資優教育

2016/17

「第十二屆香港小學」及「第八屆香港中學」

數學創意解難比賽
資料匯編

教育局

目錄

序
1.「香港中、小學數學創意解難比賽」的意義 ----------5
2. 本書的使用建議 ----------7
3. 榮譽顧問及委員會 ----------11
4. 執委會主席的話 ----------12
5. 評判團代表的話 ----------13
6.「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」資料匯編 ----------14
6.1 比賽簡介 ----------15
6.2 比賽形式 ----------16
6.3 比賽獎項 ----------17
6.4 得獎名單 ----------18
6.5 指導教師及學生撰文 ----------24
6.6 比賽題目及參考答案 ----------31
6.7 比賽花絮 ----------70
7.「第八屆香港中學數學創意解難比賽」資料匯編 ----------74
7.1 比賽簡介 ----------75
7.2 比賽形式 ----------76
7.3 比賽獎項 ----------77
7.4 得獎名單 ----------78
7.6 比賽題目及參考答案 ----------88
7.7 比賽花絮 ----------114
8. 初賽答題表現分析 ----------116
9. 頒獎禮花絮 ----------120

序

本教材收錄了2016/17年度教育局與教育團體合辦的「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」及「第八屆香港中學數學創意解難比賽」的比賽資料。當中的題目甚具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優培育計劃的教材，用以訓練學生的思維能力。

如對本教材有任何意見和建議，歡迎以郵寄、電話、傳真或電郵方式聯絡教育局課程發展處資優教育組：

地 址：九龍塘沙福道19號教育局九龍塘教育服務中心東座3樓328室
電 話：3698 3472
傳 真：2490 6858
電郵地址：gifted@edb.gov.hk

1.「香港中、小學數學創意解難比賽」的意義

教育局資優教育組

時間過得很快，轉眼間「香港小學數學創意解難比賽」已經舉辦至第十二屆了，而「香港中學數學創意解難比賽」亦已踏入了第八個年頭。

對數學資優學生的意義

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」及「第八屆香港中學數學創意解難比賽」和一般的傳統數學比賽有一個很不同的地方，就是這兩個比賽不會只看學生的紙筆測試表現，也會要求同學們進行協作解難、數學實驗、面試及辯論。特別是數學辯論一環，會要求學生將小組研習的結果及解難策略向評判及其他隊伍匯報，並即時回應評判及其他隊伍的提問。這種考核學生對知識的掌握及辯證知識的能力的過程，近似一般大學常用的考核博士研究生的口試（viva）形式，所以參賽學生是需要有高層次思維能力才能應付得來。

今年的小學邀請賽，我們很榮幸能夠邀請分別來自澳門及內地的精英隊伍：濠江中學附屬小學及珠海容閎學校容閎小學，與香港的得勝隊伍進行友誼數學辯論交流賽。這是一次很難得的機會，大大擴闊本地學生的眼界。希望類似的邀請賽日後也有機會推展至中學。

從參賽學生的表現得知，香港學生的明辨性思考、創意思維、口頭匯報及提問能力也可以是很出色的，有時只是傳統紙筆測試未能全面反映。現在因有了小學和中學的數學創意解難比賽，可以讓學生有多一個機會發揮這些方面的才華，從而讓他們的能力得到肯定。

對一般學生的意義

「香港中、小學數學創意解難比賽」除了對數學資優學生有肯定作用外，對促進一般學生的學習及提升教師的教學效能，相信亦可帶來正面的影響。

本比賽的多元化評估模式，可鼓勵教師在教學上使用多元化評估如解難實驗及數學辯論等作為教學方法，提高一般學生建構數學知識的能力，擴闊他們的數學視野，增加學習的趣味。有指導教師表示曾參考「香港小學數學創意解難比賽」的數學辯論形式，在課堂內讓學生就數學難題進行辯論，學生不但熱烈地討論，而且積極投入課堂學習。由此可見，本比賽有助提升學與教的趣味和效能。

對校本資優教育的意義

「香港中、小學數學創意解難比賽」的題目極具挑戰性，適合學校作為校本數學資優教育的教材，以刺激學生的思維能力。因此我們把有關題目收錄書內，方便大家使用。

2. 本書的使用建議

教育局資優教育組

本書收錄了「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」及「第八屆香港中學數學創意解難比賽」的題目。這些題目極具挑戰性，不論學校是否打算參與比賽，題目也有其參考價值，以作校本數學資優培訓計劃的教材。教師可考慮使用本比賽的解難實驗及數學辯論的題目，供有興趣的學生進行小組探究，從而培養溝通協作、創意思考與明辨性思維等共通能力。

筆試題目（初賽）

數學創意解難比賽設筆試題目（詳細題目內容，請參看內文）。教師訓練學生時，可鼓勵同學團隊協作，盡量讓學生多思考及討論，務求擴闊學生的思考空間。此外，可鼓勵學生勇於嘗試，不斷探索，有策略地從錯誤中學習，從而發現當中的規律及關係等。

「解難實驗」/「數學辯論」題目

本屆數學創意解難比賽的決賽中設有「解難實驗」/「數學辯論」的題目（詳細題目內容，請參看6.6及7.6部分）。「解難實驗」通常會為參賽隊伍提供一些比賽用品，要求學生以小組形式探究問題。然後評判會就相關問題作出提問，要求學生解釋所採用的解難策略，並總結當中的發現。「數學辯論」要求參賽隊伍進行小組協作解難，然後向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍亦要接受評審團和其他參賽隊伍的提問，並即席進行答辯。

教師可考慮使用本比賽的筆試題目及「解難實驗」/「數學辯論」題目，供有興趣的學生進行小組探究。指導學生時可以參考下列的建議：

i. 題目的程度是刻意超出參賽學生的年級水平的，但教師不必要求學生使用超出他們程度或能力的數學知識和技巧，只需鼓勵學生反思已有的數學知識，並綜合應用，產生新的意念，以解決問題。

ii. 假如學生沒有預先學習某個數學公式或理論，而單單靈活運用一些很基本的數學知識就能解決問題，更是難能可貴，充分反映其數學創意解難能力之高超。數學資優學生正正需要這種具挑戰性的訓練機會。

iii. 假如學生找到相關規律或公式後，以為已完成了任務而不再思考。教師可鼓勵他們多以不同的數據或情況驗證所找到的規律或公式。這樣可以訓練他們驗證答案、反思步驟及不斷修正自己的猜想或所發現的公式。

iv. 讓學生向教師及其他同學講解其思考及解難策略，總結當中發現，並接受教師及其他同學的提問。這有助訓練學生的匯報和高層次思維能力，並能深化學生的學習。其他同學在聆聽匯報時，也可從中學習，擴闊視野，學習別人的解難策略，並訓練自己的提問及明辨性思維能力。

v. 教師可提問任何有助理解學生思路或挑戰學生高層次思維的問題，亦可就學生的答案再作追問。這種即場的追問，最能訓練學生的應變能力，並能鼓勵學生作深度思考。

雖然這些筆試題目以及「解難實驗」/「數學辯論」的題目是為高小至中二的學生而設，但由於題目本身具一定程度的開放性和難度，所以也可考慮給予較高年級的同學，作為趣味解難或數學辯論之用。

3. 榮譽顧問及委員會

榮譽顧問

楊耀忠太平紳士	香港教育工作者聯會名譽會長
吳鳳嫻女士	香港教育局資優教育組總課程發展主任

榮譽數學顧問

韓耀宗教授	香港城市大學數學系

審題委員會

何美芬女士	香港數理教育學會
李文生博士	香港大學教育學院
金偉明老師	香港聖公會何明華會督中學
徐崑玉老師	香港四邑商工總會黃棣珊紀念中學
陳志成老師	資深數學科教師
陳威儀老師	佛教榮茵學校
陳偉倫老師	香海正覺蓮社佛教正覺中學
馮德華先生	香港數理教育學會
黃嘉蕙老師	香港數理教育學會
趙嘉俊老師	浸信會沙田圍呂明才小學
鄭永權老師	香港數理教育學會
盧偉樂博士	香港專業管理協會李國寶中學
譚志良先生	香港大學教育學院

（排名以姓名筆劃序）

執委會

常任主席	杜家慶校長	香港教育工作者聯會副主席
常任副主席	劉明基校長	香港幼兒教育及服務聯會永遠名譽會長
常任委員	謝家安博士	教育局資優教育組課程發展主任

香港數理教育學會工作小組

徐崑玉老師	何美芬女士	鄭永權老師
馮德華先生	王金漢先生	鄧慧敏女士

4. 執委會主席的話

香港中、小學數學創意解難比賽執委會常任主席
杜家慶校長

由教育局資優教育組、香港教育工作者聯會合辦，香港資助小學校長會協辦，香港數理教育學會承辦的「香港中、小學數學創意解難比賽」已踏入第十二屆。近年來資優教育在香港受到各界關注，有見及此，本人十三年前便與資優教育組總課程發展主任陳沛田先生商議舉辦「香港小學數學創意解難比賽」，希望通過這個比賽培育學生運用數學及創意來解決問題。同時，也提升他們深層思考及高層次思考能力。藉此比賽讓更多學生得以發展潛能。喜見這比賽由小學發展至初中階段。

「第十二屆香港小學」及「第八屆香港中學」數學創意解難比賽參與的學校分別有111間及97間。從每年的比賽亦看到參賽學生的分析、明辨性思考及推理論證能力也在不斷提升。另外，能夠進入小學決賽的隊伍同時也會與鄰近地區的學生作交流切磋。

展望未來發展

縱向:來年於已開展的初中比賽基礎上持續發展。希望這類比賽能為中學生提供多元化的學習機會，如小組協作、運用創意解難技巧。

橫向:希望未來能增加賽區的數目，令更多不同地區的學生能參加這極具特色的比賽。

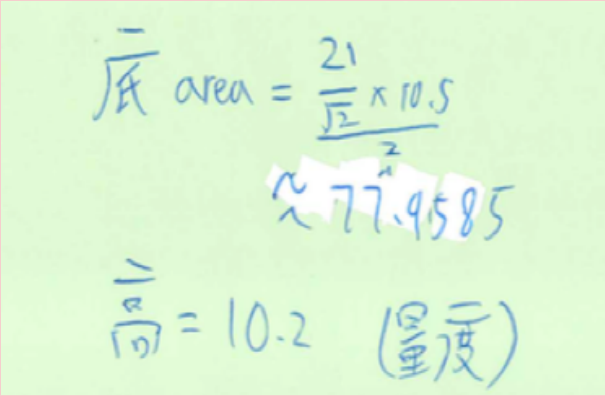
最後，本人衷心感謝資優教育組同工的支持、大專院校的學者、「香港中、小學數學創意解難比賽」之顧問團成員及教師出任評判，「香港中、小學數學創意解難比賽」執委會組內各同工之鼎力相助，令比賽得以順利進行。

5. 評判團代表的話

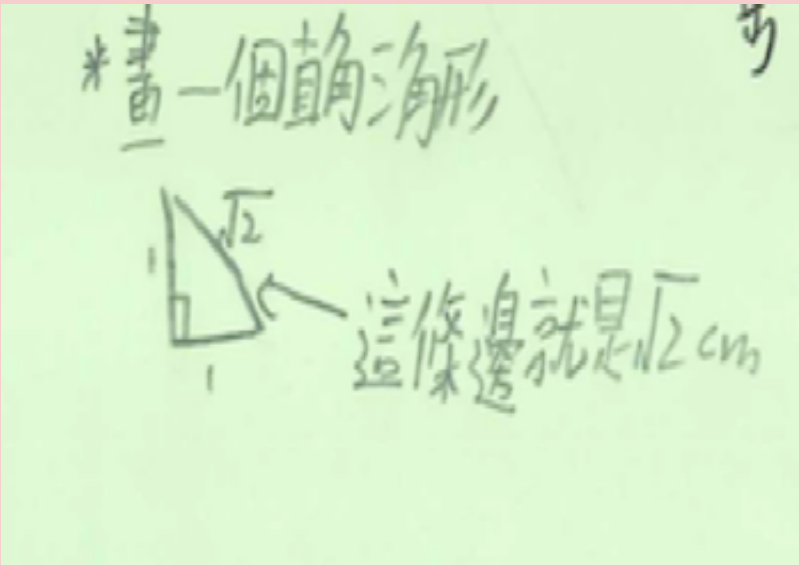
香港大學教育學院
譚志良先生

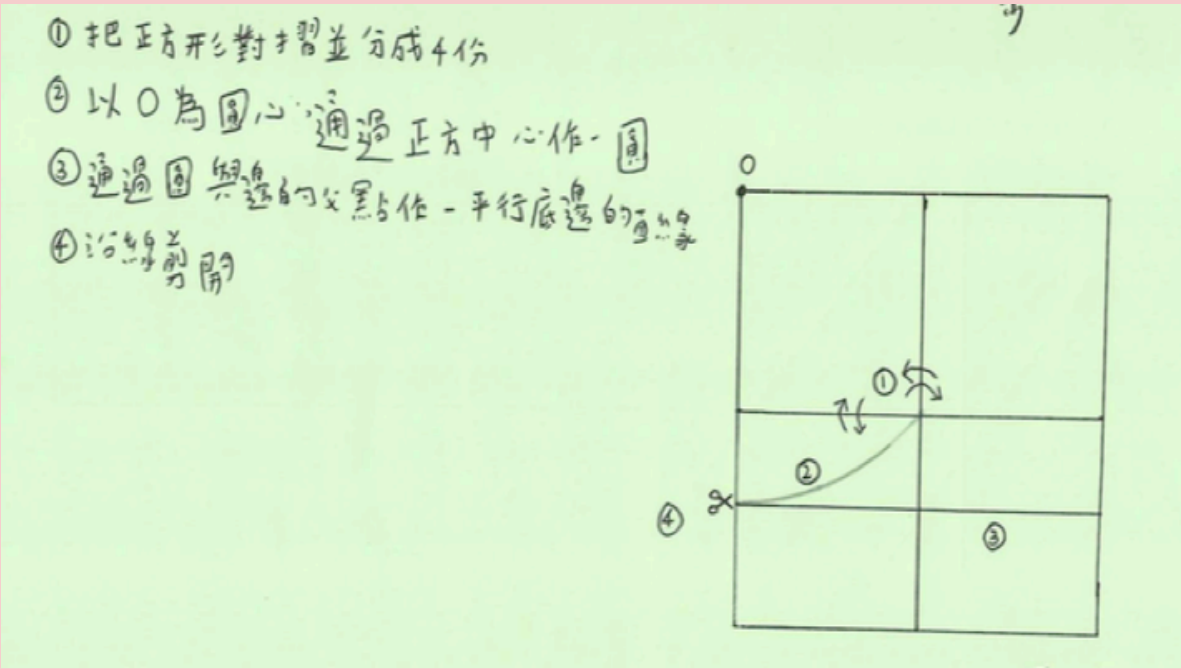
為何要解難

比賽在不足一小時就結束了，名次也鎖定。
在比賽中我們看到甚麼呢？



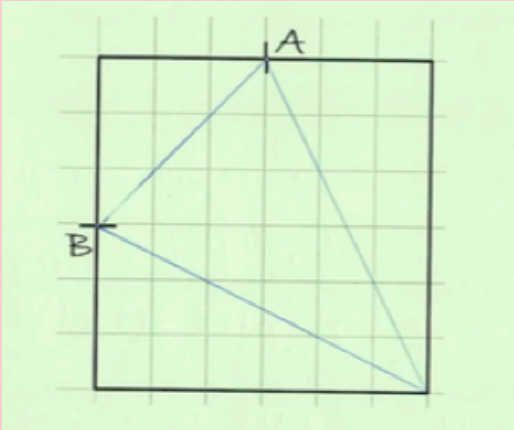
- 同學們能因應問題，混合使用不同的技巧去解難。



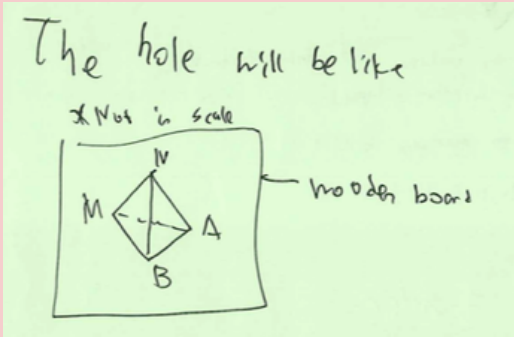


- 同學在解難中能超越框框

題目是加五條線去摺四面體的，但在有限的時間裡，有同學能發覺在正方形紙上不能照搬在長方形紙上的方法，想出簡潔合理的解。



一個不常見的立體可以穿過哪些空間，是不容易想出來的。同學透過變換觀察的角度，找出不同的可能。



同學在有限的時間，面對沒有可能全部完成的幾個相關問題，只能用盡所知的數學知識，盡力求解，我們不能不對同學的表現作出讚許。

無論各位同學在比賽中感覺如何，為自己能在短短的時間中找到那麼多答案而高興，或是仍怪責自己為何當時竟然大意想錯了，走錯了方向，只要大家心中仍有一點點探究之火，為比賽當中碰到的一兩個問題偶然想想看，設題的人就算沒有白費心思了。

比賽當然要爭取勝利，但更重要的是透過比賽，明白自己的局限，從比賽中，突破自己的極限。如果大家看過答案後，發現原來勾股定理可以用得那麼盡的，對稱、旋轉是可以用來解難的，全等三角形的概念是可以如此用的，再重整一下思路，那麼大家的數學解難能力，將會提升。

出難題考大家，是希望同學能在面對不同的挑戰中，對數學有更深的理解，對不同數學範疇之間的關係，有更深的體會，比賽時能做到多少，能否得到獎牌，相對來說，並不十分重要。

部分同學可能仍為自己在比賽時量度能力不足而自責，也為當時一些看似可笑的錯誤而仍然有點苦惱。但如果你在多一點思考並和同學多討論一陣子後，如今已多懂得一兩個巧妙而有效的方法的話，你絕對是個勝利者；假如你當時表現出色，但現今你的能力仍不過停留在比賽時的地步，你就應以龜兔賽跑的故事為鑒了。

希望同學能保持對數學的熱愛，在未來學習的過程中，仍然保留大膽嘗試，嚴謹檢証的心懷。

6.1

第十二屆香港小學數學創意解難比賽資料匯編

6.1比賽簡介

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」是由香港教育工作者聯會及教育局課程發展處資優教育組聯合舉辦，香港資助小學校長會協辦，香港數理教育學會承辦。本屆比賽共有111間小學，合共441位學生參加。經過初賽的篩選後，有四隊連同兩隊邀請隊進入決賽，爭奪冠、亞、季、殿軍及優異獎。

6.2比賽形式

本比賽包括初賽及決賽暨邀請賽兩部分：

（I）初賽－筆試

日期：　2017年2月18日

形式：　參賽隊伍以小組形式共同在50分鐘內完成15題數學思考題。題目設計著重考核學生的應變和高層次思維能力，期望學生能運用已有知識解決難題。

（II）決賽暨粵港澳交流邀請賽－數學解難實驗/辯論

日期：　2017年4月1日

形式：　進入決賽的四隊本港隊伍與一隊來自澳門的隊伍及一隊來自內地的隊伍一同作賽。每隊以小組形式按題目的要求，在40分鐘內設計一個解難策略，然後在5分鐘內向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍之後會接受評審團和其他參賽隊伍10分鐘的提問，並即席進行數學辯論。

6.3比賽獎項

頒獎禮日期：2017年7月8日

（I）初賽獎項：

- 金獎（十八名），銀獎（三十五名），銅獎（三十六名），各得獎學生可獲獎狀乙張。

（II）決賽暨粵港澳邀請賽獎項：

- 冠軍（一名）：可獲獎座乙座及價值港幣一千二百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；指導教師可獲獎狀乙張。
- 亞軍（一名）：可獲獎座乙座及價值港幣八百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；指導教師可獲獎狀乙張。
- 季軍（一名）：可獲獎座乙座及價值港幣四百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 殿軍（一名）：可獲獎座乙座；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 優異獎（二名）：可獲獎座乙座；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。

6.4得獎名單

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」決賽暨粵港澳邀請賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學	指導教師
冠軍	聖保羅男女中學附屬小學	朱卓熹　吳業澧 郭藝研　高弘燁	林寶珊老師
亞軍	寶血會伍季明紀念學校	謝昶豪　丁兆霖 曾俊濠　鄭家朗	黃敬慈老師
季軍	聖公會青衣主恩小學	吳嘉振　蘇逸熹 姚縉熹　黃祖軒	徐麗珍老師
殿軍	番禺會所華仁小學(下午)	陳昶民　麥題鑠 何弘光　陳正軒	李志豪老師
優異獎 (排名以學校編號序)	澳門濠江中學附屬小學 澳門濠江中學附屬英才學校	施宇軒　黃英倫 馮嘉威　梁錫安	劉明藝老師 黃雙願老師
	珠海容闳学校容闳小学	詹皓然　李卓曦 蔡丰临　顾典雅	郑权老师 陈灵老师

初賽金獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
聖公會青衣主恩小學	吳嘉振　蘇逸熹 姚縉熹　黃祖軒	徐麗珍老師
保良局錦泰小學	劉凱光　李冠樑 鄭力燊　麥翹熙	劉智樑老師
番禺會所華仁小學(下午)	陳昶民　麥題鑠 何弘光　陳正軒	李志豪老師
寶血會伍季明紀念學校	謝昶豪　丁兆霖 曾俊濠　鄭家朗	黃敬慈老師
香港培正小學	陳善樂　楊栢喬 范皓僑　梁曜鏗	梁穎炘老師
高主教書院小學部	陳朗延　馮天佑 湯上賢　羅展鋒	胡祖威老師
九龍灣聖若翰天主教小學	黃柏源　張紫雪 黃立戩　余瑋深	姜婉雯老師
天水圍天主教小學	石鋭康　陶名揚 梁君瑞　何諾賢	麥家傑老師
博愛醫院歷屆總理聯誼會 鄭任安夫人學校	廖浩南　莊志恒 鄭羽軒　呂睿杰	張希文老師
順德聯誼總會伍冕端小學	吳樂天　梁政浩 麥兆奇　曹君諾	梁美琪老師
港大同學會小學	李以諾　鄒浩文 陳己立　王　譽	宋寶華老師
將軍澳官立小學	楊勰馨　郭偉嵐 李承謙　何震洋	秦家穎老師
民生書院小學	馬梓軒　許立燊　陳柏橋	曾建勳老師
聖公會德田李兆強小學	梁鈞皓　張梓樂 黃顯龍　洪梓鈞	吳嘉雯老師 吳穎芝老師
東華三院王余家潔紀念小學	關毅盈　劉穎希 伍錦悅　陳嘉禮	黃鳳屏老師
聖保羅男女中學附屬小學	朱卓熹　吳業澧 郭藝研　高弘燁	林寶珊老師
拔萃男書院附屬小學	周柏言　江志睿 陳耀生　黃嘉揚	郭耀武老師
聖若瑟小學	黎卓坤　何旭然 楊澤康　林曉陽	曾詠鈴老師

初賽銀獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
天主教石鐘山紀念小學	譚鍵漳　劉宜佳 麥哲倫　徐苑晴	吳家豪老師
大角嘴天主教小學(海帆道)	霍睿堯　張筱悠 林浩峯　梁兆昌	陸嘉明老師
上水惠州公立學校	陳煜燊　周一寧 殷梓良　莊洛榮	何子傑老師
弘立書院	江彥誠　黃浩朗 陳杰琛　葉皓澤	王雅娟老師
馬頭涌官立小學(紅磡灣)	劉逸群　劉恒叡 黃皓聰　林政澔	崔月英老師
五旬節于良發小學	梁迪兟　黎籽希 楊超宇　黃智聰	袁龍江老師
番禺會所華仁小學(上午)	黃江宏　陳雋熙 羅泓睿　何諾智	李志豪老師
光明學校	黃愷瑩　張展翟 孫宇軒　鄧敏俞	陳曉昕老師
北角官立小學(雲景道)	李和洛　許佳陽 洪梓悅　林雅淇	陳薇莎老師
軒尼詩道官立小學(銅鑼灣)	林日韜　曾文昇 何紀樂　林其澧	李秀芬老師
香港浸會大學附屬學校 王錦輝中小學	廖鐵男　郭子亮 蘇文豪　黃啟翀	梁灝欣老師
中華基督教會基法小學 (油塘)	黃俊維　李博謙 施俊熙　潘永樂	馬錦莉老師
國際基督教優質音樂中學暨 小學	胡知行　梁駿謙 梁晉榮　梁晉杰	劉俊文老師
瑪利諾神父教會學校 (小學部)	黃嘉欣　馮卓禮 勞逸朗　江顥維	陳嘉珊老師 饒佩怡老師
胡素貞博士紀念學校	蘇熠軒　林澤楓 葛子睿　曾浩聰	郭嘉欣老師
鳳溪廖潤琛紀念學校	張蔚祺　陸奕希 何嘉振　蔣　儀	歐陽錦泉老師
將軍澳天主教小學	蘇珉樅　黃天朗 錢偉羲　謝以政	楊麗琼老師
聖若翰天主教小學	張裕康　楊紫嫣 李嘉宏　施智熙	李嘉浩老師

