本教材收錄了教育局資優教育組與教育團體合辦的「第九屆香港小學數學創意解難比賽」及「第五屆香港中學數學創意解難比賽」的比賽資料。這些比賽題目極具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優教育的教材，提升學生的思維能力。

教育局資優教育組

政府物流服務署印

資優教育——「第九屆香港小學及第五屆香港中學數學創意解難比賽」資料匯編 教育局資優教育組

「第九屆香港小學」及「第五屆香港中學」

數學創意解難比賽
資料匯編

教育局資優教育組

目錄

序

本教材收錄了2012/13年度教育局資優教育組與教育團體合辦的「第九屆香港小學數學創意解難比賽」及「第五屆香港中學數學創意解難比賽」的比賽資料。當中的題目甚具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優培育計畫的教材，用以訓練學生的思維能力。

如對本教材有任何意見和建議，歡迎以郵寄、電話、傳真或電郵方式聯絡教育局課程發展處資優教育組：

地　　址：九龍塘沙福道19號
　　　　　教育局九龍塘教育服務中心東座3樓
　　　　　馮漢柱資優教育中心
電　　話：3698 3472
傳　　真：2490 6858
電郵地址：gifted@edb.gov.hk

1.「香港中、小學數學創意解難比賽」的意義

教育局資優教育組

時間過得很快，眨眼間「香港小學數學創意解難比賽」已經舉辦至第九屆了，而「香港中學數學創意解難比賽」亦已踏入了第五個年頭。

對數學資優生的意義

「第九屆小學數學創意解難比賽」及「第五屆中學數學創意解難比賽」和一般的傳統數學比賽有一個很不同的地方，就是這兩個比賽不會只看學生的紙筆測試表現，也會要求同學們進行協作解難、數學實驗、面試及辯論。特別是數學辯論一環，會要求學生將小組研習的結果及解難策略向評判及其他隊伍匯報，並即時回應評判及其他隊伍的提問，這種考核學生對知識的掌握及辯証知識的能力的過程，近似一般大學常用的考核博士研究生的口試（viva）形式，所以參賽學生是需要有高層次思維能力才能應付得來。

今年的小學邀請賽，我們很榮幸能夠邀請兩隊分別來自內地及澳門的精英隊伍：珠海容闳学校以及澳門濠江中學附屬小學，與香港的得勝隊伍進行友誼數學辯論交流賽。這是一次很難得的機會，大大擴闊本地學生的眼界和視野。希望類似的邀請賽日後也有機會推展至中學。
從參賽學生的表現得知，香港學生的批判及創意思維、口頭匯報及提問能力也可以是很出色的，只是傳統紙筆測試未能全面反映。現在因有了小學和中學的數學創意解難比賽，可以讓學生有多一個機會發揮這些方面的才華，從而讓他們的能力得到肯定。

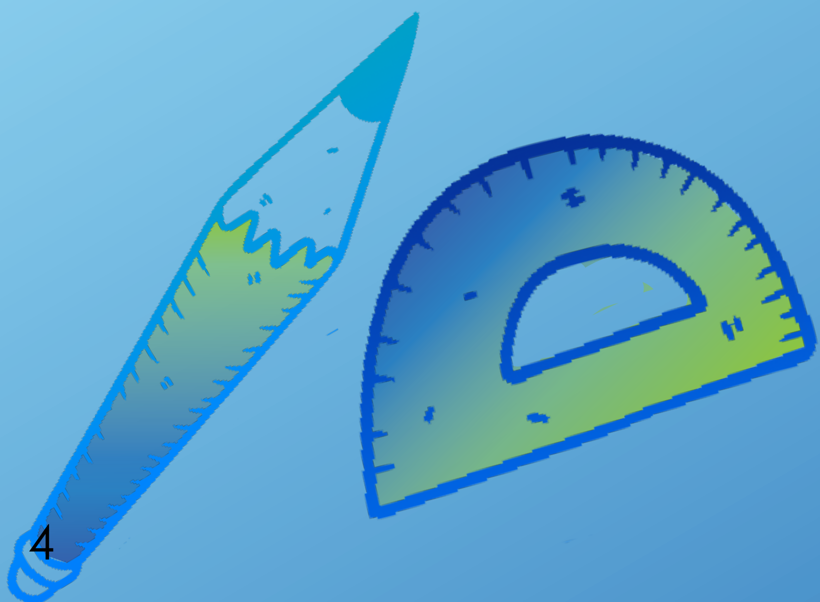
對一般學生的意義

「香港中、小學數學創意解難比賽」除了對數學資優學生有肯定作用外，對一般學生的學習及教師課堂的教學，相信也會有正面的作用。

本比賽的多元化評估模式，可鼓勵教師在教學上使用多元化評估如解難實驗及數學辯論等作為教學方法，提高一般學生建構數學知識的能力，擴闊他們的數學視野，增加學習的趣味。曾有指導教師表示曾參考「香港小學數學創意解難比賽」的數學辯論形式，在課堂內讓學生就數學難題辯論，學生不但熱烈地討論，而且對於這課堂的學習更表現得十分積極。由此可見，本比賽能提升學與教的趣味和效能。

對校本資優教育的意義

「香港中、小學數學創意解難比賽」的題目極具挑戰性，很適合學校作為校本數學資優教育的教材，以刺激學生的思維能力。因此，我們把有關題目收錄書內，方便大家使用。



2. 本書的使用建議

教育局資優教育組

本書收錄了「第九屆香港小學數學創意解難比賽」及「第五屆香港中學數學創意解難比賽」的大部分題目。這些題目極具挑戰性，不論學校是否打算參與比賽，題目也很有採用價值，以作校本數學資優培育計畫的教材。以下是這些題目的一些使用建議：

「解難實驗」題目

本屆小學及中學的比賽中都有解難實驗的題目，分別是：正多邊形密鋪平面（小學準決賽）及多項式近似法（中學準決賽）（詳細題目內容，請分別參看本書6.6及7.6部分）。

「解難實驗」通常會為參賽隊伍提供一些比賽用品，要求學生以小組形式探究一些問題。然後評判會就相關問題作出提問，要求學生解釋所採用的解難策略，並總結當中的發現。

教師可考慮使用本比賽的解難實驗題目，供有興趣的學生進行小組探究。指導學生時不論是否參與比賽，也可以參考下列的建議：

i. 對一般學生而言，因題目本身或有一定的複雜性，教師宜多給學生在解題上作出適當的指導。在進行的過程中，盡量讓學生多思考及討論，務求擴闊學生的思考空間。
ii. 因題目本身的實驗性很強，教師宜讓學生自己動手操作及不斷試驗，從中找出相關規律。
iii. 假如學生找到相關規律或公式後，以為已完成了任務而不再思考。教師可鼓勵他們多以不同的數據或情況驗證所找到的規律或公式。這樣可以訓練他們驗證答案、反思步驟及不斷修正自己的猜想或所發現的公式。
iv. 讓學生向教師及其他同學講解其思考及解難策略，總結當中發現，並接受教師及其他同學的提問。這有助訓練學生的匯報和高層次思維能力，並能深化學生的學習。其他同學在聆聽匯報時，也可從中學習，拓闊視野，學習別人的解難策略，並訓練自己的提問及批判思維能力。
v. 教師可提問任何有助理解學生思路或挑戰學生高層次思維的問題，亦可就學生的答案再作追問。這種即場的追問，最能訓練學生的應變力，並能鼓勵學生作深度思考。
vi. 能力高的學生，可鼓勵他們嚴謹證明其觀察到的規律或發現到的公式，以訓練他們的數學思維。

「數學辯論」題目

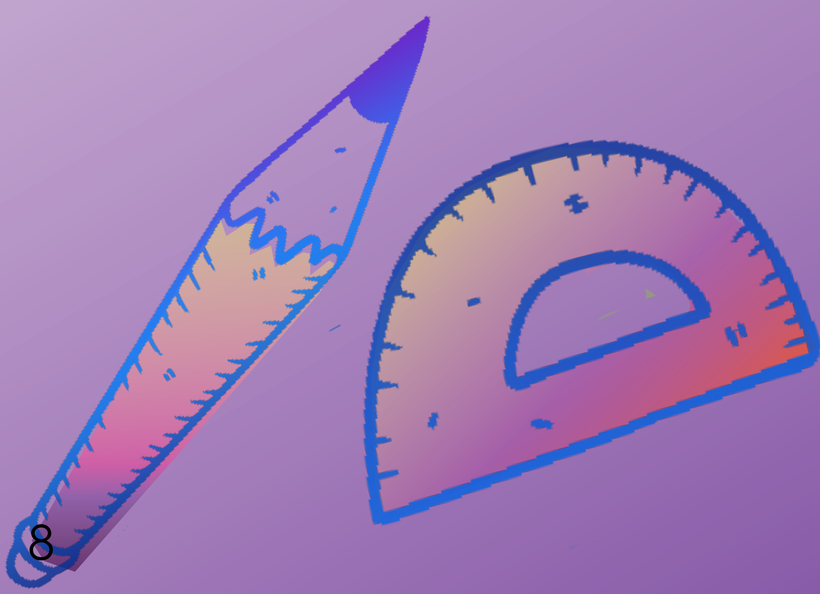
本屆小學決賽暨邀請賽及中學決賽，都有數學辯論的題目。分別是：數量估算（小學部分共4題）及複雜規律的模擬（中學部分共8題）（詳細題目內容，請分別參看本書6.6及7.6部分）。

