

# 資優教育

## 2015/16

「第十一屆香港小學」及  
「第七屆香港中學」

# 數學創意解難比賽

## 資料匯編



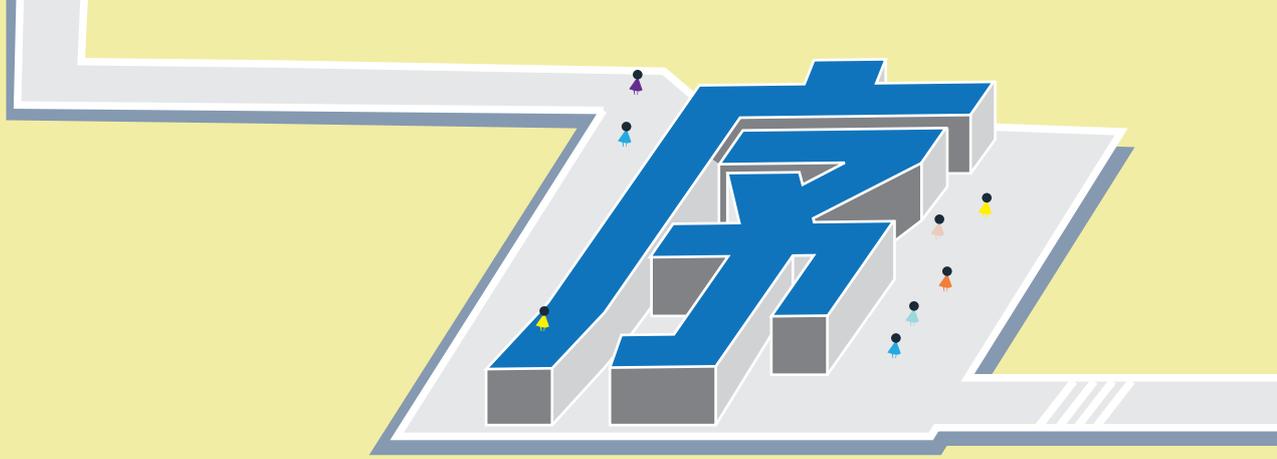
本教材收錄了教育局資優教育組與教育團體合辦的「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」及「第七屆香港中學數學創意解難比賽」的比賽資料。這些比賽題目極具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優教育的教材，提升學生的思維能力。

教育局資優教育組



## 序

1. 「香港中、小學數學創意解難比賽」的意義	5
2. 本書的使用建議	7
3. 榮譽顧問及委員會	10
4. 執委會主席的話	11
5. 評判團代表的話	12
6. 「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」資料匯編	14
6.1 比賽簡介	15
6.2 比賽形式	16
6.3 比賽獎項	17
6.4 得獎名單	18
6.5 指導教師及學生撰文	28
6.6 比賽題目及參考答案	31
6.7 比賽花絮	72
7. 「第七屆香港中學數學創意解難比賽」資料匯編	78
7.1 比賽簡介	79
7.2 比賽形式	80
7.3 比賽獎項	81
7.4 得獎名單	82
7.5 指導教師及學生撰文	93
7.6 比賽題目及參考答案	95
7.7 比賽花絮	170
8. 初賽答題表現分析	174
9. 頒獎禮花絮	176



本教材收錄了2015/16年度教育局資優教育組與教育團體合辦的「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」及「第七屆香港中學數學創意解難比賽」的比賽資料。當中的題目甚具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優培育計畫的教材，用以訓練學生的思維能力。如對本教材有任何意見和建議，歡迎以郵寄、電話、傳真或電郵方式聯絡教育局課程發展處資優教育組：

地 址：九龍塘沙福道19號教育局九龍塘教育服務中心東座3樓

電 話：3698 3472

傳 真：2490 6858

電郵地址：[gifted@edb.gov.hk](mailto:gifted@edb.gov.hk)

馮漢柱資優教育中心



## 1. 「香港中、小學數學創意解難比賽」的意義

教育局資優教育組

時間過得很快，眨眼間「香港小學數學創意解難比賽」已經舉辦至第十一屆了，而「香港中學數學創意解難比賽」亦已踏入了第七個年頭。

### 對數學資優生的意義

「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」及「第七屆香港中學數學創意解難比賽」和一般的傳統數學比賽有一個很不同的地方，就是這兩個比賽不會只看學生的紙筆測試表現，也會要求同學們進行協作解難、數學實驗、面試及辯論。特別是數學辯論一環，會要求學生將小組研習的結果及解難策略向評判及其他隊伍匯報，並即時回應評判及其他

隊伍的提問，這種考核學生對知識的掌握及辯證知識的能力的過程，近似一般大學常用的考核博士研究生的口試（viva）形式，所以參賽學生是需要有高層次思維能力才能應付得來。

今年的小學邀請賽，我們很榮幸能夠邀請來自內地的精英隊伍：

深圳市南山区后海小學，與香港的得勝隊伍進行友誼數學辯論交流賽。

這是一次很難得的機會，大大擴闊本地學生的眼界和視野。希望類似的邀請賽日後也有機會推展至中學。

從參賽學生的表現得知，香港學生的批判及創意思維、口頭匯報及提問能力也可以是很出色的，只是傳統紙筆測試未能全面反映。現在因有了小學和中學的數學創意解難比賽，可以讓學生有多一個機會發揮這些方面的才華，從而讓他們的能力得到肯定。



### 對一般學生的意義

「香港中、小學數學創意解難比賽」除了對數學資優學生有肯定作用外，對一般學生的學習及教師課堂的教學，相信也會有正面的作用。

本比賽的多元化評估模式，可鼓勵教師在教學上使用多元化評估如解難實驗及數學辯論等作為教學方法，提高一般學生建構數學知識的能力，擴闊他們的數學視野，增加學習的趣味。有指導教師表示曾參考「香港小學數學創意解難比賽」的數學辯論形式，在課堂內讓學生就數學難題辯論，學生不但熱烈地討論，而且對於這課堂的學習更表現得十分積極。由此可見，本比賽能提升學與教的趣味和效能。

### 對校本資優教育的意義

「香港中、小學數學創意解難比賽」的題目極具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優教育的教材，以刺激學生的思維能力。因此，我們把有關題目收錄書內，方便大家使用。

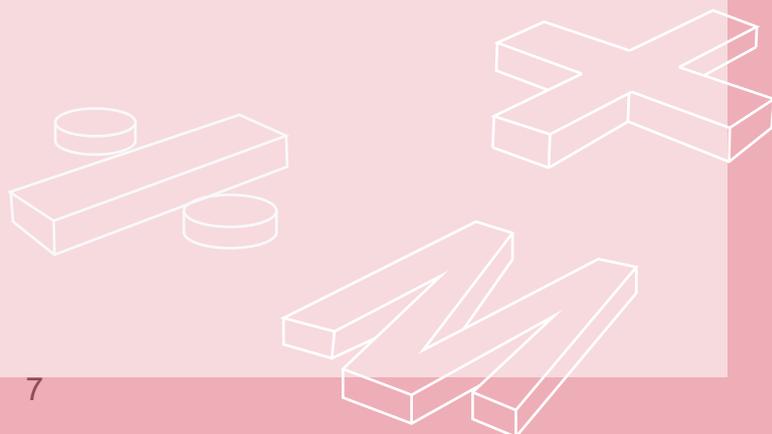
## 2. 本書的使用建議

教育局資優教育組

本書收錄了「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」及「第七屆香港中學數學創意解難比賽」的題目。這些題目極具挑戰性，不論學校是否打算參與比賽，題目也很有採用價值，以作校本數學資優培育計畫的教材。教師可考慮使用本比賽的解難實驗及數學辯論的題目，供有興趣的學生進行小組探究，從而培養合作和溝通、創意與批判的共通能力。

### 筆試題目（初賽）

數學創意解難比賽設筆試題目（詳細題目內容，請分別參看本書6.6及7.6部分）。教師訓練學生時，可鼓勵同學團隊協作，盡量讓學生多思考及討論，務求擴闊學生的思考空間。此外，可鼓勵學生勇於嘗試，不斷探索，有策略地從錯誤中學習，從而發現當中的規律及關係等等。





## 「解難實驗」/「數學辯論」題目

本屆數學創意解難比賽的決賽中設有「解難實驗」/「數學辯論」的題目（詳細題目內容，請分別參看本書6.6及7.6部分）。「解難實驗」通常會為參賽隊伍提供一些比賽用品，要求學生以小組形式探究一些問題。然後評判會就相關問題作出提問，要求學生解

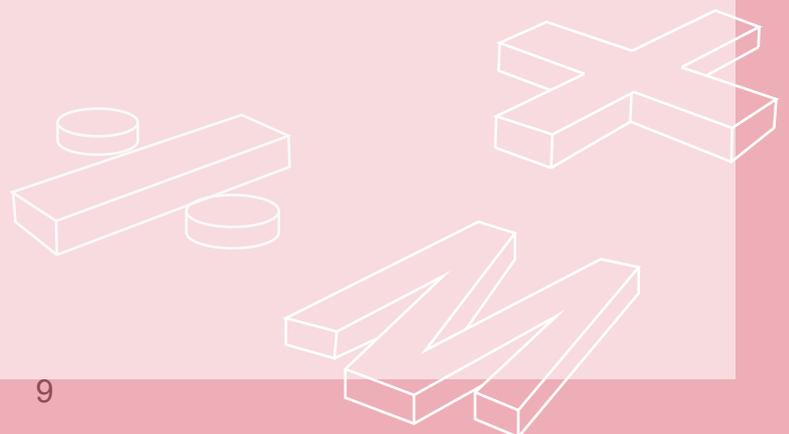
釋所採用的解難策略，並總結當中的發現。「數學辯論」要求參賽隊伍進行小組協作解難，然後向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍亦要接受評審團和其他參賽隊伍的提問，並即席進行答辯。

教師可考慮使用本比賽的筆試題目以及「解難實驗」/「數學辯論」題目，供有興趣的學生進行小組探究。指導學生時不論是否參與比賽，也可以參考下列的建議：

- i. 題目的程度是刻意超出參賽學生的年級水平的，但教師不必要求學生使用超出他們程度或能力的數學知識和技巧，只需鼓勵學生反思已有的數學知識，並把知識綜合，產生新的意念和知識，以解決問題。
- ii. 假如學生沒有預先學習某個數學公式或理論，而單單靈活運用一些很基本的數學知識就能解決問題，更是難能可貴，充分反映其數學創意解難能力之高超！數學資優生正正需要這種具挑戰性的訓練機會。
- iii. 假如學生找到相關規律或公式後，以為已完成了任務而不再思考。教師可鼓勵他們多以不同的數據或情況驗證所找到的規律或公式。這樣可以訓練他們驗證答案、反思步驟及不斷修正自己的猜想或所發現的公式。

iv. 讓學生向教師及其他同學講解其思考及解難策略，總結當中發現，並接受教師及其他同學的提問。這有助訓練學生的匯報和高層次思維能力，並能深化學生的學習。其他同學在聆聽匯報時，也可從中學習，拓闊視野，學習別人的解難策略，並訓練自己的提問及批判思維能力。

v. 教師可提問任何有助理解學生思路或挑戰學生高層次思維的問題，亦可就學生的答案再作追問。這種即場的追問，最能訓練學生的應變力，並能鼓勵學生作深度思考。雖然這些筆試題目以及「解難實驗」/「數學辯論」的題目是為高小至中二的學生而設，但由於題目本身具一定程度的開放性和難度，所以也可考慮給予較高年級的同學，作為趣味解難或數學辯論之用。





### 3. 榮譽顧問及委員會

#### 榮譽顧問

楊耀忠太平紳士

香港教育工作者聯會會長

陳沛田先生

香港教育局資優教育組總課程發展主任

#### 榮譽數學顧問

韓耀宗教授

香港城市大學數學系

#### 審題委員會 (排名以姓名筆劃序)

何美芬老師

香港數理教育學會

李文生博士

香港大學教育學院

金偉明老師

香港聖公會何明華會督中學

徐崑玉老師

香港四邑商工總會黃棣珊紀念中學

陳志成老師

資深數學科教師

陳偉倫老師

香海正覺蓮社佛教正覺中學

馮德華老師

香港數理教育學會

黃家樂先生

香港大學教育學院

黃嘉蕙老師

香港數理教育學會

趙嘉俊老師

浸信會沙田圍呂明才小學

鄭永權老師

香港數理教育學會

盧偉樂博士

香港專業管理協會李國寶中學

#### 執委會

常任主席

杜家慶校長 香港教育工作者聯會副主席

常任副主席

劉明基校長 香港幼兒教育及服務聯會永遠名譽會長

常任委員

謝家安博士 教育局資優教育組課程發展主任

#### 香港數理教育學會工作小組

徐崑玉老師

何美芬老師

馮德華老師

鄭永權老師

阮華剛先生

王金漢先生

張錦華博士

## 4. 執委會主席的話

香港中、小學數學創意解難比賽執委會常任主席  
杜家慶校長

由教育局資優教育組、香港教育工作者聯會合辦，香港資助小學校長會協辦，香港數理教育學會承辦的「香港中、小學數學創意解難比賽」已踏入第十一屆。近年來資優教育在香港受到各界關注，有見及此，本人十二年前便與資優教育組總課程發展主任陳沛田先生商議舉辦「香港小學數學創意解難比賽」，希望通過是次比賽培育學生運用數學及創意來解決問題。同時，也提升他們深層思考及高職次思考能力。藉此比賽讓更多學生得以發展潛能。喜見這比賽由小學發展至初中階段。

「第十一屆香港小學」及「第七屆香港中學」數學創意解難比賽參與的學校分別有110間及128間。從每年的比賽亦看到參賽學生的分析、批判及推理論證能力也在不斷提升。另外，能夠進入小學決賽的隊伍同時也會與鄰近地區的學生作交流切磋。

### 展望未來發展

縱向：來年於已開展的初中比賽基礎上持續發展。希望這類比賽能為中學生提供多元化的學習機會，如小組協作、運用創意解難技巧。

橫向：希望未來能增加賽區的數目，並繼續以香港特區為本，華語地區如台灣、新加坡及中國不同省市如廣東省亦能參與邀請交流賽，令更多地區的學生能參加這極具香港特色的比賽。

最後，本人衷心感謝資優教育組同工的支持、大專院校的學者、「香港中、小學數學創意解難比賽」之顧問團成員及教師出任評判，「香港中、小學數學創意解難比賽」執委會組內各同工之鼎力相助，令比賽得以順利進行。



## 5. 評判團代表的話

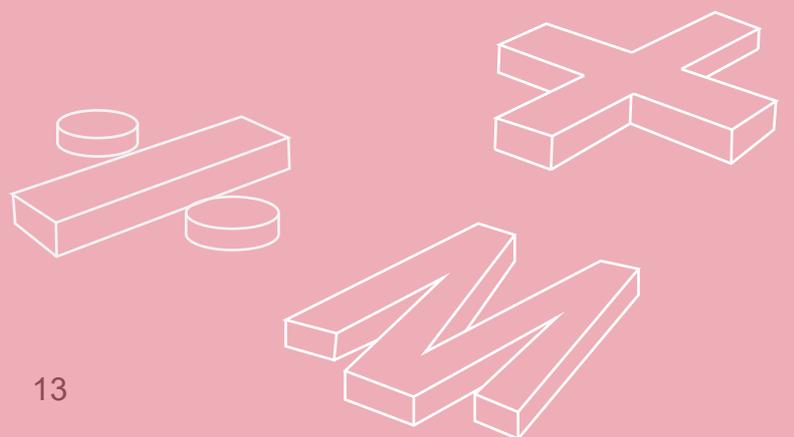
香港聖公會何明華會督中學  
金偉明老師

擔任「香港數學創意解難比賽」評判多年，一直十分欣賞比賽的設計能讓學生從不同角度思考問題，激發學生的好奇心，提升他們對數學的興趣。比賽不著重學生操練數學題型，著重的是學生的思考過程，並懂得運用基本的數學概念拆解難題。過程中，能培養學生積極主動的學習態度，並促進深度的數學思考。另一方面，隊員之間亦需妥善分工，取長補短，以發揮團結的效能。

HKASME  
Ms. Winnie Wong

The final part of the CPS Competition is set to make room for creativity, encourage collaboration and let young talents display their abilities to deliver good presentations and respond to questions being asked. All these are something very crucial for young learners. Creativity drives us to make progress in learning while collaboration leads us to achievement and success. In the competition, young talents especially in mathematics are given an opportunity to exhibit their boldness in face of something uncertain and express themselves with confidence in front of judges, peers and audiences. Also I found many of the participants were able to demonstrate the mathematical knowledge and skills they possess far beyond the traditional school curriculum provided. Accordingly, the competition surely was a great platform for these young talents from various schools came and gathered not only to compete but also learn from one another with immediate face-to-face interaction.

Congratulations to all the participant students and their coaching teachers who helped unlock their potential to give the outstanding performance in the competition this year.





# 6

「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

資料匯編



## 6.1 比賽簡介

「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」是由香港教育工作者聯會及教育局課程發展處資優教育組聯合舉辦，香港資助小學校長會協辦，香港數理教育學會承辦。本屆比賽共有110間小學，合共432位本港學生參加。經過初賽的篩選後，有四隊連同一隊邀請隊進入決賽，爭奪冠、亞、季及殿軍。

本比賽特別著重學生在批判思考、創意思維和溝通技巧這三方面的訓練。活動目的是讓學校發掘更多數學資優的學生，並給他們發揮數學創意解難和互相合作的機會。



## 6.2 比賽形式

本比賽包括初賽及決賽暨邀請賽兩部分：

### (I) 初賽—筆試

日期：2016年1月30日

形式：參賽隊伍以小組形式共同在50分鐘內完成15題數學思考題。題目設計著重考核學生的應變和高層次思維能力，期望學生能運用已有知識解決難題。

### (II) 決賽暨粵港交流邀請賽—數學辯論/解難實驗

日期：2016年4月9日

形式：進入決賽的四隊本港隊伍與一隊來自內地的隊伍一同作賽。每隊以小組形式按題目的要求，在40分鐘內設計一個解難策略，然後在5分鐘內向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍之後會接受評審團和其他參賽隊伍10分鐘的提問，並即席進行數學辯論。



## 6.3 比賽獎項

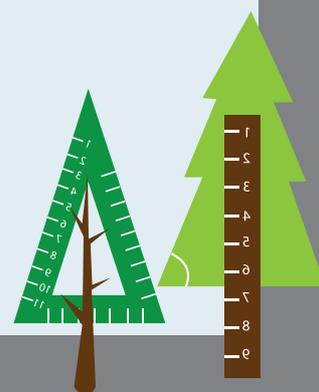
頒獎禮日期：2016年5月27日

(I) 初賽獎項：

- 金獎（十七名），銀獎（三十二名），銅獎（四十一名），各得獎學生可獲獎狀乙張。

(II) 決賽暨邀請賽獎項：

- 冠軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣一千二百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 亞軍隊伍（二名），可獲獎座乙座及價值港幣八百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 優異隊伍（二名），可獲獎座乙座；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。



## 6.4 得獎名單

「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨邀請賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學		指導教師
冠軍	拔萃男書院附屬小學	周柏言 鄭力行	江志睿 林伯翰	郭耀武
亞軍 (排名以學校編號序)	聖公會青衣主恩小學	姚縉熹 潘祉充	李家熙 俞宏諺	梁恒業
	深圳市南山区 后海小学	陈奕聰 潘乐滔	郭伊锐 闫嵩嵩	李倩倩 王一飞
優異獎 (排名以學校編號序)	沙田圍胡素貞博士 紀念學校	郭浩仁 韋智剛	譚嘉俊 王耀坤	湛嘉茵
	光明學校	陳洛勤 傅嘉誠	周奕匡 梁正捷	陳曉昕



初賽金獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學		指導教師
嘉諾撒小學(新蒲崗)	張恩耀 江逸嵐	鍾雅康 衛柏豪	梁美芬
聖母無玷聖心學校	陳澄慧 林家曦	巢瑋軒 麥穎邦	朱學偉
培基小學	鍾錦康 鄺子懷	鄞晉樂 梁宇軒	劉錦芳
拔萃男書院附屬小學	周柏言 鄭力行	江志睿 林伯翰	郭耀武
聖文德天主教小學	徐柏熹 孫 豪	孫銘志 褚圳東	梁老師
天主教石鐘山紀念小學	陳昊邦 李雋彥	趙卓謙 謝沛昇	周淑雯
沙田圍胡素貞博士 紀念學校	郭浩仁 韋智剛	譚嘉俊 王耀坤	湛嘉茵
光明學校	陳洛勤 傅嘉誠	周奕匡 梁正捷	陳曉昕
中華基督教會基慧小學	林睿安 何治宏	張卓鈞 梁智聖	林柏和
聖若瑟小學	鄭卓林 劉子山	林名祐 李梓軒	曾詠鈴
北角官立小學	粘晉銜 林曉烽	許皓暘 黃善桓	余秀茵
天水圍天主教小學	梁君瑞 吳施凡	石銳康 潘樂生	麥家傑



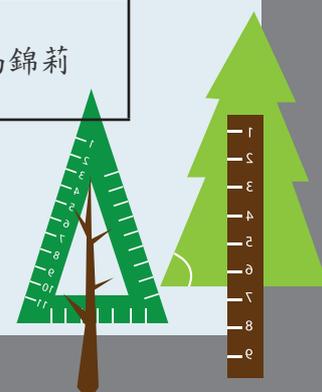
初賽金獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學		指導教師
聖公會德田李兆強小學	陳欣彤 謝柏樂	陳澤卓 王思榆	吳嘉雯 吳穎芝
保良局黃永樹小學	陳昱傑 鄺崇哲	陳宇軒 楊霖鋒	蘇超明
聖公會青衣主恩小學	姚縉熹 潘祉充	李家熙 俞宏諺	梁恒業
弘立書院	錢致和 鄭旻真	黃浩朗 林 熹	王雅娟
高主教書院小學部	鄭逸朗 崔浚軒	莊展和 黃樂曦	胡祖威



初賽銀獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
保良局王賜豪(田心谷)小學	林穎鋒 李文迪	李樂 蔡俊煌	鍾玉桃
循理會白普理基金 循理小學	陳心妍 楊鉅澄	林致遠 朱子齊	梁少玉
香港九龍塘基督教中華 宣道會陳元喜小學	張景翔 吳宇航	何宇軒 葉子浩	蘇志偉
啟思小學	顧家丞 李彥君 葉尚懷		林永雄
聖公會聖紀文小學	張梓樂 霍超鵬	吳澤妙 叶敏航	黃匡瑩
九龍塘學校	黃清朗 黃澤鈞	林子皓 林學正	黃建業
聖公會基顯小學	崔浩斌 甄銘浩	林港亮 姚俊偉	鄭碧如
崇真小學暨幼稚園	蔡南鵬 凌籽朗	林正彥 甄天朗	呂小娟
嗇色園主辦可立小學	陳昶誠 吳謀軒	劉俊樂 郭嘉明	陳曉華
大角嘴天主教小學 (海帆道)	張子曦 袁振榮	鍾瑋駿 張天佑	陸嘉明
天主教柏德學校	林汝毅 李家宇	李名軒 唐信君	陳嘉茹
中華基督教會基法小學(油塘)	羅碧茹 王俊恒	王家健 余均煒	馬錦莉



初賽銀獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
中華基督教會灣仔堂 基道小學(九龍城)	趙桐彤 謝德智	吳睿翔 黃可晴	劉慧樑
民生書院小學	CHAN Wang Leong CHAN Wang Hin CHOW Tin Hei KEE Lok Sang		曾建勳
寶血會伍季明紀念學校	謝昶豪 林昀羿	丁兆霖 胡樂生	吳和來
五邑鄺振猷學校	廖耀彬 梁裕恒	鄭硯智 莫凱傑	陳寧欣
上水惠州公立學校	陳煜燊 羅詠詩	李富鈞 潘均源	何子傑
屯門官立小學	陳日朗 李鎧岐	梁展滔 吳俊熙	曾 瑩
柴灣角天主教小學	蔡智健 盧浩均	林東晨 嚴芷琳	黃 英
聖公會聖提摩太小學	陳卓琳 王臻熙	陳卓詩 楊渝楓	徐婉華
聖保羅男女中學附屬小學	陳璟安 郭藝研	高弘燁 李鈞瀚	林寶珊
大角咀天主教小學	許浩賢 許佩儀	關弘俊 洪煒銘	徐健業
德信學校	劉家熙 馬鴻智	關 皓 潘盛澤	鍾廷欣
香港道教聯合會圓玄學院 陳百重德紀念學校	陸彥丞 柯楚熙	梁逸鋒 甄雅文	李少卿