學校名稱	得獎同學	指導教師
嗇色園主辦可立小學	陳昶誠　馮梓鈞 劉俊樂　梁晉浩	陳曉華老師
合一堂學校	招華健　陳栢熙 游俊邦　鄺澧東	陳婉文老師
青松侯寶垣小學	李欣聰　忻芷晴 姚承智　陳德宏	柯麗娜老師 黃錦杏老師 梁惠娟老師
嶺南大學香港同學會小學	張柏謙　顏　朗 黃星涵　陳英傑	何智盈老師
中華基督教會基灣小學 (愛蝶灣)	胡御風　羅楚皓 葉存佑　布日言	陳敏珊老師
路德會梁鉅鏐小學	袁昀浩　楊東曉 劉子軒　王　軒	何佩思老師
軒尼詩道官立小學	方子謙　任加浩 施傑銳　葉杞匡	陳茗茵老師
九龍塘學校(小學部)	林子皓　黃清朗 趙啟辰　鄭柏然	黃建業老師
播道書院	黃家逸　申志皓 梁紫揚　香逸懷	洪聲輝老師
柴灣角天主教小學	黃尚**喆**　鄭卓彥 姚嘉言　柯嘉熙	黃　英老師
聖瑪加利男女英文中小學	蕭祉彥　楊天皓 陳栢維　蔡碧瑜	梁嘉恩老師
大埔浸信會公立學校	邱家希　謝睿麟 謝睿麒　陳耀峯	陳婉薇老師
博愛醫院歷屆總理聯誼會 梁省德學校	劉天藍　梁靖欣 吳兆康　李安松	岑俊傑老師
寶血會嘉靈學校	鄭智澎　李嘉浚 李崇謙　鄧天華	李淑儀老師
港九街坊婦女會 孫方中小學	徐芷柔　鄭可楠 裘逸朗　陳心然	劉其英老師
九龍真光中學 (小學部)	莊嘉軒　杜偉誠 盧佩琦　林沛盈	呂保庭老師
保良局香港道教聯合會 圓玄小學	朱學研　馮康妍 盧可兒　曾傲然	羅珮珊老師

初賽銅獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
觀塘官立小學(秀明道)	蔡家裕　陳銘希 程俊琛　李沛毅	譚燁老師
仁愛堂田家炳小學	陳益聰　黎貝妍 李彥陞　林致妍	鄧建彬老師
石籬天主教小學	高展晴　王雨欣 李惠敏　鄭司怡	梁鳳玲老師
香港學生輔助會小學	陳樂恆　姚尚音 洪銘琦　江杰凱	梁寶珊老師
中華基督教會灣仔堂基道小學(九龍城)	王可維　王珈禧 趙桐彤　黃可澤	劉慧樑老師
聖公會置富始南小學	陳咫情　郭子聰 盧超朗　林俊亨	林嘉偉老師
靈糧堂秀德小學	呂聖澤　雷卓賢　顏　維	岑國靜老師
保良局志豪小學	黃健臻　錢顯耀 黃奕銘　司徒隽軒	文家樂老師
聖安當小學	何逸文　梁凱晴 羅展鵬　宋悅僑	陳婉芝老師
香港中國婦女會丘佐榮學校	陳景祺　何卓傑 李明錫　蔡嘉盛	何健華老師
天主教博智小學	孫銳澤　林熙俊 葉仲蕎　劉浩宇	黃寶儀老師
聖公會基顯小學	崔浩斌　林港亮 甄銘浩　姚俊偉	譚慧儀老師
聖公會聖提摩太小學	陳浩軒　鮑文軒 李天聰　吳朗熙	徐婉華老師
天主教柏德學校	梁洛奇　關自強 陳尚豐　黃嘉希	陳嘉茹老師
嗇色園主辦可銘學校	陳奇峰　夏鼎名 吳　非　何雅芝	周詠敏老師
沙田官立小學	郭俊唯　黃丞軒 張昊朗　李樂兒	趙丹琳老師
大角嘴天主教小學	許浩賢　尹逸暉 洪瑋鍵　黃宇恆	徐健業老師
聖博德學校	葉健陽　何宇軒 李家熙　李景泓	周樂君老師

學校名稱	得獎同學	指導教師
路德會聖馬太學校(秀茂坪)	莊柏熙　張晉宇 陳彥澤　田諾琳	羅永雄老師
拔萃女小學	黃嘉愈　吳禧汶 蘇泳潼　苗海晴	歐淑嫻老師
保良局王賜豪(田心谷)小學	林穎鋒　曹博裕 侯景森　李卓能	鍾玉桃老師
李陞小學	馮正彥　陳澤鎧 劉舜瑜　黃恆康	曾舒薇老師
循理會白普理基金循理小學	陳日朗　馮致晴 何紹輝　梁匡任	梁少玉老師
嘉諾撒小學	鄭俊龍　梁浩軒 歐陽世滙　張佑成	岑詩燕老師
基督教宣道會徐澤林紀念小學	廖浩鈞　呂愷樂 許　樂　梁諾斯	劉可欣老師
香港教育大學賽馬會小學	鄧易維　謝學禮 黃司珩　鍾礎謙	羅金源老師 潘思敏老師
天神嘉諾撒學校	周芷均　李穎曈 葉利盈　戴綽瑤	郭嘉雯老師
天佑小學	潘　翱　潘嘉宏 孔潔瑩　劉樂知	曾芷寧老師 楊偉麟老師
中華基督教會全完第二小學	曹民超　高善書 劉樂弘　鄧家豪	姚雙慶老師
聖公會仁立紀念小學	陳立仁　戴煒楓 陳　婧　郭義舜	李子豐老師
油蔴地天主教小學(海泓道)	嚴鴻新　黃淵浩 陳泓灝　馬興傑	董美寶老師
華德學校	周嘉朗　張肇恆 王浩弘　葉浚希	葉楚燕老師
滬江小學	陳樂謙　張梓鍵 李再豪　陸雋文	區瑋峰老師
聖公會聖紀文小學	伍嘉泓　鄧偉浩 李栢年　羅梓峰	黃匡瑩老師
伊利沙伯中學舊生會小學分校	盧達康　陳柏熹 吳雨潼　林珮瑜	葉達昌老師
塘尾道官立小學	鄭民曦　王煒健 譚　博　王梓因	胡煥娣老師

6.5指導教師及學生撰文

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」

聖保羅男女中學附屬小學

吳翠珊老師 林寶珊老師

參加創意解難比賽的學生不單要具備一定的數學能力，也要應用各種共通能力去進行解難和探究。在訓練過程中，老師除了將生活例子結合數學，讓學生接觸不同的題型外，也要鼓勵學生多運用創意及解難技巧去解決問題。透過討論將各人的思路互相分享及評鑑，從而學會協作及溝通技巧。經過這次比賽，讓學生明白數學不一定有標準答案，重點是透過思維的過程，探究各種合理、可行的答案。

學生　朱卓熹　高弘燁　郭藝研　吳業澧

經過這次比賽後，我們的解難和溝通能力提升了不少。無論在準備比賽時、做答題卷時、與友隊辯論時，我們都不忘互相尊重，專心聆聽，並且禮貌地答問。此外，我們也學懂從多角度思考，明白到很多問題都有很多解決方法。

番禺會所華仁小學(下午)

李志豪老師

首先，本人感到十分榮幸，是次比賽可以從眾多學校中出脫穎而出進入決賽。香港小學數學創意解難比賽與其他的數學比賽不同，不是單靠「死記爛背」一些數學公式而計算的奧林匹克數學比賽，而是真正給學生發揮數學的創意潛能、解決問題和互相合作的機會。學生最感興趣的，就是進行數學辯論及解難實驗，他們要向其他參賽隊伍匯報解難策略及接受評判團和其他參賽隊伍的提問，並即席進行答辯，這樣可以更了解學生是否對數學概念學得明白、透徹。相信今次學生最大的得着不是奪得甚麼獎項，而是參加比賽的經驗和滿足感。

學生　麥題鑠

這次比賽跟我以往參加的比賽有些不同，是需要進行數學辯論的。我雖然數學成績好，可是缺乏辯論的經驗和技巧，幸好我的隊友們可以互補長短，各人在不同位置上發揮所長，也可從他們身上學到不少東西，令我也獲益良多。

學生　陳正軒

I have learned a lot during the Hong Kong Mathematics Creative Problem Solving Competition, including collaboration, communication, exploration and presentation. Most importantly, I discovered that collaboration as a team is crucial for the success in this competition. During the competition, there are so many fantastic ideas floating among the team members. We seek to compile them as we all work closely. Although most of the time, we had a lot a different ideas, through brainstorming with common effort, we have learned to get hold of the ideas from each other and work closely together for a common benefit. Cooperation promotes a good working environment, encourages harmony, and advances humanity. As Alexander Graham Bell said, “Great discoveries and improvements invariably involve the cooperation of many minds.” That is why this competition is so unique and challenging for me because it does not only involve enhancement , exploration of knowledge and techniques, it also calls for critical thinking, fellowship and trust of each other. I am really grateful to have this opportunity to join this competition with my team members.

學生 何弘光

今年是我第一次參加這個比賽，我深感慶幸，可以進入決賽。這個數學比賽跟其他的比賽不同的地方就是有數學辯論這個環節，令我感到十分欣賞。我們整隊在比賽中一起思考，務求可以更精準地計算每一題，充分發揮合作精神。

珠海容闳学校容闳小学

学生　詹皓然　李卓曦　顾典雅　蔡丰临

参加这次比赛，我们收获良多。首先，让我们有了与香港、澳门的学生交流的机会，给了我们一个互相学习的平台，促进我们对港澳地区学生学习数学的了解。

其次，我们感觉到这次比赛与众不同。这次的赛题是关于台风的预报，十分新颖，看似不复杂，实则包括了估算、时间、比例尺、解比例等复杂的数学知识，是对我们综合运用数学知识解决问题的一次考验。

最后，这次比赛让我们感受到了刺激和享受，也让我们明白了一些道理。由于这次比赛的答题时间较短，比赛开始后，同学们都分秒必争，在紧张、激烈的思考中，互相碰撞出思维的火花，让我们感到无比刺激。同时，这次比赛也让我们明白了一个重要的道理：数学来源于生活，生活中处处充满着数学问题。

我们十分欣慰能得到这次宝贵的锻炼机会，这样的经历改变了我们对数学的看法，影响了我们的数学思维，学会了如何去思考探究数学问题。

陈灵老师　郑权老师

这次能作为内地唯一受邀学校参加香港小学数学创意解难比赛，感到非常荣幸，学校也非常珍惜这次机会。在比赛前一个月，就进行队员的选拔和集训。通过创意解难的集训和比赛，让我们见识到了不一样的数学问题、感受到了不一样的学习模式和学习到了不一样的思维方式，给了我们很多启示：

首先，香港小学数学创意解难比赛注重对生活中“真问题”的探究。创意解难的问题呈现的形式都是生活中最原始的状态，最原始的情境，最原始的数据，而不像我们教材中的数学问题，大多都是经过加工了的问题，相关数据都是经过处理的，把一些无关的数据和信息都去掉了，只保留与问题相关的一些条件和数据。这样教出来的学生往往是解书本上数学题的高手，可当面对真实的生活问题时，就无从下手。

其次，香港小学数学创意解难比赛非常注重学生对数据的收集、整理、分析和应用。在创意解难的大部分问题中，都需要学生从最原始的情境中去收集、整理相关信息，分析信息与问题之间的关系，思考如何应用现有的信息解决问题。而在我们的数学题中往往忽视了这项能力的培养，只侧重学生对数量关系的分析，只注重对纯数学问题的探讨。其实收集、整理、分析也是一项非常重要的能力，特别是在当今信息爆炸的时代，如何去从纷繁复杂的海量信息中提取有用的信息，如何去整合信息，利用信息去进行分析和判断，是作为一个现代人非常重要的一项能力。

还有，香港小学数学创意解难比赛非常注重学生质疑精神的培养。在辩论环节，学生之间相互举证、相互质疑，关注的是学生解决问题的过程、策略，而不只是结果。这是我们内地数学教育非常欠缺的。因为学生非常喜欢这种合作解难、辩论质疑的学习方式，每年我校也会模仿香港创意解难比赛的模式，邀请珠海地区的其他学校一起开展小学数学创意解难比赛，受到了参赛学校的欢迎与好评。

6.6 比賽題目及參考答案

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）

1.

寫出算式 $\underbrace{1111\cdots\cdots1}_{2017個1} \times \underbrace{(1+1+1+\cdots\cdots+1)}_{2017個1}$ 的結果的最後5個位。

(2 分)

答: $\underbrace{1111\cdots\cdots1}_{2017個1} \times \underbrace{(1+1+1+\cdots\cdots+1)}_{2017個1}$

= 2 ..... _____

2.

將 2017 寫成兩個部分的和：第一個部分是某數的四次方；第二個部分是另一數的平方。

(2 分)

答: 2017 = _____^{4} + _____^{2}

[註: $A^4 = A \times A \times A \times A$]

3.

已知N 是一個7位數，它由 7 個不同的數字組成，且N可被7整除。

求N的最大可能值。

(2 分)

答:　N的最大可能值是 _____ 。

4.

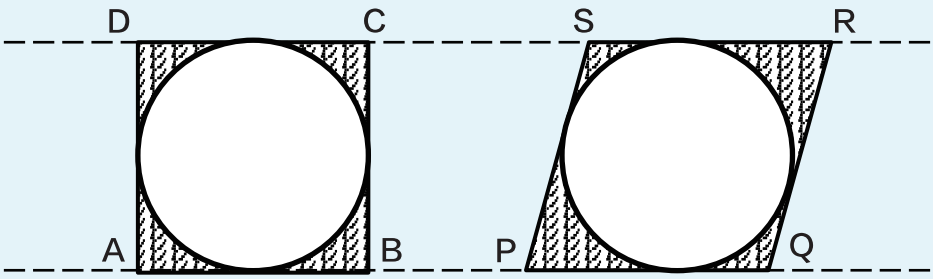


圖4a　　圖4b

圖4a 中有一正方形ABCD，正方形中有一圓形觸及其四邊。圖4b 中有一菱形PQRS，菱形中有一圓形觸及其四邊。兩圖的高度相等 。AD = 12cm，PS = 13 cm。求圖 4a 及圖4b中的陰影部分面積的差。

(2 分)

答:　兩圖陰影部分面積相差 _____ cm^2。

5.

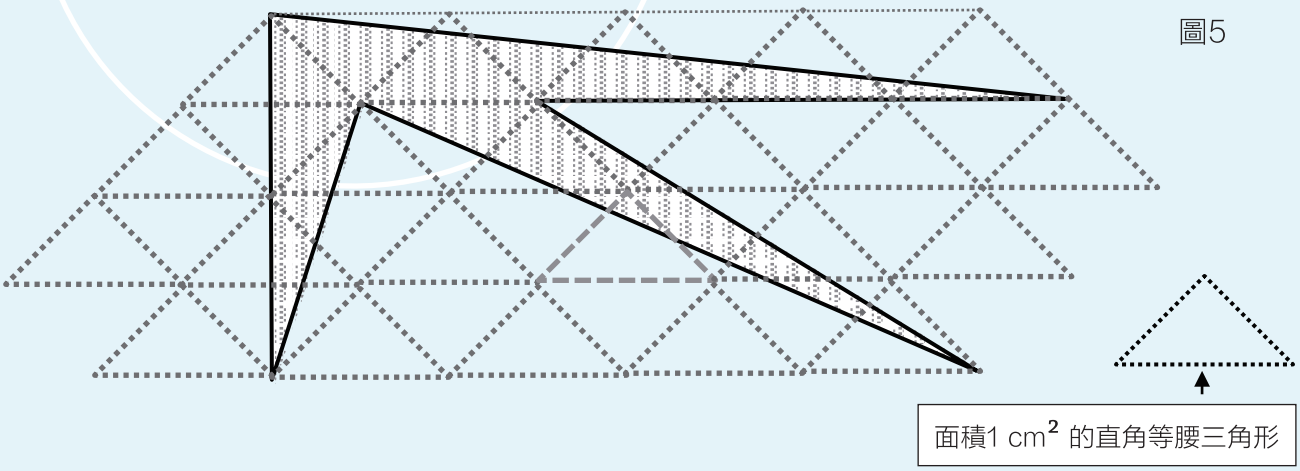


圖5

圖5 的格網圖由面積1 cm^2 的直角等腰三角形構成。求圖中陰影部分的面積。

(2 分)

答: 陰影部分面積是_____ cm^2。

6.

圖6

圖6格線圖中有一長方形 ABCD，它的長和闊分別為25和16。這長方形可分割成兩塊，而這兩塊可再拼合成一個正方形。

在答題紙的圖6上，準確地繪畫出分割的方法。

(2 分)

7.

$A\frac{C}{B}$ 是一個最簡帶分數。A + B + C = 2017。

若要選取A、B 及 C 的數值使得 $A\frac{C}{B}$ 最接近 18.02，B 的數值是甚麼?

(3 分)

答: B 是 _____。

8.

某公司向一組員工分配一筆**獎**金，各人根據表現分配不同的金額。分得**獎**金最小的10位員工合共分得全筆**獎**金的 8%，而分得**獎**金最多的5位員工合共分得全筆**獎**金的45%，其餘的 N 人則分配餘下的**獎**金。從以上資料，求N 的最大可能值和至小可能數值。

(3 分)

答: N 的最小可能值是 _____、最大可能值是 _____。

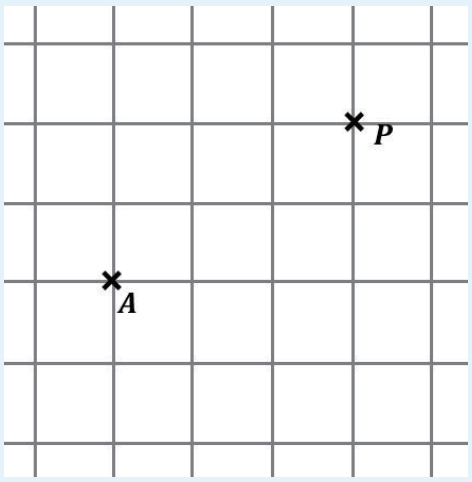
9.

圖9中的格線圖，由水平及鉛垂格線所形成，相鄰的格線之間距離均為1 cm。在每個格線圖中，均有兩個格線交點標示成 A 和 P。

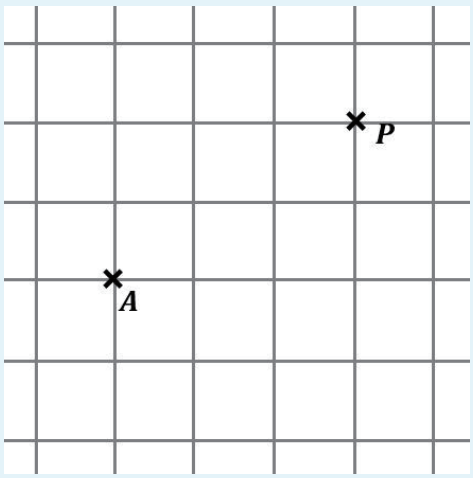
請於答題紙的圖9兩個格線圖各畫出一個多邊形以符合以下要求:

(1) 多邊形以格線交點為頂點，A 和P為多邊形其中兩個頂點；
(2) 多邊形的內角中要包括至少一個銳角、一個直角、一個鈍角和一個反角(優角)(*註)；
(3) 其中一個多邊形的面積須為最小可能面積；另一個多邊形的面積須為最大可能面積。
[註: 反角(優角)是比兩個直角還要大的角。]

(3 分)



面積最小的多邊形



面積最大的多邊形

圖9

10.

三個探險家在一個土著嚮導的幫忙下在沙漠中尋得一箱金幣。當晚，他們在綠州中找地方休息。深夜間，其中一個探險家醒來時，發現箱內的金幣分成三等份後剩了一個，他把剩下的一個金幣給了嚮導，取去三等份的其中一份便悄悄離開。其後，另一探險家醒來，他又發現箱內的金幣分成三等份後剩了一個，他又把剩下的一個金幣給了嚮導，取去三等份的其中一份又悄悄離開。第三個探險家也半夜起來，同樣發現箱內的金幣分成三等份後剩了一個，他又把剩下的一個金幣給了嚮導，取去三等份的其中一份便也離開了。

當嚮導早上起來，三個探險家都離開了，他便取去留下的金幣。

嚮導至少共得到多少個金幣?

(3 分)

答:　　嚮導至少共得到_____個金幣。

11.

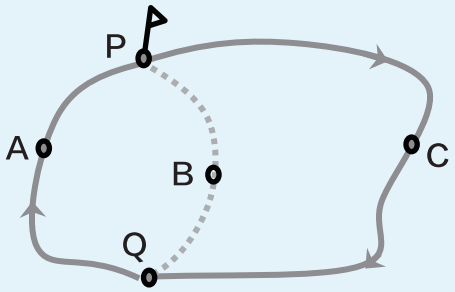


圖11a: 小超的跑步路綫

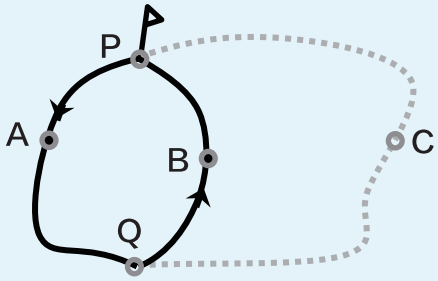


圖11b: 成叔的步行路綫

一個公園中有三條小徑連接P和Q，這三條小徑分別經過A、B及C。在星期日的早上，小超以P 作起點跑步，經C、Q、A，再回到P。(如圖11a)。小超這跑步路綫全長15 km。相同的早上，成叔從P出發步行，經 A、Q、B ，再回到P。(如圖11b)。成叔這步行路綫全長10 km。

小超和成叔通常是同時在P 起步，他們會在Q 相遇後，又在回到P 時再相遇。

a. 求PAQ、PBQ 及 PCQ 這三條路徑中最短一條的長度。

b. 某天，小超仍以常用的路綫跑步，而成叔改為由Q起步以完成他平日的步行迴路 (即Q-B-P-A-Q)。若兩人同時開步，亦用各自平日的速度完成完成路程，兩人會相遇嗎? 若會，請說出他們相遇地點與P的距離。

(4 分)

答: a. 最短路徑是 _____ (PAQ/PBQ/PCQ)。

這路徑長_____ km。

b. ☐ 兩人不會相遇。

☐ 兩人會相遇，相遇地點距離P _____ km。

12

圖12b

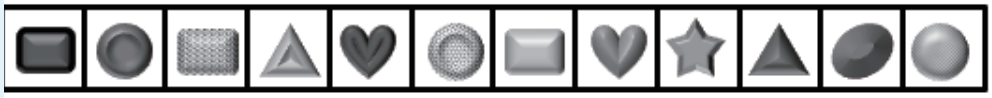


圖12a

a. 去年的生日，小俊收到一盒朱古力。這盒子共分了排成一行的8格 (如圖12a)，每格各放了一塊不同的朱古力。小俊要從這盒朱古力中選取兩塊送給弟弟，但他不要在相鄰的格中取走朱古力。

小俊有多少個不同的方法選取這兩塊朱古力?

b. 今年的生日，小俊收到一盒更大盒的朱古力。這盒子共分了排成一行的12格 (如圖12b)，每格各放了一顆不同的朱古力。小俊要從這盒朱古力中選取三塊送給弟弟，但他不要在相鄰的格中取走朱古力。小俊有多少個不同的方法選取這三塊朱古力?

(4 分)

答:

a. 小俊有_____種不同的方法選取這兩塊朱古力。

b. 小俊有_____種不同的方法選取這三塊朱古力。

13.