「數學辯論」要求參賽隊伍進行小組協作解難，然後向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍亦要接受評審團和其他參賽隊伍的提問，並即席進行答辯。
教師可考慮使用本比賽的數學辯論題目，供有興趣的學生進行小組協作解難及數學辯論。指導學生時可參考以下的建議：

- 題目的程度是刻意超出參賽學生的年級水平的，但教師不必要求學生使用超出他們程度或能力的數學知識和技巧，只需鼓勵學生反思已有的數學知識，並把知識綜合，產生新的意念和知識，以解決問題。
- 事實上，假如學生沒有預先學習某個數學公式或理論，而單單靈活運用一些很基本的數學知識就能解決問題，更是難能可貴，充分反映其數學創意解難能力之高超！數學資優生正正需要這種具挑戰性的訓練機會。

- 讓學生向教師及其他同學講解其思考及解難策略，總結當中發現，並接受教師及其他同學的提問。這有助訓練學生的匯報和高層次思維能力，並能深化學生的學習。其他同學在聆聽匯報時，也可從中學習，拓闊視野，學習別人的解難策略，並訓練自己的提問及批判思維能力。
- 教師可提問任何有助理解學生思路或挑戰學生高層次思維的問題，亦可就學生的答案再作追問。這種即場的追問，最能訓練學生的應變力，並能鼓勵學生作深度思考。

雖然這些數學辯論題目是為高小至中二的學生而設，但由於題目本身具一定程度的開放性和難度，所以也可考慮給予較高年級的同學，作為趣味解難或數學辯論之用。



3. 榮譽顧問及委員會

榮譽顧問

楊耀忠太平紳士	香港教育工作者聯會會長
陳沛田先生	香港教育局資優教育組總課程發展主任
劉明基校監	香港幼兒教育及服務聯會主席

榮譽數學顧問

韓耀宗教授	香港城市大學數學系

審題委員會

何美芬女士	香港數理教育學會
金偉明老師	香港聖公會何明華會督中學
徐崑玉老師	香港四邑商工總會黃棣珊紀念中學
梁國輝老師	五旬節聖潔會永光書院
陳志成老師	資深數學科教師
陳威儀老師	佛教榮茵學校
陳偉倫老師	香海正覺蓮社佛教正覺中學
馮德華老師	伊利沙伯中學舊生會中學
黃仲奇校長	保良局唐乃勤初中書院
黃建中老師	香島中學
趙嘉俊老師	浸信會沙田圍呂明才小學
鄭永權老師	聖士提反女子中學
盧偉樂博士	香港專業管理協會李國寶中學
蕭國亮老師	嗇色園主辦可藝中學
謝家安博士	教育局資優教育組
鄺志良老師	佛教慈敬學校

（排名以姓名筆劃序）

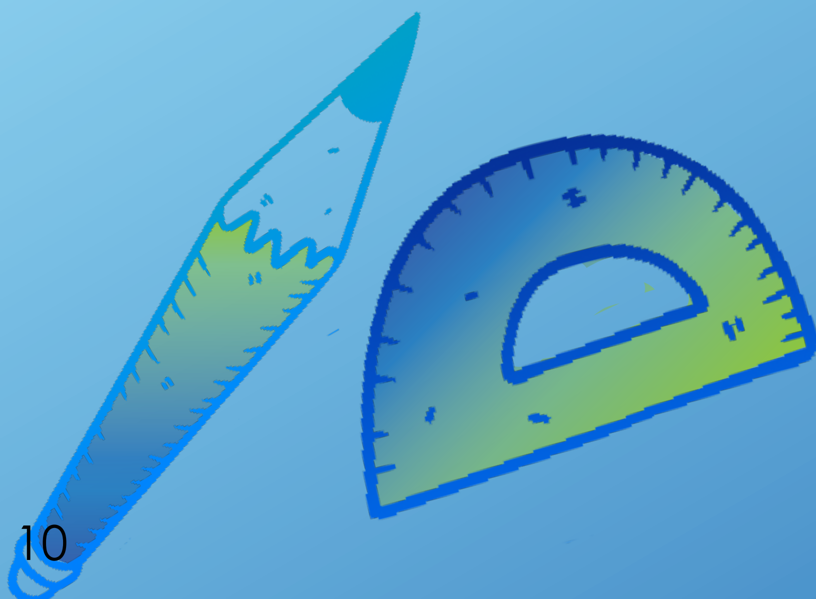
執委會

常任主席	杜家慶校長	佛教榮茵學校
常任副主席	劉明基校監	香港幼兒教育及服務聯會
	莊聖謙校長	佛教慈敬學校
常任委員	謝家安博士	教育局資優教育組

香港數理教育學會工作小組

何美芬女士	阮華剛先生	徐崑玉老師
彭志泉先生	馮德華老師	黃志堅先生
鄭永權老師	鄺偉良先生	

（排名以姓名筆劃序）



4. 執委會主席的話

香港中、小學數學創意解難比賽執委會常任主席
杜家慶校長

由教育局資優教育組、香港教育工作者聯會合辦，香港資助小學校長會協辦，香港數理教育學會承辦的「香港中、小學數學創意解難比賽」已踏入第九屆。近年來資優教育在香港受到各界關注，有見及此，本人十年前便與資優教育組總課程發展主任陳沛田先生商議舉辦「香港小學數學創意解難比賽」，希望通過是次比賽培育學生運用數學及創意來解決問題。同時，也提升他們深層思考及高層次思考能力。藉此比賽讓更多學生得以發展潛能。喜見這比賽由小學發展至初中階段。

每屆報名的學校數目也不斷增加，「第九屆小學數學創意解難比賽」及「第五屆中學數學創意解難比賽」參與的學校已分別增加至一百五十四間及一百五十間。從每年的比賽亦看到參賽學生的分析、批判及推理論證能力也在不斷提升。另外，能夠進入小學決賽的隊伍同時也會與鄰近地區(包括：珠海、澳門等地)的學生作交流切磋。

展望未來發展：

縱向：來年於已開展的初中比賽基礎上持續發展。希望這類比賽能為中學生提供多元化的學習機會，如小組協作、運用創意解難技巧，希望能加入鄰近地區的學生交流切磋。

橫向：希望未來能增加賽區的數目，並繼續以香港特區為本，華語地區如台灣、新加坡及中國不同省市如廣東省亦能參與邀請交流賽，令更多地區的學生能參加這極具香港特色的比賽。

最後，本人衷心感謝資優教育組同工的支持、大專院校的學者、「香港中、小學數學創意解難比賽」之顧問團成員及教師出任評判，「香港中、小學數學創意解難比賽」執委會組內各同工之鼎力相助，令比賽得以順利進行。

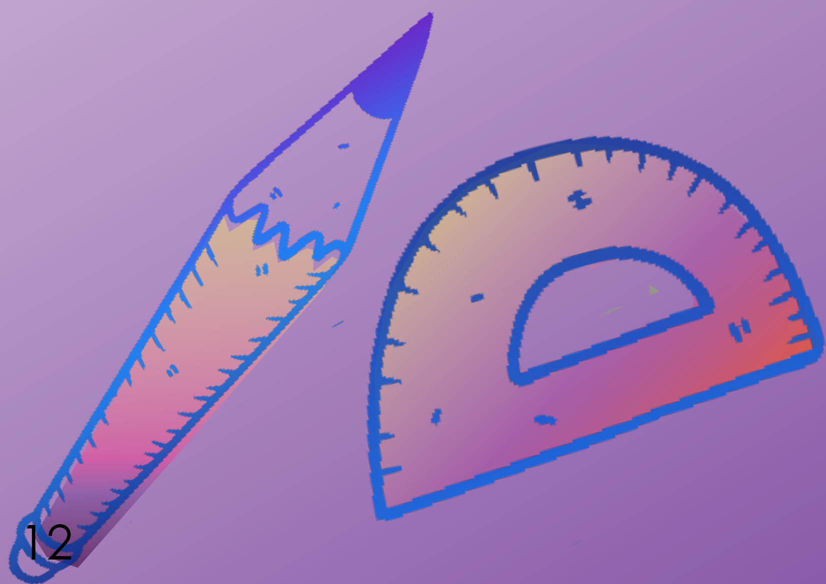
5. 評判團代表的話

香港聖公會何明華會督中學
金偉明老師

今次已是第四次參與「香港數學創意解難比賽」，學生的表現確實令我一次又一次驚訝。創意解難比賽與傳統數學比賽不同，除著重「創意」與「解難」外，亦需參賽者有良好的團隊合作精神及表達能力。雖然舉辦這類比賽較一般數學比賽要花更多人力、物力，但它極具參考價值，能讓教師體會如何啟迪學生的批判性思維及解難能力。