初賽銀獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
青松侯寶垣小學	李逸朗 翁武源	梅嘉煒 翁嘉琪 麥桂英
聖公會田灣始南小學	張文欽 顏溢飛	何駿軒 嚴凱俊 龍周均
英皇書院同學會小學 第二校	鄭 彬 李 灝	林 熙 吳堯炫 許文星
基督教粉嶺神召會小學	張卓文 勞永康	徐東偉 王澤軒 李曉君
九龍灣聖若翰天主教小學	黃柏源 孫慶霖	彭天恩 蔡昀軒 姜婉雯
香海正覺蓮社佛教 正慧小學	莊家富 張家樂	劉子謙 廖文慧
救世軍中原慈善基金學校	馬梓軒 曾昭儒	羅頌恩 朱楚豪 連詠斯
軒尼詩道官立小學 (銅鑼灣)	陳柏陶 李翹各	莊秉康 梁文仲 李秀芬

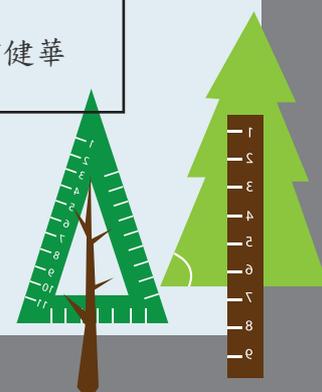


初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學		指導教師
農圃道官立小學	梁裕豐 王 怡	史雅如 黃達坤	黃慧珠
沙田官立小學	郭俊唯 黎嘉明	黃丞軒	趙丹琳
嘉諾撒小學	林喬楊 張祖翔	陳頌樂 梁仲弘	岑詩燕
合一堂學校	招俊良 黃天佑	吳竣宇	黃惠娟
寶血會嘉靈學校	鄭智澎 關明軒	李嘉浚 李思彤	羅偉婷
天主教伍華小學	李俊毅 吳嘉曦	李潔盈 黃志鵬	卓鳳顏
聖安當小學	許俊傑 關活朗	陳一賢 米俊燁	陳婉芝
聖若翰天主教小學	陳柏濤 劉重信	馮兆津 梁詠欣	MOK Wing Yin
聖博德學校	許偉倫 高凱傑	洪浩庭 李偉麟	周樂君
聖公會仁立紀念小學	陳俊源 廖恒傑	羅珈朗 吳泳昕	李子豐
保良局錦泰小學	劉凱光 陳寶添	麥翹熙 袁尉倫	劉智樑
國際基督教優質音樂 中學暨小學	胡知行 梁駿謙	許恩賜 彭尚昊	劉俊文

初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
嶺南大學香港同學會小學	顏 朗 楊澤豪	廖樂垚 丘承哲	岑偉邦
觀塘官立小學〈秀明道〉	蔡家裕 莊竣軒	陳銘希 任翔兆	譚 燁
德望小學暨幼稚園	鄭潔樂 湯子晴	陳希晴 林凱瑩	吳婉兒
博愛醫院歷屆總理聯誼會 梁省德學校	李安松 文梓強	吳兆康 莊伯祥	岑俊傑
拔萃女小學	陳劭藍 蘇泳潼	苗海晴 黃嘉愈	歐淑嫻
軒尼詩道官立小學	鄭仲宏 韋子軒	梁展弘 王韋竣	周樹榮
海壩街官立小學	張旨洋 杜嘉明	梁慧欣 曹仲文	陳玲瓏
將軍澳官立小學	楊總馨 李承謙	郭振鴻 謝思恒	鄭奇英
北角循道學校	區意海 呂駿熙	李健游 黃景朗	DAI Kathy
番禺會所華仁小學	鄧焯賢 李建宏	司徒浚諾 余榮熙	李志豪
滬江小學	鄭雄澤 吳焯然	容敬慈 吳正韜	區瑋峰
香港中國婦女會丘佐榮 學校	陳翔安 譚仲衡	湯振華 姚國韜	何健華



初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學		指導教師
馬頭涌官立小學(紅磡灣)	陳俊軒 黎子浩	張瑋峰 石昕濤	崔月英
基督教宣道會宣基小學	吳汶昊 劉卓暉	郭雲峰 廖潤熙	高偉雄
仁愛堂田家炳小學	陳益聰 朱冠安	黎貝妍 許晉瑋	鄧建彬
伊利沙伯中學舊生會 小學分校	陳浚軒 馮啟軒	黃家樂 麥靜宜	葉達昌
靈糧堂秀德小學	陳朗謙 梁啟謙	李浩陽 余浩弦	岑國靜
中西區聖安多尼學校	鄭俊泓 王沛嬋	梁晉峰 黃頌楮	陳碧暉
順德聯誼總會伍冕端小學	吳樂天 郭晉熙	陳汶輝 鄧振桁	梁美琪
保良局志豪小學	陳栩源 盧葆靄	馮志謙 黃世宇	文家樂
基督教宣道會徐澤林 紀念小學	廖浩鈞 李家謙	呂愷樂 吳焯妍	紀悅榮
港大同學會小學	歐怡 鄭芷晴	陳思瑋 殷曦朗	宋寶華
香港學生輔助會小學	鄭宇威 林煒豪	張學安 呂嘉楠	梁寶珊
聖公會柴灣聖米迦勒小學	陳浚勤 李展維	趙尚泓 王凱祺	陳乃綱

初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
保良局香港道教聯合會 圓玄小學	朱學研 戴頌羲	賴曉恩 馮政弘	陳思敏
香港浸會大學附屬學校 王錦輝中小學	鄒俊熙 鍾卓楠	許爾晴 何駿曦	林茂森
香港九龍塘基督教中華 宣道會台山陳元喜小學	麥家源 張卓然	麥竣碩	黃雅文
瑪利諾神父教會學校 (小學部)	譚加亮 鄭浩鋒	岑小川 陳采妍	陳嘉珊
中華基督教會基灣小學(愛蝶 灣)	鐘尚霖 MA Ho Kong LIU Wai Kwan LO Cho Ho		陳敏珊



## 6.5 指導教師及學生撰文

沙田圍胡素貞博士紀念學校

湛嘉茵老師

這是我第一次帶領學生參與是次比賽，能夠見證學生在初賽中突圍而出，並且能進入決賽，心情實在是十分興奮。能讓學生在比賽中有所體會是我最大的得著，與他們一同經歷亦是我最大的快樂，十分欣賞同學在這次比賽前的預備及比賽時的努力。



學生 郭浩仁

這次數學比賽雖然題目複雜，但我卻覺得很有挑戰性，學懂更多新知識，還增強了我表達的能力。比賽中，我們互相研究討論，增加了我們的協作能力。這次比賽我感到十分開心，期待下年能再參加。



## 沙田圍胡素貞博士紀念學校（續）

學生 韋智剛

我意想不到這次解難比賽的決賽會出現高中統計問題，由於統計學是我在數學範疇中較差的一環，所以當時束手無策，我們只好盡力回答問題。另外，這次比賽的形式有別於一般的數學比賽（紙筆計算），因此心情十分緊張。雖然我們只獲得優異獎，但我也學到很多東西，這次比賽真難忘！

學生 譚嘉俊

我意想不到竟然會入圍決賽，而且這次的比賽形式十分特別，平常的都是紙筆計算，但這次是要把解題重點說給評判，又要被其他學校的同學和評判提問。這次比賽，我見識到這獨特的比賽形式，令我十分難忘。

學生 王耀坤

這次是我第一次參加這個比賽，也是第一次以這種形式參加比賽。我感到很新奇，因為很少比賽會以辯論形式進行比賽。這次比賽的題目很特別，所以有點緊張。希望下年可以以中學生的身份再參加這個比賽。



## Diocesan Boys' School Primary Division

Mr. Kwok Yiu Mo, Mr. Lau Yiu Man  
Cheng Nick Hang, Kong Chi Yui, Myron Lam, Chow Pak Yin

On 9<sup>th</sup> May, our team members took part in the 11th Mathematics Creative Problem Solving Competition Finals. We had less than an hour to complete six questions and it was a daunting task. When it was our turn to go on to stage to give our presentation, everyone was nervous but we cooperated flawlessly. Thanks to the division of labour and time management, the team managed to complete most of the tasks. Students collaborated to tackle the problem and adopted strategies to organize the data in a table and to identify inter-related causes, and get a clear overall picture of the situation in context. The team captain collated different opinions and information from all members. He delegated decision making to the team's representative to present the findings and conclusions. Students also discussed and questioned the methods, procedures and solutions of other teams. The challenges for the students were working together as a team, and the time constraint meant effective time management. The competition emphasized on the process in understanding the problem (fulfilling 80% of the students the first 4 choices in the elected activities) and analyzed methods of solving it logically. In the process students developed their concept building in mathematics, critical thinking, creativity, computation and communication skills. It was a promising beginning and wish that they could continue to work hard for further improvement in the future. Finally we would like to express our sincere gratitude to the adjudicators and organizers of Association of Science and Mathematics Education and the Education Bureau for giving us a valuable learning experience.



## 6.6 比賽題目及參考答案

「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

初賽題目（筆試）

### 題(1)

圖(1)所見是一個由14個邊長1 cm的白色正方體黏合組成的模型。若將該模型完全浸於紅色漆油中著色，那麼該模型染上紅色漆油的面積是多少？

(2 分)

答：染上紅色漆油的面積是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。

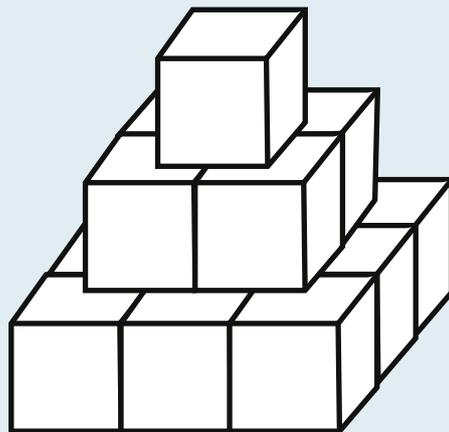


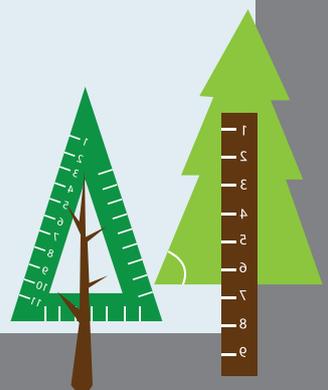
圖 (1)  
Figure (1)

### Question (1)

Figure (1) shows a model formed by gluing together 14 white cubes of side 1 cm. If the model is completely dipped into a red paint for coloring, what is the area that is painted red?

(2 marks)

Answer: The area that is painted red is \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



題(2)

將  $\frac{288}{2016}$  化成小數後，小數點後第 2016 個位的數字是甚麼？

(2 分)

答：小數點後第2016個位的數字是 \_\_\_\_\_ 。

Question (2)

When  $\frac{288}{2016}$  is converted to decimal, what is the numeral at the 2016<sup>th</sup> place after the decimal point?

(2 marks)

Answer: The numeral at the 2016<sup>th</sup> place after the decimal point is \_\_\_\_\_.





題(4)

定義 $[N]$ 為整數 $N$ 的數字和。例如： $[89] = 8 + 9 = 17$ ,  $[1001] = 1 + 0 + 0 + 1 = 2$ 。

若  $A = 20^{16} - 2016$ ，那麼 $[A]$ 是多少？

(2 分)

答： $[A] =$  \_\_\_\_\_。

Question (4)

Define  $[N]$  as the numeral sum of  $N$ . For example:  $[89] = 8 + 9 = 17$ ,  $[1001] = 1 + 0 + 0 + 1 = 2$

Given that  $A = 20^{16} - 2016$ , what is the value of  $[A]$ ?

(2 marks)

Answer:  $[A] =$  \_\_\_\_\_.



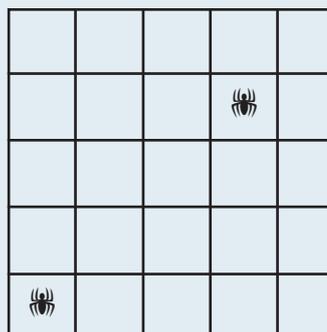
題(5)

圖(5)所示為一個格線圖，由 $5 \times 5$ 個正方格單位組成，其中兩個方格有  標誌。現需從圖中沿格線剪出一個正方形，若要這剪出的正方形中不見  標誌，共有多少種剪法？

(2分)

答： 剪出如上述正方形，共有 \_\_\_\_\_ 種剪法。

圖(5)  
Figure (5)



Question (5)

Figure (5) shows a grid diagram that is made up of  $5 \times 5$  square units.

Two of the units contain the symbol  .

A square is to be cut out from this diagram along the grids so that the symbol  is not included in the square. In how many ways can this square be cut?

(2 marks)

Answer : There are \_\_\_\_\_ ways to cut out such a square.



題(6)

$\frac{A}{B}$  是一個最簡分數，分母B是一個兩位整數。 $\frac{A}{B}$  的數值介乎 0.023 和 0.024 之間。求  $(A + B)$  的最大值和最小值。

(3分)

答:  $(A + B)$  的最大值是 \_\_\_\_\_。 $(A + B)$  的最小值是 \_\_\_\_\_。

Question (6)

$\frac{A}{B}$  is a simplest fraction. The denominator B is a 2-digit number. The value of  $\frac{A}{B}$  is between 0.023 and 0.024. What are the greatest possible value and the smallest possible value of  $(A + B)$ .

(3 marks)

Answer:

The greatest possible value of  $(A+B)$  is \_\_\_\_\_. The smallest possible value of  $(A+B)$  is \_\_\_\_\_.



題(7)

陳先生的機構有數以千計(四位數字)的禮物包要送給學校。  
 原先有27間學校申請，他剛好將所有禮物包分成27等分。  
 但有兩間學校退出了，重新平分後剩餘了兩個禮物包。  
 到最後又再有兩間學校退出了，陳先生發現又可以剛好平分給這23間學校。  
 陳先生要送出的禮物包共有多少個？

(2 分)

答： 陳先生要送出 \_\_\_\_\_ 個禮物包。

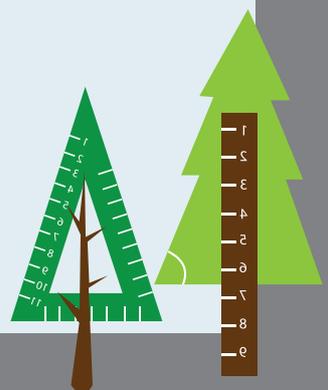
Question (7)

Mr. Chan's company had thousands (4-digit number) of gift packs to be sent to schools. Originally, 27 schools applied. Mr. Chan could exactly divide the gifts into 27 equal portions. Then, two schools withdrew and Mr. Chan had to distribute the gift packs again. Two packs remained when all gift packs were to be divided evenly. Finally, two more schools withdrew. Mr. Chan found that he could just divide all the gift packs into 23 equal portions.

How many gift packs were there to be given out by Mr. Chan?

(2 marks)

Answer: Mr. Chan was to give out \_\_\_\_\_ gift packs.



題(8)

圖(8)是一個日曆裝置的設計，設計中用了兩件立方體積木表示日子。  
 每件積木有六面，每面都寫上一個0、1、2、3、4、5、6、7、8、9的其中一個  
 數字，要該兩面上的數字能組合成 01、02、03、04、05、06、...、29、30  
 、31等數字來表示日子。這可能做到嗎？

若不可能，請解釋。

若可能的話，那麼每顆骰子上的六面是哪些數字呢？請列舉其中一個可能方法。

(2分)

答：(請以✓ 選其中一項並完成作答)

不可能，因為 \_\_\_\_\_。

可能做到。以下是其中一個方法：

第一件積木上的數字						
第二件積木上的數字						



圖(8)



## Question (8)

Figure (8) shows the design of a calendar. In the design, two cubical bricks are used to show the day of month. There are six faces on each brick. On each face, one numeral 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 or 9 is printed. The numerals on the two faces are to be put together to show the days 01, 02, 03, 04, 05, 06, ..., 29, 30 and 31. Is this possible?

If it is not possible, please explain.

If possible, what are the numerals to be printed on the two cubes? Give one possible way.

(2 marks)

Answer: (Use a ✓ to choose one option and complete the answer.)

- Not possible. Because \_\_\_\_\_.
- Possible. One of the ways is as follows :

Numerals on the first brick						
Numerals on the second brick						

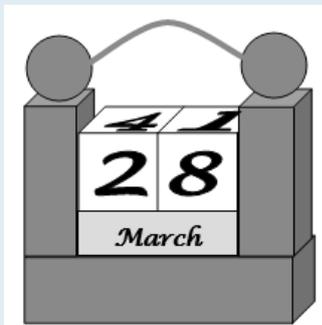
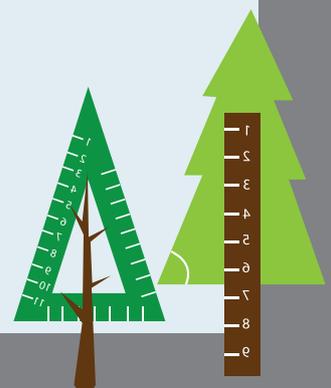


Figure (8)



## 題(9)

陳老師把一些糖果放進一個大玻璃瓶中，她請同學們估量瓶中糖果的數目，估得最接近者可以得獎。以下是同學的答案： 328、 350、 308、 228、 298、 311、 400、 332及402。

老師對同學的答案有以下評語：

- (1) 有兩位同學得獎，因為他們的答案與正確數目同樣接近。
- (2) 就是最差的答案也跟正確數目相差不超過100。

問瓶中有多少粒糖果？

(2 分)

答： 瓶中有 \_\_\_\_\_ 粒糖果。

## Question (9)

Ms. Chan put some candies in a large glass jar. Students are asked to guess the number of candies in the jar. The closest guess will get a prize.

The following are the answers given by the students:

328, 350, 308, 228, 298, 311, 400, 332 and 402.

The responses from the teacher are:

- (1) There are two prize winners. Their guesses are equally close to the correct number.
- (2) The worst guess does not differ more than 100 from the correct number.

How many candies are there in the jar?

(2 marks)

Answer: There are \_\_\_\_\_ candies in the jar.



題(10)

有一項包裝工作，小強和小青通常會一起做，需時30分鐘完成。

某天，他們又要負責該項工作。他們一起做了8分鐘後，小青被調派另一任務，留下小強單獨工作了28分鐘，其後小青回來，她替代了小強單獨工作12分鐘後，那項包裝工作便完成了。

假設兩人單獨工作或一同工作，都不影響各自的效率，問小強獨自完成這項包裝工作需多少時間？

(2 分)

答：小強獨自完成整項包裝工作需時 \_\_\_\_\_ 分鐘。

Question (10)

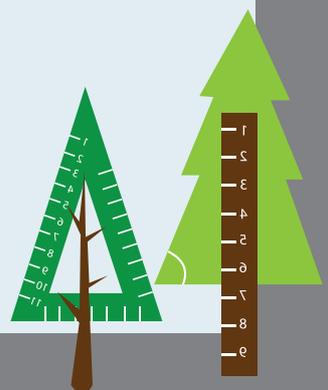
Jack and Jenny usually work together for a packaging job. They can finish the job in 30 minutes.

One day, they worked on the same job. They worked together for 8 minutes and Jenny had to leave for another duty. Jack was left to work alone for 28 minutes. After that, Jenny replaced Jack to work alone for another 12 minutes to complete the job.

We can assume that whether working alone or together does not affect Jack and Jenny's speed. If Jack is to work for the whole job alone, how much time will it take?

(2 marks)

Answer: It will take Jack \_\_\_\_\_ minutes to finish the job alone.



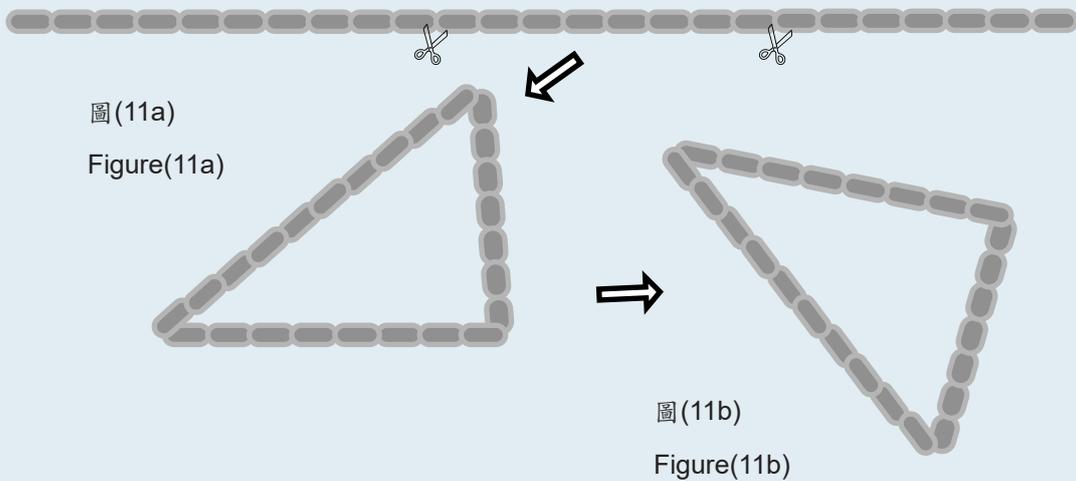
題(11)

圖(11a)中有一支長25 cm 的硬膠棒，膠棒上每隔1 cm有一個小缺口方便折斷。若將這膠棒在某兩個缺口上折成三段，並將三段接合成三角形，可做出多少個不同形狀的三角形？

(註：接合完成的三角形可翻轉或以任何角度轉動。如圖(11b)。)

(2分)

答：共可做出 \_\_\_\_\_ 個不同形狀的三角形。



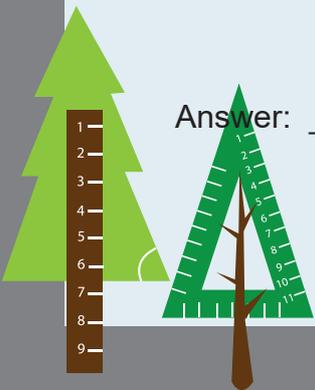
Question (11)

Figure (11a) shows a plastic rod of length 25 cm. Small cuts are made at 1 cm intervals for easy splitting of the rod. This plastic rod is to be split into three parts at two of the cuts. The three parts are then joined ends to ends to form a triangle. How many different triangular shapes can be formed?

(Remark: The triangle formed can be flipped or turned in any angle, as shown in figure (11b).)

(2 marks)

Answer: \_\_\_\_\_ different triangular shapes can be formed.



題(12)

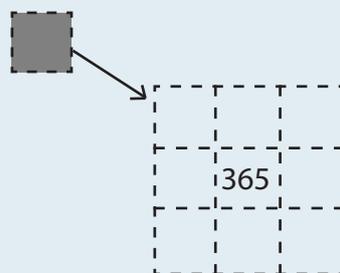
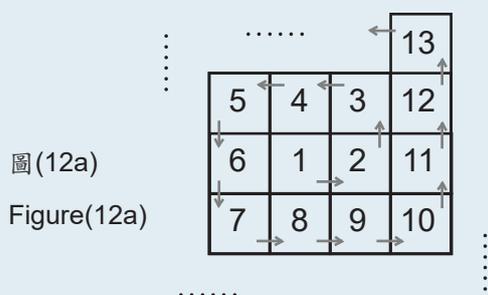
在365張大小相同的紙卡上，分別印上整數1至365，若將紙卡依數字由小至大循逆時針方向螺旋由內而外排列，從1開始排列至365為止。(如圖(12a))

而圖(12b)是完成上述排列後，抽出365周圍的部分。

- 在圖(12b)的8個空白方格中，其中有些位置不會有數字卡，在這些空格上填上「x」。
- 在其他位置填上與365這數字相鄰的數字。

答：  
Answer:

(3分)



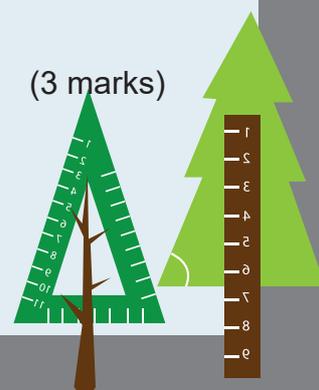
Question (12)

The integers 1 to 365 are printed on 365 cards of the same size, one on each card. The cards are then arranged in an anti-clockwise outward spiral, in ascending order of the numbers. The arrangement starts from 1 and ends with 365. (As shown in figure (12a))

Figure (12b), shows the part of the arrangement around the number card 365 when the arrangement is complete.