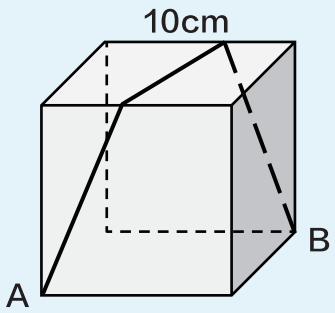


圖13a

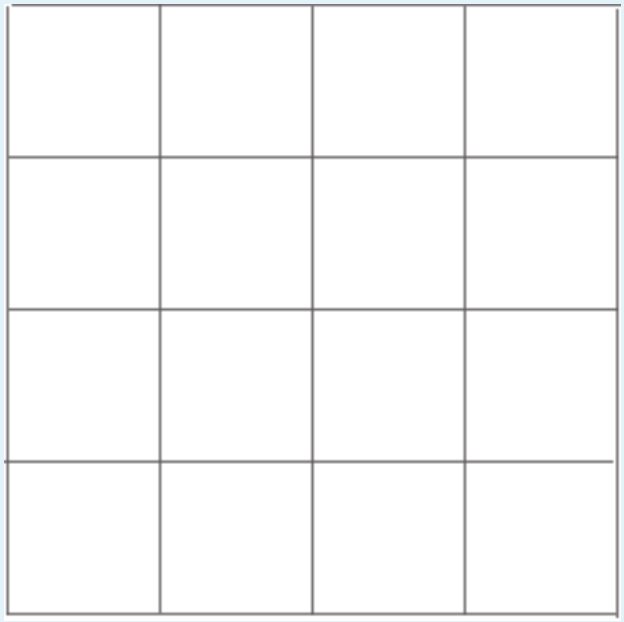


圖13b

圖13a 中有一邊長10 cm的立方體。如圖所示，有一繩子從立方體前面下方頂點A，經過前方的面，再經過上方的面，再過後方的面連到下方頂點B。而這繩亦被盡量拉緊。

請估量這條繩子的長度。

將你的估量盡量做得準確。你可以用圖13b 的格線圖輔助你的估量。

(3 分)

答: 繩子的長度 ≈ _____ cm

你須簡單解釋你用作估量時所用的方法及算式。

14.

小聰和小茵玩一個 “猜密碼”遊戲。小茵以字母 A、 B、 C、 D、 E或 F排成一個四個字母的密碼，其中字母可以重覆使用。小聰則需要猜這個密碼，需要四個正確的字母各排於正確的位置方為測中。

小聰每次作出一個猜測，小茵會為這猜測打出兩個評分作提示(☑:全匹配 及 ⦿:半匹配)

(1): 猜測中任何一個位置若放了與密碼於該位置相同的字母，可得1 ☑；而

(2): 在那些「全匹配」以外的位置，若密碼中和猜測中有一個相同的字母，但卻放於不同的位置，可得1⦿。

例如:

若小茵所設密碼為 “AADB” 而小聰的猜測為“ABDD”，小茵所給評分應是 2 ☑及 1 ⦿。

2 ☑給予A#D#；而 1⦿ 給予“B” 因為這字母錯放於第2 位。注意: 猜測中的第2個D得不到分數。

若小茵所設密碼為“CCDE” 而小聰的猜測為“CECD”，小茵所給評分應是 1 ☑ 及3 ⦿ 。

14.

下表為某一輪遊戲中小聰的5次猜測，並列子小茵對每個猜測的評分。

經過這五次的猜測和評分後，小聰推斷出小茵的密碼只剩下幾種可能性。請寫出所有可能答案。

小聰的猜測					小茵的評分	
					☑	⊙
A	A	B	B		2	0
C	C	D	D		1	0
E	E	F	F		0	1
C	C	C	C		1	0
A	A	D	D		1	0

(3 分)

答:

可能的密碼是: _____、_____

、_____、_____

、_____、_____

、_____、_____。

(不必填上所有答案線。)

15.

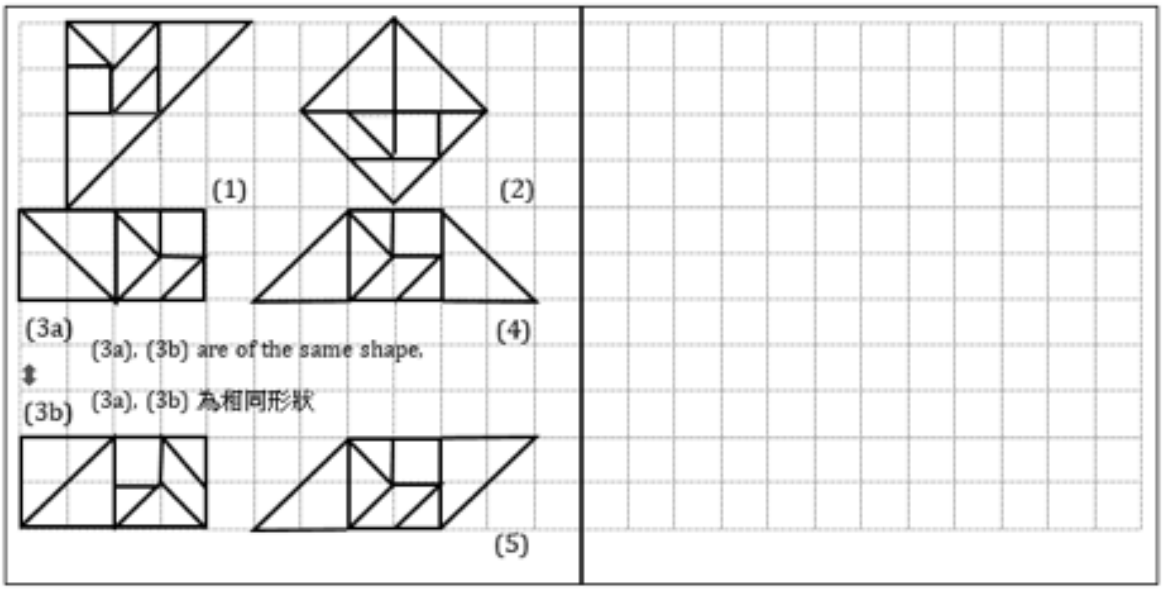


圖 15a Figure 15a　　圖 15b Figure 15b

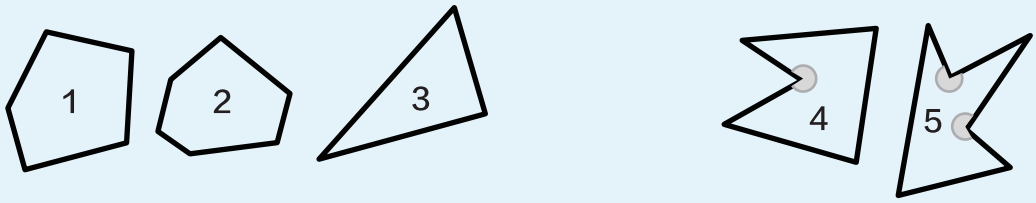
附件1上印了一個”七巧板”圖案，據說這”七巧板”中的七塊圖形可以拼合成13個不同形狀的凸多邊形(*註)，圖15a 顯示了其中五個多邊形。

試將七巧板的7塊圖形拼合，拼造出3個不同的凸多邊形，其中包括一個形狀有別於圖15a (2)-(5) 的四邊形、一個五邊形和一個六邊形，並將拼合的方法畫於答題紙的圖15b。

你可以剪下附件1的圖形塊作試驗，答案以畫於答題紙上圖 15b 的拼合圖形為準。

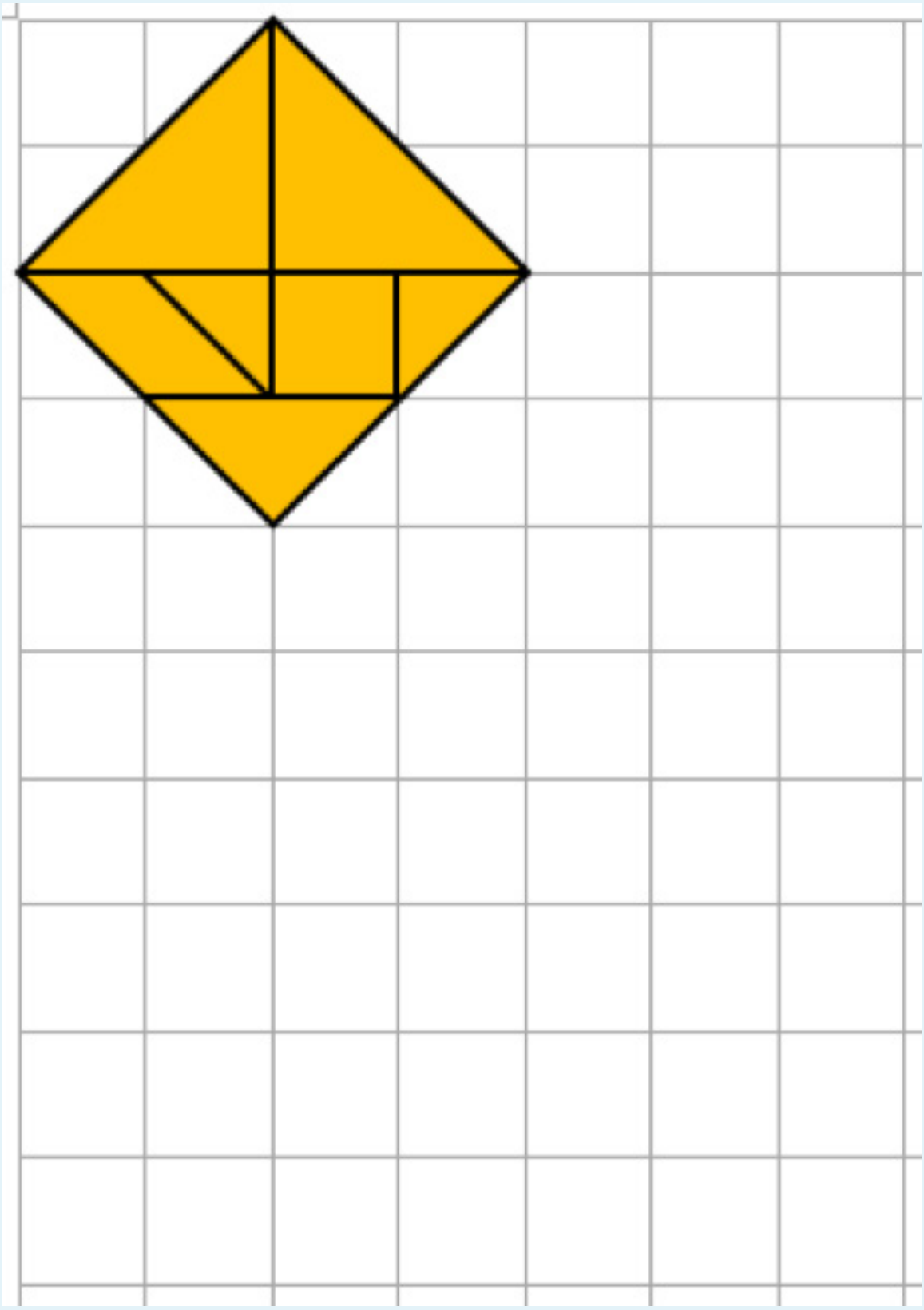
[註]

下圖的 (1)、(2)、(3) 為「凸」多邊形，(4)、(5)的多邊形中有內角為反角(優角)，它們是凹多邊形。



[全卷完]

附件(1)



「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」

初賽題目（筆試）
參考答案

1.

[10887]

$$\underbrace{1111\cdots\cdots1}_{2017\text{ '1's}} \times \underbrace{(1+1+1+\cdots\cdots+1)}_{2017\text{ '1's}} = 2017 \times \underbrace{1111\cdots\cdots1}_{2017\text{ '1's}}$$

```
                2017
                          2017
                         20170
                        201700
                       2017000
                      20170000
                     201700000
                        ......   ← 最後五個位皆為0
+) □□        +) □□□□□□□□□
.........    ............ 10887
```

2.

$[3^4 + 44^2]$

$2017 = A^4 + B^2$，考慮 A、B 的各種可能性。

A	A^4	$2017-A^4$
1	1	2016
2	16	2001
3	**81**	**1936**
4	64	1953
5	625	1392
6	1296	721
~~7~~	~~2401~~	

B	B^2
26	676
27	729
36	1296
37	1396
44	**1936**
31	1296

$\therefore 2017 = 3^4 + 44^2$

3.

[9876531]

考慮N為 987654* 的可能性。

987654 ÷ 7 = 141093 ⋯ 3　　但 30, 31, 32, 33 皆不可能被7整除。

再考慮N為 987653* 的可能性。

987653 ÷ 7 = 141093 ⋯ 2　　因21 可被7整除。

N的最大值是 9876531。

4.

[12 cm^2]

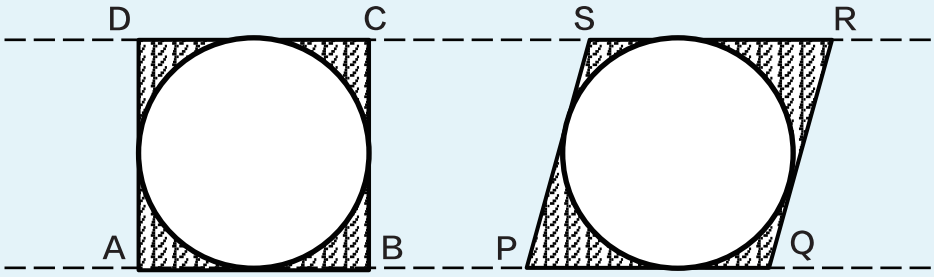


圖4a　　圖4b

比較 正方形 ABCD 及 菱形 PQRS 的面積:

ABCD 面積 = 12^2 = 144 cm^2

PQRS 面積 = 13 × 12 = 156 cm^2

由於兩圖中的圓形大小相同，

陰影部分面積相差 = 156 cm^2 − 144 cm^2 = 12 cm^2

5.

[9 cm^2]

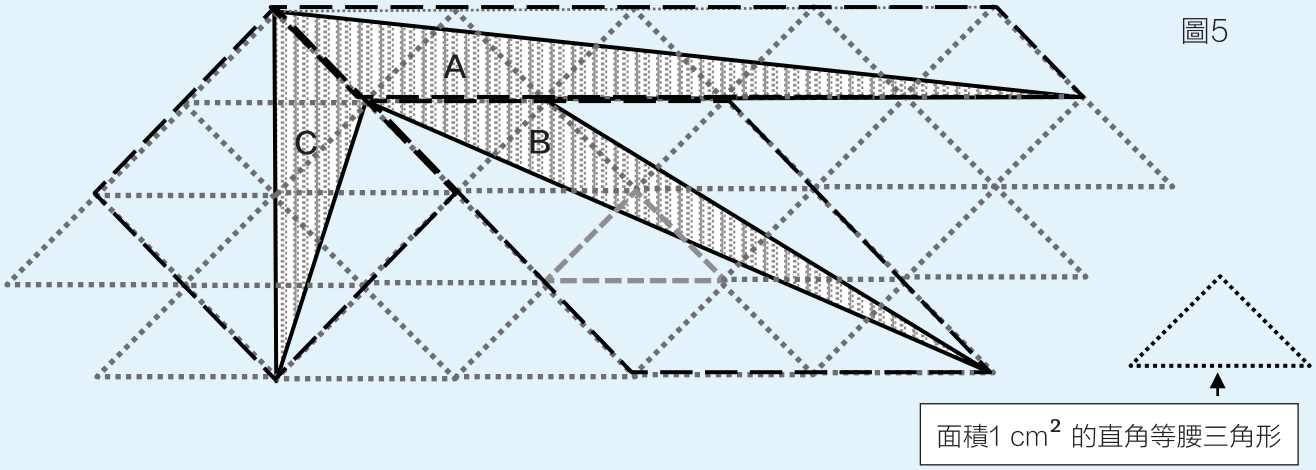


圖5

將圖5的陰影部分如上圖分割成三個部分 A、 B 及 C。

A的面積 = ½ × 8 cm2 = 4 cm^2

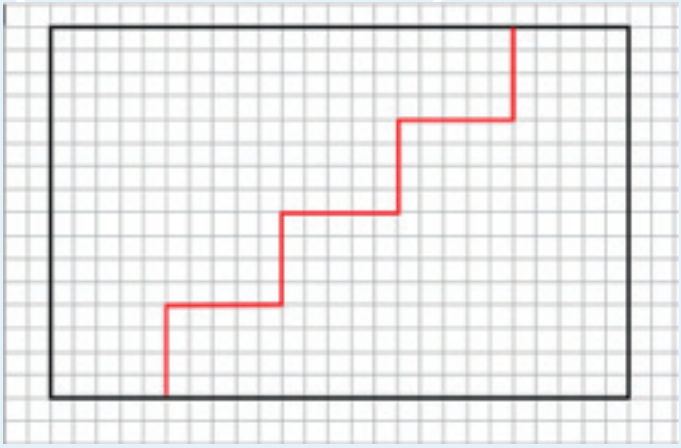
B的面積 = ½ × ½ × 12 cm2 = 3 cm^2

C的面積 = ½ × ½ × 8 cm2 = 2 cm^2

陰影部分面積 = 4 + 3 + 2 = 9 cm^2

6.

格線圖中長方形 ABCD， 面積= 25 × 16 = 20 × 20。兩塊圖形均不可有長於20單的部分，且考慮兩塊圖形合拼接合部分的長度，得下圖分割。



7.

[1960]

為使 $A\frac{C}{B}$ 最接近18.02。取A = 18；B + C = 2017 − 18 = 1999。

$\frac{C}{B} \approx 0.02 = \frac{1}{50}$ ，且1999 ÷ (1 + 50) = 39.196 ⋯.

考慮

C = 39 而 B = 1999 − 39 = 1960 , 則 $A\frac{C}{B} = 18.0198979\cdots$

C = 40 而 B = 1999 − 40 = 1959 , 則 $A\frac{C}{B} = 18.020418\cdots$

第一情況的結果較為接近 18.02。

∴ B 是 1960 。

8.

[6, 58]

1 − 8% − 45% = 47%.

除了分得最小的10 人和分得最多的2 人，其他N 人則分配47%的獎金。

這些人每人所得不會超過 45% ÷ 5 = 9%。

47% ÷ 9% = 5.22，故N 至小是 6 。

這些人每人所得必不少於 8%÷10 = 0.8%。

47% ÷ 0.8% = 58.75，故N 至大是 58。

9.

(a)　合符內角條件而面積最小的多邊形：

多邊形所取頂點應盡量貼近線段AP，如下圖9a中的四邊形面積只有1cm^2。從9a 四邊形略作變更，加入直角和鈍角，成9b中多邊形，面積1.5cm^2，為最小可能的面積。圖9b為其中一個可能答案。其他符合條件，具相同面積之多邊形均可。

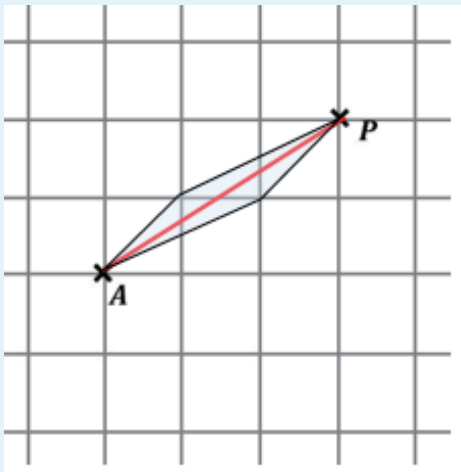


圖9a

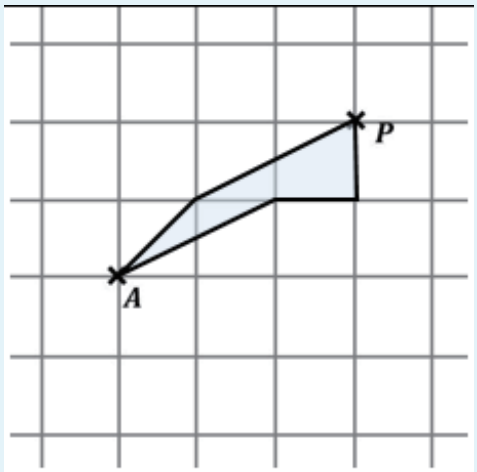


圖9b

(b)　合符內角條件而面積最大的多邊形：

圖9c中的四邊形面積為格線圖中可容納的可大可能，面積25cm^2。從9c 多邊形略作變更，作最小改變加入A和P作頂點，成9d中多邊形，面積24 cm^2，為符合各條件的最大可能的面積。圖9d為其中一個可能答案。其他符合條件，具相同面積之多邊形均可。

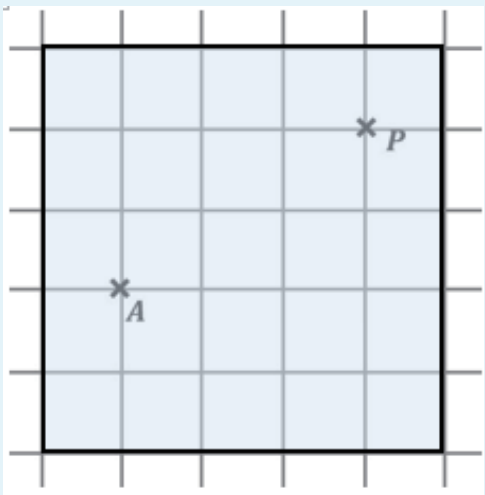


圖9c

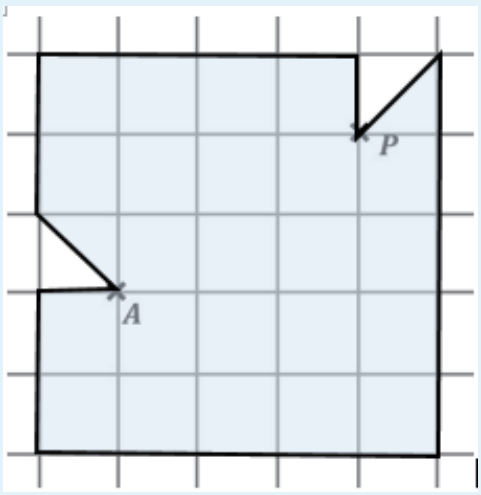


圖9d

10.

[9]

(方法1)

	箱中的金幣數目	
嚮導醒來時	2N	N 為整數
第三個探險家醒來時	3N +1	(3N + 1) 是 2 的倍數
第二個探險家醒來時	$(3N+1) \times (\frac{3}{2}) + 1$	$[(3N+1) \times (\frac{3}{2}) + 1]$ 是 2 的倍數
第一個探險家醒來時	$[(3N+1) \times (\frac{3}{2}) + 1] \times (\frac{3}{2}) + 1$	

因此:

N的值須使得 [(3N + 1) × + 1] 為2的倍數。N必為奇數，且(3N + 1)/2 也是奇數。

N 至少是 3。

當 N = 3， 嚮導所得 = 2N + 3 = 9

(方法2)

設原本箱中的金幣數目為 x，最後所分的兩份，每份為 m。

$$\left\{\left[(x-1)(\frac{2}{3})-1\right](\frac{2}{3})-1\right\}(\frac{2}{3}) = 2m$$

$$4x = 27m + 19 = 28m + 20 - (m + 1)$$

即27m + 19為 4 的倍數，可考慮27m + 19 = 28m + 20 − (m + 1)，

即(m + 1)為4的倍數。

最少的值為 m = 3 , x = 25。

嚮導所得 = 2m + 3 = 9

11.

a. 當小超完成一個15 km 的路程，成叔完成10 km 的路程。

當小超完成一個PCQ這路徑，成叔完成PAQ這路徑:

PCQ + PAQ = 15 km 且 PCQ : PAQ = 3 : 2。

∴ PCQ = 9 km，PAQ = 6 km。 PBQ = 10 − 6 = 4 km。

b. 由於PAQ = 6 km、 QBP = 4 km，當小超到達 Q，成叔如常地已行了6 km，今天他卻在 PAQ 上，離開P 點2 km 的一處(且稱作R) 。

而RQ = 6 − 2 = 4 km。在 R 與Q 之間某處兩人迎頭相遇。

相遇處距離R = 4 ÷ 5 × 2 = 1.6 km.

相遇處距離P = (2 + 1.6) km = 3.6 km.

相遇地在 PAQ上，距離 P點 3.6 km 。

12.

a. 將盒中的8個格子編號:

1	2	3	4	5	6	7	8

列表數算如下:

第 1 粒的編號	第 2 粒的編號	方法的數目
1	3,4,5,6,7,8	6
2	4,5,6,7	5
3	5,6,7,8	4
4	6,7,8	3
5	7,8	2
6	8	1

方法的數目合計 = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21

12.

b. 將盒中的12個格子編號:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

第 1 粒的編號	第 2 粒的編號	第 3 粒的編號	方法的數目	觀察／推算
8	10	12	1	1
7	9	11,12	3	1+2
	10	12		
6	8	10,11,12	6	1+2+3
	9	11,12		
	10	12		
5	7	9,10,11,12	6+4=10	1+2+3+4
	8,9,10	如上		
4	6	8,9,10,11,12	10+5=15	1+2+3+4+5
	7,8,9,10	如上		
3			21	1+2+3+4+5+6
2			28	1+2+3+...+7
1			36	1+2+3+...+8

方法的總數 = 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 120

13.