創意解難比賽以隊制形式進行，各隊需在有限的時間內完成所有問題，換言之各參賽者既要有個人魄力，亦需發揮團隊合作精神，妥善分工，取長補短，盡力發揮小組的最大效能。在討論過程中，隊員之間難免出現爭拗，唯有通過思考、表達、溝通、體諒及互讓，彼此才能達成共識。這些思考模式、表達與溝通技巧，以及協作經驗，對現今的學生甚為重要。當他們掌握這些技巧後，自能面對日後不同困難與挑戰。

作為評判，十分欣賞參賽者擁有廣博的數學知識、掌握深奧定理，但比賽的設計尤其著重創意及理解，所以參賽者若能運用基礎的數學概念解決比賽問題，所獲的分數將更高，此乃箇中秘訣啊！



6 第九屆香港小學數學創意解難比賽資料匯編

6.1

6.1比賽簡介

「第九屆香港小學數學創意解難比賽」是由香港教育工作者聯會及教育局課程發展處資優教育組聯合舉辦，香港資助小學校長會協辦，香港數理教育學會承辦。本屆比賽共有一百五十四間小學，合共六百一十二位本港學生參加。經過初賽的篩選後，有五隊能進入準決賽，經準決賽後評判選出三隊連同兩隊邀請隊進入決賽，爭奪冠、亞、季及殿軍。

本比賽特別著重學生在批判思考、創意思維和溝通技巧這三方面的訓練。活動目的是讓學校發掘更多數學資優的學生，並給他們發揮數學創意解難和互相合作的機會。

6.2 比賽形式

本比賽包括初賽、準決賽、決賽暨邀請賽三部分：

（I）初賽－筆試

日期：2013年1月12日

形式：參賽隊伍以小組形式共同在50分鐘內完成14題數學思考題。題目設計著重考核學生的應變和高層次思維能力，期望學生能運用已有知識解決難題。

（II）準決賽－解難實驗

日期：2013年3月16日

形式：於初賽成績最優異的五隊可進入準決賽。進入準決賽的隊伍以小組先進行45分鐘的解難實驗，然後以口頭匯報形式，解釋所採用的解難策略和總結，然後有15分鐘接受及回答評審團的提問。

（III）決賽暨粵港澳交流邀請賽－數學辯論

日期：2013年4月27日

形式：進入決賽的三隊本港隊伍與兩隊分別來自內地和澳門的隊伍一同作賽。每隊以小組形式按題目的要求，在35分鐘內設計一個解難策略，然後在5分鐘內向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍之後會接受評審團和其他參賽隊伍10分鐘的提問，並即席進行數學辯論，競逐冠、亞、季和殿軍各獎項。

6.3 比賽獎項

頒獎禮日期：2013年6月8日

（I）初賽獎項：

- 金獎(十七名)，銀獎(三十三名) ，銅獎(五十名) ，各得獎學生可獲獎狀乙張。

（II）準決賽獎項：

- 優異獎隊伍（二名），各得獎隊伍可獲獎座乙座；
- 各得獎學生可獲獎狀乙張；
- 各指導教師可獲獎狀乙張。

（III）決賽暨邀請賽獎項：

- 冠軍隊伍可獲獎座乙座及價值港幣一千二百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 亞軍隊伍可獲獎座乙座及價值港幣八百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 季軍隊伍可獲獎座乙座及價值港幣四百元書券；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 殿軍隊伍(二名)，可獲獎座乙座；各得獎學生可獲獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。

6.4

6.4 得獎名單

「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
準決賽、決賽暨邀請賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學	指導教師
冠軍	基督教粉嶺神召會小學	何瑞麒 劉思穎 石嘉傑 羅鋭澎	李曉君老師 廖詠雯老師
亞軍	拔萃男書院附屬小學	周伯儒 李炯熙 莊思博 蘇嘉朗	郭耀武老師 劉耀文老師
季軍	香港培正小學	張沛笙 莊子穎 談知衡 周力行	鄺藹文老師 潘珍儀老師
殿軍 (排名以學校編號序)	珠海容闳学校	李隽 廖蔚萁 孔君晟 何雨鸿	童娟凤老师 范建军老师
	澳門濠江中學附屬小學	袁浩軒 容逸朗 李俊傑 李楚茵	黃雙願老師 劉明藝老師
優異獎 (排名以學校編號序)	中華基督教會基法小學(油塘)	嚴正為 陳諾希 張恆翊 梁國耀	陳思銘老師 馬錦莉老師
	天水圍天主教小學	張綮希 朱家桓 葉家樂 林羡雅	麥家傑老師 鍾玉桃老師

初賽金獎得獎名單
（排名依學校筆劃序）

學校名稱	得獎同學	指導教師
九龍塘學校（小學部）	陳俊彥 鄧羨蕎 黃凱琳 蕭浚洛	鄭小晃老師
中華基督教會基法小學(油塘)	嚴正為 陳諾希 張恆翊 梁國耀	陳思銘老師 馬錦莉老師
天水圍天主教小學	張綮希 朱家桓 葉家樂 林羨雅	麥家傑老師 鍾玉桃老師
天主教石鐘山紀念小學	盧子裕 古諾荻 葉啟正 戴昊翹	周淑雯老師 蔡偉傑老師
北角官立小學	鍾鎮宇 高捷 吳泓棋 林浚晞	李敏怡老師
拔萃男書院附屬小學	周伯儒 李炯熙 莊思博 蘇嘉朗	郭耀武老師 劉耀文老師
油蔴地天主教小學(海泓道)	陳星宇 李俊賢 孔邻潮 甘尚明	劉若彬老師 董美寶老師
保良局黃永樹小學	黎沛怡 林柏朗 俞建華 謝灝麟	蘇超明老師 楊菁老師
香港培正小學	張沛笙 莊子穎 談知衡 周力行	鄺藹文老師 潘珍儀老師
高主教書院小學部	陳建元 趙梓諾 陳啟韜 陳卓兵	胡祖威老師
基督教粉嶺神召會小學	何瑞麒 劉思穎 石嘉傑 羅銳澎	李曉君老師 廖詠雯老師
聖公會主愛小學(梨木樹)	袁澤邦 梁穎晴 關潤琳 羅嘉豪	袁明茵老師 洪家寶老師
聖公會李兆強小學	曾憲濤 陳嘉文 呂璟謙 劉汶楷	梁嘉恩老師 蘇婉慧老師
聖公會嘉福榮真小學	李浩勤 鍾堡竣 吳曉峻 潘嘉良	張振老師 謝松新老師
聖保羅男女中學附屬小學	葉俊希 林綽宏 盧雋元 袁笑天	關廸琪老師 陳詩韻老師
聖若瑟小學	劉昀翱 謝卓汎 區柏謙 李籽朗	曾詠鈴老師 吳碧慧老師
路德會梁鉅鏐小學	羅博恩 陳俊航 張力泓 吳嘉喻	譚永成老師 王彩鳳老師