- Among 8 blank spaces in figure (12b), some spaces will not have any number card. Fill these spaces with 'x'.
- Fill the other spaces with the appropriate numbers that are put around the card 365.

(3 marks)



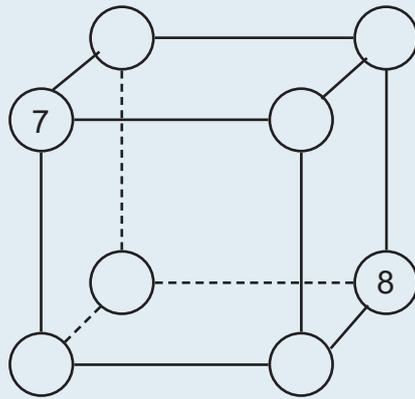
題(13)

一個立方體有8個頂點和6個正方形的面。圖(13) 中的立方體的每個頂點均附上一個圓圈，其中兩個圓圈已填入數字「7」和「8」。

請將 1、2、3、4、5、6 分別填入其餘的六個圓圈，使得每個面的四個頂點上的數字之和相等。

(2 分)

圖(13)  
Figure(13)

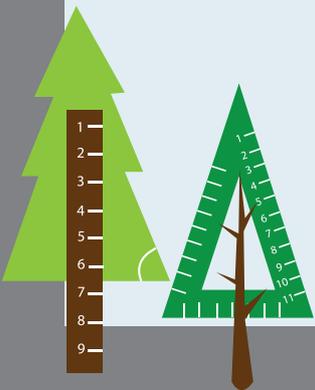


Question (13)

A cube has eight vertices and six square faces. In the figure (13), a circle is drawn at each of the vertices of a cube. Two of the circles are filled with the numbers '7' and '8'.

Fill the other six circles with the numbers 1, 2, 3, 4, 5 and 6 such that the same sum will be resulted when the numbers at the four vertices of each of the six faces are added.

(2 marks)



題(14)

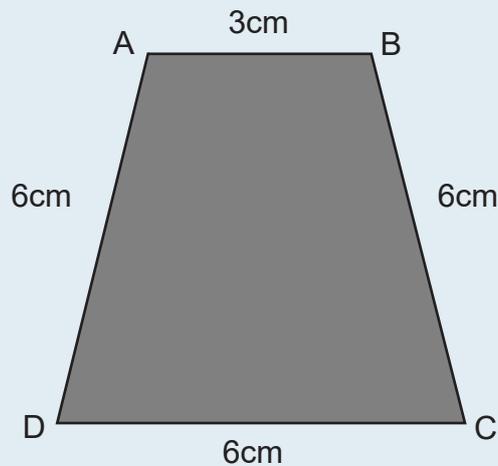
圖(14)為梯形ABCD。通過頂點C畫一直線，將梯形分為兩個面積相等的部分。

[註：請以量度工具作輔助，在答題紙的圖形上準確地畫出直線。]

(2 分)

答：

Answer:



圖(14)

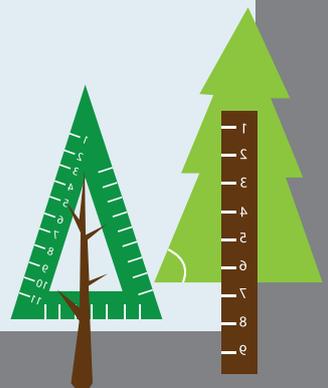
Figure(14)

Question (14)

Figure (14) shows a trapezium ABCD. Draw a straight line through the vertex C to cut the trapezium in two parts of equal area.

[Remark: The line should be drawn accurately on the figure in the answer sheet. Do it with the help of measuring tools. ]

(2 marks)



題(15) 動手題

小明把玩一張正方形包裝紙，他把包裝紙摺疊數次，再依一段直線剪去部分，餘下部分張開後便可形成如圖(15)的圖案。

你們隊伍的桌上已分發了一張綠色手工紙，請以小明的方法剪出圖案。(另有四張相同大小的色紙可作練習之用。)

- 1 將顏色紙適當的摺疊；
- 2 在摺疊的紙上畫上一直線剪痕；
- 3 舉手示意監考員到桌前，在他的觀察下以剪刀沿剪痕剪去部分，留下如圖(15)圖案交出作評分。

(2分)

Question (15) Hands-on Question

Michael played with a piece of square wrapping paper. He folded the paper a few times and then cut away some part along ONE straight line. The remaining piece was unfolded to show the pattern in figure (15).

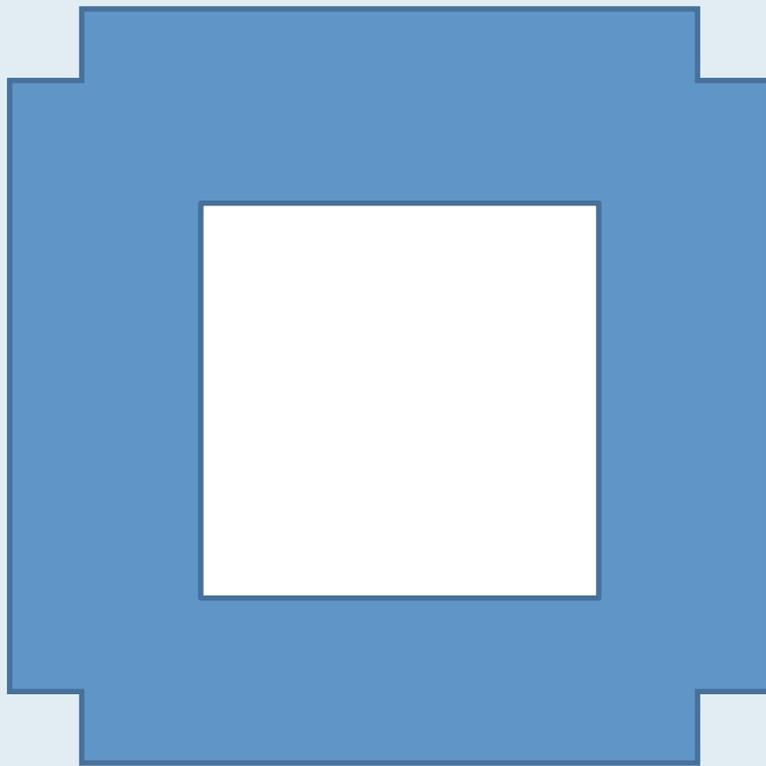
A piece of green square paper is given to your team. Cut the paper as Michael did to form the pattern. (Four other pieces of paper of the same size are given for your practice.)

- 1> Fold the paper in an appropriate way.
- 2> Sketch the straight line segment for the cut on the folded piece.
- 3> Put up your hand to invite the invigilator to your desk. Perform the cut in front of the invigilator. Submit the remaining piece, which should look like figure (15), for marking.

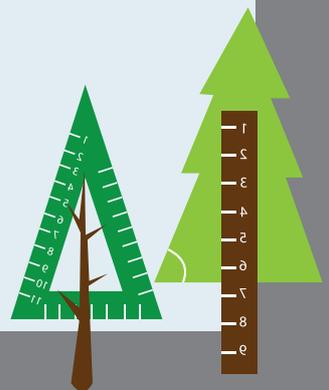
(2 marks)



圖(15)  
Figure(15)



問題卷完  
End of paper



## 「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

初賽題目（筆試）

參考答案

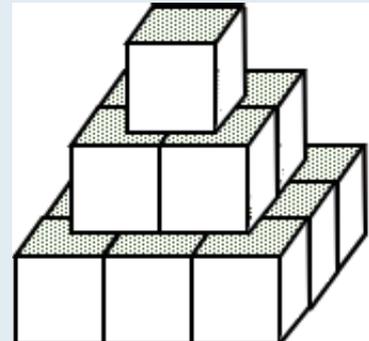
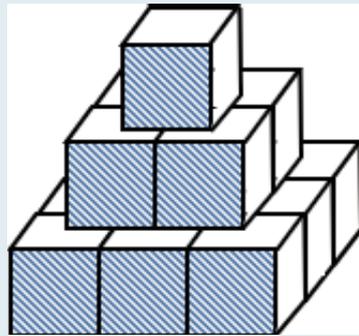
題(1)

[42 cm<sup>3</sup>]向前面的面(如圖1): 共  $6 \times 1 \text{ cm}^2$ 

根據對稱性，側面和背面同樣。

底部:  $9 \times 1 \text{ cm}^2$ 頂部:  $9 \times 1 \text{ cm}^2$ 

$$6 \times 4 + 9 + 9 = 42$$



題(2)

[7]

$$\frac{288}{2016} = \frac{1}{7} = 0.142857142857\dots \text{ 是一個循環小數。}$$

小數點後循環節為「142857」這6個數字。

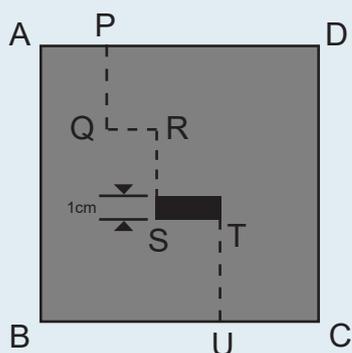
$$2016 \div 6 = 336 \dots\dots 0$$

因此，小數點後第2016個數字是7。



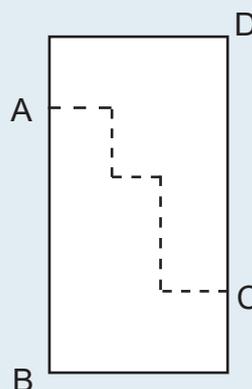
## 題(3)

長方形周界比 ABCD 的周界長了 1 cm。



圖(3a)

Figure(3a)



圖(3b)

Figure(3b)

由於拼合成長方形時，AP, QR, ST, UC 等線段重合。

$$\therefore AP = QR = ST = UC = 10 \text{ cm} \div 4 = 2.5 \text{ cm}$$

$$\text{長方形的闊} = 2.5 \text{ cm} \times 3 = 7.5 \text{ cm}$$

$$\text{長方形的面積} = 10^2 - 1 \times 2.5 = 97.5 \text{ cm}^2$$

$$\text{長方形的高} = 97.5 \div 7.5 = 13 \text{ cm}$$

$$\text{長方形周界} = (7.5 + 13) \times 2 = 41 \text{ cm}$$

比 ABCD 的周界長了 1 cm。



題(4)

[160]

$$2^{16} = 65536$$

$$20^{16} = 65536 \underbrace{000\cdots0000}_{16\text{個}0}$$

$$20^{16} - 2016 = 65535 \underbrace{99\cdots99}_{12\text{個}9} 7984$$

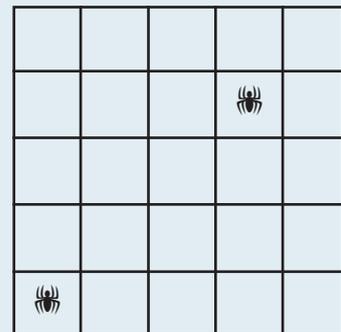
$$\begin{array}{r} 6553600\cdots00000 \\ - \quad \quad \quad 2016 \\ \hline 6553599\cdots97984 \end{array}$$

A 的數字和， $[A] = 6 + 5 + 5 + 3 + 5 + 9 \times 12 + 7 + 9 + 8 + 4 = 160$

題(5)

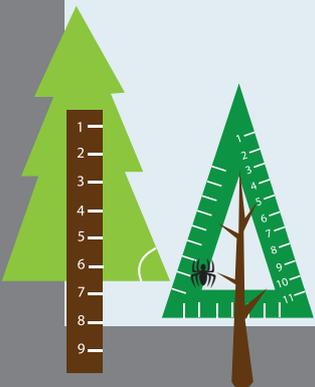
[38]

正方形大小	不考慮 	包括右上 	包括左下 
1 × 1 格	5 × 5	1	1
2 × 2 格	4 × 4	4	1
3 × 3 格	3 × 3	4	1
4 × 4 格	2 × 2	4	1
5 × 5 格	1 × 1	1	1
共	55	14	5



包括兩個  的正方形有2個。

$$55 - 5 - 14 + 2 = 38$$



題(6)

[43, 87]

由於  $0.023 < \frac{A}{B} < 0.024$ ，即  $\frac{0.023B}{B} < \frac{A}{B} < \frac{0.024B}{B}$

考慮  $1 \div 0.024 = 41.666 \dots$ ，而  $A$  至少是1，

$B$  至少為 42，可得  $\frac{1}{42} = 0.02380\dots$ 。

$(A+B)$  的最小可能值為  $1 + 42 = 43$ 。

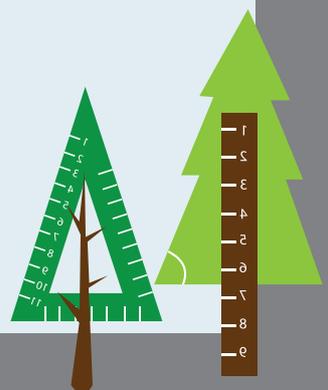
而  $3 \div 0.024 = 125$  (不是兩位數)，分子  $A$  必不會是3或以上。

$2 \div 0.023 = 86.9 \dots$

考慮  $B = 86$ ，則  $1.978 < A < 2.064$ ， $\frac{2}{86}$  位於 0.023 至 0.024 之間，  
但  $\frac{2}{86}$  不是最簡分數。

考慮  $B = 85$ ，則  $1.955 < A < 2.04$ ， $\frac{2}{85}$  位於 0.023 至 0.024 之間。

$(A+B)$  的最大可能值為  $2 + 85 = 87$ 。



題(7)

[7452]

$$23 \times 27 = 621。$$

禮物包的數目 是23 和27的倍數，也是621的倍數。

考慮到  $9999 \div 621 = 16.1$ ， $621 \times 2$ 、 $621 \times 3$ 、 $\dots$   $621 \times 16$  都是符合條件的四位數字。

若要除以25餘2，則A的尾數是2或7，則可能是  $621 \times 2$ 、 $\times 7$ 、 $\times 12$ 等。

$$621 \times 2 = 1242, \quad 1242 - 2 = 1240$$

$$621 \times 7 = 4347, \quad 4347 - 2 = 4345$$

$$621 \times 12 = 7452, \quad 7452 - 2 = 7450$$

只有 7452 除以 25 餘 2。



題(8)

答(1):

不可能，因為日子中有11, 22, 05, 06, 07, 08, 09。1, 2 和 0 這三個數均必須於兩個積木都出現。

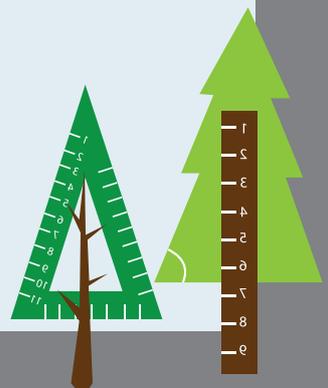
兩個積木共有 12 個面， $12 - 2 \times 3 = 6$ 。不夠容納 3、4、5、6、7、8、9 這七個數。

答(2):

1, 2 和 0 這三個數均必須於兩個積木都出現。題中選用6和9這兩數字對稱的字體，這兩個數目可共用一個面。

可能做到。以下是其中一個方法：

第一件積木上的數字	0	1	2	3	4	5
第二件積木上的數字	0	1	2	6	7	8



題(9)

[303]

將所有的答案依大小排序：228、298、308、311、328、332、350、400 和 402。

由於差最遠的答案跟正確數目相差不多於100。

$$228 + 100 = 328, 402 - 100 = 302。$$

答案必介乎 302 及 328 之間。

由於有兩個答案與真實數字同樣接近，先求出每兩個相鄰答案的平均數。

(相加是奇數的不考慮、小於 302、大於 328 的也不考慮。)

$(298+308) \div 2 = 303$ ，只有 303 合符要求。



題(10)

[48]

在這天的工作中，小強工作了 36 分鐘 (8+ 28)、小青工作了 20 分鐘 (8 + 12)。

這相等於他們一起工作了20分鐘，另加小強單獨工作16分鐘。

當他們一起工作20分鐘，可完成工作的  $\frac{2}{3}$ 。

因此，小強單獨工作16 分鐘可完成其餘的  $\frac{1}{3}$ 。

16 分鐘  $\div (\frac{1}{3}) = 48$  分鐘。

小強獨自完成整項包裝工作需時 48分鐘。

題(11)

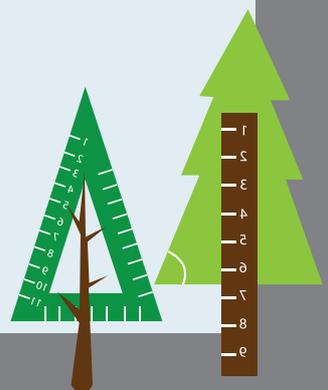
[16]

三角形周界25 cm。

三角形最長的一邊不能長於另外兩邊相加，因此這樣形成的三角形最長一邊不能超過12 cm。

$25 \text{ cm} \div 3 = 8.3 \text{ cm}$ 。三角形最長一邊必長於 8 cm，至短為 9 cm。

三角形最長一邊的度	另兩邊長度	數目
12	1+12, 2+11, 3+10, ... ,6+7	6
11	3+11, 4+10, 5+9, ..., 7+7	5
10	5+10, 6+9, 7+8	3
9	7+9, 8+8	2
	總數:	16



題(12)

在排列的過程中經常會出現排成正方形的時候。

例如：1, 2, 3, 4 排成一個  $2 \times 2$  的正方形。4 在這正方形的左上角。

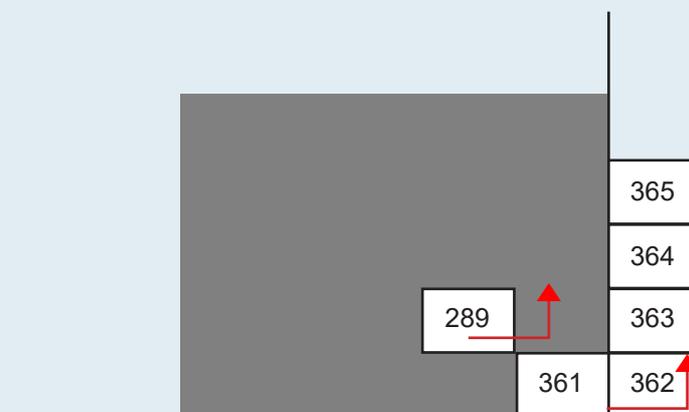
1, 2, 3, ..., 9 排成一個  $3 \times 3$  的正方形。9 在這正方形的右下角。

以此作參考： $19 \times 19 = 361$

故此排至 361 時，這卡剛好在一個  $19 \times 19$  正方形的右下角，

再繼續在這正方形的右方由上而下排 362, 363, 364, 365。

(如右圖)



故此 365 在最右一行的最上一個數，  
它的上方和右方均沒有數字，它的下方是 364。

$17 \times 17 = 289$ ，

這數字在361位於的左上方(右圖)，

從361向上排列的數字依次為 290、291、292、293，

由此可得左方一列各數字：

293	×	×
292	365	×
291	364	×



題(13)

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

每個頂點均屬三個不同的面，若將每個面的數字和相加，則每個數字都加了3次。

每個面的數字和都相等，等於  $3 \times 36 \div 6 = 18$ 。

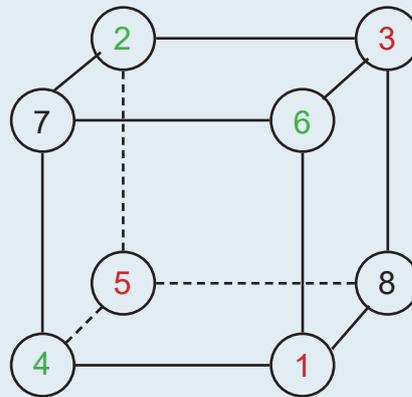
先考慮與「8」在同一面上的數。

由於只有：  $8 + 7 + 2 + 1 = 18$  (1)

$$8 + 6 + 3 + 1 = 18 \quad (2)$$

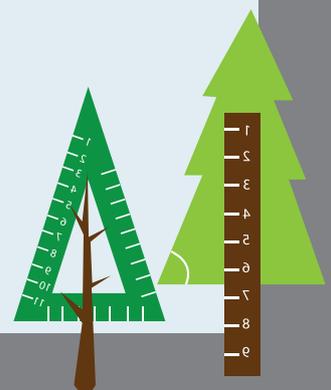
$$8 + 5 + 4 + 1 = 18 \quad (3)$$

$$8 + 5 + 3 + 2 = 18 \quad (4)$$



因為「8」和「7」不位於同一個面，只有 (2)、(3)、(4) 式可作為數字和。

與「8」相連的必是「1」、「3」和「5」。



## 題(14)

方法(1)：比較  $\triangle ABC$  及  $\triangle ACD$  的面積

$$\triangle ABC \text{ 面積} = 3 \times h \div 2$$

而  $\triangle ACD$  面積 =  $6 \times h \div 2$ ，其中  $h$  是梯形的高。

$\therefore \triangle ABC$  佔梯形  $ABCD$  面積的  $\frac{1}{3}$ ，

而  $\triangle ACD$  則佔  $\frac{2}{3}$ 。

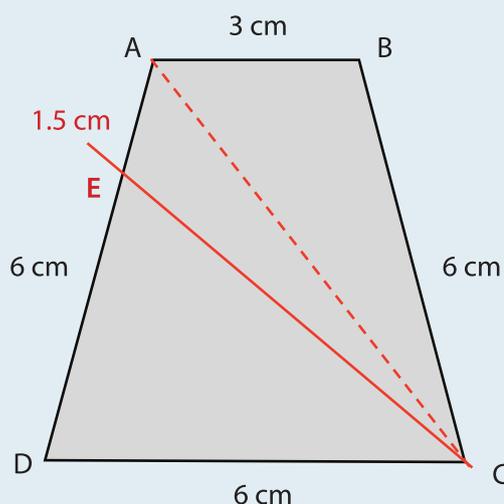
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

若  $CE$  要將梯形分為相等面積的兩部分，

則  $\triangle ACE$  面積佔  $ABCD$  的  $\frac{1}{6}$ 。

$\frac{1}{6} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ ， $\triangle ACE$  的面積是  $\triangle ACD$  面積的  $\frac{1}{4}$ 。

$$\underline{AE = \frac{1}{4} AD = 1.5 \text{ cm}}$$



方法 (2):