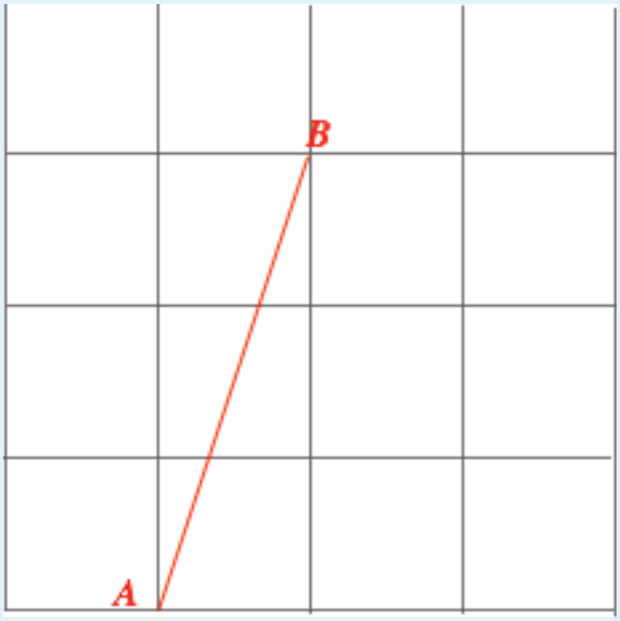
想象這立方體的摺紙圖形張開後。繩子拉緊後便如圖中的AB線段。

圖中每方格的長度約為2cm，而AB ≈ 6.3 cm。

依比例倍大AB ≈ 6.3 cm × 5 = 31.5 cm

AB ≈ 32 cm

[可接受答案 31 cm – 32.5 cm]



14.

	小聰的推測				評分	☑	⊙
(1)	A	A	B	B		2	0
(2)	C	C	D	D		1	0
(3)	E	E	F	F		0	1
(4)	C	C	C	C		1	0
(5)	A	A	D	D		1	0

從猜測 (4) 及 (2) 的評分: 必有字母“C” 於前兩位；而密碼中並**沒**有“D” 。

再從猜測(5):字母 “A” 為前兩位其中之一，

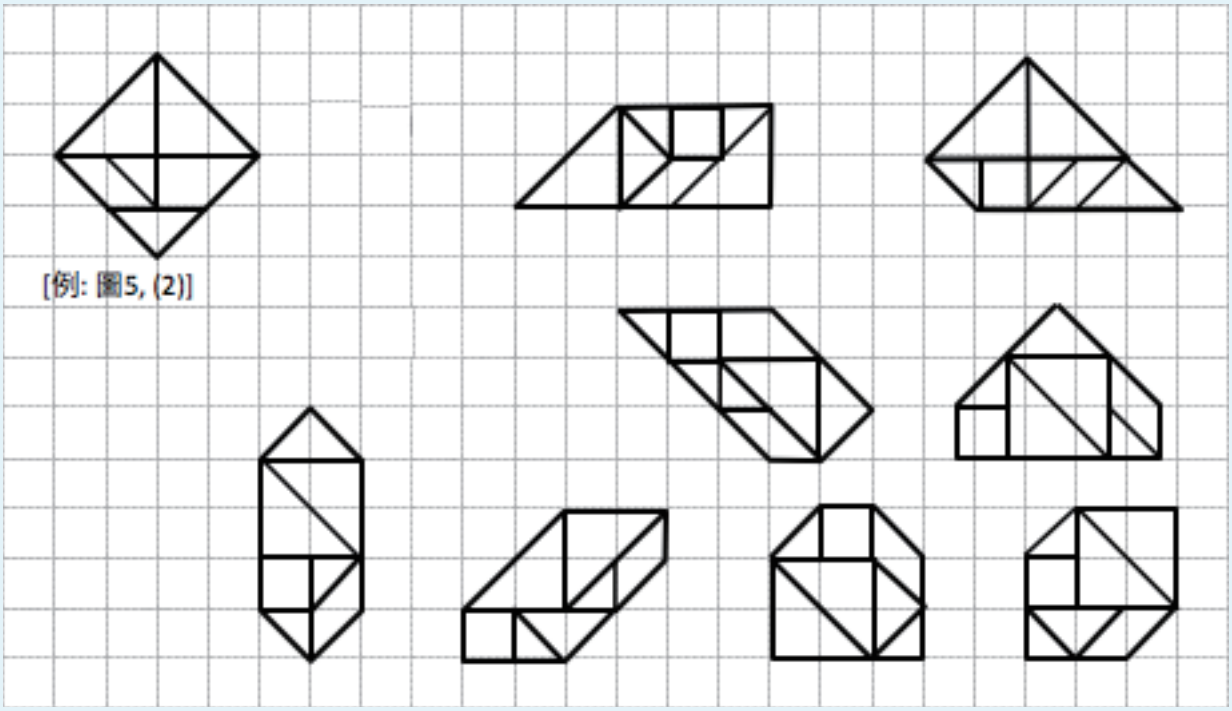
再從猜測(1): 字母“B” 為後兩位其中之一，

再從猜測(3): 字母“E” 於後兩位其中之一。

四個可能答案為ACBE、ACEB、 CABE 或 CAEB。

15.

下圖為題中所列例子以外的凸多邊形:



[全卷完]

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨粵港澳交流邀請賽題目（數學解難實驗/辯論）

預備卷

【不測風雲?】

限時: 5 分鐘

(A) 天文台就熱帶氣旋發出的警告信號都有各項科學的指標作為依據。
閱讀附件一香港天文台就有關熱帶氣旋的指引資料，解答以下問題。

1. 2014年7月16日下午11時40分，當時熱帶氣旋威馬遜位於香港之東南偏南約790公里，香港天文台發出了熱帶氣旋警告信號。

你認為當時是發出了甚麼信號? _____

(1分)

2. 根據香港天文台資料:
2012年7月21日，香港天文台下午3時40分發出一號戒備信號，當時韋森特位於香港之東南約540公里。本港當日下午吹和緩西風，黃昏時轉吹東北風。7月22日吹和緩至清勁東北風，離岸及高地間中吹強風。

至7月23晚上至24日的凌晨，香港多處吹起強風，長洲、大帽山及昂坪錄得的最高每小時平均風速分別為 126、 135 及 153 公里，最高陣風則分別為每小時 184、196 及 256 公里。

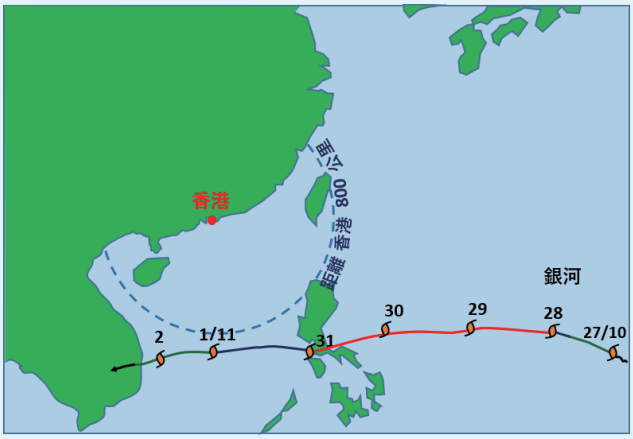
你認為7月24日凌晨時分，香港在懸掛甚麼熱帶氣旋警告信號?

_____

(1分)

3. 下圖顯示了在2009年的兩個熱帶氣旋凱薩娜及銀河的移動路徑。下圖顯示了在2009年的兩個熱帶氣旋凱薩娜及銀河的移動路徑。

2009年9月25至30日
凱薩娜的路徑圖



2009年10月27至11月2日
銀河的路徑圖

在上述其中一個熱帶氣旋的影響下，香港天文台發出了熱帶氣旋警告信號。

你認為是那一個? _____

(1分)

(B) 作出估計或推算

志明到一個森林公園作登山旅行。他從海邊出發，海邊早上的溫度約23℃。

他第一天登上高度1080m 的山腰便休息，這地方的早上溫度約為16℃。

志明的朋友小強當天便上了3200m的山頂，告知他山頂在早上的氣溫只有2℃。

(1) 志明第二天會登上1800m的高度住宿，預計那地方早上的氣溫是多少?

(2分)

(2) 若志明繼續登山活動，大約到那個高度，早上的溫度會在5℃以下?

(2分)

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨粵港澳交流邀請賽題目（數學解難實驗/辯論）

預備卷

參考答案

(A) 1. 一號戒備信號

2. 十號颶風信號

3. 凱薩娜

(B) (1) 約為 11.3° C。

(由於估算的方法並不唯一，且實際情況受多種因數影響。 10.5 – 12° C 已可接受)

(2) 約為 2750 m 。 (答: 2720–2780 m，可接受)

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨粵港澳交流邀請賽題目（數學解難實驗/辯論）

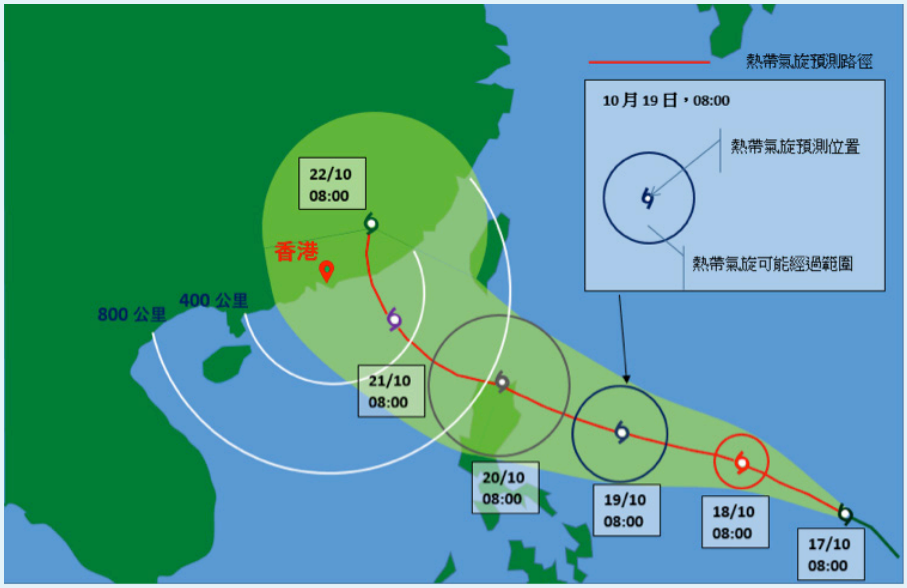
限時: 35分鐘

在某年的10月，有一熱帶氣旋X進入香港附近範圍，並對鄰近地區造成了影響。香港天文台在這段時間內會不時發放相關資訊和作出預測，好讓市民作出作準備。

第一題

於10月17日08時，熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速為每小時160公里。

下圖是香港天文台於當時預測熱帶氣旋X的預測路徑圖。



附件(二)為以上預測路徑圖的放大圖象，解答以下問題時可作參考。

(a). 就上述數據試估計香港天文台發出一號熱帶氣旋警告的時間。

(4分)

(b). 基於香港的地理環境，颱風在香港東面登陸會有較小的破壞力。

小明在得悉以上數據後，估計這熱帶氣旋X有86%的機會在香港東面登陸。

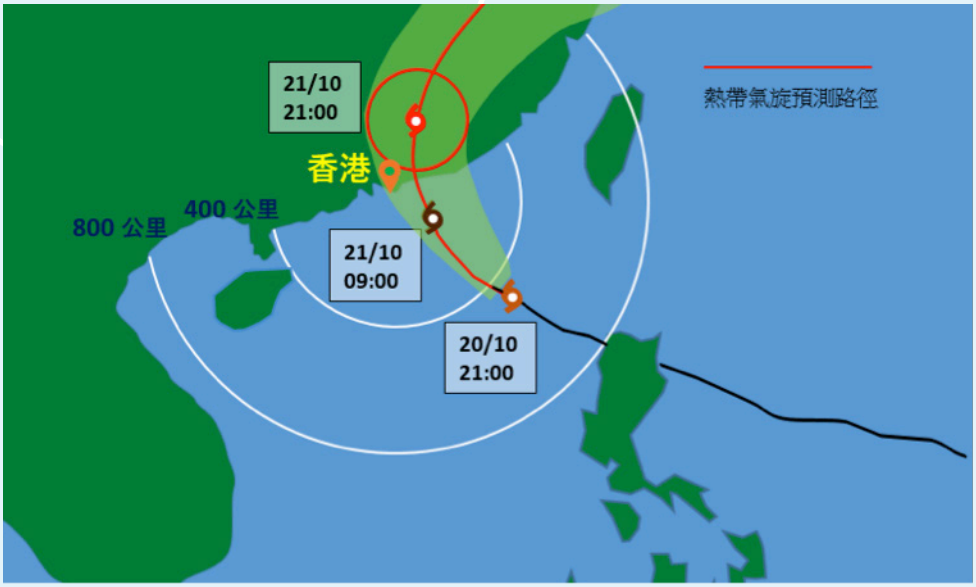
你同意小明的估算嗎? 請解釋。

(4分)

(c). 圖中的資料並不足以判斷天文台會在甚麼時間發出三號熱帶氣旋警告，為甚麼？

(2分)

第二題



上圖為香港天文台於10月20日21時發出的熱帶氣旋X的預測路徑。

10月20日 21時，天文台發出了一號熱帶氣旋警告信號，報告了熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速為每小時170公里，香港近海平面處的持續風速只有每小時35公里。

當時天文台亦作了以下預測:

至10月21日 09時，熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速估計為每小時136公里。

至10月21日 21時，熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速估計為每小時50公里。

當時坊間作出現了各種的預測，其中一位業餘氣象愛好者在網誌上說:

「雖然現在香港海面風速只有每小時35公里，但相信在午夜時分香港海面風速會增強至每小時50-60公里，至於明天早上……? 請繼續追蹤我稍後的預測吧!」

附件(三)為以上預測路徑圖的放大圖象，解答以下問題可作參考。

第二題 (續)

如果天文台在某天上午6時30分前發出八號熱帶氣旋警告信號的話，同學們便可以在該天獲得一天額外的假期了。

(a). 試估算在10月21日0630時 熱帶氣旋X距離香港有多遠？

(4分)

(b). 試估算在10月21日0630時 熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速為多少？

(4分)

(c). 根據天文台於10月20日21時發出的信息，估計翌日10月21日0630時 前會否改發八號熱帶氣旋警告信號？

(6分)

(d). 根據香港天文台於10月20日21時的預測數據，估計熱帶氣旋X最接近香港的距離？

(4分)

[全卷完]

Meaning of signals

1 A tropical cyclone is centred within about 800 kilometres (km) of Hong Kong and may affect the territory.

3 Strong wind is expected or blowing generally in Hong Kong near sea level, with a sustained speed of 41-62 kilometres per hour (km/h), and gusts which may exceed 110 km/h, and the wind conditions is expected to persist.

8 Gale of storm force wind is expected or blowing generally in Hong Kong near sea level, with a sustained wind speed of 63-117 km/h from the quarter indicated and gusts which may exceed 180 km/h and the wind condition is expected to persist.

9 Gale or storm force wind is increasing or expected to increase significantly in strength

10 Hurricane force wind is expected or blowing with sustained speed reaching upwards from 118 km/h and gusts that may exceed 220 km/h.

信號的意義

1 有一熱帶氣旋集結於香港約 800 公里的範圍內，可能影響本港。

3 香港近海平面處現正預料會普遍吹強風，持續風力達每小時 41 至 62 公里，陣風更可能超過每小時 110 公里，且風勢可能持續。

8 香港海平面處現正或預計會普遍受烈風或暴風從信號所示方向吹襲，持續風力達每小時 63 至 117 公里，陣風更可能超過每小時 180 公里，且風勢可能持續。

9 烈風或暴風的風力現正或預料會顯著加強。

10 風力現正或預料會達到颶風程度，持續風力達每小時 118 公里或以上，陣風更可能超過每小時 220 公里。

附件(一)

香港天文台 Hong Kong Observatory

香港熱帶氣旋警告信號
Hong Kong's Tropical Cyclone Warning Signals

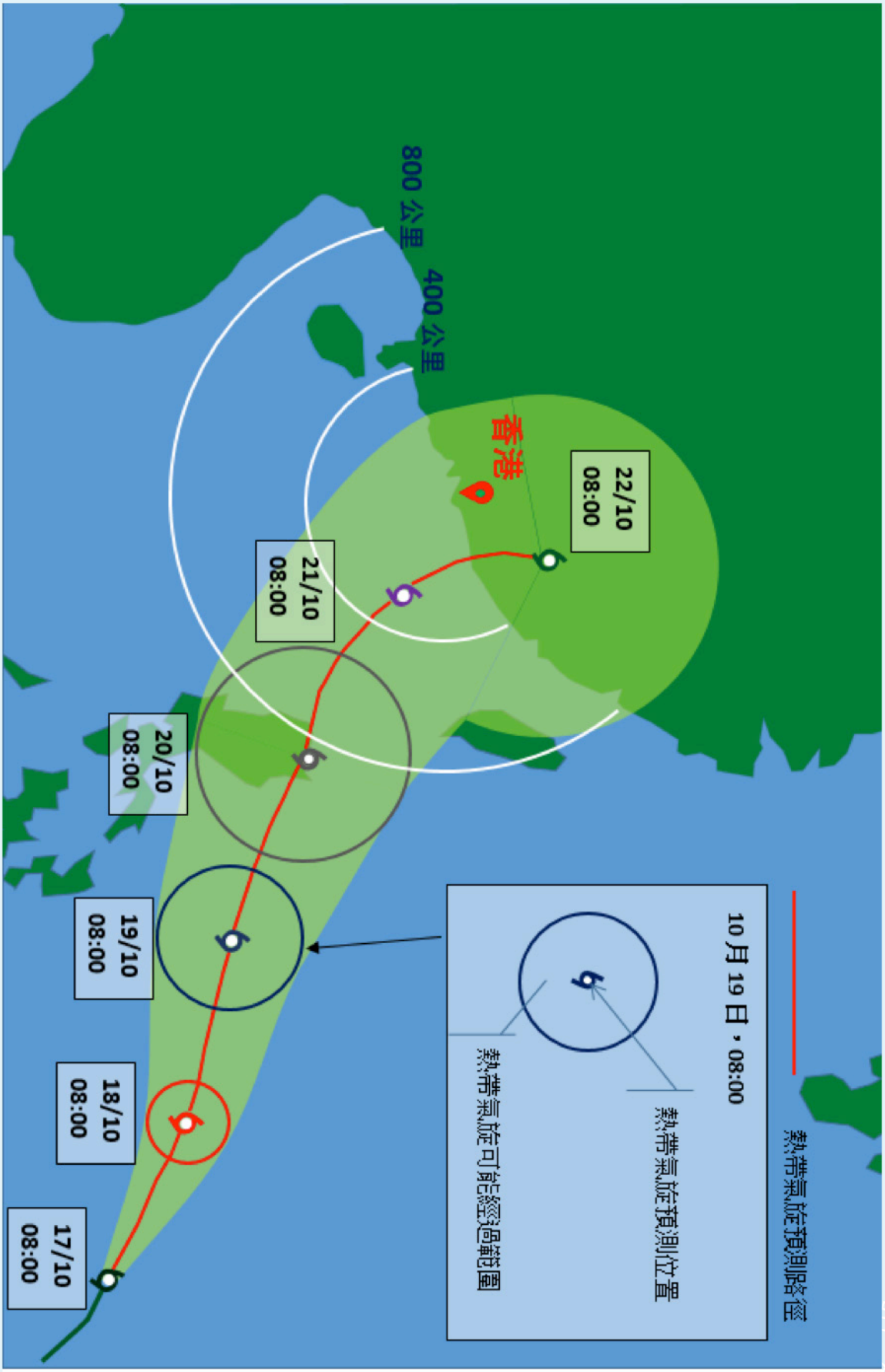
1	T	戒備 Standby
3	⊥	強風 Strong Wind
8 西北 NW	▲	西北烈風或暴風 NW'LY Gale or Storm
8 西南 SW	▼	西南烈風或暴風 SW'LY Gale or Storm
8 東北 NE	▲▲	東北烈風或暴風 NE'LY Gale or Storm
8 東南 SE	▼▼	東南烈風或暴風 SE'LY Gale or Storm
9	⧗	烈風或暴風風力增強 Increasing Gale or Storm
10	✚	颶風 Hurricane

香港

節錄自香港天文台單張

6.6

附件2：香港天文台於 某年10月17日晚所發出的熱帶氣旋X的預測移動路徑。



附件3 :香港天文台於某年10月21日晚所發出的熱帶氣旋X的預測移動路徑。

時間	20/10. 21:00	21/10, 00:00	21/10, 09:00	21/10. 21:00
熱帶氣旋X中心附近風速 (公里/小時)	170		136	50
香港近海平面處持續風速(公里/小時)	35	50-60		

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨粵港澳交流邀請賽題目（數學解難實驗/辯論）

預備卷

參考答案

【不測風雲?】

第一題

(a) 圖中記錄了 [20-10-2016, 08:00] 及 [21-10-2016, 08:00] 的預測。

兩者時間相差 24小時。

兩者熱帶氣旋位置於圖上量度為 5.05 cm。

而 [0-10-2016, 08:00] 熱帶氣旋與 香港800 km 範圍線於圖上量距離 0.55 cm。

$$24 \times \frac{0.55}{5.05} = 2.61$$

由此估計，懸掛一號熱帶氣旋警告的時間約為 20-10-2016，10:38。

(b) [其中一個估計方法]

就圖中的預測颱風可能經過，就颱風最可能登陸位置畫一個圓，量度這圓的半徑為 4 cm。圓心與香港位置量度為 1.8 cm。

$$\frac{1.8+4}{4\times2} \times 100\% = 72.5\%$$

約有 72.5% 在東面登陸，與小明的估計有差別。

(c) 三號熱帶氣旋警告是根據本港風力作判定，而不是根據熱帶氣旋與香港距離。故圖中未有足夠資料作判斷。

第二題

(a) 圖中記錄了 [20-10-2016, 08:00] 及 [21-10-2016, 8:00] 的預測。 兩者時間相差 24小時。

(a) [其中一種估計方法]

根據圖2中 [20-10-2016, 21:00] 的預測，並比較 [20-10-2016, 21:00] 至 [21-10-2016, 09:00] 這兩時間的預測位置，量得圖上距離約 4.35 cm。

$$\frac{9.5\text{ hr}}{12\text{ hr}} \times 4.35\text{cm} = 3.44\text{cm}$$

估計熱帶氣旋X於 [21-10-2016, 06:30] 時的位置比 [20-10-2016, 21:00] 的位置移動了 3.44cm。圖上量得這位置與香港距離約 2.7 cm。

$$\frac{2.7\text{cm}}{10.1\text{cm}} \times 800\text{km} = 214\text{km}$$

故此，估算在 10月21日 06:30時 熱帶氣旋X距離香港 214 km。

(b) [取兩個中心風速 170 km/h 及 136 km/h 作估算。]

熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速會遂漸減弱。比較兩個時間的風速作估計。

風速於 [20-10-2016, 21:00] 至 [21-10-2016, 06:30] 之間之相差:

$$\frac{9.5\text{ hr}}{12\text{ hr}} \times (170\text{km/hr} - 136\text{km/hr}) = 26.9\text{km/hr}$$

$$170 - 26.9 = 143\text{km/hr}$$

估計在10月21日06:30時 熱帶氣旋X的中心附近最高持續風速為 143 km/hr。

(c) 隨著熱帶氣旋與香港距離拉近，香港受影響更大，本港風力更接近於熱帶氣旋中心風速。

[20-10-2016, 21:00]，熱帶氣旋距離香港約 $\frac{6.2\text{cm}}{10.1\text{cm}} \times 800\text{ km} = 491\text{ km}$

熱帶氣旋中心風速 170 km

本港海平面處持續風速 35 km/h

[21-10-2016, 06:30]，熱帶氣旋距離香港約 214 km

熱帶氣旋中心風速 143 km

$\frac{170\text{km/h} - 35\text{km/h}}{491\text{km}} = 0.275\text{ km/h / km}$，

隨每km距離減弱 0.275 km/h

以此估算香港於[21-10-2016, 06:30] 的<u>海平面處持續風速</u>

$143 - 0.275 \times 214 = 84.2\text{ km/hr}$ (> 63 km/hr)

估計10月21日0630時會改發八號熱帶氣旋警告信號。

(d) 從圖(2)中得預測移動路徑與本港距離量得 1.1 cm 。

估計熱帶氣旋X最接近香港的距離 $\frac{1.1\text{cm}}{10.1\text{cm}} \times 800\text{km} = \underline{87.1\text{ km}}$。