初賽銀獎得獎名單
（排名依學校筆劃序）

學校名稱	得獎同學	指導教師
上水惠州公立學校	陳偉聰 何諾迪 梁成昌 馬俊棋	何子傑老師 馮桂娟老師
大角嘴天主教小學(海帆道)	許瀚森 張軒齊 林桂樑 曾紹康	陸嘉明老師 吳少卿老師
大埔循道衛理小學	陳文杰 黃民耀 管俊博 唐偉進	梁福禧老師
中華基督教會基灣小學(愛蝶灣)	謝承希 鄧殷澄 陳可一 周栢瑤	郭宇田老師 陳敏珊老師
五邑鄒振猷學校	關志聰 沈弘熙 李沃霖 羅海宏	唐永康老師
天佑小學	簡鏡添 陳開鴻 董家傑 柳澤殊	曾芷寧老師 吳瑞容老師
屯門官立小學	蘇立 黃浩偕 馬昊騁 杜紫詠	曾瑩老師
北角官立小學(雲景道)	陳昱廷 周世鈞 蔡焯禧 王芷穎	陳薇莎老師 鍾瑞瑛老師
弘立書院	羅樂熙 劉卓恆 董晉瑜 賴以朗	王雅娟老師
石籬天主教小學	袁浩翔 李曉輝 廖杰智 何思華	梁鳳玲老師
沙田官立小學	陳希言 陳梓峰 葉立勤 黎日朗	梁小雯老師 麥潔玲老師
保良局何壽南小學	林泓熹 甄巧盈 梁晉愷 陳梓燊	袁綺華老師 呂保剛老師
宣道會陳元喜小學	陳樂獻 湯嘉俊 岑澤明 林晞揚	吳麗芹老師 蘇志偉老師
胡素貞博士紀念學校	蘇永亨 鄭文祺 陳偉智 吳昱羲	陳韻芝老師 黃浩民老師
香港浸會大學附屬學校王錦輝中小學	張晉熙 李苑姍 余欣衡 何子駿	林茂森老師
香港真光中學小學部	曹鈺民 陳彥君 何霆謙 梁蔚晴	鄭一麗老師
海壩街官立小學	陳樂瑤 周景毅 邵俊熹 宋嘉誠	施懿德老師 黃慧珠老師
梨木樹天主教小學	張家輝 莫劍東 黃泳欣 李桂棠	劉偉其老師 楊金鳳老師

學校名稱	得獎同學	指導教師
港大同學會小學	林樂言 張為勤 李思恒 唐海瑜	宋寶華老師 謝美寶老師
華德學校	田根繩 尹浩男 黃昊龍 李澤仁	梁國強老師 葉楚燕老師
順德聯誼總會何日東小學	李旻諾 梁煒楓 李卓謙 黃諾謙	嚴莉青老師 張美儀老師
薔色園主辦可立小學	朱芳誼 黎曉陽 徐嘉俊 黃進彥	陳曉華老師 許于翔老師
聖公會仁立小學	林碩風 潘天佑 吳金灝 劉棨焯	王文達老師
聖公會德田李兆強小學	關詠潼 李廸朗 彭梓菁 關卓然	吳嘉雯老師
聖方濟各英文小學	戴崇哲 孔泓傑 蔡沛霖 鄭卓言	李光明老師 張健杏老師
聖方濟愛德小學	趙海杰 黃家俊 任明浩 王俊凱	譚紫欣老師
聖母無玷聖心學校	莫君霖 温浩霖 聶業詳 阮浠舜	羅振光老師 郭昌寧老師
聖安當小學	蔡仁澤 林宗翰 曾梓軒 袁綽匡	陳婉芝老師 楊翰文老師
路德會聖馬太學校(秀茂坪)	趙展宏 李豪新 李浩霖 梁駿傑	羅永雄老師 周小玲老師
農圃道官立小學	陳學賢 林津 關卓智 林澤	張淑儀老師 彭奮強老師
滬江小學	蔡智弘 葉鍶泳 胡海量 雲俊傑	馮慧玲老師 魏美琪老師
德信學校	馬鴻捷 李淳希 連海良 黎行健	梁兆倫老師 洪惠聰老師
播道書院	梁彧韜 馬瀚徽 蕭正康 盧以樂	李伯奇老師 洪聲輝老師

6.4

初賽銅獎得獎名單
(排名依學校筆劃序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
九龍塘官立小學	姚嘉雋 李日朗 黃尉駿 覃業晉	王偉傑老師 陳照森老師
中華傳道會許大同學校	何政燊 林紹泓 陳健昊 鄧錦	黃麗途老師 陳啓平老師
天主教伍華小學	鍾凱文 陳烱鴻 顏志豪 林澤鋒	卓鳳顏老師
天主教博智小學	梁健東 鄭婷婷 羅昭蓉 李樂兒	黃寶儀老師
天主教聖安德肋小學	王梓峰 王家麒 馬君卓 王浩庭	邱寶祺老師 丘敏芝老師
天神嘉諾撒學校	招曉潼 柯兆如 林卓妍 林泳希	吳銀英老師 聶淑芬老師
北角循道學校	梁栢豪 黎君怡 周奕彤 曾博庸	阮麗琴老師 戴桂芳老師
民生書院小學	林傲喆 陳鋯澄 袁顥焜 張曉彤	郭彩霞老師
伊利沙伯中學舊生會小學分校	何昆晉 蕭凱童 蔡天朗 蘇家俊	岑麗貞老師 葉達昌老師
光明學校	唐芷荊 伍浩澄 楊悦生 蔡子裕	陳曉昕老師 邢毅老師
佐敦谷聖若瑟天主教小學	蔡梓軒 馬浩程 黃曉彤 梁嘉恩	司徒一諾老師
佛教榮茵學校	何曉桐 胡期翔 葉鎮匡 歐陽沛言	陳威儀老師
和富慈善基金李宗德小學	陳意婷 蔡卓霖 王安邦 盧震剛	林沛錞老師 莫維明老師
拔萃女小學	張諾兒 陳依靜 陳孜 莫穎琛	S. Ng C. Liu
東莞同鄉會方樹泉學校	李偉業 許志軒 陳柏康 陳志煒	蘇雨老師 高家賢老師
保良局王賜豪(田心谷)小學	余曉逸 麥潤棠 江蘇 董趙蕾	李嘉茵老師 徐美嫻老師
保良局志豪小學	嚴國良 劉雨昊 霍鋕峰 黃焯琪	周雪琴老師
保良局陸慶濤小學	盧德仁 李霆謙 李皓然 余文軒	金子亨老師

學校名稱	指導教師	指導教師
迦密梁省德學校	冼士成 英子山 鄧家樂	周妹老師 吳潔霞老師
香港中國婦女會丘佐榮學校	鍾皓文 余卓澧 羅琬詠 余雯萱	何健華老師 黃美琼老師
香港教育學院賽馬會小學	李嘉駿 陳崇傑 馬昊天 陳悦壹	潘思敏老師 黎月華老師
香港華人基督教聯會真道書院	周進 趙宏諾 湯知行 譚蓊迅	雷子亮老師 許翊甯老師
香港學生輔助會小學	陳世杰 黃凱欣 楊柏榮 吳嘉殷	梁寶珊老師
孫方中小學	張榮軒 蘇浩謙 馮皓謙 羅永然	劉其英老師 戴石娟老師
荔枝角天主教小學	岑彥霖 黃沛林 歐柏林 蔡盈盈	李婉兒老師
馬頭涌官立小學(紅磡灣)	陳敖行 莊竣傑 吳朝暉 駱杰霖	崔月英老師 伍芷嬅老師
基督教宣道會徐澤林紀念學校	蔡旻真 沈庭晞 謝希霖 任啟樂	盧燕君老師 巫迪華老師
基督教香港信義會紅磡信義學校	洪瑞俊 欒豪 尹鈞渝	沈家輝老師
救世軍林拔中紀念學校	林藝聰 林樂 鄭曉嵐 符芷琳	曾素貞老師 袁慧敏老師
陳瑞祺（喇沙）小學	陳鎬廉 梁嘉朗 許柏榕 黃文軒	蕭淑雲老師 葉婉兒老師
博愛醫院歷屆總理聯誼會梁省德學校	勞惠敏 卓浚義 熊啟源 周詠梅	李小明老師 吳和來老師
順德聯誼總會伍冕端小學	李樂榆 洪莉 袁綺薇 謝思思	梁美琪老師
順德聯誼總會李金小學	張浩東 陳米高 吳卓謙 黃子麟	林君淇老師
愛秩序灣官立小學	范綉瑜 葉富鈞 馬浩僑 鄧懿罡	楊素萍老師 林凱珊老師
慈雲山天主教小學	鄺家弘 盧紫希 容頌言 顏文逴	蔡雪瑩老師 馬佩賢老師
聖公會仁立紀念小學	陳弘軒 李澤超 盧永盈 張家衡	李子豐老師 黃子富老師
聖公會田灣始南小學	陳錕雒 江德信 劉昊豐 李德軒	周珮雯老師 龍周均老師