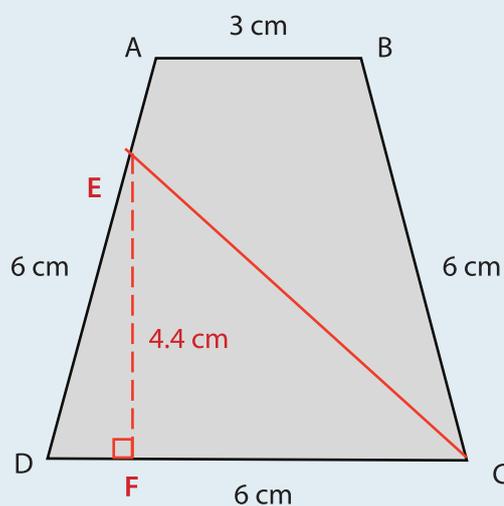
量度梯形的高度得  $5.8 \text{ cm}$ 。

$$ABCD \text{ 面積} \approx (3 + 6) \times 5.8 \div 2 = 26.1 \text{ cm}^2$$

$$\text{則 } \triangle CDE \text{ 面積} \approx 26.1 \text{ cm}^2 \div 2 = 13.05 \text{ cm}^2$$

$$\triangle CDE \text{ 的高} \approx 13.05 \times 2 \div 6 = 4.35 \text{ cm}$$

運用這高度準確找出  $E$  點的位置。

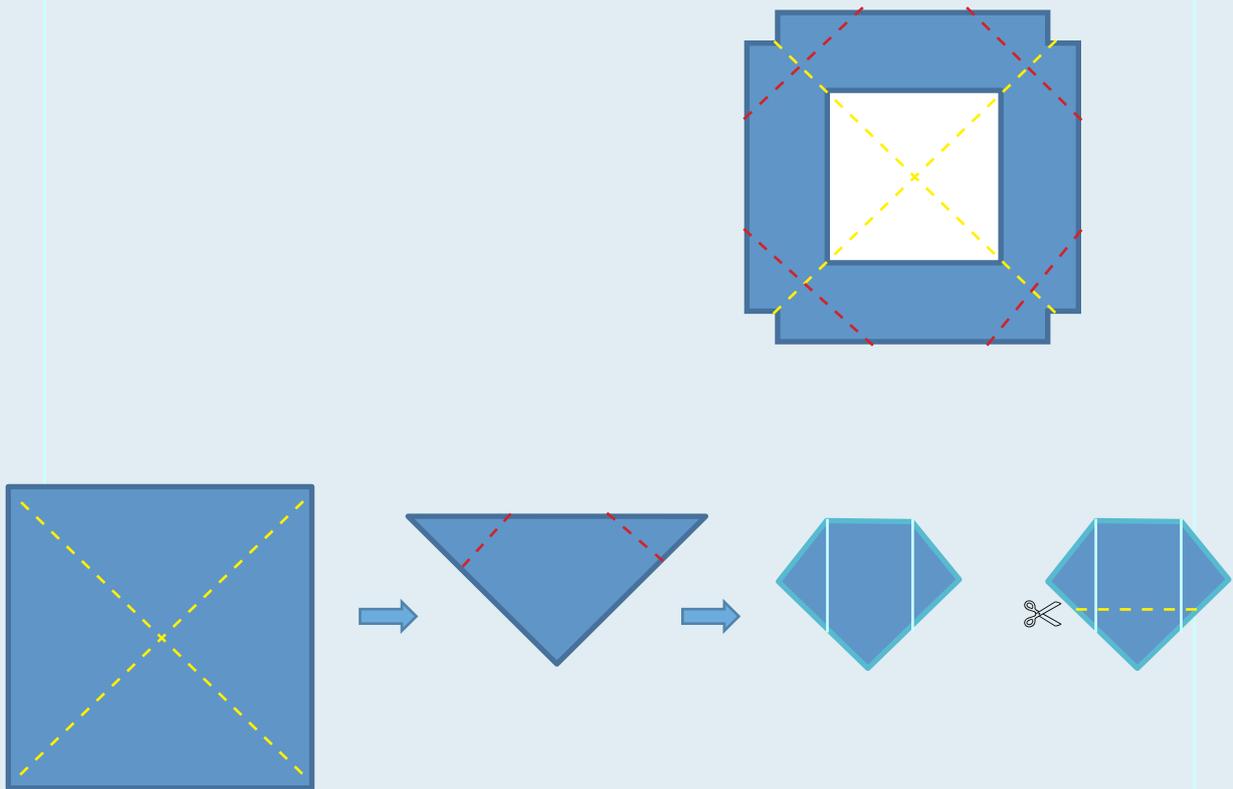


題(15) 動手題

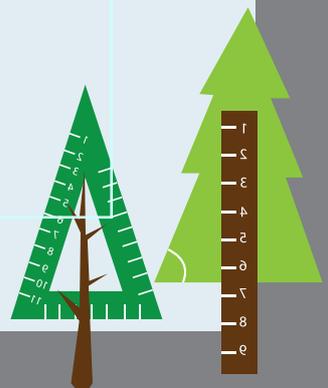
考慮圖案中的對稱性。(見右圖)

沿對稱軸對摺，並沿黃色線將部分剪去。

(下圖)



[完]



# 「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨交流邀請賽題目（數學辯論）

## 【盡如人意？】

某校45名學生參加了學校在星期六和星期日舉辦的夏令營，營內提供10項活動。

入營之前，夏令營的導師已經向學生發出有關營內活動的調查問卷，內容如下：

班別：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

夏令營提供以下10項活動給各位同學參與：

攝影、數碼相處理、唱歌、結他伴奏、圍棋  
足球、籃球、排球、手球、羽毛球

由於資源所限，這10項活動只舉辦一次而且只會在星期六或日的上午九時至十時進行。

各位同學必須每天參加其中二項，兩天合共參加兩項，每項活動參加的人數不設上限。

請同學在這10項活動中挑選最喜愛的4項，填上優先次序（1代表最喜愛）：

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_

附表(一)是上述問卷調查的結果。



根據表(一)的資料，解答下列各題，並詳列理由：

【同學列出理由時，除文字外，亦可用算式、列表、繪圖或各種有效方法作輔助，若答題紙空間不足，亦可用大會提供的白紙。】

1. 試列舉4項您認為最受同學歡迎的活動。  
(4分)
2. 試列舉4項您認為最受同學歡迎的活動組合。  
(4分)
3. 倘若您是負責編排活動的導師，打算設計一個滿意指標去量度這次編排活動的滿意程度，如果全部45人都能夠參加首兩志願的活動，滿意指標會給出100分，如果全部45人首兩志願均落空，滿意指標會給出0分。  
這個滿意指標應該怎樣定義？  
(8分)
4. 這10項活動，哪些應該安排在星期六進行？哪些應該安排在星期日進行？方能使滿意度達到最大。  
(12分)
5. 請用第4題的建議，並根據附表(一)的學生意願去安排學生參加活動，試計算在第3題定義的滿意指標的分數。  
(4分)
6. 後來有同學告訴夏令營的導師：  
『有不少同學想同時參加攝影和數碼相處理，亦有另一些同學想一併參加唱歌和結他伴奏。如果他們未能同時參加上述心儀的活動組合，他們寧可放棄自己的首兩志願而去選擇球類活動。』  
夏令營的導師覺得他們之前給同學填寫的問卷，在提問的設計上未能照顧上述同學。  
如果您是夏令營的導師，為了增加學生對這兩天活動編排的滿意程度，您會怎樣修改問卷？並請解釋為甚麼作出上述的修改會使獲得的資訊有助於活動的編排。  
(8分)

問題卷完  
End of paper



表(一)：活動問卷調查

學號	第一志願	第二志願	第三志願	第四志願
1	籃球	唱歌	結他伴奏	手球
2	排球	圍棋	結他伴奏	唱歌
3	唱歌	圍棋	結他伴奏	足球
4	唱歌	手球	羽毛球	結他伴奏
5	羽毛球	數碼相處理	圍棋	手球
6	籃球	羽毛球	數碼相處理	足球
7	數碼相處理	唱歌	圍棋	手球
8	攝影	唱歌	足球	數碼相處理
9	圍棋	羽毛球	結他伴奏	足球
10	手球	圍棋	羽毛球	排球
11	唱歌	手球	羽毛球	結他伴奏
12	數碼相處理	圍棋	籃球	足球
13	籃球	攝影	羽毛球	結他伴奏
14	唱歌	結他伴奏	攝影	數碼相處理
15	唱歌	圍棋	數碼相處理	足球
16	手球	羽毛球	數碼相處理	攝影
17	攝影	排球	手球	數碼相處理
18	攝影	足球	籃球	數碼相處理
19	攝影	足球	羽毛球	唱歌
20	籃球	足球	攝影	手球
21	攝影	手球	排球	羽毛球
22	攝影	足球	數碼相處理	籃球
23	唱歌	羽毛球	結他伴奏	排球
24	數碼相處理	攝影	籃球	足球
25	結他伴奏	數碼相處理	唱歌	籃球
26	數碼相處理	攝影	唱歌	足球
27	攝影	足球	排球	手球
28	攝影	數碼相處理	圍棋	唱歌
29	數碼相處理	圍棋	籃球	足球
30	籃球	足球	數碼相處理	手球
31	數碼相處理	攝影	籃球	足球
32	數碼相處理	攝影	羽毛球	唱歌
33	數碼相處理	唱歌	排球	圍棋
34	唱歌	結他伴奏	羽毛球	數碼相處理
35	排球	圍棋	唱歌	足球
36	籃球	足球	數碼相處理	攝影
37	排球	圍棋	結他伴奏	羽毛球

38	排球	圍棋	攝影	唱歌
39	唱歌	結他伴奏	攝影	手球
40	結他伴奏	手球	圍棋	羽毛球
41	唱歌	手球	攝影	足球
42	唱歌	數碼相處理	足球	攝影
43	羽毛球	籃球	數碼相處理	結他伴奏
44	結他伴奏	唱歌	圍棋	排球
45	攝影	結他伴奏	數碼相處理	足球



# 「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

決賽暨粵港澳交流邀請賽題目（數學辯論）

參考答案

## 【盡如人意？】

某校45名學生參加了學校在星期六和星期日舉辦的夏令營，營內提供10項活動。

入營之前，夏令營的導師已經向學生發出有關營內活動的調查問卷，內容如下：

班別：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

夏令營提供以下10項活動給各位同學參與：

攝影、數碼相處理、唱歌、結他伴奏、圍棋  
足球、籃球、排球、手球、羽毛球

由於資源所限，這10項活動只舉辦一次而且只會在星期六或日的上午九時至十時進行。

各位同學必須每天參加其中一項，兩天合共參加兩項，每項活動參加的人數不設上限。

請同學在這10項活動中挑選最喜愛的4項，填上優先次序（1代表最喜愛）：

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_

附表(一)是上述問卷調查的結果。



根據表(一)的資料，解答下列各題，並詳列理由：

【同學列出理由時，除文字外，亦可用算式、列表、繪圖或各種有效方法作輔助，若答題紙空間不足，亦可用大會提供的白紙。】

1. 試列舉4項您認為最受同學歡迎的活動。

(4分)

第一選擇出現次數排序。

或 第一或第二選擇出現次數最多。

或 其他合理準則所得答案。

(2分)

依循準則排出最受歡迎活動。

(2分)

(1) 唱歌 (2) 攝影 (3) 數碼相處理 (4) 籃球

(1) 唱歌 (2) 攝影 (3) 數碼相處理 (4) 圍棋

2. 試列舉4項您認為最受同學歡迎的活動組合。

(4分)

數算第一第二選擇後得出各組合數目，得出排序。

(或其他合理考慮)

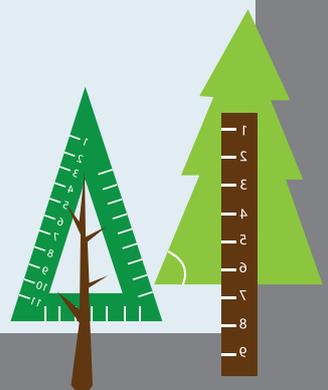
(2分)

依循準則排出最受歡迎組合。

(2分)

例如： 攝影 + 數碼相處理、攝影 + 足球、

唱歌 + 結他伴奏、圍棋 + 排球



3. 倘若您是負責編排活動的導師，打算設計一個滿意指標去量度這次編排活動的滿意程度，如果全部45人都能夠參加首兩志願的活動，滿意指標會給出100分，如果全部45人首兩志願均落空，滿意指標會給出0分。  
這個滿意指標應該怎樣定義？

(8分)

所陳述的定義，合乎上限為100和下限為0。

(5分)

例如： 數算45名參加者中，  
同時獲編配第一和第二選擇的人數，  
除以45，乘以100。

合理性。

(3分)

4. 這10項活動，哪些應該安排在星期六進行？哪些應該安排在星期日進行？方能使滿意度達到最大。

(12分)

一個清楚表達的合理方案。

(4分)

以所陳述的方案所得結果。

(4分)

方案達成：

60% 或以上參加者能分配到首兩志願 (1分)

70% 或以上參加者能分配到首兩志願 (2分)

80% 或以上參加者能分配到首兩志願 (4分)



例如：

圍棋	攝影	籃球	唱歌	羽毛球
足球	數碼相處理	排球	手球	結他伴奏

或

圍棋	攝影	籃球	唱歌		
足球	數碼相處理	排球	手球	結他伴奏	羽毛球

5. 請用第4題的建議，並根據附表（一）的學生意願去安排學生參加活動，試計算在第3題定義的滿意指標的分數。

（4分）

根據定義正確計算結果

（4分）



6. 後來有同學告訴夏令營的導師：

『有不少同學想同時參加攝影和數碼相處理，亦有另一些同學想一併參加唱歌和結他伴奏。如果他們未能同時參加上述心儀的活動組合，他們寧可放棄自己的首兩志願而去選擇球類活動。』

夏令營的導師覺得他們之前給同學填寫的問卷，在提問的設計上未能照顧上述同學。

如果您是夏令營的導師，為了增加學生對這兩天活動編排的滿意程度，您會怎樣修改問卷？並請解釋為甚麼作出上述的修改會使獲得的資訊有助於活動的編排。  
(8分)

任何合理的考慮。例如問卷要求以兩個活動的組合作排序。

問卷需改為調查同學的志願組合的先次序，而不是調查同學的志願的先次序。即：

請同學在這10項活動中挑選最喜愛組合：

最喜愛組合 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_

第二喜愛組合 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_

第三喜愛組合 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_

第四喜愛組合 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_

(4分)

舉例，如果同學未能獲派第二志願，則他會被根據機制安排第一和第三志願，或第一和第四志願等。其實同學當不能同時獲安排首兩項活動，已不想要餘下的第一志願。所以問卷需調查同學的志願組合而不是調查志願的順序喜好。

(4分)



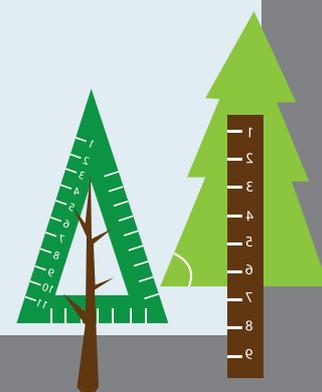
[完]



表(一)：活動問卷調查

學號	第一志願	第二志願	第三志願	第四志願
1	籃球	唱歌	結他伴奏	手球
2	排球	圍棋	結他伴奏	唱歌
3	唱歌	圍棋	結他伴奏	足球
4	唱歌	手球	羽毛球	結他伴奏
5	羽毛球	數碼相處理	圍棋	手球
6	籃球	羽毛球	數碼相處理	足球
7	數碼相處理	唱歌	圍棋	手球
8	攝影	唱歌	足球	數碼相處理
9	圍棋	羽毛球	結他伴奏	足球
10	手球	圍棋	羽毛球	排球
11	唱歌	手球	羽毛球	結他伴奏
12	數碼相處理	圍棋	籃球	足球
13	籃球	攝影	羽毛球	結他伴奏
14	唱歌	結他伴奏	攝影	數碼相處理
15	唱歌	圍棋	數碼相處理	足球
16	手球	羽毛球	數碼相處理	攝影
17	攝影	排球	手球	數碼相處理
18	攝影	足球	籃球	數碼相處理
19	攝影	足球	羽毛球	唱歌
20	籃球	足球	攝影	手球
21	攝影	手球	排球	羽毛球
22	攝影	足球	數碼相處理	籃球
23	唱歌	羽毛球	結他伴奏	排球
24	數碼相處理	攝影	籃球	足球
25	結他伴奏	數碼相處理	唱歌	籃球
26	數碼相處理	攝影	唱歌	足球
27	攝影	足球	排球	手球
28	攝影	數碼相處理	圍棋	唱歌
29	數碼相處理	圍棋	籃球	足球
30	籃球	足球	數碼相處理	手球
31	數碼相處理	攝影	籃球	足球
32	數碼相處理	攝影	羽毛球	唱歌
33	數碼相處理	唱歌	排球	圍棋
34	唱歌	結他伴奏	羽毛球	數碼相處理
35	排球	圍棋	唱歌	足球
36	籃球	足球	數碼相處理	攝影

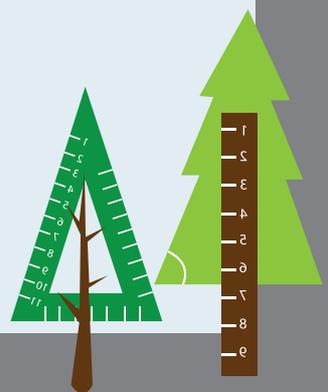
37	排球	圍棋	結他伴奏	羽毛球
38	排球	圍棋	攝影	唱歌
39	唱歌	結他伴奏	攝影	手球
40	結他伴奏	手球	圍棋	羽毛球
41	唱歌	手球	攝影	足球
42	唱歌	數碼相處理	足球	攝影
43	羽毛球	籃球	數碼相處理	結他伴奏
44	結他伴奏	唱歌	圍棋	排球
45	攝影	結他伴奏	數碼相處理	足球



## 6.7 比賽花絮

「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」  
初賽花絮（筆試）

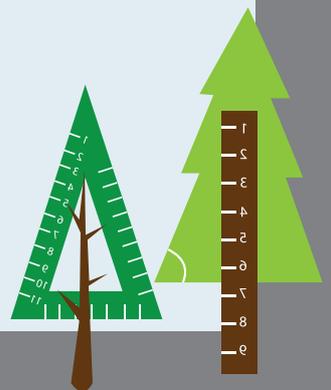




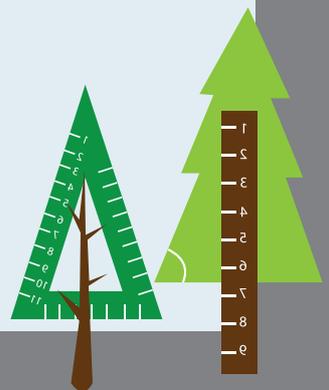
# 「第十一屆香港小學數學創意解難比賽」

## 決賽花絮（數學辯論）









7.1

7

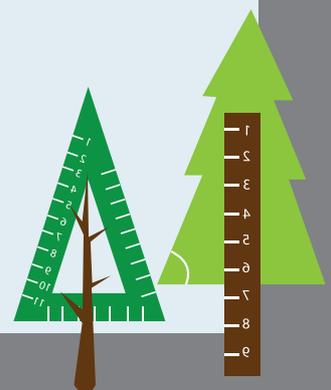
「第七屆香港中學數學創意解難比賽」  
資料匯編



## 7.1 比賽簡介

「第七屆香港中學數學創意解難比賽」是由香港教育工作者聯會及教育局課程發展處資優教育組聯合舉辦，香港數理教育學會承辦。本屆比賽共有128間中學，合共500位本港學生參加。經過初賽的篩選後，有十隊能進入決賽，爭奪冠、亞、季、殿軍及優異獎。

本比賽特別著重學生在批判思考、創意思維和溝通技巧這三方面的訓練。活動目的是讓學校發掘更多數學資優的學生，並給他們發揮數學創意解難和互相合作的機會



## 7.2 比賽形式

本比賽包括初賽和決賽兩部分：

### (I) 初賽

日期：2016年3月5日

形式：參賽隊伍以小組形式共同在50分鐘內完成19題數學思考題。題目設計着重考核學生的應變和高層次思維能力，期望學生能運用已有知識解決難題。於初賽成績最優異的十隊可進入決賽。

### (II) 決賽—數學解難實驗

日期：2016年5月7日

形式：十隊入圍隊伍以小組形式按題目的要求，在40分鐘內設計一個解難策略，然後在15分鐘內向評審團匯報解難策略，並即席進行數學辯論。



## 7.3 比賽獎項

頒獎禮日期：2016年5月27日

初賽獎項：

- 金獎（二十名），銀獎（三十七名），銅獎（四十名），各得獎學生可獲獎狀乙張。

決賽獎項：

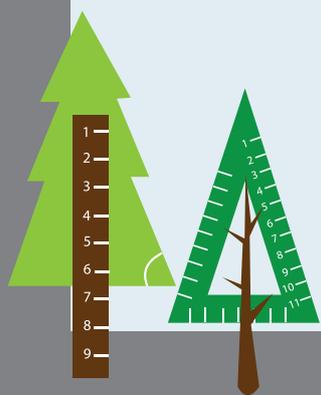
- 冠軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣一千二百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 亞軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣八百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 季軍隊伍（一名），可獲獎座乙座及價值港幣四百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 殿軍隊伍（二名），可獲獎座乙座；各得獎者可獲獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 優異隊伍（五名），可獲獎座乙座；各得獎者可獲獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。



## 7.4 得獎名單

「第七屆香港中學數學創意解難比賽」  
決賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學		指導教師
冠軍	保良局百周年 李兆忠紀念中學	梁匡賢 陳嘉榮	葉駿縞 葉恩銘	TSO Ting Pong
亞軍	聖保羅男女中學	陳焯鏗 郭穎如	葉俊希 林綽宏	CHAN Pui Yee
季軍	保良局第一張永慶 中學	譚凌鋒 賴仲賢	楊皓程 莫雲軒	馮碧珊
殿軍 (排名以學 校編號序)	聖言中學	趙善臻 關毅博	鄧榮彬 李達生	鍾達智
	香港培正中學	陳子賢 莊子穎	張綽軒 袁樂勤	李國柱



## 「第七屆香港中學數學創意解難比賽」

## 決賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學	指導教師	
優異 (排名以學校編號序)	恩主教書院	陳文傑 李嘉駿	葉展智 楊晉懿	LEE Wing Kai
	可風中學 (嗇色園主辦)	林鍼炫 陳晉熹	呂翹辰 李健聰	HO Man Kiu
	荃灣公立何傳耀 紀念中學	費昕豪	陳嘉浚 高煜航	李仲柄
	順德聯誼總會 梁銻琚中學	趙嘉軍 林城駿	藍元嗣 黃鈺然	楊榮柱
	拔萃女書院	關瑋寧 李君寧	梁嘉恩 吳師邁	楊寶琪



初賽金獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
恩主教書院	陳文傑 葉展智 李嘉駿 楊晉懿	LEE Wing Kai
聖言中學	趙善臻 鄧榮彬 關毅博 李達生	鍾達智
保良局第一張永慶中學	譚凌鋒 楊皓程 賴仲賢 莫雲軒	馮碧珊
可風中學(嗇色園主辦)	林鍼炫 翱辰 陳晉熹 李健聰	HO Man Kiu
荃灣公立何傳耀紀念中學	陳廷軒 費昕豪 陳嘉浚 高煜航	李仲栢
中華傳道會李賢堯 紀念中學	甘健民 梁家謙 何宗仁 關呈獻	伍百勤
景嶺書院	馮逸朗 郭穎藍 洪聲彥 余諾中	屈啓賢
荃灣官立中學	虞瑋業 余駿君 鄭琬儀 甄文櫟	楊家俊
香港培正中學	陳子賢 張綽軒 莊子穎 袁樂勤	李國柱
保良局唐乃勤初中書院	余皓 鍾文希 胡洪堅 彭建稀	張智勇
保良局何蔭棠中學	蔡忠希 楊倩瑤 何炳堅 謝駿華	胡家揚
聖瑪加利男女英文中小學	何信希 慕容思齊 區子駿 陳禧民	WONG Ho Sang

初賽金獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
順德聯誼總會梁銶琚中學	趙嘉軍 林城駿	藍元嗣 黃鈺然 楊榮柱
仁愛堂田家炳中學	王柏根 李泓俊	楊學軒 黃緯俊 LAM Lai Man
香港中國婦女會中學	陳卓均 章騏峯	梁錦明 莫家杰 CHEUNG Yu Pang
保良局百周年李兆忠紀念中學	梁匡賢 陳嘉榮	葉駿皛 葉恩銘 TSO Ting Pong
屯門官立中學	陳葦豪 李頌然	趙浩鋒 徐樂昌 陳嘉詠
英皇書院	李明馳 KWAN Yi Pak	黃文滔 LEE Hong Chun 朱偉文
聖保羅男女中學	陳焯鏗 郭穎如	葉俊希 林綽宏 CHAN Pui Yee
拔萃女書院	關瑋寧 李君寧	梁嘉恩 吳師邁 楊寶琪