[全卷完]

6.7 比賽花絮

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」
初賽花絮（筆試）

H-06

H-22

C-01
C-04

「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」
決賽花絮（數學辯論）

7.1

7 第八屆香港中學數學創意解難比賽資料匯編

7.1 比賽簡介

「第八屆香港中學數學創意解難比賽」是由香港教育工作者聯會及教育局課程發展處資優教育組聯合舉辦，香港數理教育學會承辦。本屆比賽共有97間中學，合共377位本港學生參加。經過初賽的篩選後，有十隊能進入決賽，爭奪冠、亞、季、殿軍及優異獎。

本比賽特別著重學生在明辨性思考、創意思維和溝通技巧這三方面的訓練。活動目的是讓學校發掘更多數學資優的學生，並給他們發揮數學創意解難和互相合作的機會。

7.2比賽形式

本比賽包括初賽及決賽暨邀請賽兩部分：

（I）初賽

日期： 2017年3月11日

形式： 參賽隊伍以小組形式共同在50分鐘內完成17題數學思考題。題目設計著重考核學生的應變和高層次思維能力，期望學生能運用已有知識解決難題。於初賽成績最優異的十隊可進入決賽。

（II）決賽－數學解難實驗

日期： 2017年5月13日

形式： 十隊入圍隊伍以小組形式按題目的要求，在50分鐘內設計一個解難策略，然後在15分鐘內向評審團匯報解難策略，並即席接受評審團提問。

7.3比賽獎項

頒獎禮日期：2017年7月8日

（I）初賽獎項：

- 金獎（十六名），銀獎（三十名），銅獎（三十三名），各得獎學生可獲獎狀乙張。

（II）決賽獎項：

- 冠軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣一千二百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 亞軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣八百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 季軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣四百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 殿軍隊伍（一名），可獲獎座乙座；各得獎者可獲獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 優異隊伍（六名），可獲獎座乙座；各得獎者可獲獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。

7.4得獎名單

「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學	指導教師
冠軍	聖公會林裘謀中學	林君諾　趙恩浩 戴維　高展豪	陳家偉老師
亞軍	英華書院	游証恩　林在恩 黃紹衡　尹斯聰	李慶偉老師
季軍	保良局百周年李兆忠紀念中學	張雅詩　羅翊朗 潘志喬　梁匡賢	曹錠邦老師
殿軍	順德聯誼總會梁銶琚中學	戎正昊　何裕楠 藍元嗣　趙嘉軍	楊榮柱老師
優異 (排名以學校編號序)	荃灣公立何傳耀紀念中學	翁榮俊　何金隆 陳廷軒　費昕豪	李仲栭老師
	高主教書院	王樂斌　鄭逸朗 包烜翮　茹梓誠	尤紹恆老師
	保良局第一張永慶中學	褚圳東　鄺崇哲 鄧偉健　余偉傑	馮碧珊老師
	香港培正中學	陳子賢　黃凱聰 吳哲朗　鄭思律	黃偉豪老師
	可風中學（嗇色園主辦）	范日稀　許駿驊 林鋮炫　呂翱辰	朱肇濠老師
	聖若瑟書院	鄭卓林　譚仲衡 林浚彥　梅樂添	吳玉景老師

初賽金獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
荃灣公立何傳耀紀念中學	翁榮俊 何金隆 陳廷軒 費昕豪	李仲栭老師
順德聯誼總會梁銶琚中學	戎正昊 何裕楠 藍元嗣 趙嘉軍	楊榮柱老師
景嶺書院	林國浩 郭穎藍 蔡漮陶 莊鋮浚	屈啓賢老師
英華書院	游証恩 林在恩 黃紹衡 尹斯聰	李慶偉老師
保良局百周年李兆忠紀念中學	張雅詩 羅翊朗 潘志喬 梁匡賢	曹錠邦老師
聖公會林裘謀中學	林君諾 趙恩浩 戴 維 高展豪	陳家偉老師
高主教書院	王樂斌 鄭逸朗 包烜翮 茹梓誠	尤紹恒老師
聖瑪加利男女英文中小學	慕容思齊 譚智允 吳文洛 何信希	王浩生老師
順德聯誼總會李兆基中學	廖嘉偉 陳浩賢 楊智杰 曾子康	許俊江老師
保良局第一張永慶中學	褚圳東 鄺崇哲 鄧偉健 余偉傑	馮碧珊老師
香港培正中學	陳子賢 黃凱聰 吳哲朗 鄭思律	黃偉豪老師

初賽金獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
聖保羅男女中學	何柏鋒 余樂曦 張睿軒 葉俊希	陳沛儀老師
可風中學（嗇色園主辦）	范日稀 許駿驊 林鋮炫 呂翱辰	朱肇濠老師
迦密主恩中學	歐陽頌旻 洪熙捷 楊嘉霖 趙梓充	鄧宇晞老師
荃灣官立中學	張旨洋 曾卓男 余駿君 楊景文	楊家俊老師
聖若瑟書院	鄭卓林 譚仲衡 林浚彥 梅樂添	吳玉景老師

初賽銀獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
沙田循道衛理中學	莊樂軒 王耀坤 鍾穎彤 馮承杰	李凱恩老師
中華傳道會安柱中學	彭兆俊 陳施恩 俞宏諺 倫熙樂	劉劭鋒老師
保良局胡忠中學	潘正弘 劉俊熙 陳家浩 朱冠東	葉寶發老師
嘉諾撒聖瑪利書院	陳芊彤 洪悅怡 伍芍潼 袁烯雯	余嘉慧老師
香港中國婦女會中學	陳卓均 梁錦明 周俊毅 湯振華	張宇鵬老師
新界鄉議局元朗區中學	周奕匡 梁濼鋋	關劍忠老師
基督教香港信義會元朗信義中學	張俊邦 黃柏陶 劉灝嵐 黃偉滔	李國威老師
香港管理專業協會李國寶中學	陳珈勤 陳錦興 張瑋諾 李俊賢	盧偉樂博士
中華基督教會協和書院	陳蔚業 黃渝文 司徒德熙 蕭浩桓	朱嘉文老師
屯門官立中學	朱兆天 李日昇 趙浩鋒 陳葦豪	陳嘉詠老師

初賽銀獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
拔萃女書院	張雋欣 陳芷晴 譚凱因 朱芷慧	楊寶琪老師
皇仁書院	施嘉垣 李家熙 司徒康橋 陳衍然	趙銘施老師
仁愛堂田家炳中學	黃天樂 譚卓言 楊學軒 王柏根	黃萬安老師
元朗商會中學	蓋思倫 謝澤坤 方浩兒	陳亦儀老師
東華三院陳兆民中學	劉銘林 鄭浩賢 黃宇麒 鄧証朗	袁翠霞老師
基督教宣道會宣基中學	許晉瑋 吳沙龍 羅世航 嚴啟心	伍健強老師
港島民生書院	容敬慈 馮偉恒 許俊傑	潘嘉亮老師
德望學校	方羽千 吳湘湘 朱蕾心 曹萃菁	陳子峯老師
旅港開平商會中學	游皓軒 李偉麟 龐以立 黃旨謙	梁汶孝老師
香港華人基督教聯會真道書院	陳詠心 周旨瞳 林詠熙 冼俊浩	李家曦老師

初賽銀獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
沙田官立中學	蕭祖成 陳文禮 蔡文軒 溫雅至	陳文軒老師
觀塘官立中學	林芷晴 沈子誠 梁穎熙 楊旗成	廖韻嫻老師
浸信會呂明才中學	梅暐淇 陳政皓 陳叙 莊文靜	李穎茵老師
香海正覺蓮社佛教馬錦燦紀念英文中學	劉佳昌 潘光豪 陳澤民 鄭俊杰	許耀成老師
浸會大學附屬學校王錦輝中小學(中學部)	吳子謙 萬凱楠 何駿曦 姜子聖	謝博文老師
中華傳道會李賢堯紀念中學	丁嘉宜 吳煒鴻 梁家謙 甘健民	陳美霞老師
慈幼英文學校	黃朗賢 張貿景 施楓茗 陳少杰	程永健老師
何明華會督銀禧中學	馬曉迎 王銘瀚 莫景彬 鄭宇琛	卓大偉老師
神召會康樂中學	朱冠城 張瑋洛 何泳鋒 文柏鑫	周桂汶老師
保良局羅氏基金中學	廖君澤 張志臻 程朗天 趙雙義	李慶龍老師

初賽銅獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
中華基金中學	張晉軒 張俊樂 江俊逸 林皓弘	龐英豪老師
田家炳中學	陳俊翰 王文傑 張景城 王熙臨	李春蘭老師
顯理中學	蔡國棟 熊則輔 林義	容世杰老師
聖公會李炳中學	陳美欣 蕭凱欣 鄧梓聰 鄧建榮	謝建邦老師
聖馬可中學	區鑑堯 崔焯翹 葉堦燃 嚴洛珩	王恆偉老師
東華三院吳祥川紀念中學	郭炫宏 麥舜堯 張立培 林鈺淇	劉漢昌老師
保良局馬錦明中學	羅鍵華 黃聖罡 劉咏卉 陳懿瑜	李惠樑老師
天主教崇德英文書院	張礎衡 譚梓峰 劉易宙 楊城業	司徒鳳眉老師
聖士提反女子中學	李宜燕 鄧詠文 黃凱莉 盧雨菲	江麗卿老師
九龍真光中學	翁琪 易伶霞 黃澤童 陳佩婷	歐陽瑩瑩老師
保良局何蔭棠中學	鄭子銓 鄧寶明 蔡忠希 楊倩瑤	胡家揚老師

初賽銅獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
順德聯誼總會翁祐中學	翁子涵 黃志雄 周浩賢 聶卓堯	吳栢茵老師
樂善堂梁植偉紀念中學	陳嘉龍 胡雋謙 鄧梓揚 何予安	魏泳老師
棉紡會中學	陳澤昊 林海霖 陳小由 李浩維	何衛權老師
聖公會聖本德中學	雷泳嫦 傅鑫偉 梁綺琳 許世陽	林孝雯老師
聖士提反書院	黃毅澤 陳穎儀 倫正衡 陳永曦	黃厚琴老師
嶺南衡怡紀念中學	徐鉦熙 袁誠駿 黎恩延 歐麗儀	黃志永老師
香港真光中學	林茵然 王華蕾 葉澄 秦小詠	楊鳳興老師
九龍工業學校	梁俊 梁俊文 曾献晋 陳桂鋆	石民健老師
南島中學	Rachel LU Toby MAK Wesley MUI Eun CHO	SO, Vincent
保良局唐乃勤初中書院	梁耀倫 譚柏耀 鍾文希 唐幗瑜	杜廸軒老師
天主教伍華中學	黎逸天 黃偉鑫 湯俊傑 黃俊文	夏本立老師

初賽銅獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
嘉諾撒書院	邱穎　李穎翹 陳芷晴　于綽瑩	韓元聲老師
德愛中學	楊佳新　吳緩緩 謝希汶　黃志興	羅國宇老師
中華傳道會劉永生中學	梁浩賢　李慧瑤 李偉圖　姚諱澎	劉偉俊老師
香港培道中學	劉祉盈　廖晨旭 鍾詠如　葉思婷	麥國生老師
聖伯多祿中學	李文廸　李君洋 王佳雯　袁建豪	李維怡老師
東華三院伍若瑜夫人紀念中學	寧康臨　林珀賢 何維煌　陳沛鴻	黃俊輝老師
青松侯寶垣中學	吳家宝　袁志仁 關富安　張婉晴	蕭偉權老師
英華女學校	許佩儀　曹妙如 金雨欣　楊溢希	文詩韻老師
培僑書院	梁浩維　李文立 陳肇庭　鄧朗丰	吳國倫老師
閩僑中學	王青　李韻婷 章澤浩　林澤群	劉燕媚老師
基督教香港信義會信義中學	張韋樂　林晧軒 蘇沛錚	魯葉大老師

7.6 比賽題目及參考答案

「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）

1.

於圖1中的四個方格填入不同的整數，使它們成為正確的算式。

(2分)

2017 ÷ ☐ = ☐ 218

2017 ÷ ☐ = ☐ ..... 218　　圖1

2.

由 2017 至 20172017 ，求所有以2017 結尾的整數之和。

(2分)

答:　這些整數的和是 _____ 。

3.

於 $34^{34} \times 35^{35} \times 38^{38} \times 65^{65}$ 的結果中，最後的數字會有一連串的0。

求這一連串的0共有多少個0。

(2分)

答:　共有一連串_____個0。

4.

圖4中是一個一筆畫的七角星， a + b + c + d + e + f + g = ?

(2分)

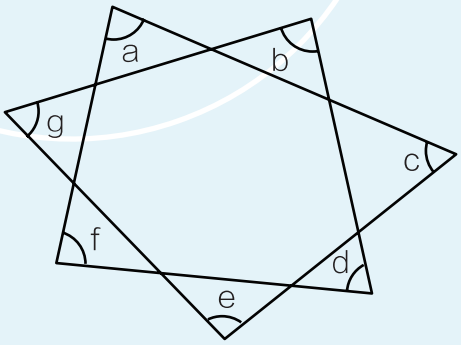


圖4

答: a + b + c + d + e + f + g = _____ 。

5.

小明於早上九時正離家外出，他先走了一段平路，然後再往山上行，到達山頂後，稍為休息半小時，然後他便沿原路步行回家，並於上午十一時三十分返抵家中。已知他平路步行的平均速度為4 km/h，上山的平均速度為3 km/h，下山的平均速度為6 km/h，請問他共走了多少km?

(2分)

答: 小明共走了 _____ km。

6.

已知 a及b 為正整數使得 (a + b + 2010) (a – b) = –2017。求a^2 – b^2 的值。

(2分)

答: a^2 – b^2 = _____

7.

圖7中，ACDE為一平行四邊形，B為AC的中點，AD及BE相交於F。若 ΔABF 的面積為100 平方單位，求ΔBCD 的面積。

(2分)

答: ΔBCD 的面積 = _____平方單位

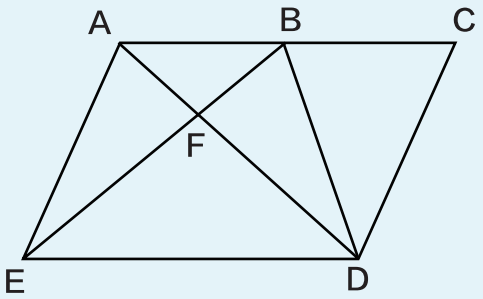


圖7

8.

房內有五個人，他們分別講了一句說話。

A說：「我們五個人中，有一個人說謊。」

B說：「我們五個人中，有兩個人說謊。」

C說：「我們五個人中，有三個人說謊。」

D說：「我們五個人中，有四個人說謊。」

E說：「我們五個人中，全都說謊。」

(a) 有多少人說了真話？

(b) 哪(些)人說了真話？

(2分)

答: a. 有_____個人說了真話。

b. _____說了真話。

9.

圖9中有一正方形紙張ABCD ，E 和 F分別為AD 和 BC 的中點。P 和 Q 為AD上的兩點，若將這紙張沿BP及CQ 摺合，原來的頂點A 和D 會於EF上的一點G重合。 (如圖)

求圖中的角 x。(圖形並不依比例繪畫)

(3分)

答: x = _____ 。

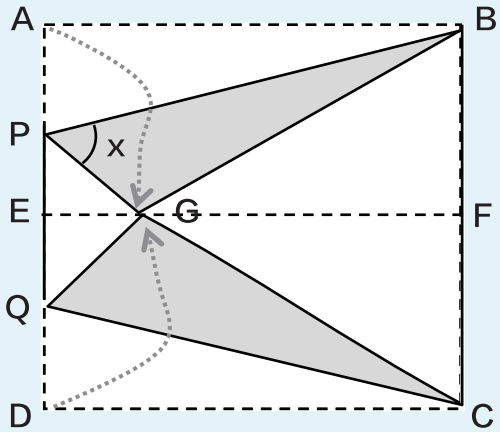


圖9

10.

圖10a中，ABCDEFGH為一個正方體，按圖示切割就可切割出一個正六邊形切面。

圖10b為這正方體的展開圖，請在圖10b中畫出這個六邊形切面所有的邊。

(3分)

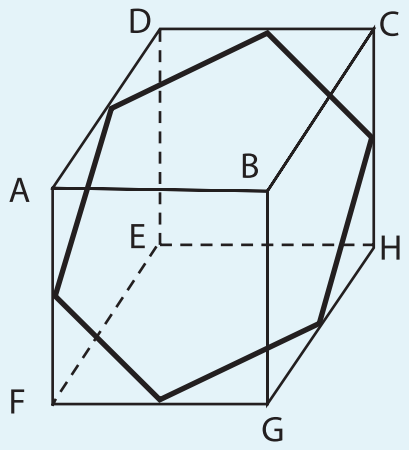


圖10a

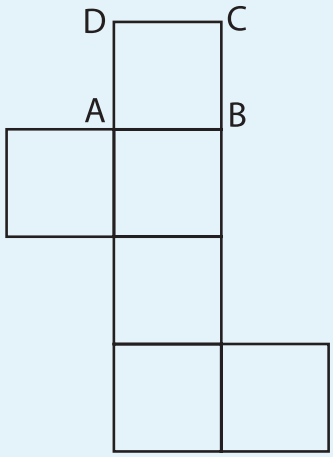


圖10b

11.

以下的表格第二行的每一個格子內的數字都恰好是第一行它上面的那個數字在第二行出現的次數。如: 在第二行中，「0」出現1次、「1」出現2次、…

第一行	0	1	2	3
第二行	1	2	1	0

試在以下的表格第二行的每一個空格內，填入一個數字，使得該數字恰好是第一行它上面的那個數字在第二行出現的次數。

(3分)

(a)

第一行	0	1	2	3	4
第二行					

(b)

第一行	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
第二行										

12.

100個學生圍成一圈 (如圖12)，並以順時針方向依次編為 1 至 100 號。從第1號的同學開始，圍圈的同學順時針以1、2、1、2、… 的形式不停報數，凡所報之數為〝1〞的學生便需退出圈子，若這樣循環進行到剩下最後一個學生為止，問最後剩下的這個學生的編號是甚麼？

(3分)

答:　　最後剩下的這個學生的編號是 _____。

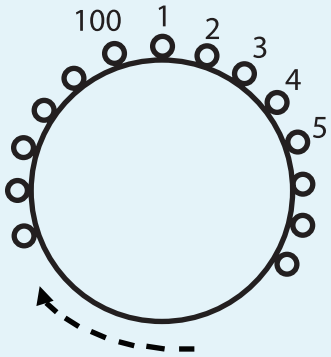


圖12

13.

某青年中心共有50個會員，會員必須參加一或兩球隊。若其中40人參加籃球隊，30人參加排球隊，20人參加足球隊，10人同時參加籃球隊及足球隊，5人同時參加排球隊及足球隊。有多少人同時參加籃球隊及排球隊？

(3分)

答:　　有_____同時參加籃球隊及排球隊。

14.

圖14中有一個正立方體有蓋箱子，邊長1 m。箱子內放了兩個大小相同的球體並蓋上蓋子。求每個球體半徑的最大可能值。

(答案須為真確值或準確至最接近的0.001 m。)

(4分)

答: 球體半徑的最大可能值是 _____ m。

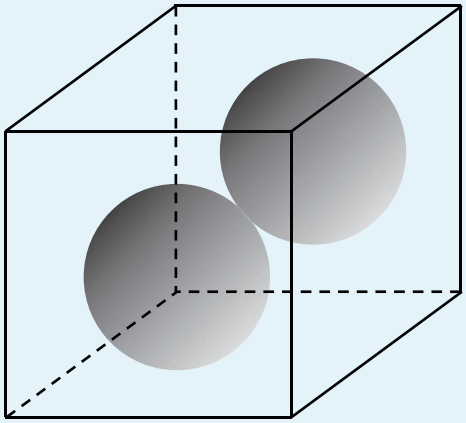


圖14

15.

圖15中的圓柱體高6cm，半徑1 cm。有一繩子從底至頂將這圓柱緊緊環繞了剛好四圈，每圈的距離相等。

求這繩子的長度。答案準確至最接近的0.1 cm。

[註: 圓形周界為 2 × 半徑 × π， 其中 π = 3.1416。]

(4分)

答: 繩子的長度是 _____ cm。

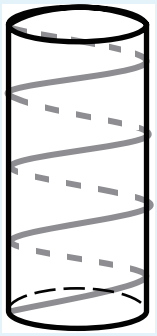


圖15

16.

當志明疲累的時候，他會做一個「方格填色」作休息放鬆。他會以紅、綠、藍三種顏色筆為一排的方格填色，他每次用紅色都填一個方格、每次用綠色都填兩個連續的方格、每次用藍色都填連續3個方格。如圖16a所見，志明有4種不同的方法為一排三個方格填色。如圖16b所見，志明有7種不同的方法為一排四個方格填色。

志明有多少種不同方法為下列方格填色?

a. 一排5個方格;

b. 一排9個方格。

(5分)

答: a. 志明有_____種不同方法為一排5個方格填色。

b. 志明有_____種不同方法為一排9個方格填色。

R: Red (紅色), G: Green(綠色), B:Blue (藍色)

圖16a

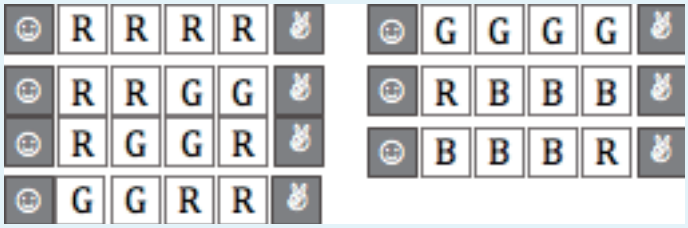


圖16b

17. (動手題)

有一種四巧板 (或「T-字板」) 的拼圖遊戲據說源自中國古代。它是由四塊不同的形狀的圖形板塊組成：一個三角形、一個短直角梯形、一個長直角梯形及一個不規則五邊形。(如圖17)

這四塊圖形可拼合並剛好放於一個長方形盒子內，亦可拼合成一個英文大楷 「T」形狀的圖形 (即: 一橫向矩形下加一直向矩形)。

試將四巧板的四塊圖形板塊以兩種方法拼合，分別拼造出一個長方形及一個“T”形，並將拼合的方法分別畫於圖17(I) 和17(II) 中.

你可以剪下附件1的圖形板塊作試驗，答案以畫於答題紙上為準。

(5分)

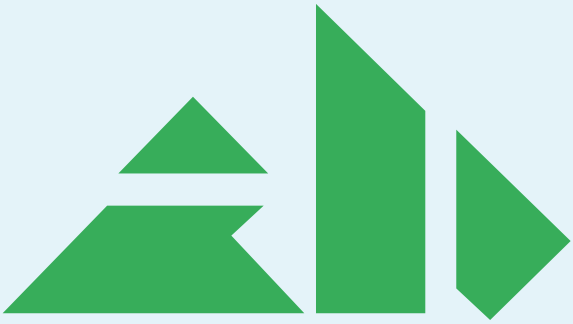
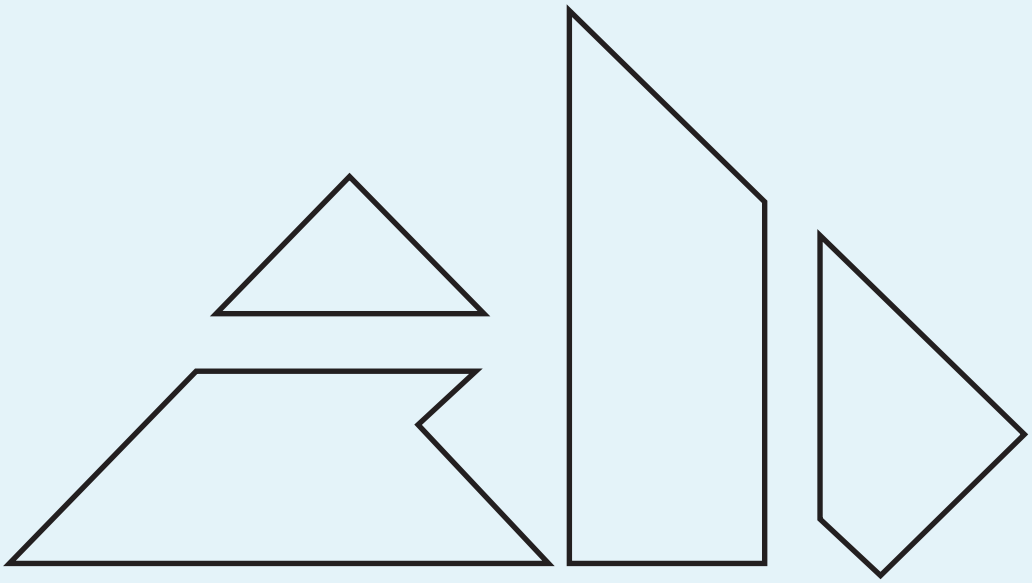


圖17

[全卷完]

附件(1)



「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）
參考答案

1.