6.4

學校名稱	指導教師	指導教師
聖公會青衣主恩小學	洪振凱 高湛銘 周晉光 鍾鎔駿	徐麗珍老師 蘇志偉老師
聖公會柴灣聖米迦勒小學	黃諾恒 郭浚揚 劉澄皿 劉宏達	陳乃綱老師 孔慧怡老師
聖公會馬鞍山主風小學	黃旻迪 陳諾弘 楊子謙 葉植謙	勞潔霖老師 陳永佳老師
聖公會基恩小學	周睿康 麥子希 孔慶峯 袁元	朱碧慧老師
聖公會聖紀文小學	陳泰名 黃崇謙 關傑 陳榮恩	黃嘉亮老師 黃匡瑩老師
聖類斯中學（小學部）	歐陽耀彬 李文匯 王皓文 詹文希	張清鑾老師
嘉諾撒小學	蔡力行 吳柏軒 高梓銘 鄧翠盈	岑詩燕老師 張永雄老師
嘉諾撒聖心學校	陳卓希 梁曉晴 梁蘊韻 李芷澄	石嘉穎老師
瑪利曼小學	陳映熹 許昕喬 吳靄琳 盧芷堯	林誠東老師 王文杰老師
鳳溪廖潤琛紀念學校	姚宇航 翁嘉穎 高康博 曾永熙	鄧佩玉老師 何妙珍老師
德望小學暨幼稚園	朱嘉穎 馮卓之 何昕穎 蔡鎧而	吳婉兒老師 黃思佳老師
嶺南大學香港同學會小學	黎頌曦 馮洛軒 葉俊霆 劉曉靈	李珊珊老師 馬家榮老師
觀塘官立小學(秀明道)	黃曉行 周泳琳 傅俊傑 姜富文	譚燁老師 劉錦達老師

6.5 指導教師及學生撰文

中華基督教會基法小學(油塘)

數學科科主任 陳思銘老師

隨著時代的發展，教學的模式已不再局限於傳統的知識傳遞。為了啟發學生的創意思維， 學習的重心已轉移以「學生」自我發現為主。本人有幸參與帶領學生參加「第九屆香港小學數學創意解難比賽」，從中讓我們體會到學生自主學習的重要性，學生的創意思維亦令我們大開眼界。他們可以合理化地把一些天馬行空的概念串連起來，可想而知學生的潛能實在可以進一步發展，問題在於他們在日常生活中可有機會展示出來。這也令我反思現時的教學策略，若然能夠滲入更多靈活的學習元素於課堂之中，相信學生定能樂於學習且勇於發揮。

數學科副科主任 馬錦莉老師

這是我一次帶領學生參加「香港小學數學創意解難比賽」，我和學生都經歷著不同的考驗，令我們得到很寶貴的經驗和體驗。

在整整一個學期的指導過程中，同學們雖然遇到不同的難題和考驗，但是他們仍然很有耐性地進行解難活動，各人分工合作、共同商討、反思和修正，充份表現出我校的團隊合作精神。在這短短的半年時間裏，他們學會了冷靜分析、大膽嘗試假設，繼而按照定下的計劃進行解難。這雖然看似是微不足道的事情，但正是他們成長的小證據。

　　當我和學生接獲通知得悉我校進入五強成績時，我們都懷著戰戰兢兢的心情去迎接這場準決賽。比賽當天，學生們不但要即場解答數學難題，更要回答評判的即時提問，對於小學生來說，難道確實相當高。比賽進行期間，我眼見同學們遇到棘手的問題，他們都沒有放棄，過程中看到他們的變通力，以及那勇於嘗試的解難精神。當我回想他們在學期初的模樣，再看看他們現在對答如流、懂得竭盡全力解答評判的問題，他們無論在解難能力、或是在解難的態度上都進步了不少，這實在令我欣賞不已。

　　四位同學來年將會進入中學階段，我期望他們會把這次比賽的回憶和學會的東西銘記在心，並能在將來的學習上運用出來。我們來年一定會再次參賽，希望能夠以最佳的狀態再創高峰！同學們！繼續努力吧！

學生　張恆翊

在第九屆香港小學數學創意解難比賽中，我們解答有關密鋪圖形的題目。對我們來説，這道題目比較陌生，但我們仍然嘗試解答，在比賽快要完結前，我們才完成所有問題。我認為不論是否得獎，能夠代表學校參賽，已是我的光榮。

學生　梁國耀

我在這次香港小學數學創意解難比賽中獲益良多，雖然比賽的題目有點困難，但我和同學也鍥而不捨地努力作答。我記得有一道題目是要我們利用兩種圖形拼成密鋪圖形，我們不斷嘗試，拼了各種各樣的圖形，我們還多次檢視拼出來的圖形呢！這次比賽令我大開眼界，我希望下次比賽時，我們能「愈戰愈勇」！

學生　嚴正為

在第九屆香港小學數學創意解難比賽中，我們要解答密鋪圖形的題目，起初，我們嘗試了很多次卻不成功。最後，我們經過一番努力、嘗試，然後共同討論後終於有了結果。雖然這次我們未能進入決賽，但我們的友誼長存，希望升中學後，我們仍能一起參與這個比賽。

6.5

學生　陳諾希

這次比賽令我獲益良多，除了令我知道正多邊形內角的數值之和及其關係外，還讓我加深對密鋪圖形及多元正規密鋪的認識，更可貴的是，我和老師和隊友的感情也增進了不少。雖然我們不能繼續晉級，但我很希望升上中學後，能夠再次參與這個比賽。

香港培正小學

鄺藹文老師、潘珍儀老師

我們能帶領4名學生參加香港小學創意解難比賽是一個難忘的經歷。同學們參加這個比賽算是「過五關，斬六將」，首先他們必須從154間學校突圍而出，成為初賽成績最好的5間學校，才可獲得晉級準決賽的資格。學生須在準決賽完成一道解難實驗題目，可讓他們從多角度思考平時課堂較少接觸及高層次的題目，透過協作，他們學會思考及取捨不同的解難策略。最後，僥倖地本校再可晉級參加數學辯論比賽，題目取材自高中化學科課題，我們十分欣賞同學們對於評判步步進迫的提問，仍處變不驚地面對，沒有絲毫畏懼。他們與實力旗鼓相當的友隊學生交流及針鋒相對，總算上了寶貴的一課。

6.5

6.5

學生 談知衡

在這次比賽中，我學會了不少知識，例如和隊員合作，一起想出一些解決問題的方法。另外，我也明白了計算不同結構的緊密程度。

學生 周力行

經過這次比賽，我感到很開心，因為我可以做很多有趣的數學題，可以好好鍛鍊的的頭腦。此外，這次比賽亦增進了我和隊友的感情，真是一舉兩得。

學生 莊子穎

這個比賽令我獲益良多，並且學會了很多有關數學的知識，例如怎樣計算密度和機會率，還有團隊合作的重要性。我覺得這個比賽最難的不是計算，而是匯報，因為匯報時心情會很緊張，很容易答錯。

學生 張沛筀

在這次的比賽中，我們體會到團體合作的重要。雖然我們不能完成所有題目，又不能答對所有已完成的題目，但可以增加經驗及增強解題的能力。要不是我們分工輪流匯報，恐怕也不能獲獎。我很開心和滿足，因為可以讓我下次比賽更努力。期望可以參加下屆比賽！

Diocesan Boys' School Primary Division
Mr. Kwok Yiu Mo, Mr. Lau Yiu Man
Chow Bak Yue, Jon Sze Pok, Li Kwing Hei, So Ka Long

In the competition we encountered many hard, challenging questions. We worked together to analyze and to tackle them with our limited mathematical knowledge. The factors for successfully solving the questions were team members' understanding, cooperation and perseverance. The debating session in the finals was especially exciting. We presented our solutions and were challenged by other competing teams and adjudicators. This strengthened our critical thinking, computation and debating skills. The time constraint in answering the questions trained us effective time management. The competition required us not only to find the answers, but also showing all the steps working out the solution. It emphasized on the process in understanding the problem and solving it logically, rather than just getting the right answer. We made decisions selecting questions to get more marks strategically. The competition was not just about knowledge and facts, but cooperation, teamwork, planning ahead, and skills in solving problems. We have learnt many topics and concepts in mathematics and economics. We developed our interests in stocks, tessellation and geometry. We wish to thank my teachers and the organizer at Education Bureau.

DBSPD is very honoured to have the opportunity to participate. Students worked as a team to tackle the problems through discussions and collaboration. They brainstormed, interacted with each other, listened to other's opinions and reached consensus. The boys applied their mathematical knowledge and skills creatively to solve the problems. Through sharing their ideas they explored ways of attacking the problem. They worked to find plausible solutions through critical thinking and deductive analysis. It offered them experiences of applying mathematics to solve practical situations in daily life. In the end students could appreciate the rigorous procedures of scientific research and the strict discipline of mathematics. This helped them build up lifelong aspirations in further studies in mathematics.