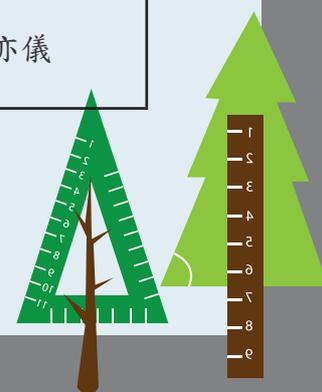


初賽銀獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
中華基督教會全完中學	韓瑞翔 莫漢宏 陳惠木 沈卓鋒	冼詠漢
中華傳道會安柱中學	陳施恩 李嘉謙 劉倩儀 彭兆俊	劉勁鋒
基督教香港信義會 信義中學	羅嘉熙 梁啓鋒 蘇沛錚	魯葉大
何明華會督銀禧中學	陳洛賢 丁家琪 陳鈺翹	CHEUK Tai Wai, David
長沙灣天主教英文中學	溫子璋 洪瑋駿 葉漢鏘	丘學熹
嘉諾撒聖家書院	林泳怡 蘇曉彤 鄭曼姿 葉珈琳	CHAN Hoi Wai, Nicolas
順德聯誼總會胡兆熾中學	陳慧雯 張悅 馮敬祐 張燁柔	陳婉婷
東華三院陳兆民中學	鄧証朗 黃宇麒 趙均堯 黃卓禮	YUEN Tsui Har
沙田循道衛理中學	鍾穎彤 馮承杰 陳昕希 謝誠謙	李凱恩
聖公會林裘謀中學	趙恩浩 鍾嘉朗 李瑋天 梁綽祿	陳家偉
聖母院書院	馮咏豪 顏澤瀚 劉俊琪 鄧永杰	李慧賢
沙田官立中學	蔡文軒 林海鋒 邢維揚	陳文軒

初賽銀獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學		指導教師
英華女學校	呂凱錡 劉美詩	吳蔚瑜 張蘊曦	MAN Sze Wan
基督教宣道會宣基中學	羅世航 周梓浩	嚴啟心 吳子銘	伍健強
香港管理專業協會 李國寶中學	陳俊豪 李天樂	黃熙煒 曾卿原	黃詠珍
保良局羅氏基金中學	廖君澤 莊鈺儀	黃天樂 梁開泰	李慶龍
培僑書院	黃思皓 吳綽僖	譚暢達 葉沛綸	吳國倫
香港浸會大學附屬學校 王錦輝中小學	陳梓灝 張榮助	萬凱楠 錢浚涯	王恒偉
香港真光中學	陳蒨蓀 周詠恩	秦小詠 蔡詠欣	黎歷宜
聖士提反書院	LOO Jor Tsz LEE Sze Choi	OOI Ee Ze LEUNG Chun Yuet	WONG Hau Kam, Katherine
香港九龍塘基督教中華 宣道會陳瑞芝紀念中學	高進謙 陶汶駿	戴誥良 黃正楠	黃家榮
慈幼英文學校	林梓恒 陳穎鋒	施楓茗 卓銳恩	彭錦旻
高主教書院	包烜翹 羅智康	余旻鍵 齊冠傑	尤紹恆
元朗商會中學	方浩兒 林君河	葉鎮明 盧文杰	陳亦儀



初賽銀獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
順德聯誼總會李兆基中學	曾子康 劉嘉熙	楊智杰 譚俊濠	許俊江
新界鄉議局元朗區中學	覃甚道 洪瑋城 吳子熙		關劍忠
聖若瑟英文書院	李寶麒 林志洋	梅樂添 蕭添逸	程景坡
鐘聲慈善社胡陳金枝中學	陳靖珩 何春鋒	朱天佑 朱文傑	陳礎楓
聖馬可中學	區鑑堯 周卓怡	魏名宇 顏潤淇	殷健榮
嘉諾撒聖瑪利書院	陳映如 黃尚瑩	方凱瑩 余慶瑜	余嘉慧
香港華仁書院	梁智鈞 洪臻	董川琦 洪禾豐	陳栢垣
東華三院呂潤財紀念中學	曾家信 呂一帆	袁梓飛 柯勛耀	許康翹
保良局馬錦明中學	劉咏卉 許永烽	曾智華 黃永聰	李惠樑
中華聖潔會靈風中學	傅永樂 徐嘉謙	郭子傑 賴文龍	黃栢熙
港島民生書院	李諾謙 徐嘉宏	彭嘉駿 劉諾澄	潘嘉亮
順德聯誼總會翁祐中學	周浩賢 陳偉杰	廖沛禾 蕭維樂	吳栢茵
港大同學會書院	唐本一 陳尚一	陳卓希 黃楊懿	伍頌華

初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學		指導教師
王肇枝中學	趙廷珪 葉晴	楊煦柔 余帕熹	黃宸庭
九龍真光中學	陳佩婷 吳小融	駱苡晴 黃慧思	歐陽瑩瑩
德望學校	曹萃菁 張舜盈	葉愷琳 周樂晴	陳子峯
港九潮州公會中學	洪繼曉 梁麗華	胡曉駿 李梓潤	魏泳
基督教女青年會丘佐榮中學	吳海根 李景岳	任穎豪 潘旨承	陳志輝
藍田聖保祿中學	何穎雯 吳睿敏	王純熙 蘇沛瑤	馮景陶
德愛中學	黃志興 郭雅子	謝希汶 邢蘊然	張興仁
聖母玫瑰書院	詹欣桐 譚仲雯	施穎 王綽遙	余甘楓
旅港開平商會中學	鍾昊洋 覃業晉	黃旨謙 賀志鵬	許偉良
真光女書院	何寶鸚 曾詠琳 曾沅楠		彭仁傑
聖母無玷聖心書院	周焯朗 李浚兆	盧重匡 李卓謙	甄煒榮
保良局李城璧中學	鄭晉宇 黃子釗	黃承熾 黃景城	陳威龍

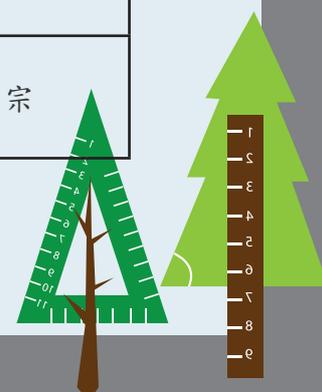


初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
保良局姚連生中學	李依勤 張嘉俊 陳 熒 黃家賢	盧嘉泉
迦密愛禮信中學	周軒兆 林思樂 陳 宇 梁肇麟	黃耀明
天主教郭得勝中學	張曉琳 李永安 鄭蔚嵐 吳婉欣	CHAN Ka Chuen
寶血會上智英文書院	伍瑩賢 曾梓棋 周慧琳 劉欣渝	梁思鳴
寧波公學	何春柳 劉志康 趙睿愷 李穎俊	陳偉傑
五邑司徒浩中學	陳以諾 李杰樺 葉文孫	吳志明
荔景天主教中學	古昊倫 王思衡 蔡俊駒 劉嘉權	陳梓茵
聖公會聖本德中學	鍾鈺瑤 阮經源 邱俊銘 吳宇欣	林孝雯
香港神託會培基書院	鄭鍵樺 黎栢朗 鄭傲臨 黎諾晞	CHEUNG Nga Yan
嘉諾撒書院	曹煒嬈 吳芷琳 何思穎 李雨蓮	韓元聲
聖伯多祿中學	李君洋 李文迪 譚兆均 陳智恆	李維怡
嶺南衡怡紀念中學	徐鈺熙 袁誠駿 文嘉沂 曾卓琪	李振威

初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
東華三院吳祥川紀念中學	馮學超 陳展鴻	黃竑睿 楊澤華	劉漢昌
神召會康樂中學	何泳鋒 魏泰俊	文栢鑫 徐兆亨	周桂汶
天主教崇德英文書院	陳子濤 李采珈	熊嘉堯 吳應智	SETO Fung Mei / 駱穎欣
博愛醫院歷屆總理聯誼會 梁省德中學	丁聰宏 鄭光霖	冼煒軒 柯岸穎	李淑珊
嗇色園主辦可藝中學	梁詠牽 李姜一樂	王炫瀚 潘偉森	劉 鳴
嘉諾撒聖心書院	宋修璇 蔡欣彤	陳綺珊 朱漫盈	談樂斌
筲箕灣東官立中學	葉臻怡 戴國鎮	李卓羲 馮渝航	杜迪軒
筲箕灣官立中學	馮俊謙 莊浚宇	黎思雋 陳力揚	黃佩珊
顯理中學	熊則輔 林卓楓	林 義 譚皓階	容世杰
麗澤中學	沈會坤 劉雪菲	王露瑤 潘梅花	楊麗春
保良局馬錦明夫人 章馥仙中學	陳業錦 林銳榮	柯展維 林藹妍	伍志健
嗇色園主辦可譽中學 暨可譽小學	羅天穎 許立邦	李嘉寶 林鑫娜	蘇漢宗



初賽銅獎得獎名單  
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師	
中華傳道會劉永生中學	覃超穎 甘景圖	黃藹俐 于銘軒	劉偉俊
青松侯寶垣中學	關富安 李梅花	林浩杰 吳瑋雯	蕭偉權
中華基金中學	李嘉穎 鄒景楠	李嘉翹 鄧秉林	龐英豪
港青基信書院	ATWAL Ryan Josh Singh KIM Do Hyun REGALADO Garen Arjun Gu- rung 楊忠熹	LEE Ka Hei	



## 7.5 指導教師及學生撰文

St. Paul's Co-educational College

We have learnt a lot through this math competition. Throughout this competition, we truly understand the importance of cooperation. As we compete as a team, we must communicate with each other well and divide the workload among ourselves in order to complete the tasks in time. Even we know much about mathematics, we cannot succeed if we have poor managements of time. Teamwork is crucial and we have to respect and listen to one another. On the other hand, questions in this competition has great differences comparing to other competitions. Instead of using basic concepts in Mathematics, the competition questions are related to advanced maths problems. Nevertheless, the most interesting point of the competition is that there are fixed answers but rather stimulating our thoughts to use our creativity solving the problem.



馮碧珊老師

擔任了香港中學創意解難比賽的指導老師已數個年頭，感到這個比賽與其他的數學比賽性質很不同。由初賽到決賽，參賽同學除了需要應用自己的數學知識解決難題外，還需要發揮合作性，必須做好分工工作，才能在限時內完成任務。同學在訓練過程中，改善了演說技巧，建立了自信心，特別是兩位中二同學，發揮了領導的角色，帶領兩位中一同學完成任務。經過了刻苦的訓練，很開心同學最終取得了優異成績。

學生 莫雲軒

在比賽前的訓練過程中，我們了解到團體合作的重要性，若大家只各自埋頭苦幹，互不溝通，那麼便不能在限時內完成任務。我們亦十分感謝老師的指導，我在訓練和比賽中獲益不少，希望以後能有機會再度參與。

學生 賴仲賢

在是屆比賽中，我們隊伍榮獲季軍，對此我們感到十分驚喜，亦非常地榮幸。在這次比賽體驗中，我學到了不少數學知識，以及分工合作的技巧和重要性，亦體會到自己大量的不足，可謂獲益良多，希望以後能有機會再度參與。

學生 楊皓程

我們在這次比賽中獲益良多，尤其領悟到團結合作的重要性。我們準備充足，齊心協力完成初賽和決賽的難題，最後終獲得季軍，我感到十分高興。

學生 譚凌鋒

我們很榮幸能夠參加這個比賽，並能夠獲得季軍。在參賽過程中，令我明白到數學是可應用到日常生活中，使我獲益良多，希望將來會有機會再次參加。



## 7.6 比賽題目及參考答案

「第七屆香港中學數學創意解難比賽」  
初賽題目（筆試）

題1

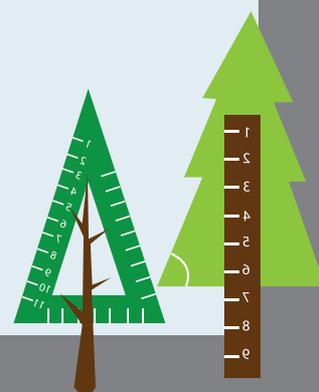
若  $S = 2(1 - \frac{1}{2}) + 3(1 - \frac{1}{3}) + \dots + 2015(1 - \frac{1}{2015}) + 2016(1 - \frac{1}{2016})$ ，求S的值。  
(2分)

答：  $S =$  \_\_\_\_\_。

Question 1

If  $S = 2(1 - \frac{1}{2}) + 3(1 - \frac{1}{3}) + \dots + 2015(1 - \frac{1}{2015}) + 2016(1 - \frac{1}{2016})$ , find the value of S.  
(2 marks)

Answer:  $S =$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



## 題2

已知  $y = -3(x + 20)^2 + 16$ 。求  $y$  的最大可能值及  $x$  相應的取值。

(2分)

答： 當  $x =$  \_\_\_\_\_ 時， $y =$  \_\_\_\_\_ 為最大可能值。

## Question 2

It is given that  $y = -3(x + 20)^2 + 16$ . Find the greatest possible value of  $y$  and the corresponding value of  $x$ .

(2 marks)

Answer: When  $x =$  \_\_\_\_\_,  $y =$  \_\_\_\_\_ is the greatest possible value.

---

---



題3

某校中四級共有 120 名學生，其中70名修讀地理科，80名修讀經濟科，35名同時修讀地理科及經濟科。

問沒有修讀地理科同時沒有修讀經濟科的學生有多少名？

(2分)

答：有 \_\_\_\_\_ 名學生沒有修讀地理科同時沒有修讀經濟科。

Question 3

There are 120 form four students in a school. 70 of these students take geography. 80 of them take economics. 35 of them take both geography and economics.

How many of these students take neither geography nor economics?

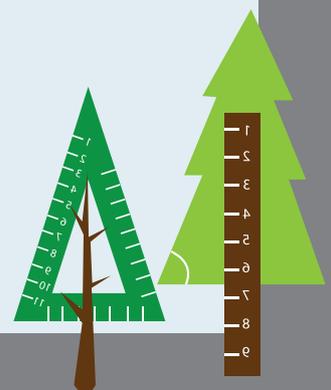
(2 marks)

Answer: There are \_\_\_\_\_ students who take neither geography nor economics.

---



---

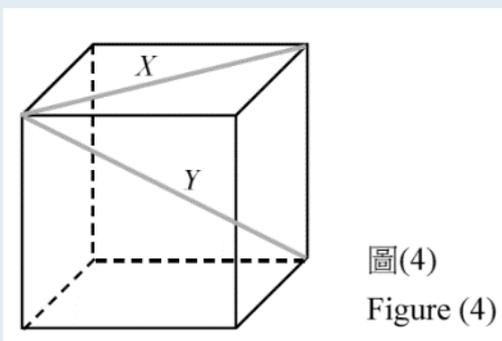


## 題4

圖(4)為一個正立方體，連接兩個不相鄰頂點的線段稱為「對角線」，例如，圖中X及Y均為「對角線」。問一個正立方體共有多少條「對角線」？

(2分)

答：正立方體共有 \_\_\_\_\_ 條「對角線」。



## Question 4

Figure (4) shows a cube. A 'diagonal' is a line segment connecting two non-adjacent vertices.

For example, X and Y in the figure are both 'diagonals'. How many diagonals does a cube have?

(2 marks)

Answer: A cube has \_\_\_\_\_ diagonals.

---



---



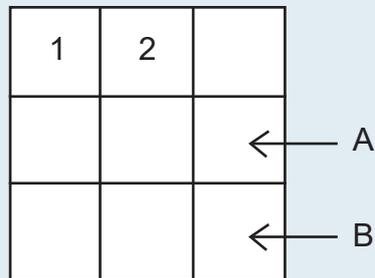
題5

若在圖(5)的九宮格中填入1、2或3使得每一行、每一列都有1、2、3這三個數字，求A + B的值。(其中兩格已填入數字。)

(2分)

答：A + B = \_\_\_\_\_。

圖(5)  
Figure (5)



Question 5

If the 3×3 grid diagram in figure (5) is filled such that each of the three numbers 1, 2 and 3 appear in every row and every column. Find the value of A+B. (Two of the squares are filled.)

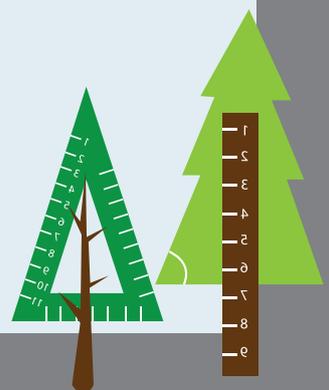
(2 marks)

Answer: A + B = \_\_\_\_\_.

---



---



題6

已知  $\frac{1}{a-2013} = \frac{1}{b+2014} = \frac{1}{c-2015} = \frac{1}{d+2016}$ ，請把a、b、c及d由小到大排列。

(2分)

答: \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

Question 6

It is given that  $\frac{1}{a-2013} = \frac{1}{b+2014} = \frac{1}{c-2015} = \frac{1}{d+2016}$ , arrange a, b, c and d in ascending order of magnitude.

(2 marks)

Answer: \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

---



---



題7

已知 $x$ 、 $y$ 、 $\sqrt{2016x}$  及  $\sqrt{2016+y}$  均為正整數。求 $x$  和  $y$  最小值。

(3分)

答：  $x$  的最小值為 \_\_\_\_\_。  $y$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

Question 7

It is given that  $x$ ,  $y$ ,  $\sqrt{2016x}$  and  $\sqrt{2016+y}$  are all positive integers.

Find the smallest possible values of  $x$  and  $y$ .

(3 marks)

Answer:

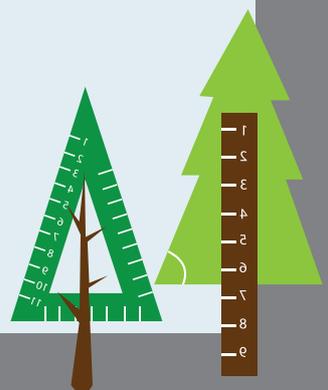
The smallest possible value of  $x$  is \_\_\_\_\_.

The smallest possible value of  $y$  is \_\_\_\_\_.

---



---



## 題8

媽媽對女兒說：「當我在你現在的年齡時，你只是7歲。但當你在我現在的年齡時，我已是88歲了。」請問媽媽及女兒現在多少歲？

(3分)

答：媽媽現在\_\_\_\_\_歲。女兒現在\_\_\_\_\_歲。

## Question 8

A mother says to her daughter, "When I was your age, you were only 7. But, when you become my age, I will be 88 years old." What are the present ages of the mother and that of the daughter?

(3 marks)

Answer : The mother is now \_\_\_\_\_ years old. The daughter is now \_\_\_\_\_ years old.

---

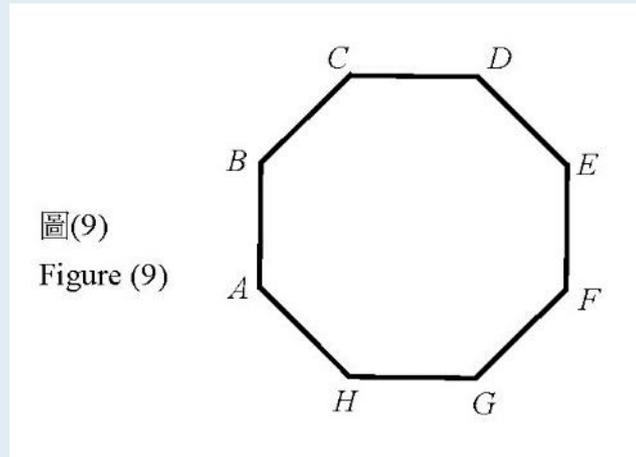


題9

圖(9)為一個邊長為8單位的正八邊形ABCDEF GH。求AF的長度。

(3分)

答： AF的長度是\_\_\_\_\_。



Question 9

Figure (9) shows a regular octagon ABCDEF GH of side 8. Find the length of AF.

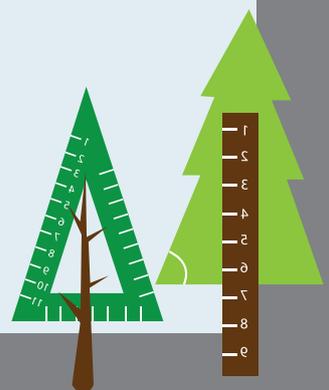
(3 marks)

Answer: The length of AF is \_\_\_\_\_.

---



---



## 題10

已知  $x + y = 1$ ， $x + z = 2$  及  $y + z = 3$ ，求  $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$  的值。

(3分)

答：  $x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

## Question 10

It is given that  $x + y = 1$ ,  $x + z = 2$  and  $y + z = 3$ . Find the value of  $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$ .

(3 marks)

Answer :  $x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \underline{\hspace{2cm}}$ .



## 題11

袋中有紅色、白色及黃色襪子各有 2016 隻，若隨意從該袋中取出襪子，問最少要取出多少隻襪子，才能肯定當中最少有兩對不同顏色的襪子？

(3分)

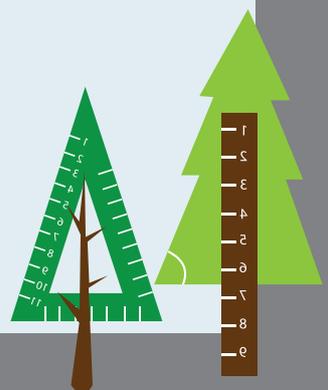
答： 須取出 \_\_\_\_\_ 隻襪子。

## Question 11

A bag contains red, white and yellow socks. There are 2016 socks for each colour. If the socks are taken from the bag at random, at least how many socks are to be taken to make sure that there are two pairs of socks of different colours?

(3 marks)

Answer: \_\_\_\_\_ socks have to be taken out.

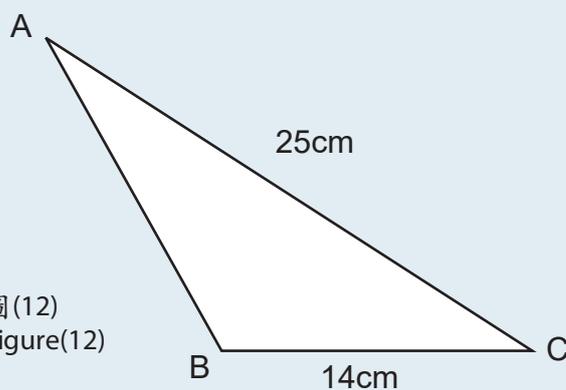


題12

圖(12)中， $\triangle ABC$ 為一面積為 $49 \text{ cm}^2$ 的三角形，其中 $BC = 14 \text{ cm}$ 及 $AC = 25 \text{ cm}$ 。  
若 $AB = \sqrt{x} \text{ cm}$ ，求 $x$ 的值。

(3 分)

答：  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



Question 12

In figure (12),  $\triangle ABC$  is a triangle of area  $49 \text{ cm}^2$ .  $BC = 14 \text{ cm}$  and  $AC = 25 \text{ cm}$ .

If  $AB = \sqrt{x} \text{ cm}$ , find the value of  $x$ .

(3 marks)

Answer:  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .



## 題13

在一集會中，每一個人都與其他每一個人握一次手。如果集會中握手的總次數為2016次，那麼該集會中共有多少人？（註：A和B握手、B和A握手只算同一次）

(3分)

答： 集會中共有 \_\_\_\_\_ 人。

## Question 13

In a party, every person shakes hand once with each of the other persons. If there are altogether 2016 handshakes in this party, how many persons are there in this party?(Note : A shaking hand with B and B shaking hand with A will be counted as ONE handshake only.)

(3 marks)

Answer: There are \_\_\_\_\_ persons in the party.

---

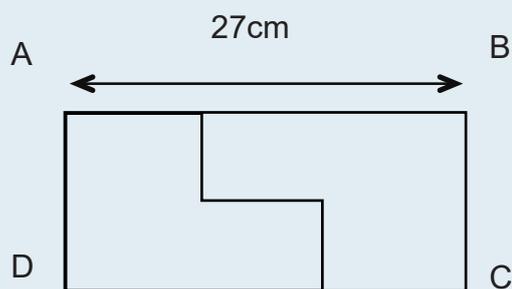


## 題14

圖(14)中，ABCD為一長方形， $AB = 27$  cm。若將該長方形ABCD如圖所示分割成兩個六邊形，然後再將該兩個六邊形併合，可成一個正方形。求這正方形的周界。

(3分)

答： 正方形的周界為 \_\_\_\_\_ cm。



圖(14)  
Figure(14)

## Question 14

Figure(14) shows a rectangle ABCD with  $AB = 27$  cm. If ABCD is be cut into two hexagons as shown in the figure, the two hexagons can then be fitted together to form a square. Find the perimeter of this square.

(3 marks)

Answer: The perimeter of the square is \_\_\_\_\_ cm.