2017 − 218 = 1799

算式中的除數可以整除 1799

1799 = 7 × 257

1799 可整除 7、257 或 1799；但當除以7時，餘數不會是 218。

所以

2017 ÷ $\boxed{257}$ = $\boxed{7}$ 218

2017 ÷ $\boxed{1799}$ = $\boxed{1}$ 218

2.

[20355600306]

2017 + 12017 +22017 + ⋯ + 20172017

= (2017)(2018) + 10000 + 20000 + ⋯ + 20170000

= (2017)(2018) + (10000)(1 + 2 + ⋯ + 2017)

$= (2017)(2018) + (10000)\dfrac{(2017)(2018)}{2}$

= (2017)(2018)(5001) = 20355600306

3.

[72]

$34^{34} \times 35^{35} \times 38^{38} \times 65^{65}$

$= 2^{34} \times 5^{35} \times 2^{38} \times 5^{65} \times$ 其餘的數均不包含2或5為因子

$= 2^{72} \times 5^{100} \times$ 其餘的數均不包含2或5為因子

$= 10^{72} \times$ 其餘的數均不包含10為因子

∴ 共有一連串 72 個 0。

4.

[540°]

<u>方法 1</u>

In ACEV, $a + c + e + x = 360°$

In BDUG, $b + d + y + g = 360°$

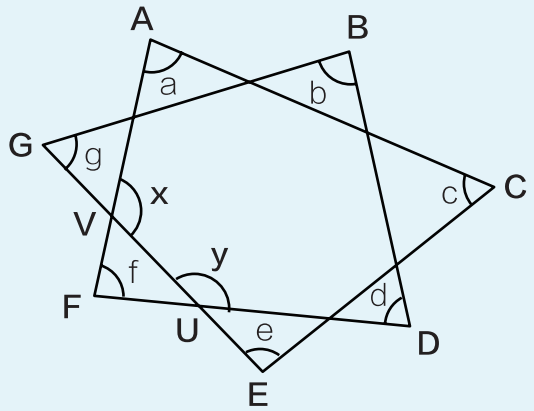
In ΔVFU, $f + (180° - x) + (180° - y) = 180°$

三個方程相加:

$a + b + c + d + e + f + g + x + y + (180° - x) + (180° - y)$

$= 360° + 360° + 180°$

$a + b + c + d + e + f + g = 360° + 180° = 540°$



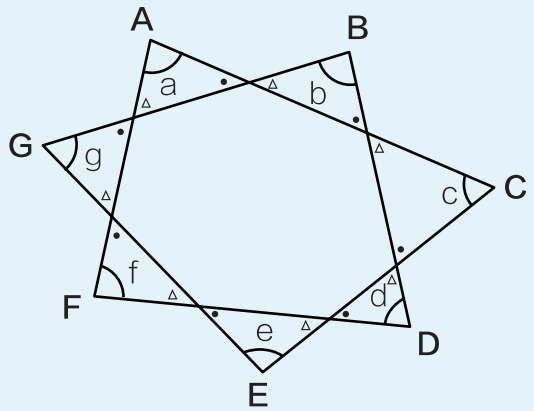
<u>方法 2</u>

七個三個形的內角總和 $= 7 \times 180°$

以“Δ” 標示的各角的總和

= 以“●”標示的各角的總和

= 多邊形的外角和= 360°



$a + b + c + d + e + f + g$

$= 7 \times 180° - 2 \times 360° = 540°$

5.

[8km]

設平路有 x km，山路有 y km。

$$\frac{2x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{y}{6} = 2$$

$$\frac{6x+4y+2y}{3} = 2$$

$$x+y = 4$$

小明共走了8 km。

6.

[−7]

2017 是一個質數。

$a - b = -1$

$a + b + 2010 = 2017$，即 $a + b = 7$。

$a = 3$ and $b = 4$　　或　　$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = -7$

$a^2 - b^2 = -7$

7.

[300]

AB : ED = 1 : 2 ， AF : FD = 1 : 2

ΔABF = 100 ， ΔBDF = 200

ΔBCD = ΔABD = ΔABF + ΔBDF = 100 + 200 =300

8.

[(a) 1 ; (b) D]

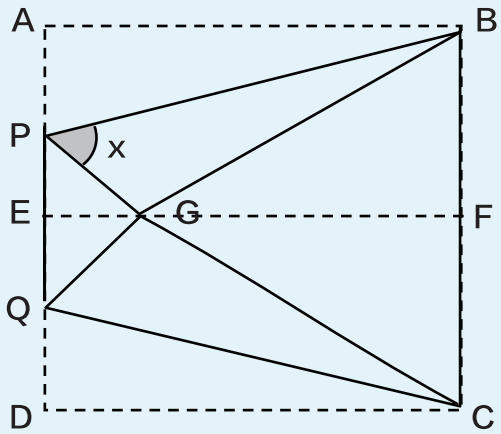
這五個人各人說的話都不同，若有一人說真話，其他的都不可能是真話。說真話的人最多是1個。

若五人中沒有人說真話，則E 的話正確，生了矛盾。所以有最少一人說真話。

這人必定是D。

9.

[75°]



BG = GC = BC

∴ ΔGBF 為等邊三角形，∠GBF = 60° 。

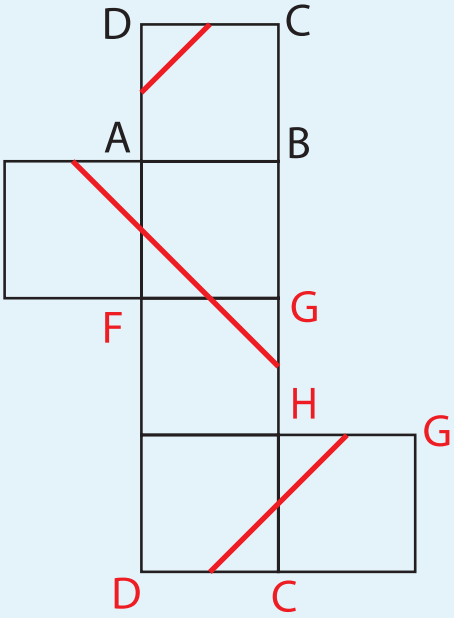
ΔABP ≅ ΔGBP

∴∠APB = ∠GPB = (90° −60°) ÷ 2 = 15°

x = 180° −90° −15° = 75°

10.

可先考慮摺立方體於摺紙圖形上的對應位置。



11.

(a) 第二行的五個數字為0至4的整數，它們的和是5。先考慮這5個數的組合。

其中 最大數字為 4: (4, 1, 0, 0, 0)

最大數字為 3: (3, 2, 0, 0, 0)，(3, 1, 1, 0, 0) 均不可能是答案。

考慮 (2, 2, 1, 0, 0) 或 (2, 1, 1, 1, 0)

其中 (2, 2, 1, 0, 0)中，“0” 和 “2” 出現2次，”1”出現一次。

可作以下答案:

0	1	2	3	4
2	1	2	0	0

(b) 第二行的十個數字為0至9的整數，它們的和是10。

考慮最大數字為9、 8 或 7 的組合:

(9, 1, 0,⋯ 0)， (8, 2, 0, ⋯ 0)，(8, 1, 1, 0, ⋯ 0)，(7, 3, 0, ⋯ 0)，

(7, 2, 1, 0, ⋯ 0)，(7, 1, 1, 1, 0, ... 0) 等顯然不是正確的組合。

考慮最大數字為 “6”的可能: 若6之下是1，0之下必定是6。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	2	b	c	d	e	1	0	0	0

其中，a + b + c + d + e = 3，

因為第二行應有6個 “0” ，a 、 b 、c 、 d 、 e 當中有 3 個數是0。

這10個數的組合是 (6, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)，合題意。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	2	1	0	0	0	1	0	0	0

12.

[72]

循環	第一個和最後報數的學生編號 (報出的數)	留下次輪報數的學生編號 (學生數目)
原先		1, 2, 3, 4, 5, 6 …… , 100 (100)
第一	1(1) , 100(2)	2, 4, 6, 8, …,98, 100 (50)
第二	2(1) , 100(2)	4, 8, 12, …,96, 100 (25)
第三	4(1) , 100(1)	8 ,16, 24, …, 88 , 96 (12)
第四	8(2) , 96(1)	8, 24, 40, 56, 72, 88 (6)
第五	8(2) , 88(1)	8, 40, 72 (3)
第六	8(2) , 72(2)	8, 72 (2)
第七	8(1) , 72(2)	72 (1)

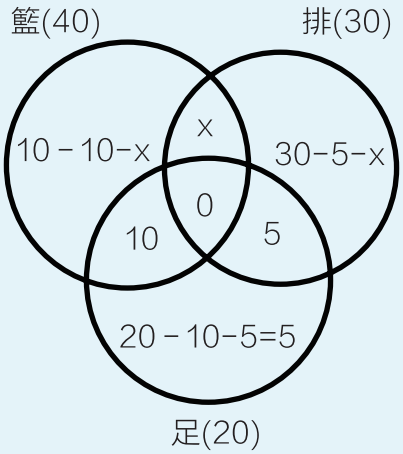
因此，最後剩下的學生的編號是72。

13.

[25]

設同時參加籃球隊及排球隊的有x人。

則只參加籃球隊及只參加排球隊的人數分別為 (40−10−x)及(30−5−x)。(如圖)



不參加足球隊的人數= x + (40−10−x) + (30−5−x)

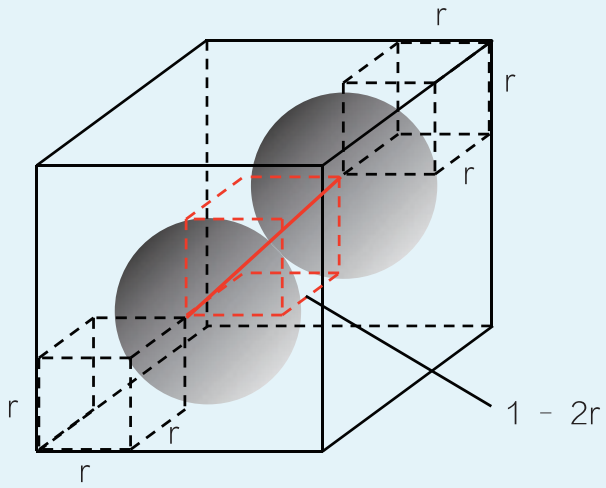
$\therefore$ x + (40−10−x) + (30−5−x) + 20 = 50

75 − x = 50

x = 25

即共有25人同時參加籃球隊及排球隊。

14.



當兩個球體為最大可能，圖中應為一對稱設置，球體各自接觸盒子的三個面，兩個球體亦互相接觸。

考慮圖中所設置的三個立方體，三個立方體均與盒子的方向相同 。
中間一個以兩個球體的中心為它兩個最遠的頂點。(紅色部分)
另外兩個以一個球體的中心及盒子的最近的一個頂點為它兩個最遠的頂點。

如圖，紅色立方體的邊長為 (1 – 2r)m。
用畢氏定理，這立方體一個面的對角邊長 $\sqrt{2}(1 - 2r)$ m。
立方體的對角線長 $\sqrt{3}(1 - 2r)$ m。

$$\sqrt{3}(1 - 2r) = 2r$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})} \quad (= 0.317)$$

15.

[25.8cm]

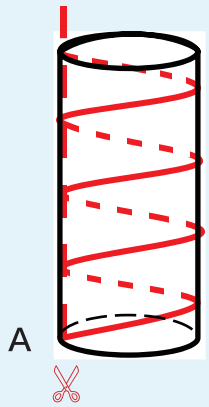
以一過A點並垂直於圓柱體底部的直線剪開圓柱體的曲面，並將它展開成一長方形。(如圖)

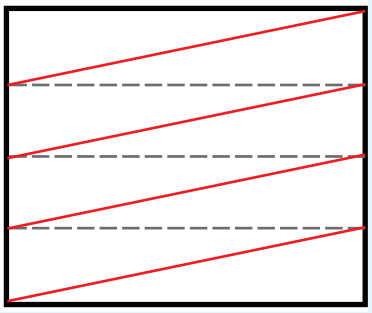
長方形的闊度 = $2\pi \times 1$ cm

長方形的高度 = 6 cm

繩子的長度 = $4 \times \sqrt{(2\pi)^2 + (6 \div 4)^2}$

= 25.8 cm (準確至最接近的0.1cm)





16(a).

[13]

一排兩個方格，只有兩種方法填色: RR, GG.

∴ 兩格有2 種方法，三格有4 種方法，四格有7 種方法。

若要為一排5格填色:

若第一格填了紅色，餘下四格有7 種方法填色。

若第一二格填了綠色，餘下三格有4 種方法填色。

若第一二三格填了綠色，餘下兩格有2 種方法填色。

2 + 4 + 7 = 13。共有13種方法。

16(b).

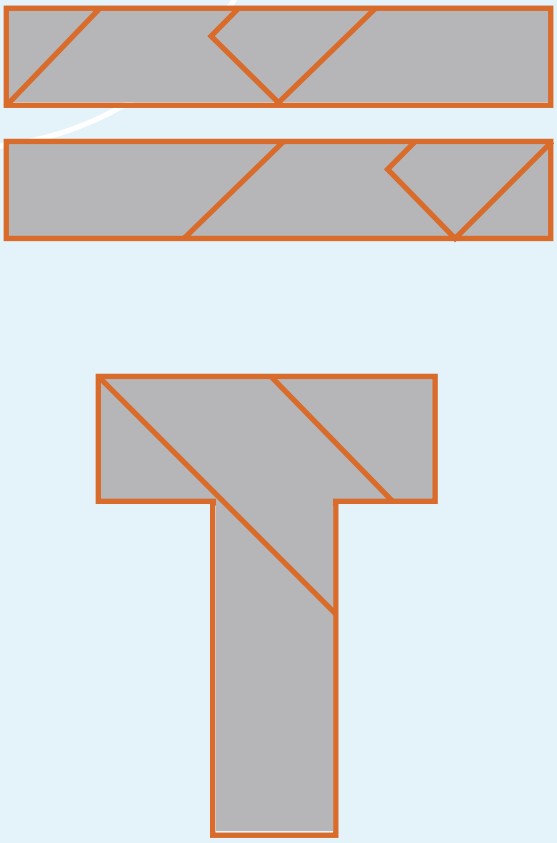
[149]

以(a)部相類的推論:

格子的數目	填色的方法	總數
2	2	2
3	4	4
4	7	7
5	2+4+7	13
6	4+7+13	24
7	7+13+24	44
8	13+24+44	81
9	24+44+81	149

共有149種方法為9個方格填色。

17. (動手題)



[全卷完]

「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽題目（解難實驗）
預備卷

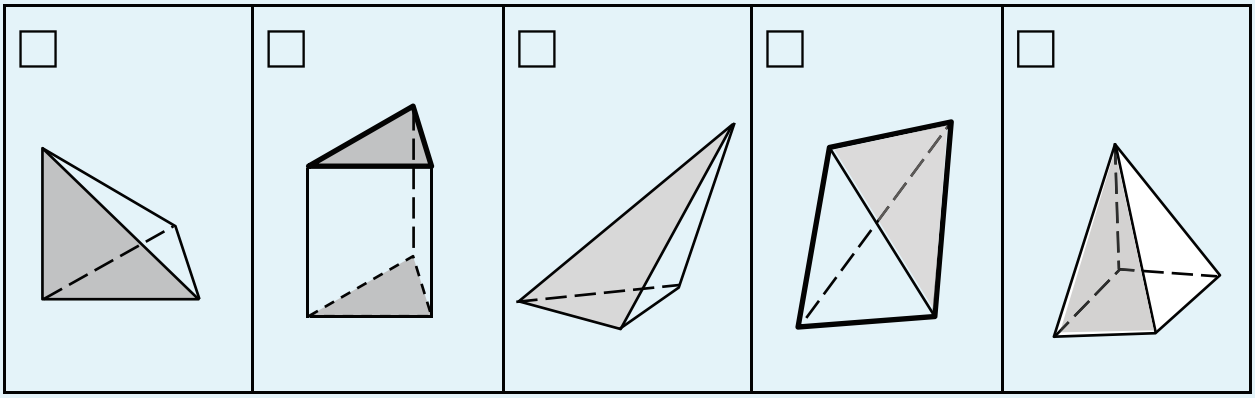
限時: 5分鐘

A. 四面體

四面體也就是三角錐體。這個多面體有4個頂點、4個面及6條稜邊。

問題 1.

以下各圖中，以✓選出四面體。

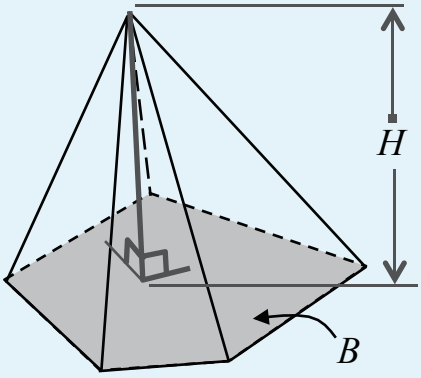


B. 錐體的體積

錐體體積為 $V = \frac{1}{3} \times B \times H$。

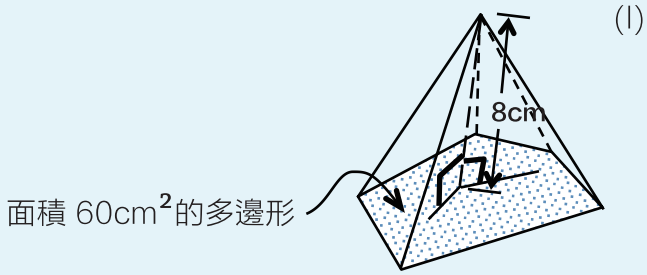
其中， B 為錐體的底面積，H 為錐體的高。

H 是從頂點至底的垂直距離。

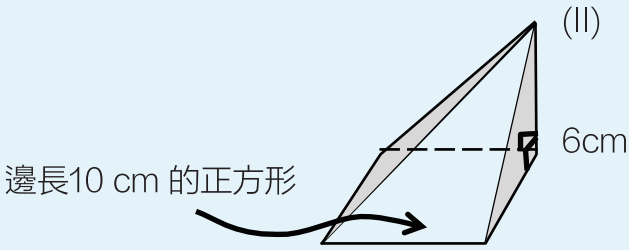


例

圖中錐體(I) 的體積為 $\frac{1}{3} \times 60\ cm^2 \times 8\ cm = 160\ cm^3$。



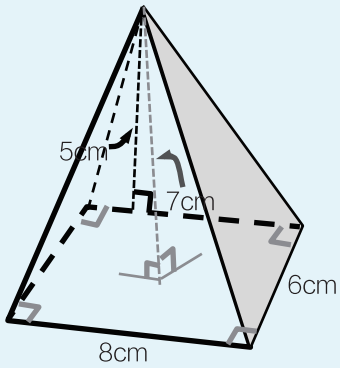
圖中錐體(II) 的體積為 $\frac{1}{3} \times 100\ cm^2 \times 6\ cm = 200\ cm^3$。



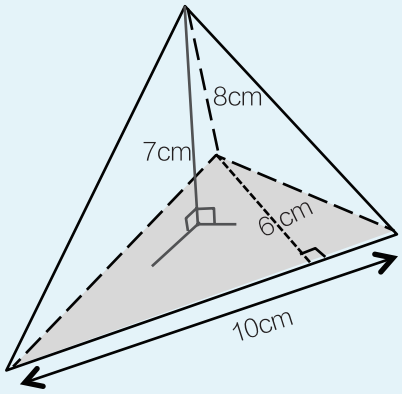
問題 2.

求下列各錐體的體積。

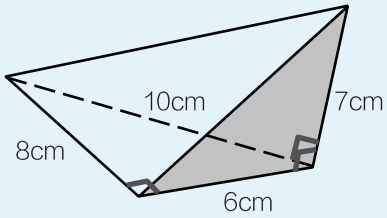
1.



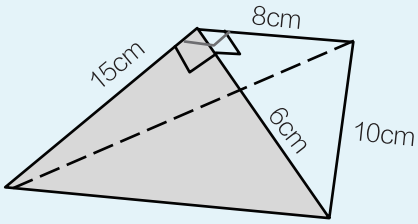
2.



3.

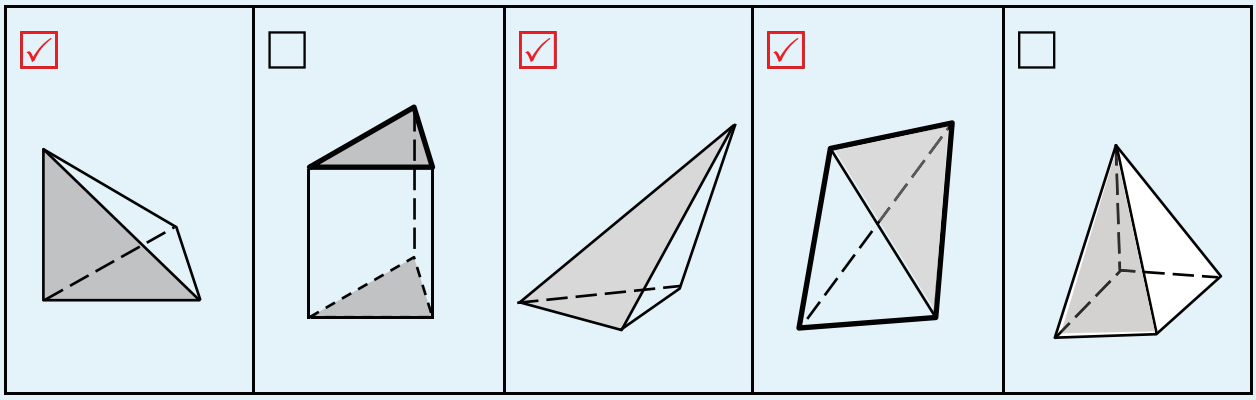


4.

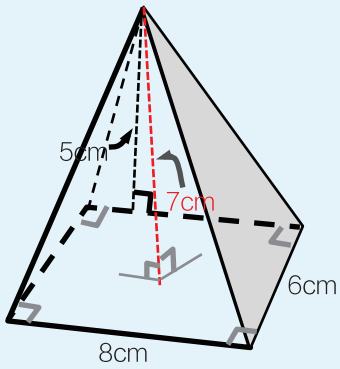
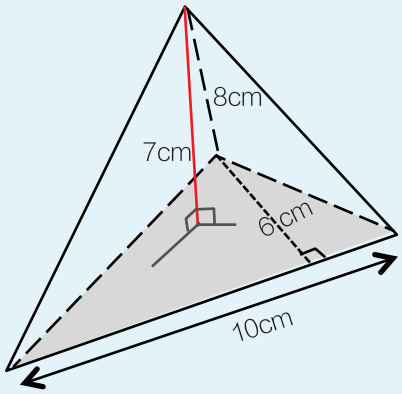
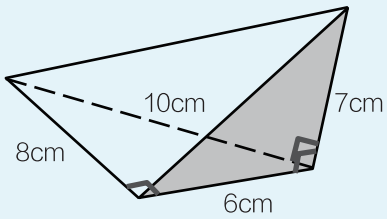
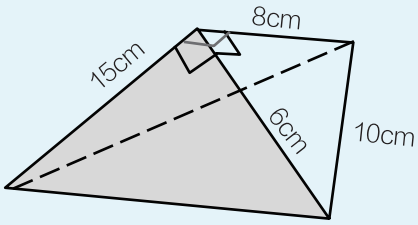


「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽題目（解難實驗）
預備卷
答案

問題 1.



問題 2.

