

估數量（小學）評分準則

1. (a) $d = 10\sqrt{2} = 14.1\text{cm}$ [1M + 1A]
 (b) $d = 10\sqrt{3} = 17.3\text{cm}$ [1M + 1A]

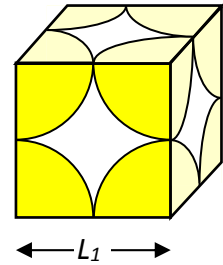
2. 考慮圖中的結構 1 (Simple Cubic) [2M]

如圖中一個「單位結構」(unit cell)內球體的數目 = $8 \times \frac{1}{8} = 1$

設 L_1 為該單位結構的邊長，而 d 為球體的直徑。

則 $L_1 = d$ 。 [1M + 1A]

∴ 每一單位體積內的球體數目為 $\rho_1 = \frac{1}{d^3}$ [1M + 1A]



- 考慮圖中的結構 2 (Body Centre Cubic) [2M]

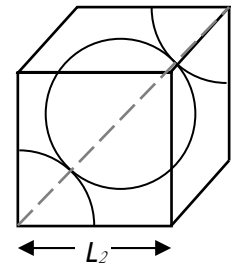
一個單位結構 (unit cell)內球體的數目 = $8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$ [1A]

設 L_2 為該單位結構的邊長，而 d 為球體的直徑。

考慮單位結構立方體的對角線，可得 $\sqrt{3}L_2 = 2d$

∴ $L_2 = \frac{2d}{\sqrt{3}} = 1.15d$ [1M + 1A]

∴ 每一單位體積內的球體數目為 $\rho_2 = \frac{2}{\left(\frac{2d}{\sqrt{3}}\right)^3} = \frac{1.30}{d^3}$ [1M + 1A]



- 考慮圖中的結構 3 (Face Centre Cubic) [2M]

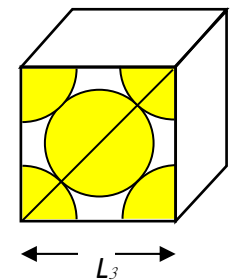
一個單位結構 (unit cell)內球體的數目 = $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ [1A]

設 L_3 為該單位結構的邊長，而 d 為球體的直徑。

考慮單位結構一個正方面的對角線，可得 $\sqrt{2}L_3 = 2d$

∴ $L_3 = \sqrt{2}d = 1.41d$ [1M + 1A]

∴ 每一單位體積內的球體數目為 $\rho_3 = \frac{4}{(\sqrt{2}d)^3} = \frac{1.41}{d^3}$ [1M + 1A]



∴ 結構 1 的「密度」 < 結構 2 的「密度」 < 結構 3 的「密度」 [2A]

3. (a) 結構 1: 球體直徑 $d = 0.015\text{m}$

∴ 於 1m^3 盒子中可放入 $\frac{1}{0.015^3} = 296296$ 球體單位。 [2M + 2A]

約可放入 296296 粒波子。

結構 3:

∴ 於 1m^3 的盒子內可放入 $\frac{\sqrt{2}}{0.015^3} = 419026$ 球體。

∴ 約可放 419026 粒波子。 [2M + 2A]

∴ 估計數目約為 $\frac{419026+296296}{2} = 357661$ [1M+1A]

3. (b) 百分誤差 $\approx \frac{419026-357661}{357661} \times 100\% = 17.2\%$ [1M+1A]

4. (a) 樣本中的冬菇，若 4 個放於一起，形狀與一球體相近。 [2M]

取一個不大不小的樣本，這拼成的「球體」直徑約為 4cm。

再運用上述方法：

結構 1: $d = 0.04\text{m}$

∴ 1m^3 的盒子內可裝有 $\frac{1}{0.04^3} = 15625$ 個球體。

∴ 冬菇數目約為 $1562 \times 4 = 62500$ 粒

[1M+1A]

結構 3: $d = 0.04\text{m}$

∴ 1m^3 的盒子內可裝有 $\frac{\sqrt{2}}{0.04^3} = 22097$ 個球體。

∴ 冬菇數目約為 $22097 \times 4 = 88388$ 粒

[1M+1A]

∴ 估計冬菇數目約為 $\frac{62500+88388}{2} = 75444$ [1M+1A]

4. (b) % error $\approx \frac{88384-75444}{75444} \times 100\% = 17.2\%$ [1M+1A]

5. % 誤差 [2A]