## 題15

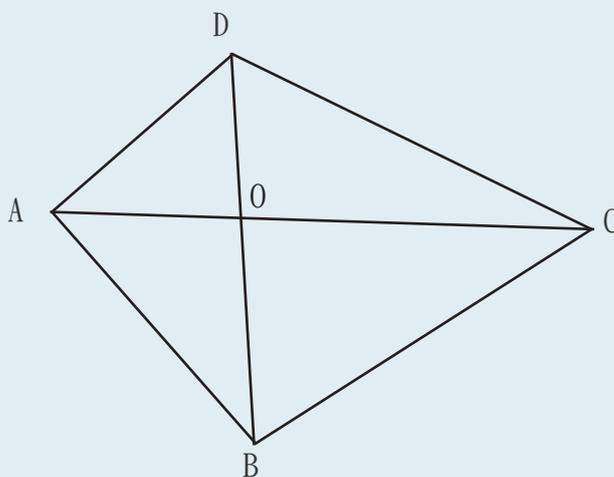
圖(15)中，ABCD為一個四邊形，對角線AC及BD相交於點O。

其中  $\triangle OAD$  的面積 = 20， $\triangle OBC$  的面積 = 45。

若ABCD的面積為S，求S的最小值。

(3分)

答： S 的最小值是 \_\_\_\_\_。



圖(15)  
Figure(15)

## Question 15

Figure(15) shows a quadrilateral ABCD. The diagonals AC and BD intersect at O.

Area of  $\triangle OAD = 20$ . Area of  $\triangle OBC = 45$ .

If the area of ABCD is S, find the smallest possible value of S.

(3 marks)

Answer: The smallest possible value of S is \_\_\_\_\_.



## 題16

在某次中一級班際100米接力比賽中，1A、1B、1C、1D當中三班得冠、亞、季軍。  
小強、小明和小華在賽前分別預測了四班的成績，情況如下：

	1A	1B	1C	1D
小強的 預測	季軍	沒得獎	亞軍	冠軍
小明的 預測	沒得獎	冠軍	亞軍	季軍
小華的 預測	季軍	亞軍	沒得獎	冠軍

就這三個作了預測的，其中一人於四班的成績都全預測錯誤，其中一人對於其中兩班的成績預測正確，剩下的一個預測得比這兩個都好。

比賽的冠、亞、季軍分別是哪三班？

(3分)

答： 冠軍是 \_\_\_\_\_，亞軍是 \_\_\_\_\_，季軍是 \_\_\_\_\_。



## Question 16

In a S1 inter-class 100m relay competition, three classes among 1A, 1B, 1C and 1D got the first, second and third places. John, Michael and William made predictions about the prizes for the four classes. Their predictions were as follows:

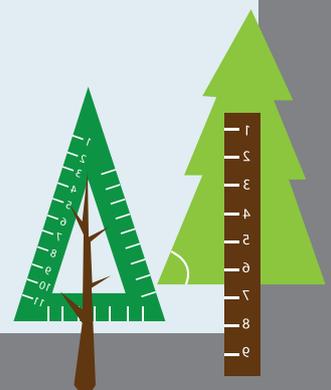
	1A	1B	1C	1D
John's predictions	Third	No prize	Second	First
Michael's predictions	No prize	First	Second	Third
William's predictions	Third	Second	No prize	First

Among the three who predicted the results, one had all the predictions wrong. One predicted the correct results for two of the classes. The remaining one made better predictions than the other two.

Which classes got the first, second and third places respectively in the race?

(3 marks)

Answer: \_\_\_\_\_ got the first place. \_\_\_\_\_ got the second place. \_\_\_\_\_ got the third place.

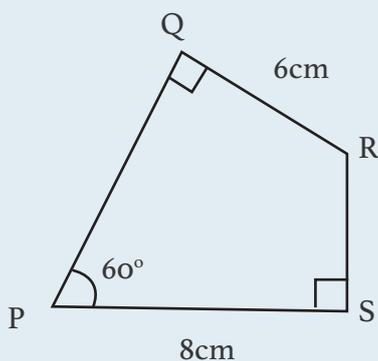


## 題17

圖(17)中有四邊形PQRS，其中 $PQ \perp QR$ 、 $RS \perp SP$ ， $PS = 8 \text{ cm}$ 、 $QR = 6 \text{ cm}$ 。求RS的長度。(提示：可考慮一對合適的直角三角形。)

(3 分)

答：  $RS = \underline{\hspace{2cm}}$  cm。



圖(17)  
Figure(17)

## Question 17

Figure (17) shows a quadrilateral PQRS.  $PQ \perp QR$  and  $RS \perp SP$ .  $PS = 8 \text{ cm}$  and  $QR = 6 \text{ cm}$ . Find the length of RS. (Hint: Consider a pair of right-angled triangles.)

(3 marks)

Answer:  $RS = \underline{\hspace{2cm}}$  cm.



## 題18

設 $a_1, a_2, \dots, a_{2015}, a_{2016}$ 為2016個正整數，其中 $a_1 < a_2 < \dots < a_{2016}$ 。若隨意從這2016個正整數選2015個數，並計算其平均值，不同數字的選取所得平均值全不相同，且設為 $x_1, x_2, \dots, x_{2015}$ 及 $x_{2016}$ ，其中 $x_1 < x_2 < \dots < x_{2016}$ 。

求  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2016}}{x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}}$  的值。

(4分)

答:  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2016}}{x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

## Question 18

Let  $a_1, a_2, \dots, a_{2015}, a_{2016}$  be 2016 positive integers, where  $a_1 < a_2 < \dots < a_{2016}$ .

If we choose any 2015 integers from these 2016 integers and calculate their average, a different average value will be obtained from a different choice of numbers.

Let these averages be  $x_1, x_2, \dots, x_{2015}$  and  $x_{2016}$  where  $x_1 < x_2 < \dots < x_{2016}$ .

Find the value of  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2016}}{x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}}$ .

(4 marks)

Answer:  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2016}}{x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .



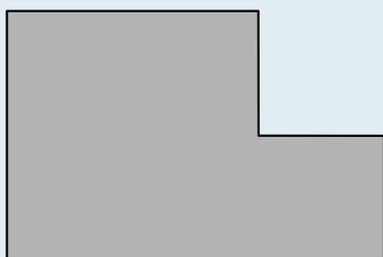
7.6  
題19 (動手題)

圖(19a) 為一個 L-形的圖形。這圖形可分割成若干部分再重併成一個正方形。

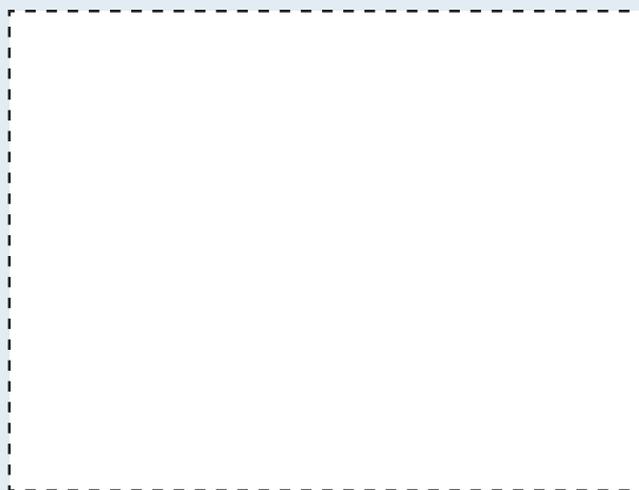
- 於答題紙的圖(19b)方格中畫出一個與這L-形面積相等的正方形。
- 你們桌上有一顏色紙，形狀與圖(19a) L-形圖形全等，將顏色紙圖形剪成不多於5部分，再將各部併合於所(a)部所畫出的正方形中，並以膠水或膠紙固定。

(桌上另有白色全等圖形的紙樣可作練習之用。)

(4分)



圖(19a)



圖(19b)



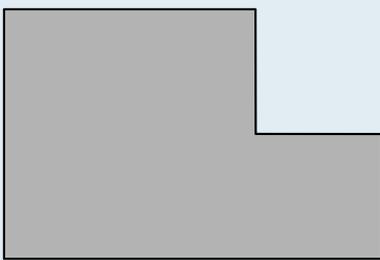
Question 19 (Hands-on Question)

The L-shape figure shown in figure (19a) can be cut into several parts which can be rearranged to form a square.

- On your answer sheet, draw a square in the box in figure (19b) which is of the same area as the L-shape.
- On your desk, there is a piece of colour paper whose shape is congruent to L-shape shown in figure(19a). Cut the colour figure into at most 5 pieces. Rearrange all pieces to fit into the square drawn in part (a). Fix the pieces with glue or adhesive tapes.

(On your desk are the congruent L-shape in white papers for your practice.)

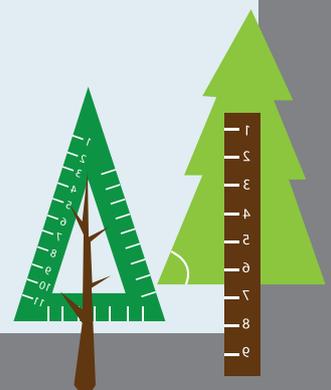
(4 marks)



Figure(19a)



Figure(19b)

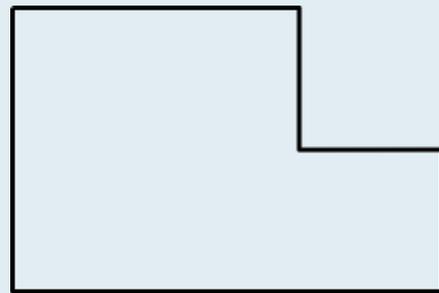
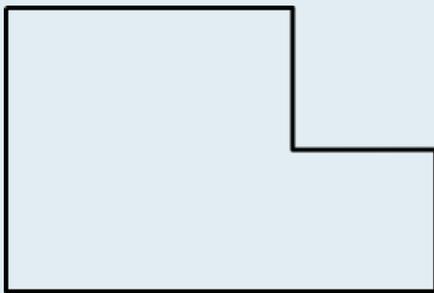
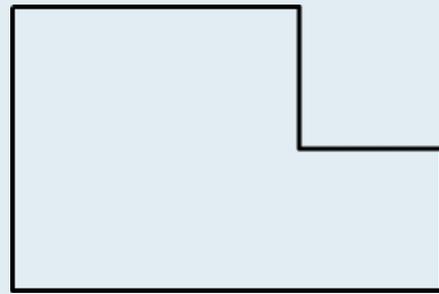
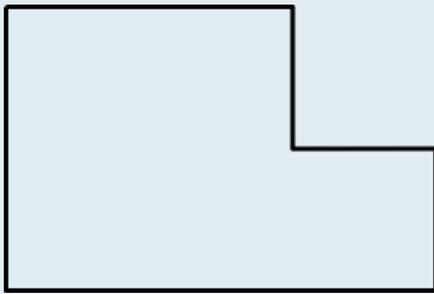


題19 – 附頁 下列圖形可剪出作練習之用，最後答案須為紅色圖形剪拼於答題紙的結果為準。

每隊只獲分派一張紅色圖形。

Question 19 – Appendix

The following figures can be cut out for practice. Only the cut out pieces fitted on the answer sheet will be marked as answer. Only one red figure will be given to each team.



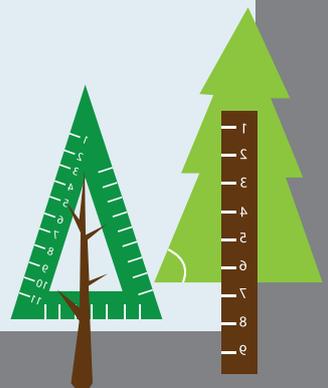
問題卷完  
End of paper

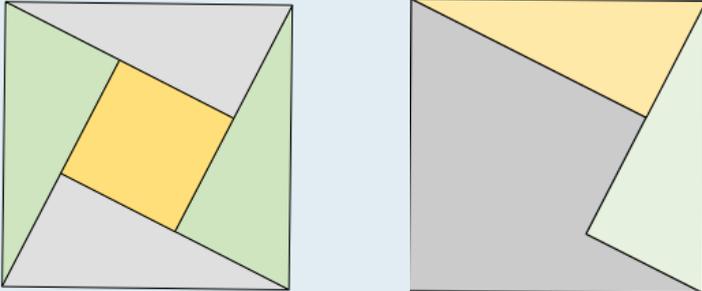
## 「第七屆香港中學數學創意解難比賽」

## 初賽題目（筆試）

## 參考答案

	答案	分數
1.	$S = 2031120$ 。	/2
2.	當 $x = -20$ 時， $y = 16$ 為最大可能值。	1+1 /2
3.	有 5 名學生沒有修讀地理科同時沒有修讀經濟科。	/2
4.	正立方體共有 16 條「對角線」。	/2
5.	$A + B = 4$ 。	/2
6.	$d < b < a < c$	/2
7.	$x$ 的最小值為 14。 $y$ 的最小值為 9。	1+2 /3
8.	媽媽現在 61 歲。女兒現在 34 歲。	1 or 3 /3
9.	AF 的長度是 $8 + 2\sqrt{32}$ / $8 + 8\sqrt{2}$ / 19.3。	/3
10.	$x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx = 7$ 。	/3



11.	須取出 2019 隻襪子。	/3
12.	$x = 149^\circ$	/3
13.	集會中共有 64 人。	/3
14.	正方形的周界為 72 cm。	/3
15.	S 的最小值是 125。	/3
16.	冠軍是 1D，亞軍是 1B，季軍是 1A	/3
17.	$RS = 8\sqrt{-12} / 1.86 / 1.9$ cm。	/3
18.	$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2016}}{x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}} = 1$ 。	/4
19.	<p>圖(圖19b) 任何滿足條件的答案。</p> 	1 + 3 /4
總分		/53



1. [2031120]

$$S = 2\left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \cdots + 2015\left(1 - \frac{1}{2015}\right) + 2016\left(1 - \frac{1}{2016}\right)$$

$$S = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{2}{3}\right) + \cdots + 2015\left(\frac{2014}{2015}\right) + 2016\left(\frac{2015}{2016}\right)$$

$$S = 1 + 2 + \cdots + 2014 + 2015$$

$$S = \frac{2015}{2}(1 + 2015) = 2031120$$

2. [-20, 16]



$$y = -3(x + 20)^2 + 16$$

$-3(x + 20)^2$  不可能是正數，最大值是0。

當  $x = -20$ ， $y = -3(0) + 16 = 16$  為最大值。

3. [5]

$$120 - (70 - 35) - (80 - 35) - 35 = 5$$

4. [16]

X，在立方體面上的對角線： $2 \times 6 = 12$

Y，不在立方體面上的對角線：4

共有  $12 + 4 = 16$  條「對角線」



5. [3]

$$1 + 2 = 3$$

圖(5)  
Figure (5)

1	2	3
		← A
		← B

6. [d &lt; b &lt; a &lt; c]

設  $a - 2013 = b + 2014 = c - 2015 = d + 2016 = R$ ,

得  $a = R + 2013$ ,  $b = R - 2014$ ,  $c = R + 2015$ ,  $d = R - 2016$ ,

因此,  $d < b < a < c$ 。

7. [14, 9]

若  $\sqrt{2016x}$  為整數  $b$ , 則  $(2^5)(3^2)(7)x = a^2$ , 故  $x = (2)(7) = 14$  為最小值。

若  $\sqrt{2016+y}$  為整數  $a$ , 則  $2016 + y = a^2$ 。

由於  $44^2 = 1936 < 2016 < 2025 = 45^2$ , 故  $y = 9$  為最小值。



8. [61歲, 34歲]

設媽媽及女兒現在分別是 $x$ 及 $y$ 歲。

$88 - x = x - y = y - 7$ ，解得 $x = 61$  及  $y = 34$ 。

9. [ $8 + 2\sqrt{32}$  /  $8 + 8\sqrt{2}$  / 19.3]

連接  $PH$  其中  $PH \perp AF$ 。

$\triangle APH$  為一等腰直角三角形，設  $AP = PH = x$ 。

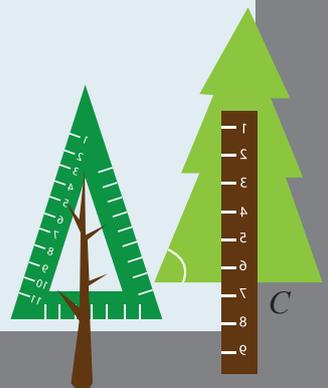
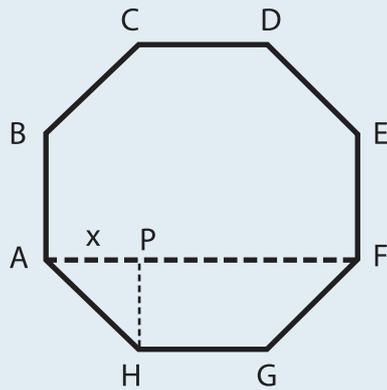
$$x^2 + x^2 = 8^2$$

$$x^2 = 32$$

$$x = \sqrt{32}$$

$$AF = \sqrt{32} + 8 + \sqrt{32}$$

$$AF = 8 + 2\sqrt{32} \text{ 或 } AF = 8 + 8\sqrt{2} \text{ 或 } AF = 19.3137$$



10. [7]

$$x + y = 1, \quad (x + y)^2 = 1^2, \quad \text{得} \quad x^2 + y^2 + 2xy = 1,$$

$$x + z = 2, \quad (x + z)^2 = 2^2, \quad \text{得} \quad x^2 + z^2 + 2xz = 4,$$

$$y + z = 3, \quad (y + z)^2 = 3^2, \quad \text{得} \quad y^2 + z^2 + 2yz = 9,$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 14,$$

$$\text{因此, } x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = 7.$$

11. [2019]

當某種顏色的2016隻襪子全被抽出後，只要再抽出3隻襪子，就可肯定當中最少有兩對不同顏色的襪子。即  $2016 + 3 = 2019$ 。

12. [149]

$$\frac{14 \times AD}{2} = 49$$

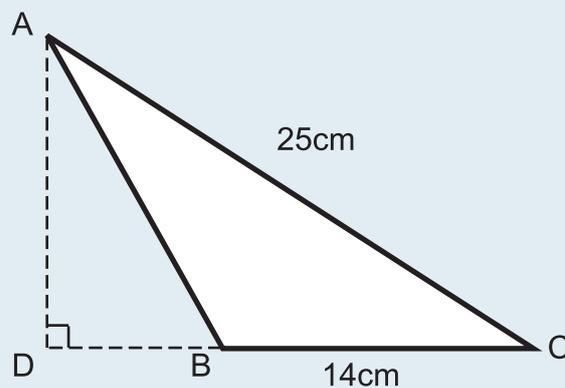
$$AD = 7$$

$$CD = \sqrt{25^2 - 7^2}$$

$$CD = 24$$

$$BD = 24 - 14 = 10$$

$$AB = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$$



13. [ 64 ]

設集會中共有  $n$  人。

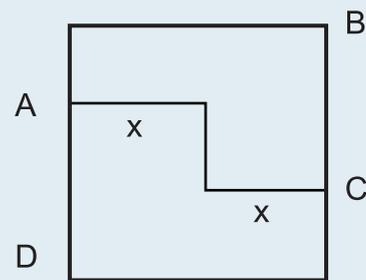
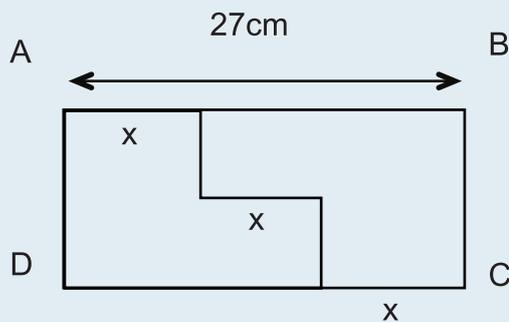
$$\frac{n(n-1)}{2} = 2016$$

$$n(n-1) = 4032$$

因  $64 \times 63 = 4032$

得  $n = 64$ 。

14. [ 72 cm ]



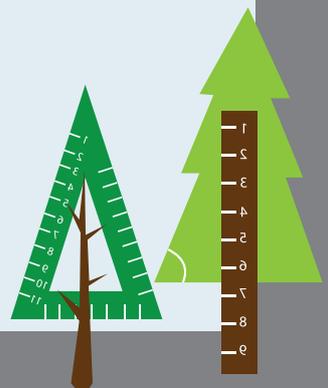
設圖中的重疊長度為  $x$  cm。

$$3x = 27$$

$$x = 9$$

正方形邊長 = 18 cm

正方形周界 = 18 cm  $\times$  4 = 72 cm



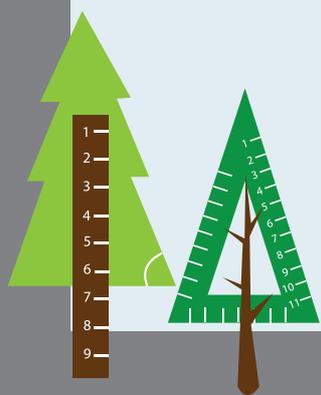
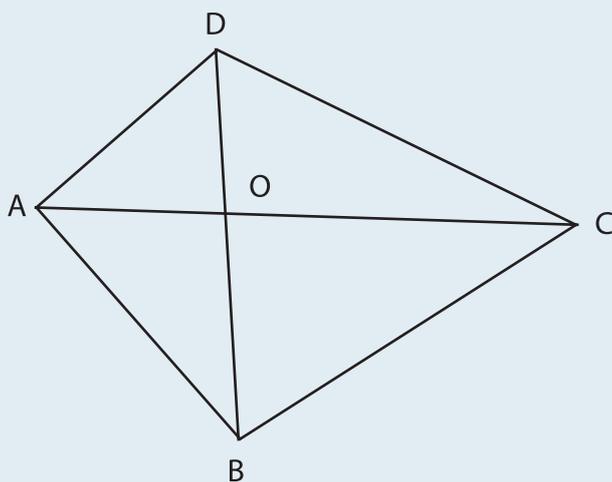
15. [125]

設  $\triangle OAB$  的面積 =  $a$  及  $\triangle OCD$  的面積 =  $b$ 。

$$\frac{20}{a} = \frac{OD}{OB} = \frac{b}{45}$$

$$ab = 900$$

當兩數的積固定時，兩數愈接近時，兩數的和就會愈小。  
 所以，當  $a = b = 30$  時， $a + b$  的最小值為  $30 + 30 = 60$ 。  
 因此， $S$  的最小值為  $20 + 45 + 60 = 125$ 。



## 16. [ 冠軍是1D、亞軍是1B、季軍是1A ]

預測做得最好的有多於兩個正確，即全部猜對。

最差的全猜錯。這兩人是小明、小華。

小強則是猜中了兩個。

因此，只可能是小明全猜錯，小華全猜對。

即 冠軍是1D、亞軍是1B、季軍是1A。

17. [  $8\sqrt{3} - 12$  ]

如圖延長 PQ 及 SR 相交於 T。

$$\angle TRQ = 60^\circ$$

在  $\triangle TPS$  中， $TS = 8 \tan 60^\circ = 8\sqrt{3}$  cm

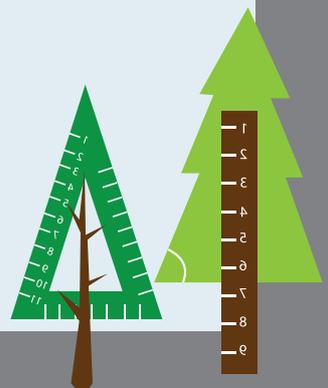
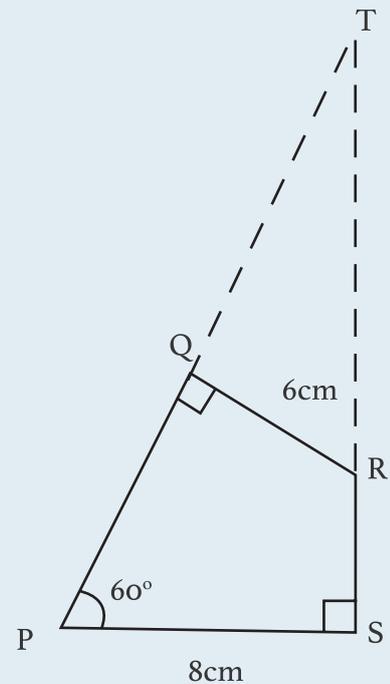
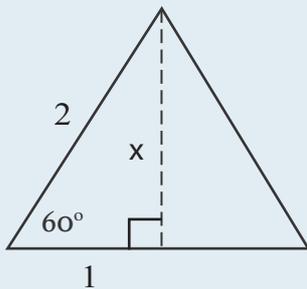
在  $\triangle TQR$  中， $TR = 6 \div \cos 60^\circ = 12$  cm

$$\therefore RS = 8\sqrt{3} - 12 \text{ cm}$$

或可利用全等三角形沿對稱軸對摺：

$$\text{得 } x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

三邊比為  $1 : \sqrt{3} : 2$



18. [1]

$$\text{設 } S = a_1 + a_2 + \dots + a_{2016} \circ$$

$$S - a_{2016} = 2015 x_1$$

$$S - a_{2015} = 2015 x_2$$

... ..