1.  $\frac{1}{3}\times(8\,\text{cm}\times 6\,\text{cm})\times 7\,\text{cm}$ $=112\ \text{cm}$	2.  $\frac{1}{3}\times(10\,\text{cm}\times 6\,\text{cm})\times 7\,\text{cm}$ $=70\ \text{cm}^3$
3.  $\frac{1}{3}\times(8\,\text{cm}\times 6\,\text{cm}\div 2)\times 7\,\text{cm}$ $=56\ \text{cm}^3$	4.  $\frac{1}{3}\times(8\,\text{cm}\times 6\,\text{cm}\div 2)\times 15\,\text{cm}$ $=120\ \text{cm}^3$

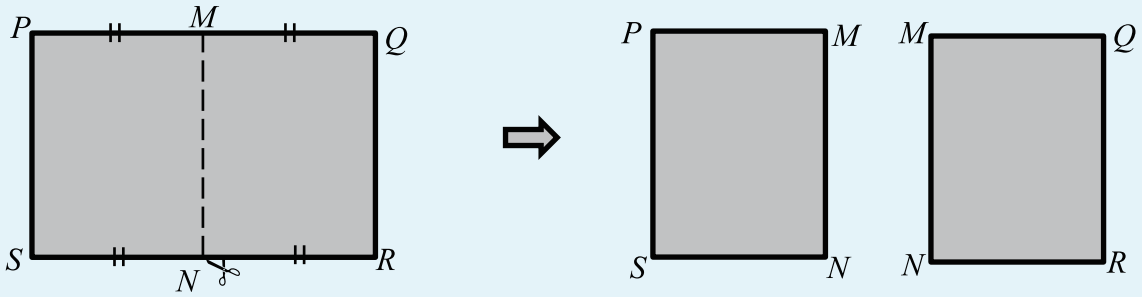
「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽題目（解難實驗）

限時: 45分鐘

甲部 **白銀矩形** **(8 分)**

常見的矩形紙張有不同的大小和形狀。其中一種形狀為「白銀矩形」。它的性質如下：

設矩形PQRS 為白銀矩形。 如果我們沿長邊PQ、SR的中點M、N把矩形分為兩等份，則MNSP和QRNM均與PQRS相似。兩個得出的矩形也為白銀矩形。



一個白銀矩形 **兩個較小的白銀矩形**

問題1

文件套(A)中有一張白紙，試判斷這張紙的形狀是否白銀矩形。並略加解釋。

（可接受與理論少於 1%之差距。）

問題2

文件套(A)中有一張顏色紙。請從這張顏色紙剪出一個白銀鉅形。解釋你的步驟

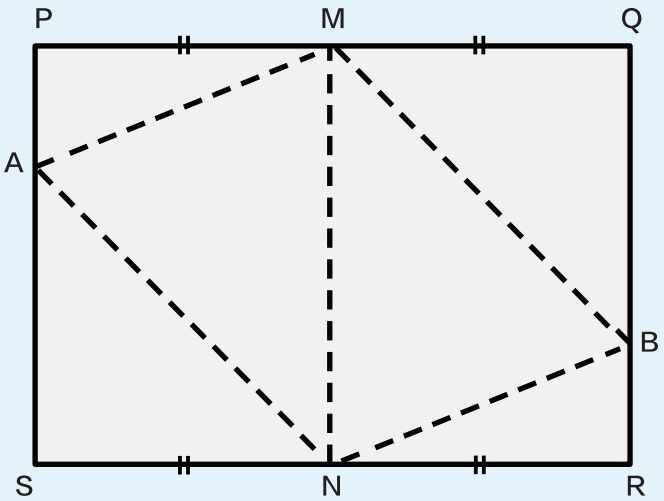
乙部　　把長方形紙摺成四面體

文件套(B1)和文件套(B2)內各有數張顏色紙作乙部的探究之用。這些紙均為白銀矩形，其中一邊長210 mm。

問題1

這一題，請用文件套 (B1) 中的矩形紙張。按以下的指示摺成四面體。

(12 分)



PQ、RS為矩形紙 PQRS 的長邊。M 和 N分別是 PQ 和 RS 的中點。
A 和B 是 PS和 QR 上的點使 AN 和 BM 分別平分角∠SNM和∠QMN。

a. 沿虛線 MN、 AM、 AN、 BM 和 BN把矩形紙摺成一個四面體，摺成的立體沒有紙會重疊在一起。拍攝完成的四面體。(可拍多於一張圖片)

b. 四面體的總表面面積是多少？

c. 通過量度、計算或其他方法，找出四面體的體積。答案應力求準確，並請解釋你的步驟。(可以用文字、算式、草圖、相片等協助說明。如需用更多紙張空間，可用補充答題紙。)

d. 假如你用以求出（c）部分答案的方法中會存在誤差的話，請說明。

問題2

這一題，請用文件套 (B2) 中的矩形紙張。

(12 分)

> 假如在矩形紙的每條邊各適當地選一點，稱它們為M、A、N、B，
> 再加上適當的摺痕，便可用類似題B(1)的方式摺出一個四面體MANB。

a. 老師請志明用文件夾B2的紙張以上述方法摺成一個四面體。志明未有摺起紙張，只在算草上寫寫畫畫，便說道：「從這張紙摺出的四面體的體積不可能起過 272855 mm^3。」
你同意志明這說法嗎? 請解釋。

b. 用一張文件套(B2)中的矩形紙製作體積盡可能大的四面體。
   i. 描述四面體如何製成；
   ii. 解釋它的體積為何是最大；
   iii. 以適當的量度或計算，找出四面體的體積。並跟（a）的結果作比較。
   （可以用文字、算式、草圖、相片等輔助解說）

問題 3

一位木匠造了有一個和B部題1相同形狀大少的實木四面體。他想在一塊薄木板上開一個能讓這四面體穿過的洞。
試在下面按真實的形狀和大小，畫出一個面積最少，又能讓這四面體穿過的洞。
請解釋你們的做法。

(6分)

問題4

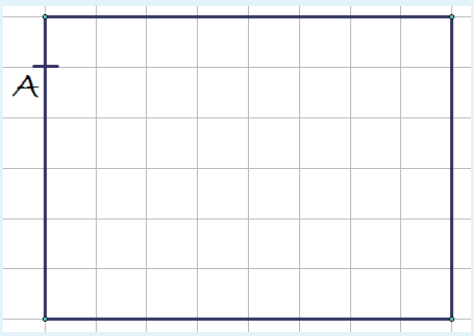
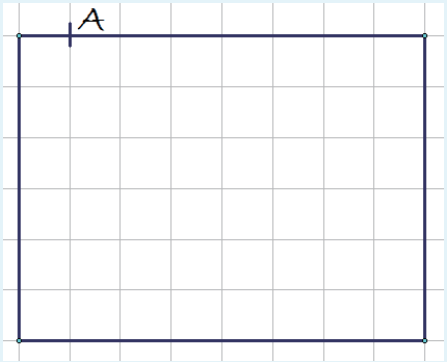
(6 分)

在之前的題目中，我們用白銀矩形的紙張摺出四面體（當摺成後沒有紙張重疊）。讓我們探究一下如果某一或兩點已指定作四面體的頂點，可以如何摺。

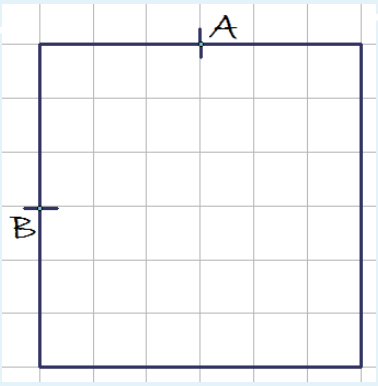
以下各圖 (a 至 f)中，一或兩點 (A 或 A, B) 已標示，請判斷能否把矩形紙在沒有紙張重疊的情況下摺成四面體，並以已標示了的點作為它其中一 (或兩) 個頂點。

(1) 如果認為不可以，請在 □ 內加上 X 。

(2) 如果認為可以，請在圖上加上代表摺痕的線。

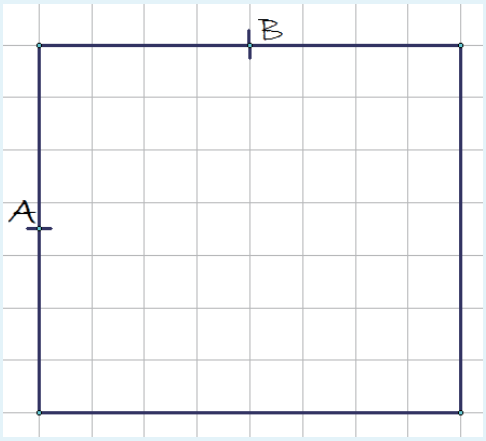
a. 矩形紙為平方單位，A點如圖所示在邊上。  □	b. 平方單位，A點如圖所示在邊上。  □

c. 矩形紙為 平方單位，A、B點如圖所示在兩條邊上。



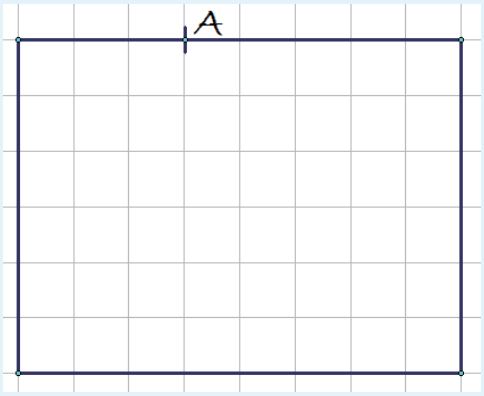
□

d. 矩形紙為平方單位，A、B點如圖所示在兩條邊上。



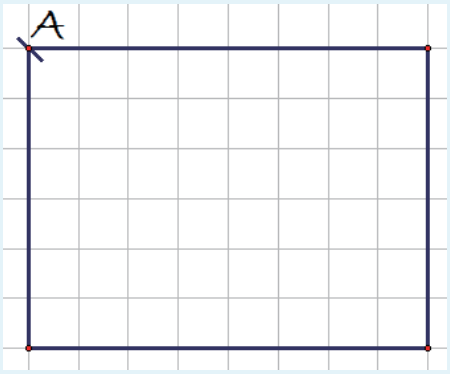
□

e. 矩形紙為平方單位，A點如圖所示在邊上。



□

f. 矩形紙為 平方單位，A點如圖所示在紙角上。



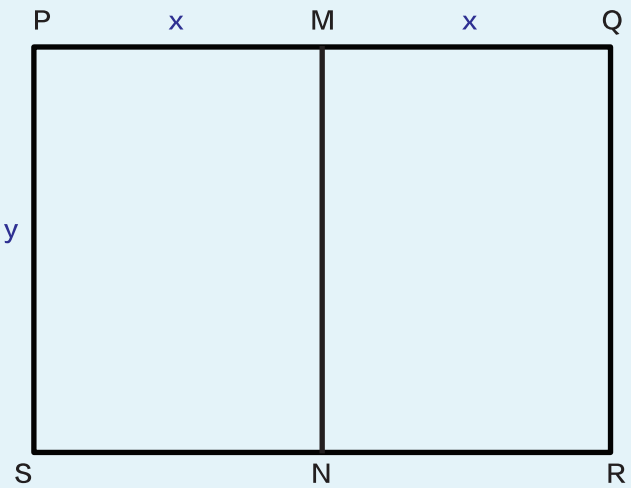
□

[全卷完]

「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽題目（解難實驗）
參考答案

甲部　　白銀矩形

問題1



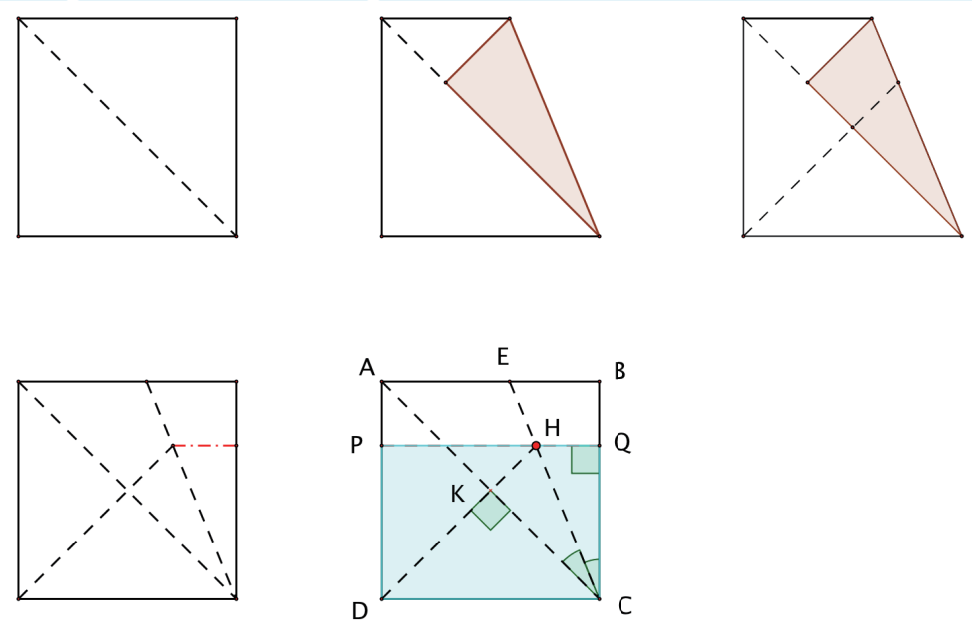
$\because$ PQRS ~ MNSP $\therefore$ $PQ : PS = PS : \frac{PQ}{2}$ $PS^2 = \frac{PQ^2}{2}$ $\frac{PQ}{PS} = \sqrt{2}$ 大會提供的紙張的尺寸為 279mm × 200mm $\frac{PQ}{PS} : \sqrt{2} = \frac{279}{200} : \sqrt{2} = 98.6\% : 1$ 和理論的偏差大於 1%	其他方法： 原紙張的長闊比 $\frac{長邊}{短邊} = \frac{279}{200} = 1.395$ 分成兩等分後 $\frac{長邊}{短邊} = \frac{200}{279 \div 2} = 1.43369$ 百分比的改變 $= \frac{1.43369 - 1.395}{1.395} \times 100\%$ $= 2.77\%$ 百分比的改變 $> 1\%$

所以在容許的誤差範圍下，紙張不是「白銀矩形」。

問題2

由上題的結果，我們知道白銀矩形的長短邊比是 $\sqrt{2}:1$ 或 $1:\frac{1}{\sqrt{2}}$。

方法一：用摺紙的方法



證明：

$\angle HCK = \angle HCQ$（由對摺產生）

$\angle HCK = \angle HQC$（由重疊的部分摺後打開）

$HC = HC$ （公共邊）

$\Delta HKC \cong \Delta HQC$ (AAS)

$$AC = \sqrt{DC^2 + AD^2} = \sqrt{2DC^2} = \sqrt{2}DC$$

$$QC = KC = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}DC$$

$\therefore$ PQCD 是白銀鉅形

方法二：計算和量度

量度正方形紙的長度，得 10 cm。

如果以正方形的邊長作白銀矩形的長邊，則

矩形短邊的長度

$= \frac{10}{\sqrt{2}}$ cm

=7.1 cm (準確至兩位有效數字)

依據計算的結果剪下來就可以了

方法三：幾何作圖

ABCD 為正方形，設其邊長為 x。
作對角線 AC 和 BD。

$AD = BD = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$

從正方形的性質，

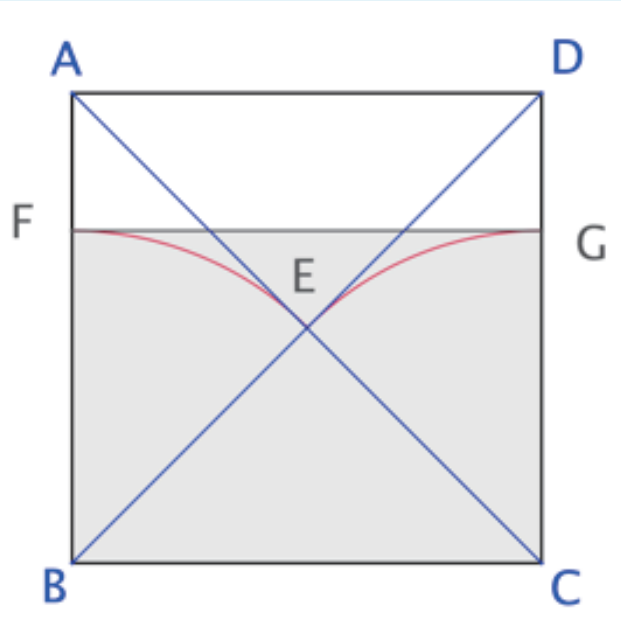
$BF = CE = \frac{1}{2}AD = \frac{\sqrt{(2)}x}{2} = \frac{x}{\sqrt{2}}$

以 BE 和 CE 為半徑分別作弧
交 AB 和 CD 於 F 和 G。

則

$BF = CG = \frac{x}{\sqrt{2}}$

所以 BCGF 為白銀矩形。



乙部　　把長方形紙摺成四面體

問題1

b.　由於所有的紙張都用盡，因此，四面體的總表面積

$$= \frac{210^2}{\sqrt{2}}\ \text{mm}^2$$

$$= 22050\sqrt{2}\ \text{mm}^2$$

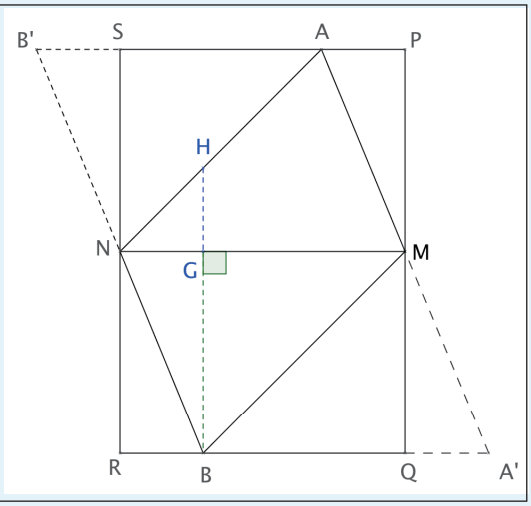
$$= 31183.41\ \text{mm}^2$$

c.

設 A' 和 B' 分別為 A 和 B 以 M 和 N 作中心旋轉180° 後的像。

不難發現，以長方形紙 PQRS 摺出來的四面體和以平行四邊形紙 AA'BB'（以 AN, MN 和 MB 為摺痕）所摺出來的四面體是一樣的。

若以 ΔAMN 為底，四面體的高會在通過 HG、垂直於 ΔAMN 的平面上。



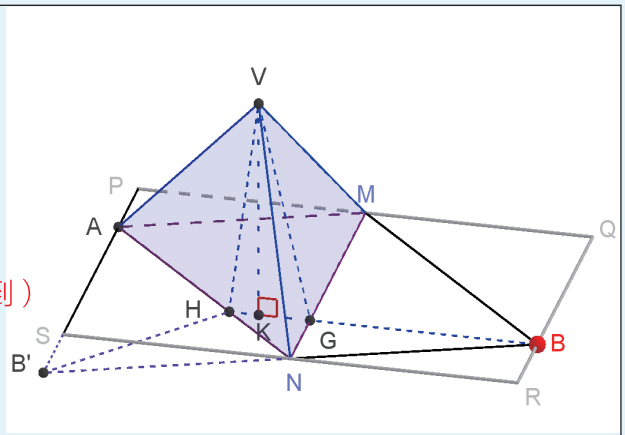
$$GV = GB = MG = MQ$$

$$= \frac{210}{2} = 105\ \text{mm}$$

$$HG = NG$$

$$= (148 - 105)\ \text{mm}$$ (148 mm 由量度得到)

$$= 43\ \text{mm}$$



$$HV = HB$$

$$= \sqrt{(105 - 43)^2 + (2 \times 43)^2}$$

$$= 2\sqrt{2810}\ \text{mm}$$

設三角形 HGV 的高為 h，HK = x，HV = a，HG = b，GV = c。

$h^2 = a^2 - x^2$ ---- (i)

$h^2 = c^2 - (b - x)^2$ ---- (ii)

(ii) – (i) 得

$$0 = c^2 - a^2 - b^2 + 2bx$$

$$x = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2b}$$

代入 (i) ，得

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}\right)^2$$

$$h^2 = \frac{(2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{(2b)^2}$$

$$h^2 = \frac{(2ab + (a^2 + b^2 - c^2))(2ab - (a^2 + b^2 - c^2))}{4b^2}$$

$$h^2 = \frac{(a^2 + b^2 + 2ab - c^2)(c^2 - (a^2 + b^2 - 2ab))}{4b^2}$$

$$h^2 = \frac{(a + b + c)(a + b - c)(c + a - b)(c + b - a)}{4b^2}$$

所以

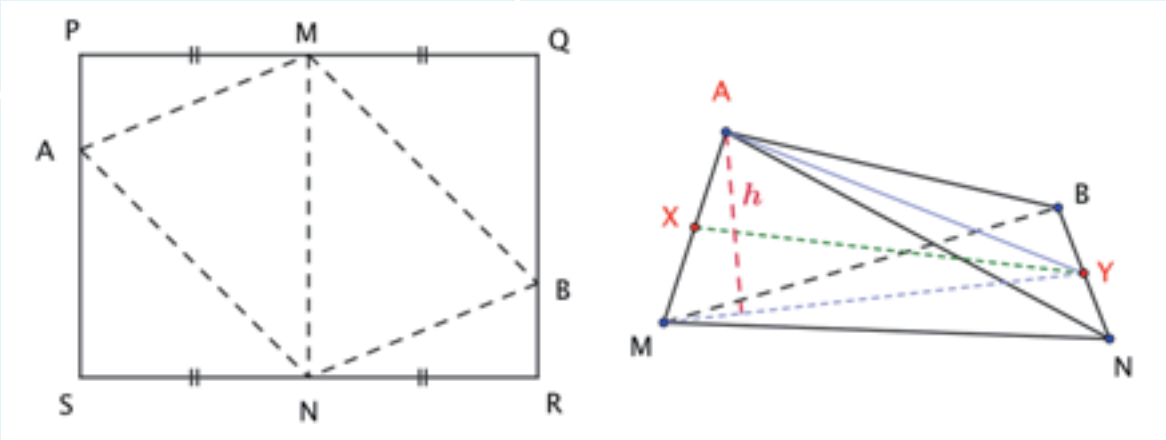
$$h = \frac{1}{2b}\sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(c + a - b)(c + b - a)}$$

四面體體積

$$= \frac{1}{3}(148mm)(105mm)h$$

$$= 267460.61mm^3$$

假如 PQRS 是完美的白銀矩形



設 MP = 1 和 則 PM = MQ = SN = NR = SA = QB = 1

且 MB = MN = AN = $\sqrt{2}$

BR = $\sqrt{2}$ - 1

$$BN^2 = NR^2 + BR^2 = 1^2 + (\sqrt{2}-1)^2 = 1 + (3-2\sqrt{2}) = 4-2\sqrt{2}$$

設 X 和 Y 分別為 AM 和 BN 的中點

$$BY = \frac{1}{2}BN = \frac{1}{2}\sqrt{4-2\sqrt{2}}$$

$$AY^2 = AB^2 - BY^2(\sqrt{2})^2 - \frac{1}{4}(4-2\sqrt{2}) = 2-1+\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$$XY^2 = AY^2 - XM^2 = \frac{2+\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{4}(4-2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

所以，

$$XY = \sqrt{\sqrt{2}}$$

設 h 為四面體的高

$$\frac{1}{2}MY\cdot h=\frac{1}{2}AM\cdot XY$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}\cdot h=\sqrt{4-2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\sqrt{2}}$$

$$h^2\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)=(4-2\sqrt{2})\sqrt{2}$$

$$h^2=\frac{4\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{2+\sqrt{2}}$$

$$h^2=2\sqrt{2}(2-\sqrt{2})^2=4(3\sqrt{2}-4)$$

$$h=2\sqrt{3\sqrt{2}-4}$$

因此，四面體的體積（ $2\times\sqrt{2}$ 的紙張）

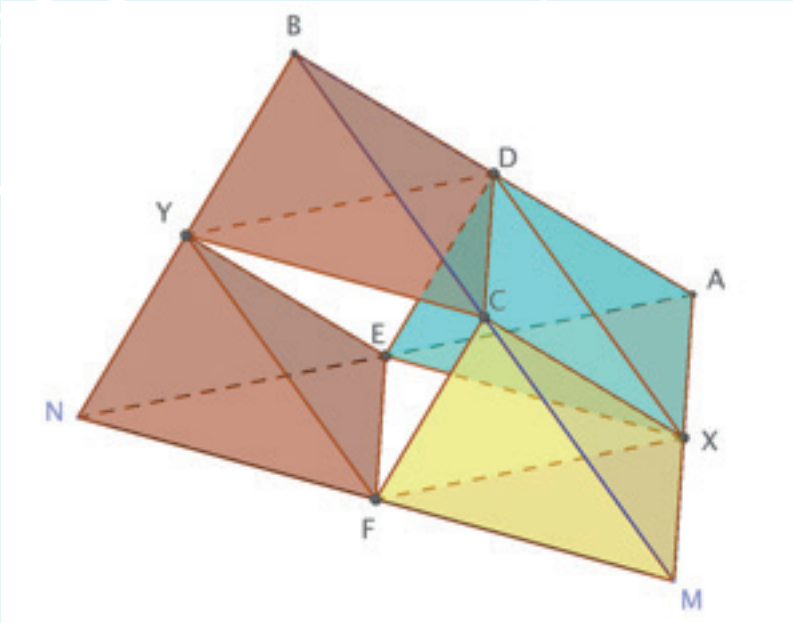
$$=\frac{1}{3}\left(2\sqrt{3\sqrt{2}-4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)(1)(\sqrt{2})$$

$$=\frac{1}{3}\sqrt{6\sqrt{2}-8}$$

現在用的是 $(105mm+105mm)\times 105\sqrt{2}\,mm$ 的紙張，所以體積應為

$$=\frac{1}{3}\sqrt{6\sqrt{2}-8}\,(105mm)^3$$

$$\approx 268808.7825\,mm^3$$



此外，設C、D、E、F 為BM、BA、NA、NM的中點， 如圖將四個和ABMN相似但體積為ABMN 的 $\frac{1}{8}$ 的四面體移走後，會剩下兩個以正方形CDEF為底的椎體。