珠海容閎學校

范建军老師

比赛前，我们在学校里进行了初选，小学高段的同学大部分都积极参与了选拔赛，最终选出了12个学生参与了赛前培训，最后又在12名同学里选出了4名去参赛。特别令我感动的是604班的方瑞杰同学，当得知参赛的同学里没有他时，他伤心了几天几夜，睡觉都想着这件事，即使如此，他仍抱以最大的热情参加培训，全程陪同选手到香港比赛。学生们对本次比赛的参与热情之高是最让我感动的，因此，希望来年仍然有这样的比赛机会。

童娟凤老師

我校已经连续两次参加了这个比赛。去年第一次参赛时，因为语言问题，导致学生的参与度不够。今年再一次参加比赛，选出的四个学生都能听懂广东话，因此学生的参与度高了很多，这一点，让我觉得比较欣慰。
虽然学生的表现总体让我比较满意，但和香港学生比较，还是有较大的差距。因此，我们准备在学校选修课程中，增设《数学创意解难选修班》，希望能发掘出更多数学资优的学生，为来年的参赛做好充分的准备。
感谢刘明基校长的“牵线搭桥”！感谢王金汉先生的细致沟通！真诚希望明年还能再一次的参与比赛！

学生 李隽

能参加这次比赛，我觉得特别开心。在评委提问的环节中，我还回答出了老师的问题，比赛结束后，童老师也特别表扬了我。我现在读五年级，如果明年我还可以再参加一次那就更好了！

学生 何雨鸿

这次去香港比赛，我不仅收获了知识，还收获了快乐。比赛的过程中，我很紧张，但通过伙伴们的团结努力，做出了一道又一道的题，紧张也就不复而去，换来的就是快乐了！

学生 孔君晟

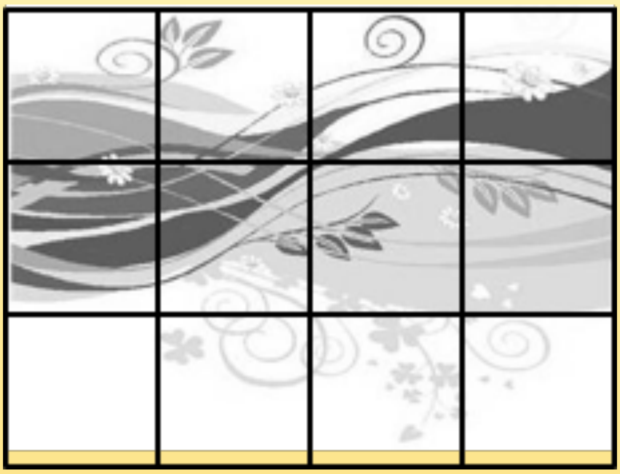
这次我能去香港参加比赛，感到非常的荣幸。同学们也很羡慕我能有这样的机会。虽然我们这次的成绩不是很好，不过，我希望下次我们的成绩会更好。

学生 廖蔚淇

总结这次比赛，我觉得我们有两点不足：一、解题能力不够。这次比赛共五大题，我们只完全做对了一题，所以，我们还需要提高解题能力。二、语音表达不清晰。因为写完了题目还要进行现场辩论，而我们习惯用普通话，都不知道怎么用广东话去讲，所以，语音组织能力也要提高。但总体来说，我们还是不错的。我能参加这次比赛，也是我的一个美好的回忆

「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）

1.
圖中所見圖畫由格線分成小方格。
現要將圖畫沿格線分割成兩塊，其中一塊由三個小方格組成。



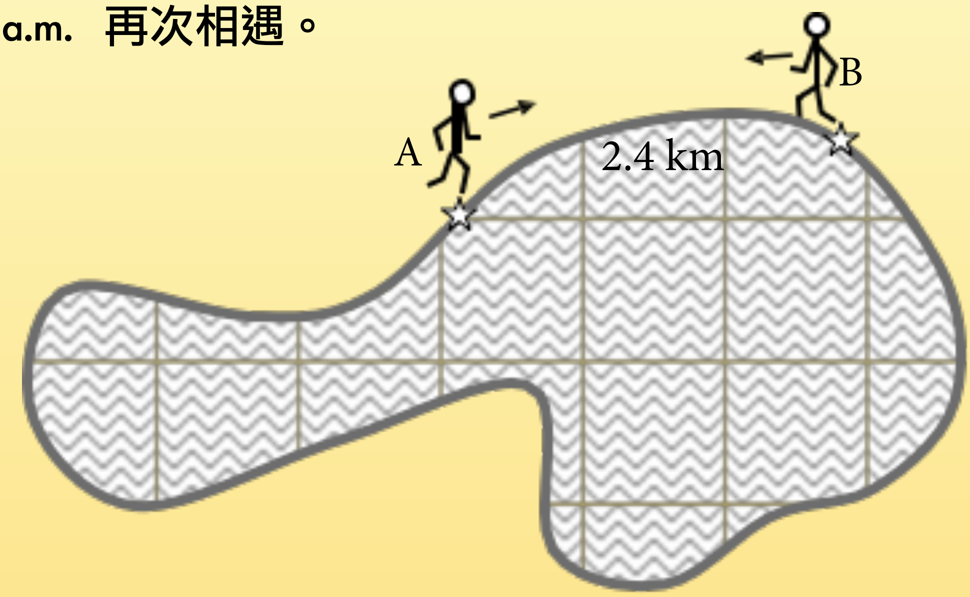
共有多少種方法將圖畫分割？

(2 分)

答：共有 ____ 種不同方法將圖畫分割。

2.

志文及敏兒都喜歡在一條環湖的緩跑徑上緩跑。如圖中所示，A、B 為緩跑徑上兩個相距 2.4 km 的景點。某早上 7:30 a.m.，志文從 A 點出發而敏兒從 B 點出發， 他們向彼此方向跑去並於 7:38 a.m. 相遇。其後，他們又繼續沿各自方向跑去，並於 7:55 a.m. 再次相遇。



a. 該早上，志文和敏兒保持各自的均速及方向跑步，直至他們第三次相遇便停下來休息聊天。
他們在甚麼時候第三次相遇？

b. 該緩跑徑全長為多少？

(2 分)

答：a. 兩人於 ____ : ____第三次相遇。
b. 緩跑徑全長 ____ km。

3.

求$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}+\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{6}+\frac{5}{6}+\ldots+\frac{18}{20}+\frac{19}{20}$

(2 分)

答：$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}+\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{6}+\frac{5}{6}+\ldots+\frac{18}{20}+\frac{19}{20}$

=

4.

圖(1)展示了兩個 △ABC，其中一個是將原本的三角形翻轉後再旋轉一個直角。
其中∠ B 為直角，AB = 4 cm，BC = 6 cm。

現將兩個 △ABC 如圖(2)般重疊使兩個直角 B 完全相疊。

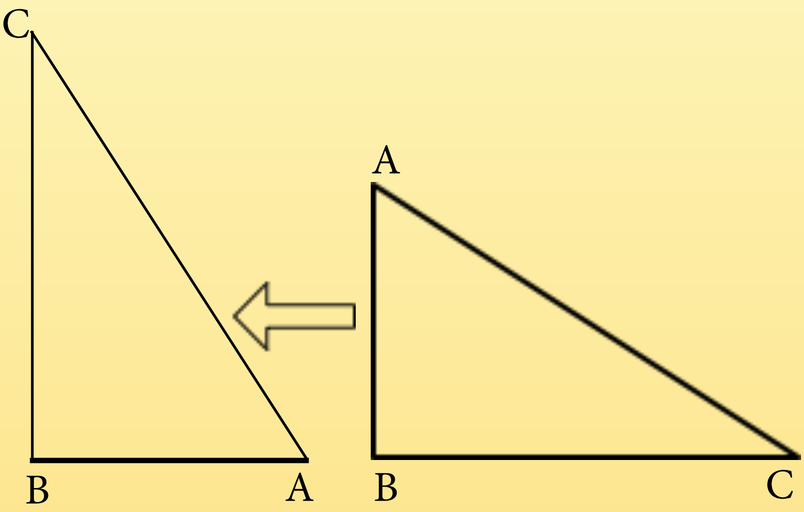


圖 (1)

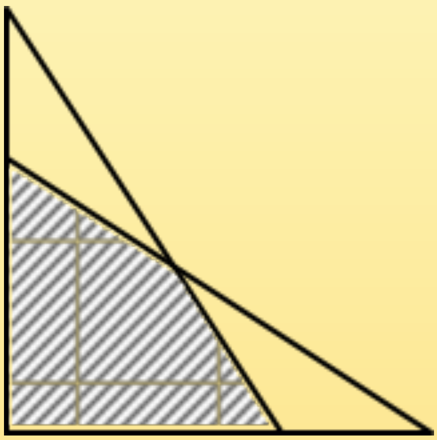


圖 (2)

求兩個三角形重疊部分(即圖 2 的陰影部分)的面積。

(2 分)

答： 重疊部分的面積是 ____ cm^2。

5.

小甘從來不善於分數的運算。有一天老師在黑板上寫了一個分數，要求他將這分數化成一個小數，至少要算至 5 個小數位。小甘直至下課還只是算至 0.30....便 交給老師。老師說:「最前的兩個小數位都算對了，回家繼續努力完成吧。」並 把小甘的算草紙收下了。
小甘回家後只記得該分數的分母是 2013，卻忘記了分子的數值。

只憑以上的描述，老師寫出那個數的分子有多少個可能的數值?