$$S - a_1 = 2015 x_{2016}$$

$$\text{故 } 2016S - S = 2015 (x_1 + x_2 + \dots + x_{2016})$$

$$2015S = 2015 (x_1 + x_2 + \dots + x_{2016})$$

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2016} = x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}$$

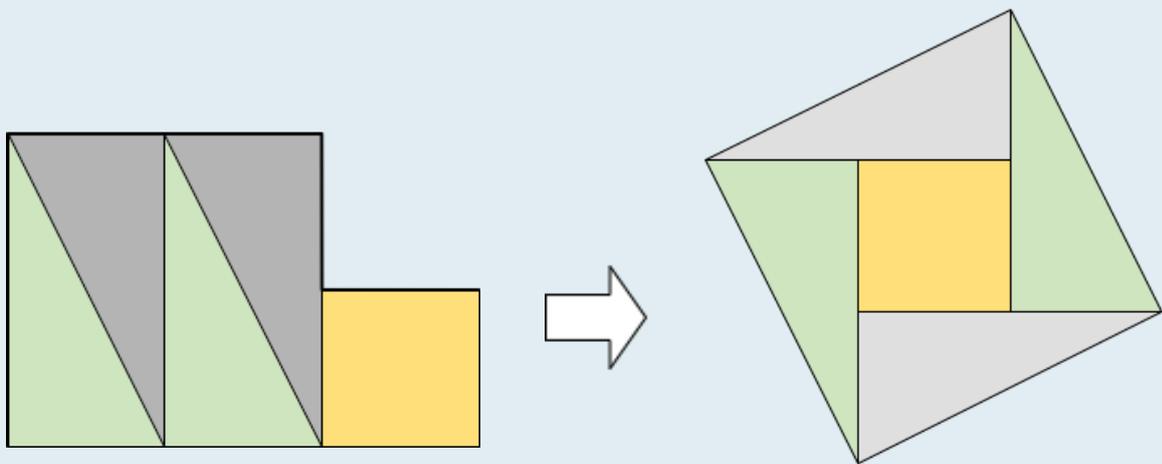
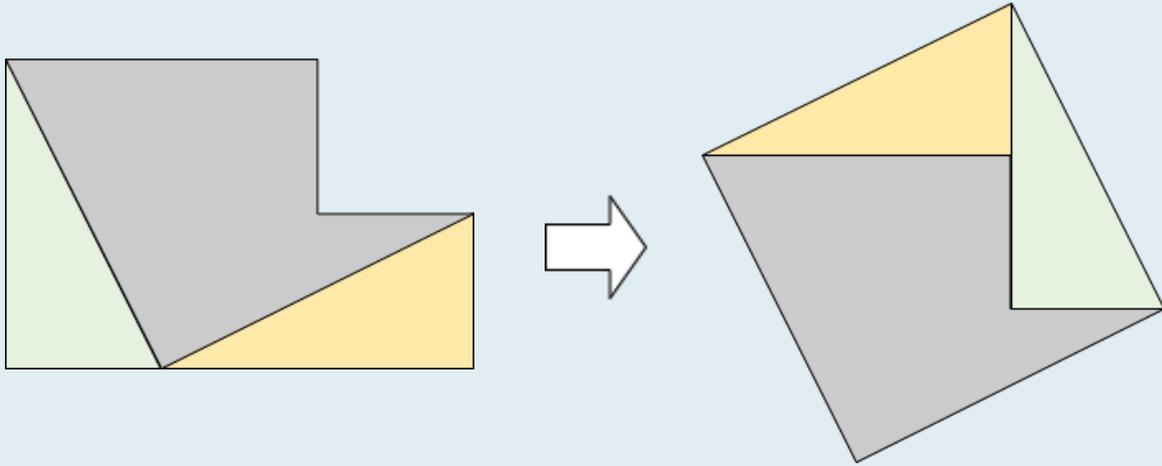
$$\text{因此, } (a_1 + a_2 + \dots + a_{2016}) / (x_1 + x_2 + \dots + x_{2016}) = 1$$



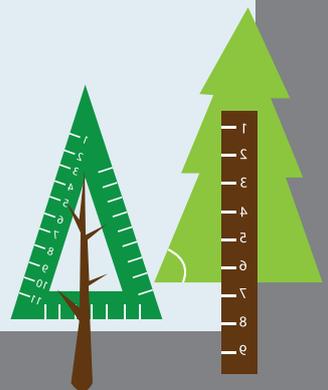
19.

解：面積 =  $4^2 + 2^2 = 20 \text{ cm}^2$ 。併合之正方形邊長 $\sqrt{20} \text{ cm}$ ，約 4.47 cm。  
考慮畢氏定理以  $\sqrt{4^2+2^2}$  做出正方形邊長。

以下為兩例：



[完]



## 7.6 「第七屆香港中學數學創意解難比賽」

### 決賽題目（解難實驗）

2015/16 第七屆香港中學數學創意解難比賽（決賽）

限時：10分鐘

預備卷

此卷目的為正卷涉及的相關知識作簡介。下列問題雖不作評分用途，其內容對正卷之解答有一定關連，請用心閱讀及解答。各問題之答案印於第4頁，請自行核對。

#### (I) 概率 / 機會率 (Probability / Chance)

一個事件的概率是一個0至1之間的數值，用以量度這件事情發生可能性。概率的數字越大，這件事情便越有可能發生。

例如：

在一次數學測驗中，志强取得A級的機會為 0.2，而取得B級的機會為0.5。

志强取得B級的可能性比取得A級的可能性大。



1. A

以列出可能結果的方法求概率

某事件的概率 =  $\frac{\text{其中能使這事件發生的結果的數目}}{\text{所有可能結果的數目}}$ 。

其中所列舉的結果均有同樣可能。

例 1 投擲一顆骰子，求得出 結果是單數的概率。

當投擲一顆骰子時，結果可能是：1、2、3、4、5、6。假設這骰子是「公平」的，這6個結果均同樣可能。

6個結果中1、3、5這3個結果使得「擲出單數」這事件發生，因此：

$$\text{「擲出單數」的機會} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (\text{亦可以表示成} 50\% \text{ 機會})$$

同樣地，「擲出數字大於4」的概率 =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

**問題 (1):**

當投擲一顆骰子，得出 3的倍數的概率是多少？ \_\_\_\_\_



## 例2

有兩疊數字卡，其中一疊有四張卡，卡上分別印有數字 2、4、6 及 10。另一疊有三張卡，分別印有數字 5、7 及 9。

若從每疊都抽出一張數字卡，共有  $4 \times 3 = 12$  可能結果，所有結果均同樣可能。可以表格列出所有結果。由於此處關注兩數相加的結果，可於格內計算相加的結果。

	2	4	6	10
5	$2 + 5 = 7$	$4 + 5 = 9$	$6 + 5 = 11$	$10 + 5 = 15$
7	$2 + 7 = 9$	$4 + 7 = 11$	$6 + 7 = 13$	$10 + 7 = 17$
9	$2 + 9 = 11$	$4 + 9 = 13$	$6 + 9 = 15$	$10 + 9 = 19$

事件「抽出的兩數的和大於 16」只發生於  $10 + 7$  或  $10 + 9$  這兩種結果之下。

因此，「抽出的兩數的和大於 16」的概率 =  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

## 問題 (2):

以例2所述的兩疊數字卡，若從每疊抽出一卡，

- 「兩個抽出數字相加成 11」的機會是多少？ \_\_\_\_\_
- 「兩個抽出數字相加大於 10」的機會是多少？ \_\_\_\_\_



## 1. B 概率的運算

## 1. B. 1

若一事件會發生的概率是  $p$ ，則這事件不會發生的概率是  $(1-p)$ 。

例3

「今天會下雨」的機會是 20%。

則，「今天不會下雨」的機會是  $= 1 - 20\% = 80\%$ 。

問題 (3):

a. 「志明會帶雨傘」的概率是 0.3。「志明不會帶雨傘」的概率是多少?

\_\_\_\_\_

b. 陳老師課堂問問題時，問男同學的機會率為  $\frac{3}{4}$ 。問女同學的機會率是

\_\_\_\_\_。

## 1. B. 2

A 和 B 是兩件獨立事 (independent)。若事件A發生的概率是  $p$ 、事件B發生的概率是  $q$ ，

則A 和B 都發生的概率是  $p \times q$ 。



## 例 4

志强在數學測驗取得A 級的機會率是0.9，家恩在這測驗取得A 級的機會率是0.2。

志强和家恩兩人都在這測驗取得A 級的機會率 =  $0.9 \times 0.2 = 0.18$ 。

## 問題(4):

今天會下雨的概率是0.6。明天會下雨的概率是0.2。大明會帶雨傘的概率是0.3

- a. 今天下雨而大明也帶了雨傘的概率是多少? \_\_\_\_\_
- b. 今天不下雨而明天下雨的概率是多少? \_\_\_\_\_



## (II) 期望值 (Expected Value)

## 例 5

陳先生每次外出早餐都有兩個選擇，一個簡單早餐(消費\$22)或一個豐盛早餐(消費\$50)。根據陳先生一向習慣，他選簡單餐的概率是 0.8，選豐盛餐的概率是 0.2。

	簡單早餐	豐盛早餐
消費	\$ 22	\$ 50
概率	0.8	0.2

陳先生的早餐消費中，\$ 22 及 \$ 50 均有可能出現。而他的「早餐消費的期望值」則將這兩個價錢出現的概率均作出考慮，計算如下：

$$0.8 \times \$22 + 0.2 \times \$50 = \$27.6。$$

這個數也可視為陳先生這長期習慣下，早餐消費的平均數。

雖然陳先生沒有一次早餐會消費 \$27.6，但這個期望值比 \$22 或 \$50 更合適地描述了他的早餐消費。

若某件事情會出現  $n$  個可能的結果，每個結果的概率分別為  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $\dots$ 、 $P_n$ ，這些結果會帶出（或涉及）的價值分別為  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $\dots$ 、 $V_n$ 。

$$\text{期望值} = P_1 \times V_1 + P_2 \times V_2 + \dots + P_n \times V_n$$

用以綜合各種可能性下這事情可帶出的價值。



## 例 6

在一個抽獎之中，參加者有機會得到最高價值\$100的現金卷。抽得各獎的概率如下：

現金卷價值 (\$)	0	10	50	100
概率	0.875	0.124	0.0009	0.0001

獎金的期望值 =  $\$0 \times 0.875 + \$10 \times 0.124 + \$50 \times 0.0009 + \$100 \times 0.0001 = \$1.295$

這期望值 \$1.295 相比於那「最高」獎金的 \$100 更公正地反映參加這抽獎的得益。

## 問題 (5)

a. 有一個遊戲，結果可以是得 0 分、2 分或 100 分。各種得分的概率如下：

得分	0	2	100
概率	0.8	0.15	0.05

計算這個遊戲的得分的期望值。

答： 得分期望值 = \_\_\_\_\_

b. 在一個遊戲中，參加者會拋兩個硬幣。若兩個硬幣都出了「正面」，參加者會贏得\$50，否則只贏得\$3。這個遊戲的回報的期望值是多少？

兩個硬幣都出了「正面」的率概 = \_\_\_\_\_

這個遊戲的回報的期望值 = \$ \_\_\_\_\_

若要付出 \$15 作為這個遊戲的報名費用，值得嗎？



答案：

(1) [3的倍數為：3、6。]      概率 =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

(2) a. [符合事件的結果有兩個：6 + 5, 4 + 7, 2 + 9。]

機會率 =  $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ 。

b. [符合事件的結果有12 - 3 = 9個]

機會率 =  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ 。

(3) a.  $1 - 0.3 = 0.7$ 。

b.  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

(4) a.  $0.6 \times 0.3 = 0.18$

b.  $(1-0.6) \times 0.2 = 0.08$

(5) a.  $0 \times 0.8 + 2 \times 0.15 + 100 \times 0.05 = 5.3$ 分

b. 兩個正面的概率 =  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，期望值 =  $\frac{1}{4} \times (\$50) + \frac{3}{4} \times (\$3) = \$14.75$



限時：40分鐘

A. 田忌賽馬（30分）

昔戰國時，齊田忌數與齊諸公子馳逐重射。孫臏見其馬足不甚相遠，馬有上、中、下輩。於是臏謂忌曰：「君第重射，臣能令君勝。」忌信然之，與王及諸公子逐射千金。及臨質，臏曰：「今以君之下駟與彼上駟，取君上駟與彼中駟，取君中駟與彼下駟。」

既馳三輩畢，而田忌一不勝而再勝，卒得王千金。 <史記·孫子吳起列傳>

上文出自《史記·孫子吳起列傳》，大意是這樣的：

田忌經常和齊威王賽馬，馬分上、中、下三等，齊威王的上馬比田忌的上馬略為優勝，中馬和下馬都是這樣子；然而田忌的上馬是可以跑贏齊威王的中馬和下馬的，而中馬亦可以跑贏齊威王的下馬。

賽制是這樣：

雙方在上、中、下三等馬中，每個等級揀取一匹參賽，比賽共分三場，贏得兩場或以上者勝。

每次對壘，田忌總是輸多贏少，後來孫臏給田忌獻計，田忌果然得勝。

孫臏的方法就是用自己的下馬和對方的上馬比試，先輸一場，但之後用上馬對中馬、中馬對下馬，接著連贏兩場，於是總場數二比一，贏了這次對壘。



## 問題(1)

- a. 將上、中、下三等馬，安排在三場比賽中，其中一個安排方法是：(上中下)，即第一場出上馬；第二場出中馬；第三場出下馬。請問田忌安排馬匹出賽，共有多少種安排的方法？

請用(上中下)這種表達形式，把安排的方法全部列舉出來。

---



---



---



---



---

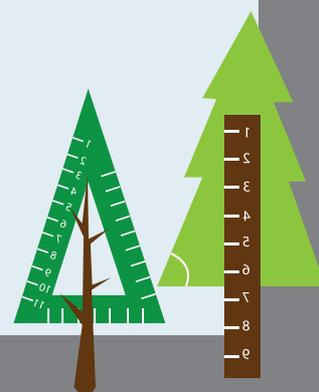


---

- b. 下表用以表示田忌與齊威王雙方採用各種的排列方式下賽馬的結果。其中，若田忌以他的「上中下」對齊威王的「上中下」，則齊威王得勝。請完成下表。

賽馬結果 (齊：齊威王勝； 田：田忌勝)

		田忌					
		上中下					
齊威王	上中下	齊					



## 問題(2)

- a. 田忌與齊威王對壘，如果大家都是「隨機」安排馬匹的出場次序，也就是雙方均不對任何次序有特別偏好。田忌勝出的機會是多少%？

---

---

---

---

---

---

- b. 如果田忌和齊威王一年中都總有30次對壘，試估計田忌大約可以勝出多少次。

---

---

---

---

---

---







## B. 二人對奕 (44分)

老師對小明和小芳說：「想跟兩位玩一個遊戲，你們各自握拳，當我說開始的時候，雙方各把右手伸出，手上豎一隻手指或兩隻手指。

如果大家都豎起一隻，小明得0分，小芳得6分。

如果大家都豎起兩隻，小明得2分，小芳得4分。

如果小明豎起一隻而小芳豎起兩隻，則小明4分小芳2分。

如果小明豎起兩隻而小芳豎起一隻，則小明5分小芳1分。」

上面的資料可以表列如下：

		遊戲得分 (小明得分, 小芳得分)	
		小芳	
		一隻手指	兩隻手指
小明	一隻手指	(0, 6)	(4, 2)
	兩隻手指	(5, 1)	(2, 4)

他們兩人明白遊戲規則後便經常對玩。



## 問題(1)

假設小明是隨機地豎起手指，也就是對於兩種選擇均無特別偏好。

a. 若小芳選擇豎起一隻手指，她得分的期望值是多少？

---

---

---

---

---

---

---

b. 這種情況下，小芳應該豎起一隻還是兩隻手指，方為上算？試詳細解釋。

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---





## 問題(3)

遊戲熟習後，小明開始思考策略。

假設小明豎起一隻手指的機會率為 $p$ ，豎起兩隻手指的機會概為 $(1-p)$ 。

a. 若小芳豎起一隻手指，她的得分期望值為  $E_1$ 。以 $p$ 表示 $E_1$ 。

---



---



---

b. 若小芳豎起兩隻手指，她的得分期望值為  $E_2$ 。以 $p$ 表示 $E_2$ 。

---

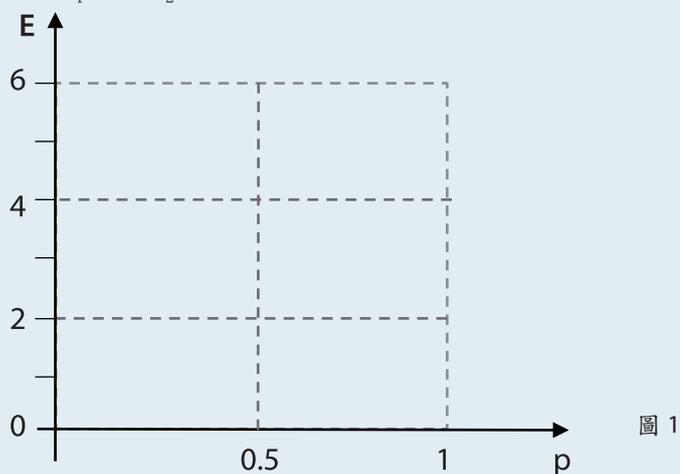


---



---

c. 將  $E_1$  及  $E_2$  隨  $p$  值變化的圖像草繪於圖(1)中。



d. 從以上所得，小明可否就  $p$  的值的選取作出一個對他有利的決策？  
若有， $p$  該取值多少？試解釋。

---



---



---







## C. 三人對奕 (26分)

後來小吉加入了(B)部所描述的小明和小芳的遊戲，計分的方法改變如下：  
唯一豎起一隻手指的人可獲1分；唯一豎起兩隻手指的人可獲2分。除這兩個情況外，參與者將不會獲得任何分數。

假設  $p$ 、 $q$ 、 $r$  分別是小明、小芳和小吉豎起一隻手指的機會率。



## 問題(1)

完成下面兩個評分表，部分空格已填上數值：

三人得分（小明得分，小芳得分，小吉得分）

如果小吉豎起一隻手指 (r)		小芳	
		一隻手指 (q)	兩隻手指 (1-q)
小明	一隻手指 (p)		
	兩隻手指 (1-p)	(2, 0, 0)	

若小吉豎起兩隻手指 (1-r)		小芳	
		一隻手指 (q)	兩隻手指 (1-q)
小明	一隻手指 (p)		
	兩隻手指 (1-p)	(0, 1, 0)	



問題(2)

已知完成一次遊戲後，小明得分期望值為  $2(1-p)qr + p(1-q)(1-r)$ 。  
試寫出小芳和小吉的得分期望值。（答案用  $p$ 、 $q$ 、 $r$  表示）

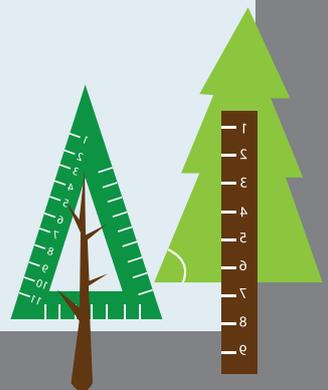
---

---

---

---

---



## 問題(3)

- a. 假設小明、小芳和小吉三人都充分掌握了這遊戲的致勝策略，各自盤算，務求令其他兩人得分最少。終會出現有三個特別的數值 $a$ 、 $b$  和 $c$ 有以下效果：小明發覺取 $p = a$ 、小芳發覺取 $q = b$ 、小吉發覺取 $r = c$  就可以達到壓制對手得分以增加自己的勝算。

試解釋下式為甚麼會成立：

取任何0 至1之間的數作  $p$  值，必有

$$2(1-a)bc + a(1-b)(1-c) \geq 2(1-p)bc + p(1-b)(1-c)。$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



b. 證明： $a [(1-b)(1-c) \geq 2bc]$   $p [(1-b)(1-c) - 2bc] \circ$

---

---

---

---

---

---

---

c. 小吉最後認為：「如果我們仍然互不合作，誰都不願意讓他人有可乘之機的話，我會把豎起一隻手指的機會調控至約41.4%。」您同意小吉說法嗎？請詳細解釋。

---

---

---

---

---

---

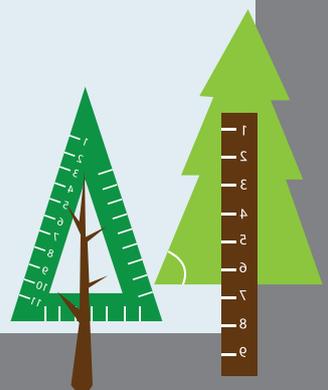
---

---

---

---

問題卷完  
End of paper



## 「第七屆香港中學數學創意解難比賽」

決賽題目（解難實驗）

參考答案

限時：40分鐘

A. 田忌賽馬（30分）

昔戰國時，齊田忌數與齊諸公子馳逐重射。孫臏見其馬足不甚相遠，馬有上、中、下輩。於是臏謂忌曰：「君第重射，臣能令君勝。」忌信然之，與王及諸公子逐射千金。及臨質，臏曰：「今以君之下駟與彼上駟，取君上駟與彼中駟，取君中駟與彼下駟。」

既馳三輩畢，而田忌一不勝而再勝，卒得王千金。 <史記·孫子吳起列傳>

上文出自《史記·孫子吳起列傳》，大意是這樣的：

田忌經常和齊威王賽馬，馬分上、中、下三等，齊威王的上馬比田忌的上馬略為優勝，中馬和下馬都是這樣子；然而田忌的上馬是可以跑贏齊威王的中馬和下馬的，而中馬亦可以跑贏齊威王的下馬。

賽制是這樣：

雙方在上、中、下三等馬中，每個等級揀取一匹參賽，比賽共分三場，贏得兩場或以上者勝。

每次對壘，田忌總是輸多贏少，後來孫臏給田忌獻計，田忌果然得勝。

孫臏的方法就是用自己的下馬和對方的上馬比試，先輸一場，但之後用上馬對中馬、中馬對下馬，接著連贏兩場，於是總場數二比一，贏了這次對壘。

問題(1)

- a. 將上、中、下三等馬，安排在三場比賽中，其中一個安排方法是：(上中下)，即第一場出上馬；第二場出中馬；第三場出下馬。請問田忌安排馬匹出賽，共有多少種安排的方法？

請用(上中下)這種表達形式，把安排的方法全部列舉出來。

(上中下)，(上下中)，(中上下)，(中下上)，(下上中)，(下中上)。

(6A)

- b. 下表用以表示田忌與齊威王雙方採用各種的排列方式下賽馬的結果。其中，若田忌以他的「上中下」對齊威王的「上中下」，則齊威王得勝。請完成下表。

賽馬結果 (齊：齊威王勝； 田：田忌勝)

		田忌					
		上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
齊威王	上中下	齊	齊	齊	齊	田	齊
	上下中	齊	齊	齊	齊	齊	田
	中上下	齊	田	齊	齊	齊	齊
	中下上	田	齊	齊	齊	齊	齊
	下上中	齊	齊	齊	田	齊	齊
	下中上	齊	齊	田	齊	齊	齊

(6A)

問題(2)

- a. 田忌與齊威王對壘，如果大家都是「隨機」安排馬匹的出場次序，也就是雙方均不對任何次序有特別偏好。田忌勝出的機會是多少%？

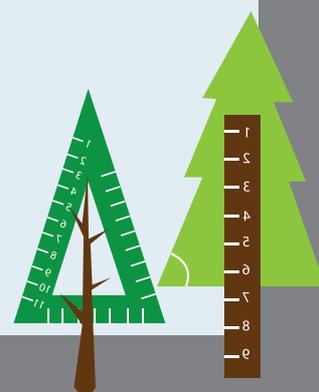
$$\text{機會率} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 16.7\%$$

(3A)

- b. 如果田忌和齊威王一年中都總有30次對壘，試估計田忌大約可以勝出多少次。

$$30 \times \frac{1}{6} = 5$$

(3A)