因此

四面體ABMN的體積

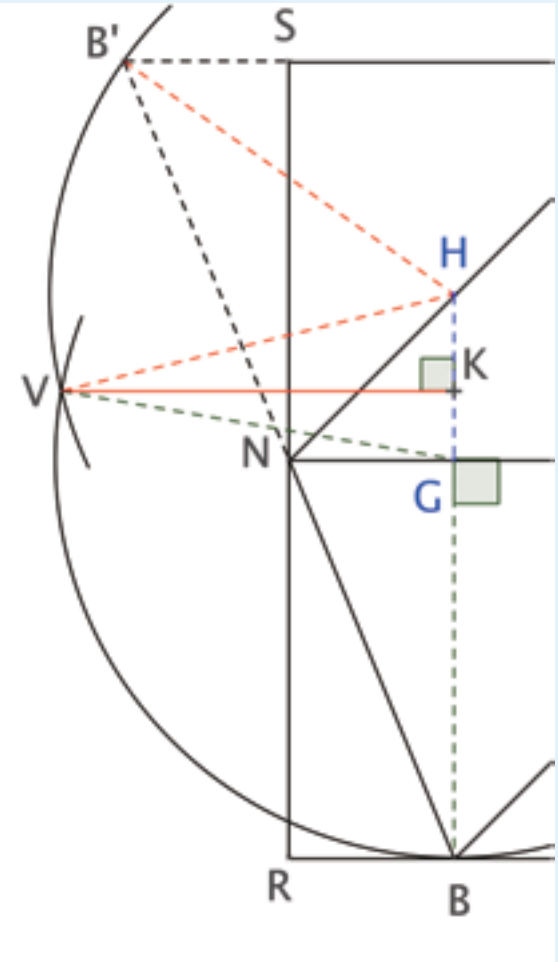
$$= 2 \times \frac{1}{3} CD^2 \times \frac{XY}{2}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{BN}{2}\right)^2 XY$$

$$= \frac{1}{3}(2-\sqrt{2})\sqrt{\sqrt{2}}\,(105\,\text{mm})^3$$

$$\approx 268808.7825\,\text{mm}^3$$

一. 如果不計算四面體的高，可以幾何作圖再量度



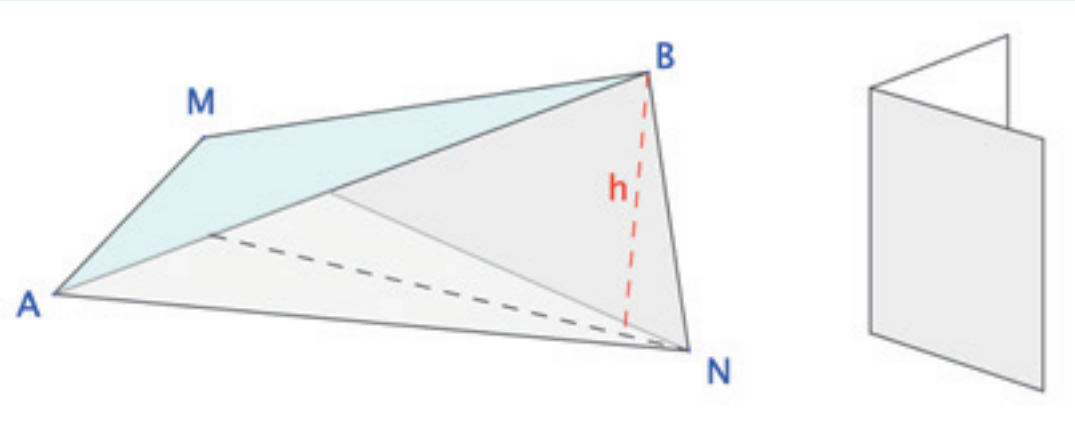
二. 直接量度

重點是如何利用大會提供的物資，量度四面體的垂直高度呢？

以下提供其中一個可行的方案：

做四面體時留空一面，方便量度；B的投影會落在∠MBA的 □平分線上；

把一張紙對摺，打開一些後會得到一個可協助量度垂直高度的工具。



- 如果用計算的方式，誤差只來自最初的量度。量度上，因為是用刻度準確至 1 mm 的間尺，所以成為誤差的最主要來源
- 當然，如果計算的中間步驟使用小數，則中間步驟出現的數值的有效數字成為誤差的新來源
- 量度模型的話，模型製作的精確度會影響到量度和計算的結果
- 量度的時候，工具使用的正確方法也很重要。例如怎樣看刻度？怎樣得到垂直的高度？

問題2

a. 以 △MNA 為底，四面體的高不能超過 △MNB 沿著 MN 摺起後的最高點，即 105 mm。

理論上四面體的上界

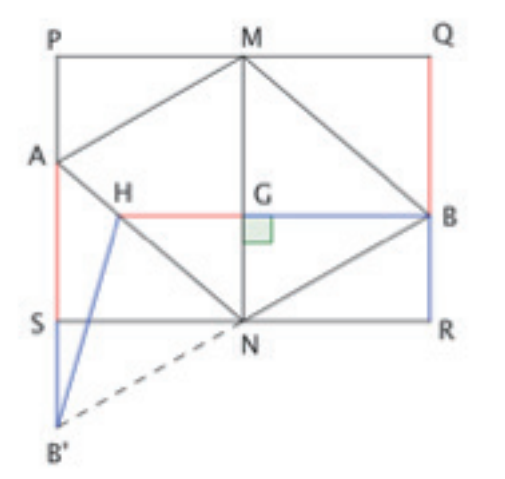
$$=\left(\frac{1}{3}\right)(105\ mm)\left(\frac{1}{2}\right)(105^2\sqrt{2}\ mm^2)$$

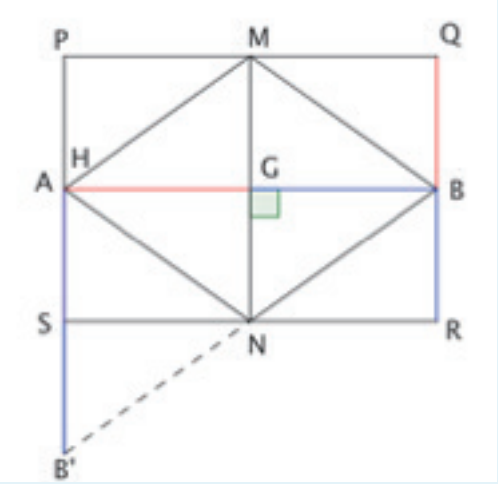
$$\approx 272854.8291\ \mathrm{mm}^3$$

或（如果短邊的值是度出來的）

$$=\left(\frac{1}{3}\right)(105\ mm)\left(\frac{1}{2}\right)(105\ mm \times 148mm)$$

$$= 271950\ mm^3$$





- 如果要合成冇重疊的四面體，PA = RB 並且摺起後 AB = MN，不會因B 的位置而有的不同。
- 當 B 移到 QR 的中點時，$AG^2+GB^2=AB^2$，所以 ∠AGB = 90°
- 所以理論上的最大體積可以達到。
- 即使 $\frac{RS}{PQ} \neq \sqrt{2}$，
  △MNA 和 △MNB 的夾角亦會當 B 移到 QR 的中點時最接近 90°
- 同學可透過實驗發現類似的結果

b. **解釋已在 (a) 提供**

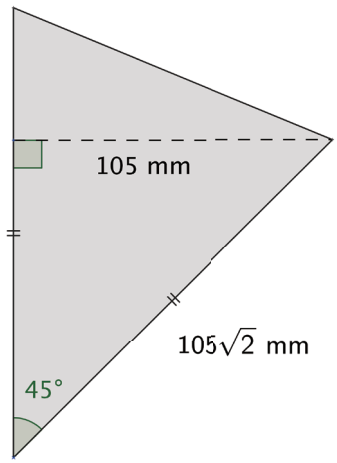
問題3

直觀上我們可能以為洞的形狀至少要等於其中一面的大小。

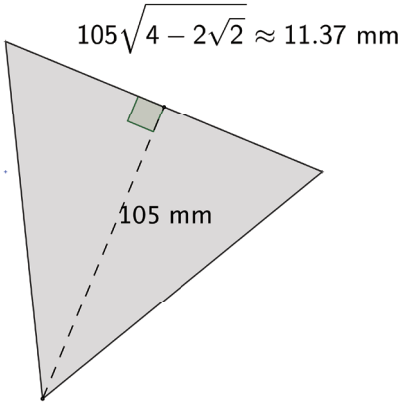
（圖一）但細心想想，這是四面體在平面上的投影。

不同擺放方式，四面體會有不同的投影。

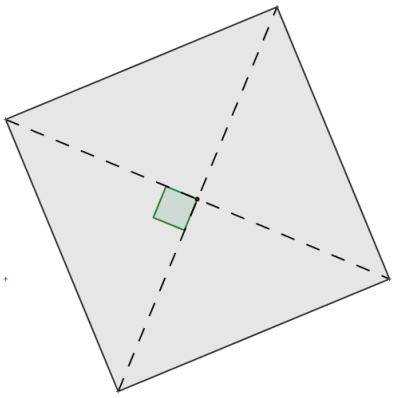
（圖二）（圖三）所示的投影都比圖一的小。



圖一



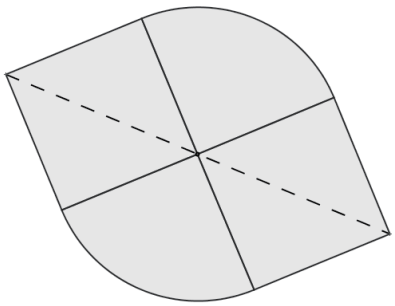
圖二



對角線的長度

$= 105\sqrt{4-2\sqrt{2}} \approx 11.37$ mm

圖三



對角線的長度

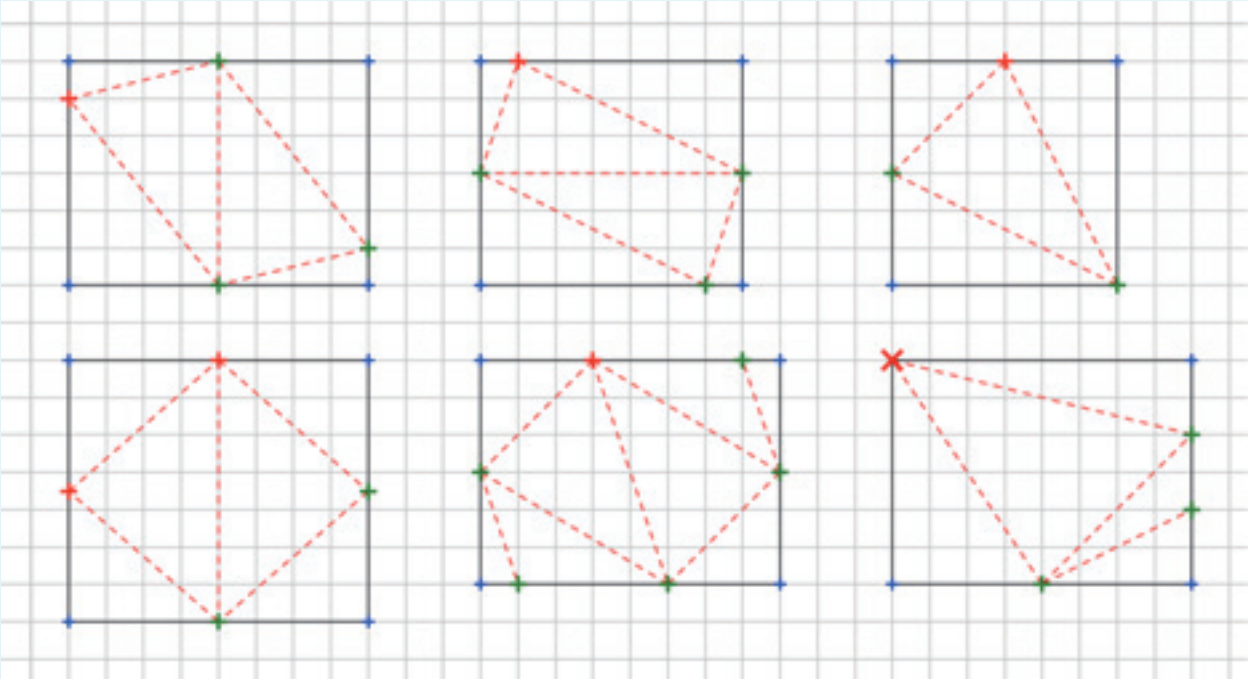
$= 105\sqrt{4-2\sqrt{2}} \approx 11.37$ mm

圖四

其中圖二在首三個可能性中是最小的。

假如我們容許四面體在穿過一半後旋轉 再前進，則圖四的洞面積最細。

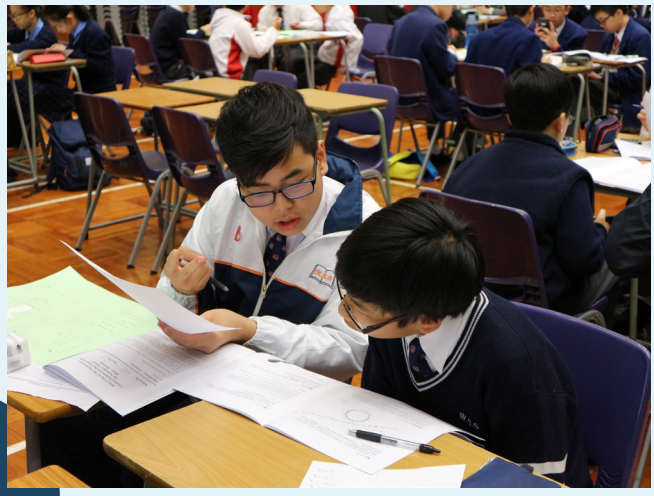
問題4



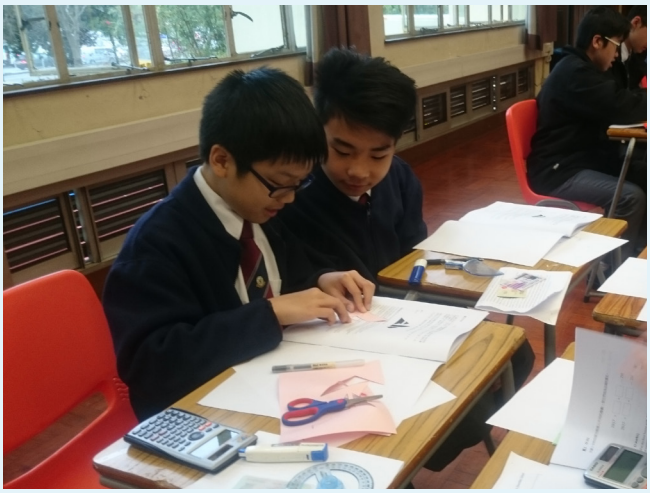
[全巻完]

7.7 比賽花絮

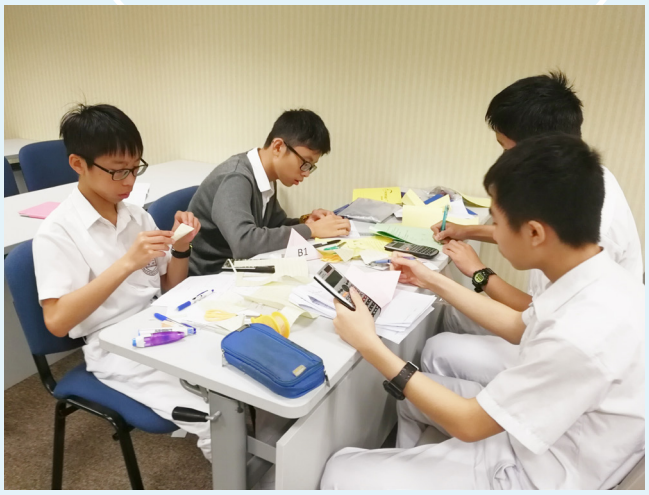
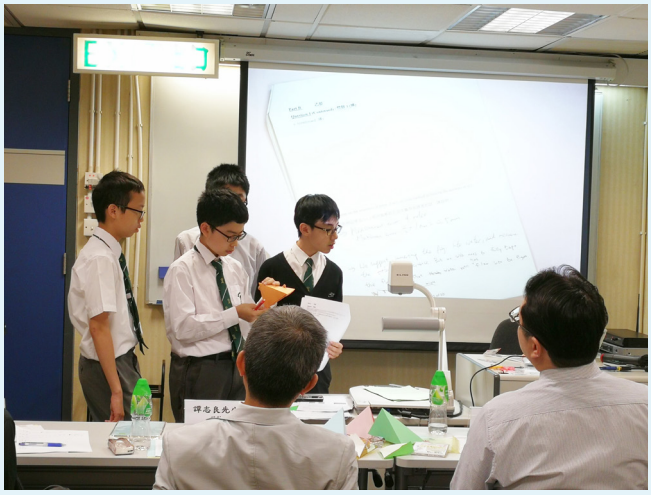
「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
初賽花絮（筆試）

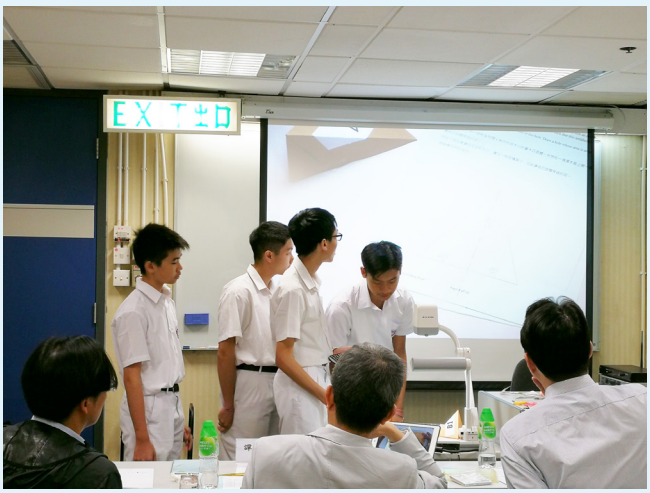


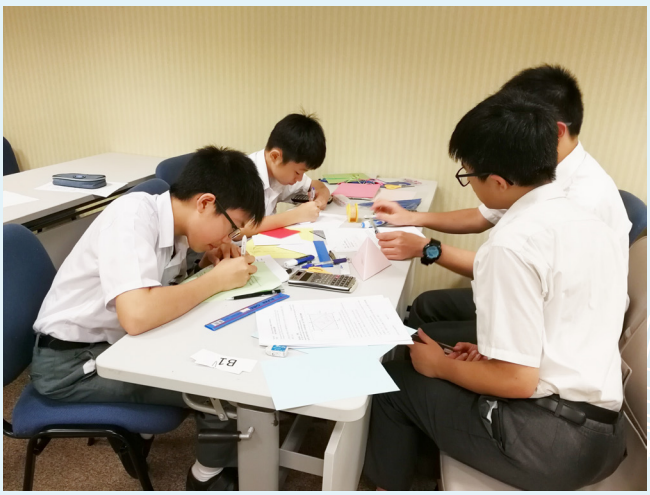
17
23
24



「第八屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽花絮（解難實驗）





8 初賽答題表現分析

8. 初賽答題表現分析

小學初賽表現分析

本屆共有來自109間小學合共433位學生完成了小學初賽筆試。初賽設有15條題目，總分43分，參賽隊伍的平均得分為14.09分，標準差為7.41分。（若把總分轉換為100分時，則參賽隊伍的平均得分為32.77分，標準差為17.23分。）各題目的測試目的及分析如下（下表將以總分為100分表示）：

題號	測試目的	平均分 (Mean)	標準差 (SD)
1	測試學生對整數四則運算的認識。	67.89	46.91
2	測試學生對指數及整數性質的認識。	78.90	40.99
3	測試學生對整數性質的認識。	47.71	50.18
4	測試學生對圖形面積的認識。	35.78	48.16
5	測試學生對圖形面積的認識。	46.79	50.13
6	測試學生對幾何圖形關係的認識及解難能力的運用。	18.35	38.89
7	測試學生對分數的認識。	23.55	40.65
8	測試學生對百分數的認識及解難能力的運用。	31.50	42.75
9	測試學生對圖形面積的認識及解難能力的運用。	17.13	30.30
10	測試學生對算術能力及解難能力。	22.02	41.63
11	測試學生對數值比例的概念及數字解難的應用。	15.60	27.80
12	測試學生對列舉的運算能力及和規律的觀察運用。	42.66	38.08
13	測試學生對立體的想象能力。	21.71	36.11
14	測試學生的邏輯推理能力。	49.24	41.97
15	測試學生對幾何圖形的認識及想象能力。	17.98	26.24

中學初賽表現分析

本屆共有來自97間中學合共377位學生完成了中學初賽筆試，初賽設有17條題目，總分49分，參賽隊伍的平均得分為15.52分，標準差為8.69分。（若把總分轉換為100分時，則參賽隊伍的平均得分為31.66分，標準差為17.73分。）各題目的測試目的及分析如下（下表將以總分為100分表示）：

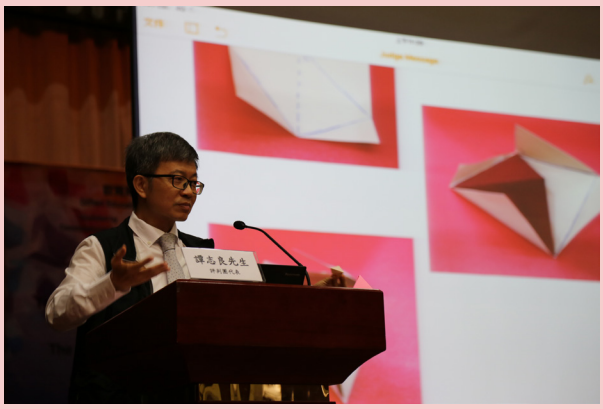
題號	測試目的	平均分 (Mean)	標準差 (SD)
1	測試學生對整數帶餘除法的認識。	63.40	41.78
2	測試學生對整數特性及連續數求和的認識。	26.80	44.52
3	測試學生對整數特性的認識。	28.87	45.55
4	測試學生對三角形(或多邊形) 內角及外角特性的認識。	30.93	46.46
5	測試學生對速率的認識及代數運算技巧。	40.21	49.29
6	測試學生對整數因子的特性，有向數及代數運算的技巧。	63.92	48.27
7	測試學生對平行四邊形及三角形面積的認識。	42.78	49.47
8	測試學生對邏輯推理的應用。	73.71	43.95
9	測試學生反射變換、四邊形及全等三角形特性的應用。	18.21	38.50
10	測試學生立體幾何的想象力。	30.58	45.81
11	測試學生數字推理能力。	39.86	45.81
12	測試學生對規律的推理能力。	8.25	27.66
13	測試學生組織數字及運算能力。	57.73	49.66
14	測試學生對立體幾何的想象力及畢氏定理的運用。	2.06	14.28
15	測試學生對立體展開圖的想象力、圓周計算及畢氏定理的運用。	7.22	26.01
16	測試學生對規律的推理能力。	10.52	19.38
17	測試學生的幾何想象力。	51.34	32.78

9 頒獎禮花絮

2016/17
頒獎典禮
Prize Giving Ceremony

杜家慶校長

題目創作背影...



「第十二屆香港小學」及「第八屆香港中學」
數學創意解難比賽資料匯編

出版：　教育局
日期：　二零一七年十二月

本教材收錄了教育局資優教育組與教育團體合辦的「第十二屆香港小學數學創意解難比賽」育的教材，提升學生的思維能力。及「第八屆香港中學數學創意解難比賽」的比賽資料。這些比賽題目極具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優教育的教材，提升學生的思維能力。

教育局