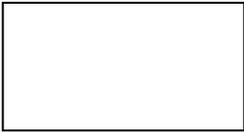
- (b) 可以。
- (c) 不能確定。共有兩名會員的名字是「張志堅」，其中一人是活躍成員，惟不知題中所指的是哪一位。
- (d) 不可以，因為該中心有兩位「陳小吉」。

4.(a)

圖	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
火柴數目	4	7	10	13	16

- (b) 完全一樣。
- (c) 31 根火柴。
- (d) 可以。火柴數目 = $3n+1$ 。

5.

周界/cm	可能的長方形	
10		2 cm × 3 cm (或其他答案)
14		2 cm × 5 cm (或其他答案)
26		3 cm × 10 cm (或其他答案)

周界/cm	10	14	26
面積/cm ²	6 (或其他答案如 4、6.25等)	10 (或其他答案)	30 (或其他答案)

或其他對應於上表結果的答案

- (a) 不一樣。
- (b) 可以。
- (c) 不可以。

- 6.(a) 一個。
- (b) 多於一個。
- (c) 一個。
- (d) 一個。
- (e) 多於一個。

7.

- (a) 正方形面積是正方形周界的函數。
- (b) 正方形周界是正方形面積的函數(給出的正方形的面積可以決定它的周界)
- (c) 出生年份是生肖的函數。
- (d) 生肖是出生年份的函數(一個人的出生年份可以決定他/她的生肖)
- (e) 身份證號碼是姓名的函數。
- (f) 姓名是身份證號碼的函數(某人的身份證號碼可以決定他/她的姓名)
- (g) 火柴數目是正方形數目的函數。
- (h) 正方形數目是火柴數目的函數(火柴數目可以決定可組成的正方形的數目)
- (i) 長方形面積是長方形周界的函數。
- (j) 長方形周界是長方形面積的函數(長方形的面積可以決定它的周界)