## 問題(3)

假設齊威王總是將上馬留在最後一場出賽，那麼田忌應該怎樣安排自己馬匹的出場次序從而使勝算儘可能增加？這情況下獲勝的機會又是多少%？

		田忌					
		上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
齊威王	上中下	齊	齊	齊	齊	田	齊
	上下中	齊	齊	齊	齊	齊	田
	中上下	齊	田	齊	齊	齊	齊
	中下上	田	齊	齊	齊	齊	齊
	下上中	齊	齊	齊	田	齊	齊
	下中上	齊	齊	田	齊	齊	齊

田忌只用「上中下」或「中上下」這兩種次序。

$$\text{獲勝的機會} = \frac{2}{4} = 50\%$$

(3A + 3A)



問題(4)

倘若齊威王從不將上馬留在最後一場出賽，田忌獲勝的最大機會又是多少%？

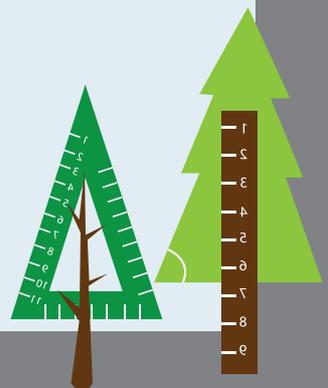
		田忌					
		上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
齊威王	上中下	齊	齊	齊	齊	田	齊
	上下中	齊	齊	齊	齊	齊	田
	中上下	齊	田	齊	齊	齊	齊
	中下上	田	齊	齊	齊	齊	齊
	下上中	齊	齊	齊	田	齊	齊
	下中上	齊	齊	田	齊	齊	齊

田忌只用「下上中」、「下中上」、「上下中」、「中下上」4種次序。

(3A)

$$\text{獲勝的機會} = \frac{4}{16} = 25\%$$

(3A)



## B. 二人對奕 (44分)

老師對小明和小芳說：「想跟兩位玩一個遊戲，你們各自握拳，當我說開始的時候，雙方各把右手伸出，手上豎一隻手指或兩隻手指。

如果大家都豎起一隻，小明得0分，小芳得6分。

如果大家都豎起兩隻，小明得2分，小芳得4分。

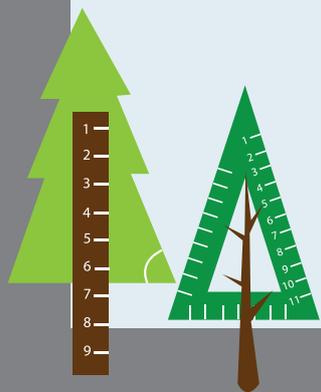
如果小明豎起一隻而小芳豎起兩隻，則小明4分小芳2分。

如果小明豎起兩隻而小芳豎起一隻，則小明5分小芳1分。」

上面的資料可以表列如下：

		遊戲得分 (小明得分, 小芳得分)	
		小芳	
一隻手指		一隻手指	兩隻手指
明	一隻手指	(0, 6)	(4, 2)
	兩隻手指	(5, 1)	(2, 4)

他們兩人明白遊戲規則後便經常對玩。



## 問題(1)

假設小明是隨機地豎起手指，也就是對於兩種選擇均無特別偏好。

- a. 若小芳選擇豎起一隻手指，她得分的期望值是多少？

若小芳豎起一隻手指，

小明豎起一隻手指，概率 = 0.5，小芳得分 = 6

小明豎起兩隻手指，概率 = 0.5，小芳得分 = 1

得分期望值 =  $0.5 \times 6 + 0.5 \times 1 = 3.5$  分

(3A)

- b. 這種情況下，小芳應該豎起一隻還是兩隻手指，方為上算？試詳細解釋。

若小芳豎起兩隻手指，

小明豎起一隻手指，概率 = 0.5，小芳得分 = 2

小明豎起兩隻手指，概率 = 0.5，小芳得分 = 4

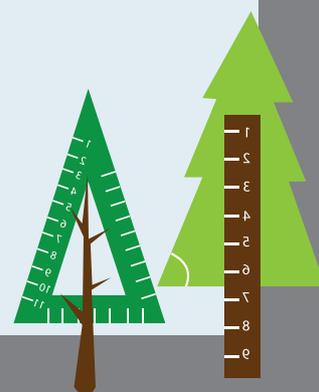
得分期望值 =  $0.5 \times 2 + 0.5 \times 4 = 3$  分

(3A)

3.5 分 > 3 分

所以，小芳豎起一隻手指較為上算。

(2A)



## 問題(2)

若小明改變了習慣，他只有0.25的機會率豎起一隻手指，卻有0.75的機會率豎起兩隻手指。

這種情況下，小芳應該豎起一隻還是兩隻手指，方為上算？請詳細解釋。

若小芳豎起一隻手指，

小明豎起一隻手指，概率 = 0.25，小芳得分 = 6

小明豎起兩隻手指，概率 = 0.75，小芳得分 = 1

得分期望值 =  $0.25 \times 6 + 0.75 \times 1 = 2.25$  分

(3A)

若小芳豎起兩隻手指，

小明豎起一隻手指，概率 = 0.25，小芳得分 = 2

小明豎起兩隻手指，概率 = 0.75，小芳得分 = 4

得分期望值 =  $0.25 \times 2 + 0.75 \times 4 = 3.5$  分

(3A)

3.5 分 > 2.25 分

所以，小芳豎起兩隻手指較為上算。

(2A)



問題(3)

遊戲熟習後，小明開始思考策略。

假設小明豎起一隻手指的機會率為 $p$ ，豎起兩隻手指的機會概為 $(1-p)$ 。

a. 若小芳豎起一隻手指，她的得分期望值為  $E_1$ 。以 $p$ 表示 $E_1$ 。

$$E_1 = 6p + 1(1-p) = 5p + 1$$

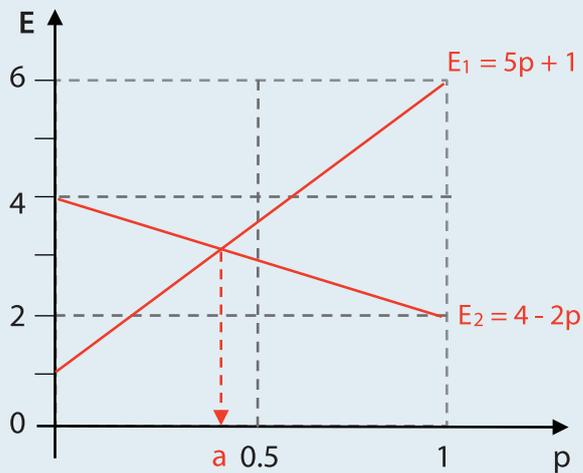
(3A)

b. 若小芳豎起兩隻手指，她的得分期望值為  $E_2$ 。以 $p$ 表示 $E_2$ 。

$$E_2 = 2p + 4(1-p) = 4 - 2p$$

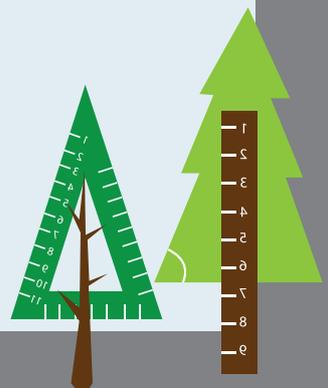
(3A)

c. 將  $E_1$  及  $E_2$  隨  $p$  值變化的圖像草繪於圖(1)中。



(2A)

圖 1



- d. 從以上所得，小明可否就  $p$  的值的選取作出一個對他有利的決策？若有， $p$  該取值多少？試解釋。

若小明取圖1中的  $a$  值作為概率，  
可使得小芳的最大得分期望值控於最少。

$$\begin{aligned}5p + 1 &= 4 - 2p \\p &= 0.42855 \dots \\&\approx 0.43\end{aligned}$$

設定  $p = 0.43$  對小明最為有利。

(2A)



問題(4) 若小芳也作出策略上的思考：

假設小芳豎起一隻手指的機會率為 $q$ 。

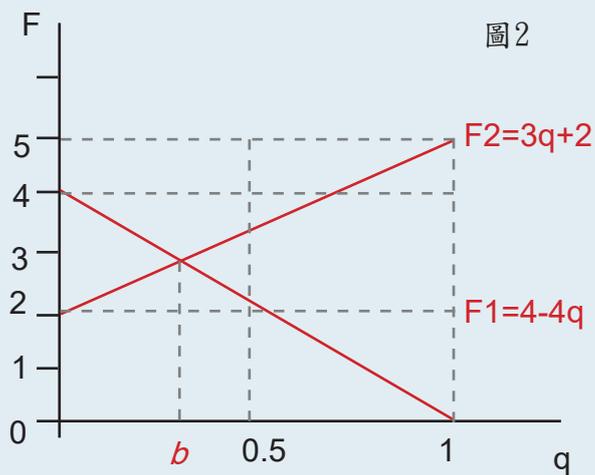
- a. 若小明豎起一隻手指，他的得分期望值為  $F_1$ ，若他豎起兩隻手指，他的得分期望值為  $F_2$ 。將  $F_1$  及  $F_2$  隨  $q$  值變化的圖像草繪於圖(2)中。

$$F_1 = (0)(q) + 4(1-q) = 4 - 4q$$

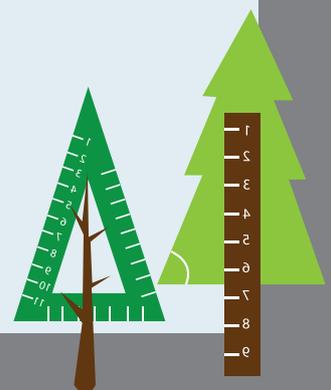
(3A)

$$F_2 = 5q + 2(1-q) = 3q + 2$$

(3A)



(2A)



- 7.9
- b. 從以上所得，小芳該如何就  $q$  的值的選取作出一個對她有利的決策？ $q$ 該取值多少？試解釋。

若小芳取圖2中的  $b$  值作為概率，  
可使得小明的最大得分期望值控於最少。

$$3q + 2 = 4 - 4q$$

$$q = 0.2857 \dots$$

$$\approx 0.29$$

設定  $q = 0.29$  對小芳最為有利。

(2A)



問題(5)

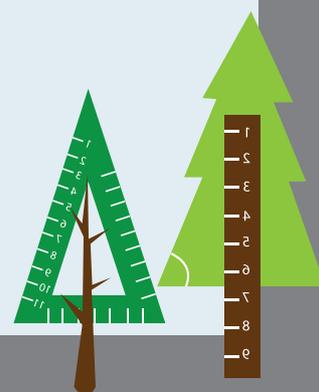
假如小明和小芳都懂得分別揀取對自己最有利的策略(即題3及題4中的  $p$ 、 $q$  的取值)，這個遊戲對誰較為有利？請詳細解釋。

當小明取 0.43 概率豎一隻手指，而小芳取 0.29 概率豎一隻手指。

$$\text{小芳的得分期望值} \approx 5(0.43) + 1 = 3.15 \quad (\text{或} \quad 4 - 2(0.43) = 3.14) \quad (3A)$$

$$\begin{aligned} \text{小明的得分期望值} \approx 3(0.29) + 2 = 2.87 & \quad (\text{或} \quad 4 - 4(0.29) = 2.84) \quad (3A) \\ & \quad (\text{或} \quad 6 - 3.14 = 2.86) \end{aligned}$$

$$3.15 > 2.87, \text{ 遊戲的設計對小芳較為有利。} \quad (2A)$$



## C. 三人對奕 (26分)

後來小吉加入了(B)部所描述的小明和小芳的遊戲，計分的方法改變如下：  
唯一豎起一隻手指的人可獲1分；唯一豎起兩隻手指的人可獲2分。除這兩個情況外，參與者將不會獲得任何分數。

假設  $p$ 、 $q$ 、 $r$  分別是小明、小芳和小吉豎起一隻手指的機會率。



問題(1)

完成下面兩個評分表，部分空格已填上數值：

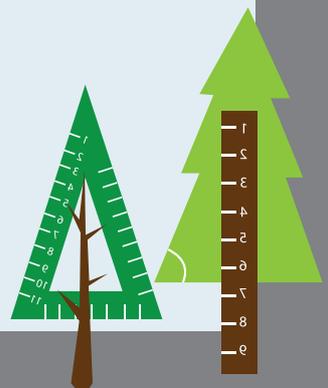
三人得分（小明得分，小芳得分，小吉得分）

如果小吉豎起一隻手指 (r)		小芳	
		一隻手指 (q)	兩隻手指 (1-q)
小明	一隻手指 (p)	<b>(0, 0, 0)</b>	<b>(0, 2, 0)</b>
	兩隻手指 (1-p)	(2, 0, 0)	<b>(0, 0, 1)</b>

(3A)

若小吉豎起兩隻手指 (1-r)		小芳	
		一隻手指 (q)	兩隻手指 (1-q)
小明	一隻手指 (p)	<b>(0, 0, 2)</b>	<b>(1, 0, 0)</b>
	兩隻手指 (1-p)	(0, 1, 0)	<b>(0, 0, 0)</b>

(3A)



## 問題(2)

已知完成一次遊戲後，小明得分期望值為  $2(1-p)qr + p(1-q)(1-r)$ 。  
試寫出小芳和小吉的得分期望值。（答案用  $p$ 、 $q$ 、 $r$  表示）

$$\text{小芳的得分期望值} = 2(1-q)pr + q(1-p)(1-r) \quad (2A)$$

$$\text{小吉的得分期望值} = 2(1-r)pq + r(1-p)(1-q) \quad (2A)$$



## 問題(3)

- a. 假設小明、小芳和小吉三人都充分掌握了這遊戲的致勝策略，各自盤算，務求令其他兩人得分最少。終會出現有三個特別的數值 $a$ 、 $b$ 和 $c$ 有以下效果：小明發覺取 $p = a$ 、小芳發覺取 $q = b$ 、小吉發覺取 $r = c$ 就可以達到壓制對手得分以增加自己的勝算。

試解釋下式為甚麼會成立：

取任何0至1之間的數作 $p$ 值，必有 $2(1-a)bc + a(1-b)(1-c) \geq 2(1-p)bc + p(1-b)(1-c)$ 。

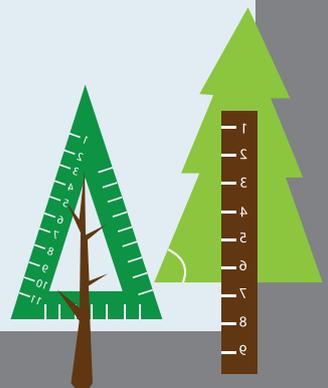
小芳取 $q = b$ 、小吉取 $r = c$ 時，

小明設 $p$ 為任何0至1之間的數值，得分的期望值 =  $2(1-p)bc + p(1-b)(1-c)$

這時小明若取 $p = a$ ，該可使這期望值可大。

所以， $2(1-a)bc + a(1-b)(1-c) \geq 2(1-p)bc + p(1-b)(1-c)$

(3A)



b. 証明：  $a [(1-b)(1-c) \geq 2bc] \quad p [(1-b)(1-c) - 2bc] \circ$

$$\begin{aligned}
 \text{從(a)} \quad & 2(1-a)bc + a(1-b)(1-c) \geq 2(1-p)bc + p(1-b)(1-c) \\
 & 2bc - 2abc + a(1-b)(1-c) \geq 2bc - pbc + p(1-b)(1-c) \\
 & a(1-b)(1-c) - 2abc \geq p(1-b)(1-c) - pbc \\
 & a[(1-b)(1-c) - 2bc] \geq p[(1-b)(1-c) - 2bc]
 \end{aligned}$$

(3A)



- C. 小吉最後認為：「如果我們仍然互不合作，誰都不願意讓他人有可乘之機的話，我會把豎起一隻手指的機會調控至約41.4%。」您同意小吉說法嗎？請詳細解釋。

在  $a[(1-b)(1-c) - 2bc] \geq p[(1-b)(1-c) - 2bc]$  之中，

因為  $a$  是 0 與 1 之間的某一個固定常數，而  $p$  是 0 與 1 之間的任何一個數值（變數），所以  $(1-b)(1-c) - 2bc = 0$

(3A)

由於題目的情景對這三人來說是對稱，意即三人中任何兩人身份互換，有關的方程和推論不變，如果小明取  $p$  等於某個數值能成功壓制對方得分的話，這個數值亦同樣適用於小芳和小吉身上，故有  $a = b = c$ 。

(3A)

綜合以上所得：設  $a = b = c = x$ ，代入  $(1-b)(1-c) - 2bc = 0$ 。

$$(1-x)(1-x) - 2x(x) = 0$$

$$(1-x)^2 = 2x^2$$

$$1-x = \sqrt{2}x$$

$$(1+\sqrt{2})x = 1$$

$$x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 0.414$$

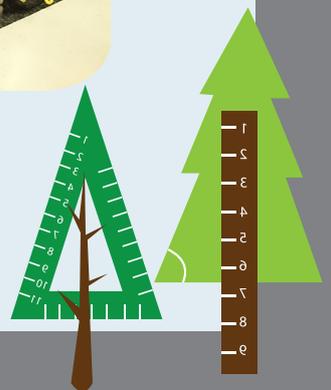
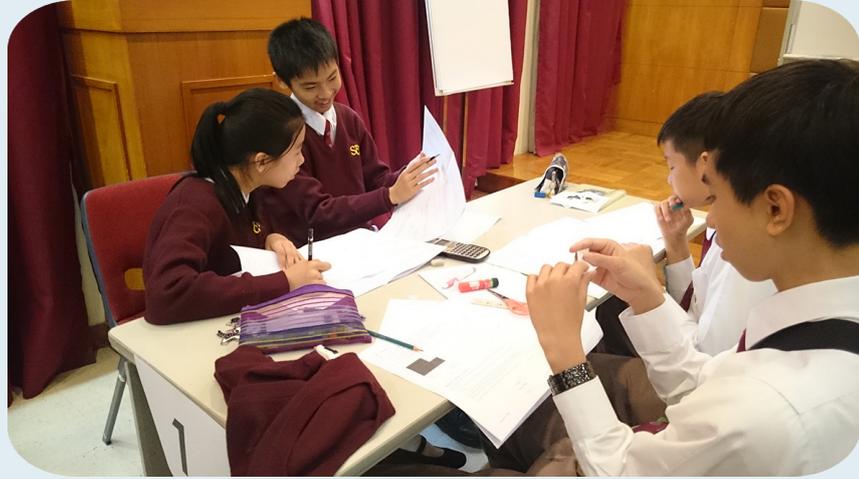
(4A)



# 7.7 比賽花絮

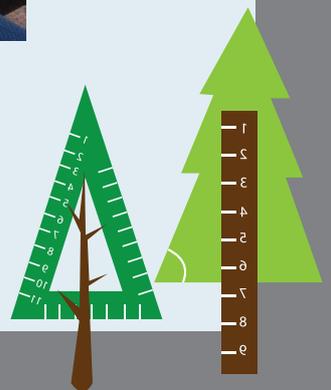
「第七屆香港中學數學創意解難比賽」  
初賽花絮（筆試）





「第七屆香港中學數學創意解難比賽」  
決賽花絮（解難實驗）





## 8. 初賽答題表現分析

### 小學初賽表現分析

本屆共有來自110間小學合共432位學生完成了小學初賽筆試。初賽設有15條題目，總分32分，參賽隊伍的平均得分為12.08分，標準差為5.61分。（若把總分轉換為100分時，則參賽隊伍的平均得分為37.76分，標準差為17.54分。）各題目的測試目的及分析如下（下表將以總分為100分表示）：

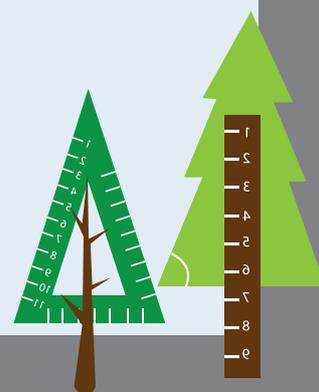
題號	測試目的	平均分 (Mean)	標準差 (SD)
1	測試學生對立體圖形的認識。	67.27	46.92
2	測試學生對分數化成小數運算及循環小數的認識。	84.55	36.15
3	測試學生對圖形的面積和周界的認識。	14.55	35.26
4	測試學生對整數乘法及指數運算的應用。	20.91	40.67
5	測試學生對數算的運用。	64.55	47.84
6	測試學生對分數化成小數及分數的數值比較的運用。	14.85	28.28
7	測試學生對公倍數及餘數的認識。	55.45	49.70
8	測試學生認識日期及數字解難的能力。	18.18	38.57
9	測試學生對整數四則運算及數字解難的應用。	40.00	48.99
10	測試學生對速率的概念和計算。	32.73	46.92
11	測試學生對三角形的認識、列舉及數算。	6.36	24.41
12	測試學生對數字規律的運用。	17.88	35.58
13	測試學生對正方面體的認識和數字解難能力。	64.55	47.84
14	測試學生對圖形面積的計算及幾何工具的運用。	49.09	49.99
15	測試學生對軸對稱圖形的應用。	36.82	45.57



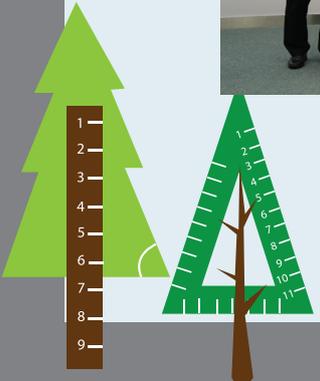
## 中學初賽表現分析

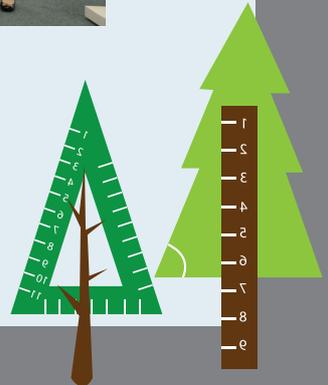
本屆共有來自128間中學合共500位學生完成了中學初賽筆試，初賽設有19條題目，總分54分，參賽隊伍的平均得分為24.88分，標準差為10.87分。（若把總分轉換為100分時，則參賽隊伍的平均得分為46.08分，標準差為20.13分。）各題目的測試目的及分析如下（下表將以總分為100分表示）：

題號	測試目的	平均分 (Mean)	標準差 (SD)
1	測試學生對靈活四則運算，連續數求和的認識。	64.06	47.98
2	測試學生對代數式、平方數性質的認識。	43.75	49.21
3	測試學生對數值運算及分類數算的認識。	78.13	41.34
4	測試學生對立體圖形、列舉的認識。	62.50	48.41
5	測試學生對數字解難、邏輯推理的認識。	100.00	0.00
6	測試學生對數字性質、不等式的認識。	79.69	39.58
7	測試學生對平方數及平方根性質的認識。	71.09	40.69
8	測試學生對解一元一次方程，數值運算的認識。	51.82	49.79
9	測試學生對多邊形及幾何圖形，畢氏定理認識。	17.19	37.73
10	測試學生對代數式及多項式運算，完全平方恆等式的認識。	76.56	42.36
11	測試學生對邏輯推理及數值運算的認識。	35.94	47.98
12	測試學生對三角形面積，畢氏定理的認識。	26.56	44.17
13	測試學生對代數、數算的認識。	32.81	46.95
14	測試學生對周界、平面圖形的認識。	60.94	48.79
15	測試學生對三角形面積比較的認識。	6.25	24.21
16	測試學生對邏輯推理的應用。	75.00	43.30
17	測試學生對全等三角形性質、相似三角形計算的應用。	3.13	17.40
18	測試學生對平均值的認識、代數運算技巧的應用。	31.25	46.35
19	測試學生對面積、畢氏定理的認識。	13.87	30.27



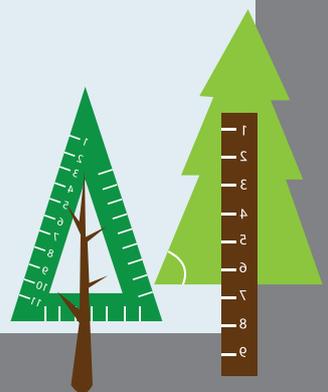
# 8 頒獎禮花絮





# 6.1







「第十一屆香港小學」及「第七屆香港中學」  
數學創意解難比賽資料匯編

出 版： 教育局資優教育組

日 期： 二零一六年十二月