(2 分)

答： 那分子有 ____ 個可能的數值。

6.

以下算式中，「A」、「B」、「C」、「D」每個均代表由 0 至 9 的一個<u>不同的</u>數字。

$$\begin{array}{ccccc} & & & B & D \\ & & B & D & C \\ + & B & D & B & C \\ \hline & A & B & C & D \end{array}$$

試找出「A」、「B」、「C」、「D」所代表的數字。

(3 分)

答： A 代表 ____ ， B 代表 ____ ，C 代表 ____ ， D 代表 ____ 。

7.

小敏剛巧有大量的火柴，便以火柴拼出數字。她以圖 1 的方法拼成數字 0 - 9。

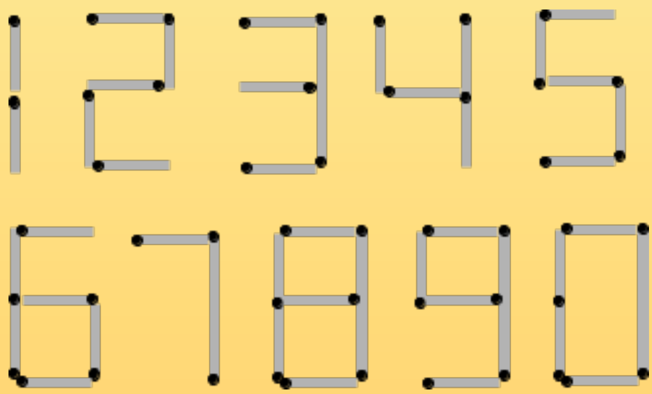


圖 (1)

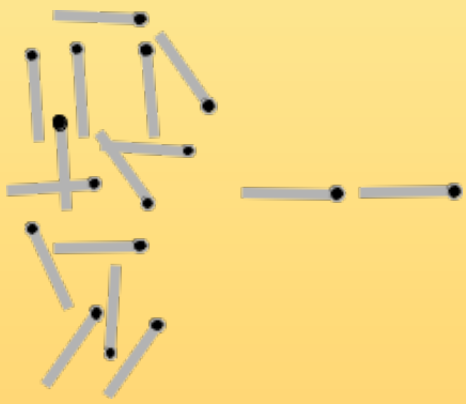


圖 (2)

a. 小珊向小敏取得 17 根火柴。若她以同樣的拼字方法要拼出一個四位數字，這 四位數字最大的數值是多少？

b. 小文也取了 17 根火柴以同樣方法拼數字。他以兩根火柴拼出分線 (如圖 2)， 再以<u>餘下的</u>所有火柴拼出兩位數的分子和分母。小文要拼出一個分數使得這 分數與 1 的相差最小。他要拼出的這分數是甚麼？

(3 分)

答：a. 小珊可拼出的最大的四位數字是 _____ 。

b. 小文要拼出那個分數是 _____ 。

8.

將數字 1, 2, 3, 4, … 如下圖依次從上而下、從左而右列出，每一列比上列多兩
個數字。數字所在位置可以「列」和「行」作表示。 例如：數字 18 位於第 5 列、第 2 行。

1								
2	3	4						
5	6	7	8	9				
10	11	12	13	14	15	16		
17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	……						

……………………………………………………

若繼續以此規律將數字排列，2013 這數字位於第幾列和第幾行？

(3 分)

答：2013 位於第 _____ 列、第 ____ 行。

9.

有總數為 2013 塊的糖果，這些糖果會全數以 15 粒裝或 9 粒裝的盒子包裝。用以包裝的糖果盒都必需裝滿。

a. 若要以盒數最少的方法將所有糖果包裝，需用上多少個盒子?

b. 若不限制所用兩種盒子的數量，只須將所有 2013 塊糖果都包裝，共有多少個 方法?

(3 分)

答：a. 最少要用 _____ 個盒子。

b. 共有 _____ 個方法包裝所有糖果。

10.

浩文有許多邊長 1 cm 的立方體積木(圖 1)，他喜歡以 4 塊立方體積木拼成一個立體圖形，並稱這圖形為「酷立體」，他規定拼合時兩個相連的立方體必在一個 面完全重合(圖 2)。

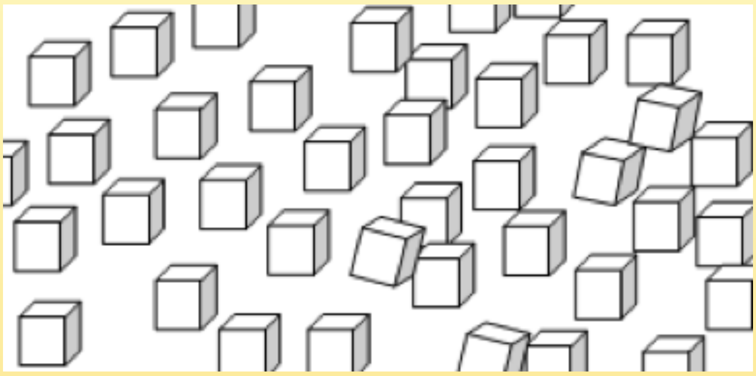


圖 (1)

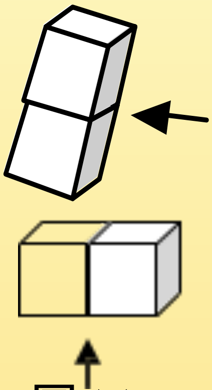


圖 (2)

a. 這些「酷立體」可以有多少個不同的形狀？

b. 這些不同形狀的「酷立體」中，總表面面積最大和最小分別是多少？

(3 分)

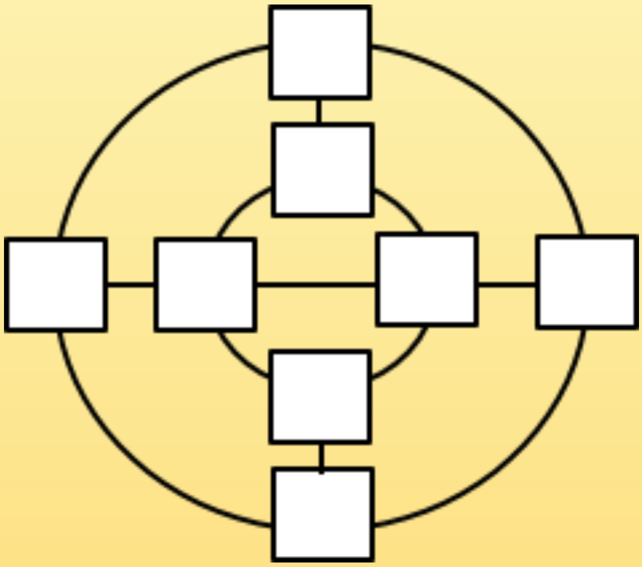
答：a. 共有 _____ 種不同的形狀。

b. 總表面面積最大是 _____ cm^2、最小是 _____ cm^2。

11.

圖中的圖像由 8 個方格組成，其中部分方格由線段相連。

將整數0至7寫進圖中的8個方格中，且
(1) 每個數只用一次；
(2) 若將任何兩個相連的方格內的數字相 加，其和必為質數。



註：
「質數」是一個大於 1 的整數，其因數只有兩個: 1和這數字本身。
例如：17是質數。
15的因數有4個: 1、3、5和15，因此15不是一個質數。

(3 分)

12.

在一個棋藝比賽中，有 A、B、C、 D 、E 共 5 人進入決賽。決賽形式如下：

(1) 5位決賽棋手中每一人均與其他決賽入圍者各對決一局；
(2) 在每場決賽局中，勝者得3分，負者得1分， 和局則各得 2分；
(3) 決賽的最後排名以棋手各場決賽局得分總和而定。

9.9

計算各場決賽得分後，A、B和C分別以總分得決賽的第一、第二和第三名。已知A、D 和E分別得總分12分、7分和4分。而B與C對賽時，B勝出。

a. B在決賽的總得分是多少？
b. 這比賽中有沒有和局?若有，列出是在那些棋手的對賽時出現和局。

(4 分)

答：a. B 的總得分為 _____ 。

b. 決賽有 _____ 次和局。(若沒有和局，請填上0)

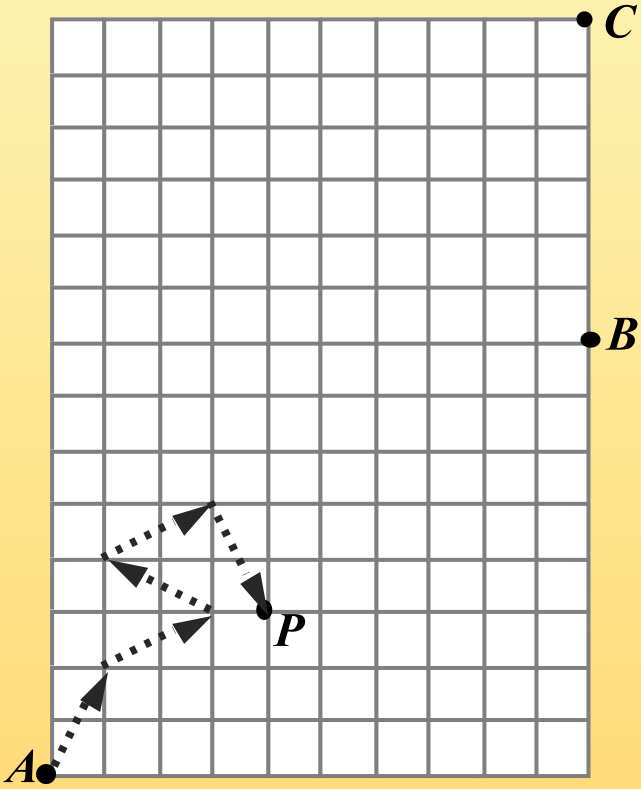
和局出現於 ____ 對 ____ 、____ 對 ____ 、____ 對 ____ 、____ 對 ____ 、____ 對 ____ 、____ 對 ____ 、的賽局中。

(無須填上的線請留空。)

13.

圖中有一個方格圖，包含10×14個小方格。
A和C分別是這方格圖的左下角和右上角的格點。B是C向下6單位的點。

方格中的任何一個格點可以循一個「日」字步構成的路徑到達另一個格點。一個「日」字步就是走一個2×1方格或1×2方格的對角線 ，如圖中所示為一個5步的路徑從A點到達P 點。



a. 在這方格圖中，以「日」字步從A點經B點到達C點，至少要走多少步？

b. 以(a)部所求得的最少步數由A點經 B 點到達 C 點，共有多少個不同的走法？

(4 分)

答：a.　至少要走 _____個「日」字步。

b.　共有 _____ 個不同的走法。

14.

a. 寫出2013的所有因數。

b. i. M是一個兩位數。M 和2013有4個公因數。
寫出M的所有可能數值。
(註：1是任何兩個整數的公因數。)

ii. N是一個三位數，它本身有6個因數(包括1和N)。
N和2013有4個公因數。N和M只有兩個公因數。
N的數值是甚麼？

(5 分)

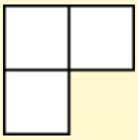
答：a. 2013的因數是1, ______________________________ 和2013。

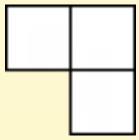
b. i. M可以是 _____________ 。 ii. N = _____________ 。

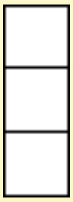
「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）
參考答案

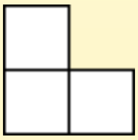
1. 分割出較小一塊的形狀和方法

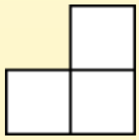

6種方法


5種方法


5種方法


2種方法


5種方法


5種方法

共有方法： $6 + 2 + 4 \times 5 = 28$

2. a. 7:38a.m. 至 7:55 a.m.: 兩人所跑距離的和是緩跑徑全程。
故兩人用17分鐘可合共跑完全程。
第二次和第三次相遇之間，兩人也是合共跑完全程。

第三次相遇時間為 7:55 a.m. 後 17 分鐘，即 8:12a.m.

b. 7:30a.m. - 7:38a.m.: 兩人所跑距離的和是 2.4 km。
8分鐘，兩人所跑距離的和是 2.4 km。
17分鐘，兩人合共跑完一圈，即 $2.4\text{ km} \times \frac{17}{8} = \underline{\underline{5.1\text{ km}}}$

3. 考慮同分母的分數相加，
例如 ： $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{4}{9}+\frac{5}{9}+\frac{6}{9}+\frac{7}{9}+\frac{8}{9}$

可見對稱首尾項相加為 1：故得 $4 \times 1 = 4$

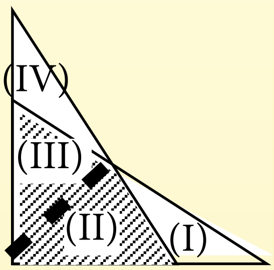
又例如: $\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\frac{4}{10}+\frac{5}{10}+\frac{6}{10}+\frac{7}{10}+\frac{8}{10}+\frac{9}{10}$
可見首尾項相加為 1，再加上中間一項：故得 $4 \times 1 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$

故得結果為 $\frac{1}{2}+1+1\frac{1}{2}+2+2\frac{1}{2}+3+3\frac{1}{3}+\cdots+9+9\frac{1}{2}$

$= 2 \times (1 + 2 + 3 + \ldots + 9) + 10 \times \frac{1}{2}$
$= \underline{\underline{95}}$

4. 將圖(2) 如下圖中分割成四個三角形:

考慮三角形 (I) 和三角形(II)有相同高，
它們的底分別為4 cm 和 2 cm，
因此三角形(II)的面積是三角形(I) 的面積的兩倍。



考慮對稱，可得三角形(II)和三角形(III)的面積相等。

$$\text{重疊部分面積} = \Delta ABC\text{面積} \times \frac{4}{5}$$
$$= \frac{6 \times 4}{2} \times \frac{4}{5}$$
$$= \underline{\underline{9.6\ \text{cm}^2}}$$

5. 考慮 $2013 \times 0.30 = 603.9$, $2013 \times 0.31 = 624.03$

得 $\frac{604}{2013} = 0.3000496$，$\frac{624}{2013} = 0.309985\ldots$ 又

$\frac{625}{2013} = 0.3104818\ldots$

分子可以是 604, 605, 606, ..., 624 中任何一個。

$\therefore$共有 $\underline{\underline{21}}$ 個可能的數值。

6.

考慮個位: 「D」+「C」+「C」的個位數和「D」一樣。

→「 C」只可以是0或5。

考慮百位: 「B」+「D」連同進位後的個位數和「B」一樣。

→「 D」只可以是9或8 。

考慮千位數: 「A」比「B」大 1。

若假設「C」是5。則計算十位數時的算式為

(I): 「B」+「D」+「B」+ 1 = 5 即「B」+「D」+「B」= 4

捨去!因「D」必須為8 或9

(II): 「B」+「D」+「B」+ 1 = 15 即「B」+「D」+「B」= 14

「D」只可能是偶數(即 8), 但十位數相加為14不足以令百位進2,捨去!

(III): 「B」+「D」+「B」+ 1 = 25 即「B」+「D」+「B」= 24

「D」只可能是偶數(即 8), 則「B」= 8 。 捨去!

因此,「C」不能是5,只可以是0。計算十位數時的算式為,

「B」+「D」+「B」= 0 (捨去!)

或 「B」+「D」+「B」= 10

「D」只可能是偶數(即 8), 但十位數相加為10不足以令百位進2,捨去!

或 「B」+「D」+「B」= 20

得「D」= 8, 「B」= 6。

而「A」= 6 + 1 = 7。

∴ A 代表 7, B 代表 6,C 代表 0,D代表 8。

9.9

7.

a. 各數字所用火柴數目如下：

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	2	5	5	4	5	6	3	7	6

要拼出一個最大的四位數，優先考慮拼出 9***, 99** 等。
17 = 6 + 6 + 3 + 2，可拼最大數字為 9971。

b. 若要分數與1的相差最小，有以下兩個考慮：

(1) 分子分母盡量接近，

(2) 分子分母越大越好，例如：$\frac{98}{99}$。

但餘下15根火柴枝，只能得分子分母的十位數為7。
分子可用火柴枝數目15 - 3 - 3 = 9，兩個最接近又最大的數為 6, 7。
因此分子是 76, 分母是77。 分數為 $\frac{76}{77}$ 。

8. 觀察每一列的最後一個數如次為：1, 4, 9, 16, 25, ... 均為平方數。

最接近2013 的平均數為 $44^2 = 1936$，$45^2 = 2025$
$2013 = 44^2 + 77$
44^2 為第44列的最後一個數，

因此它該位於第45列、第77行。

9.

a. 由於要盡量小用盒子，故優先用15粒裝。
(2013 ÷ 15 ≈ 134.2)

$2013 = 15 \times 134 + 3$
$2013 = 15 \times 133 + 18 = 15 \times 133 + 9 \times 2$

可包裝成 133 個15粒裝和2個9粒裝。
至小用盒 133 + 2 = 135 個

b.

考慮 15 和 9 的最小公倍數

$45 = 15 \times 3 = 9 \times 5$

$15 \times \underline{133} + 9 \times 2$

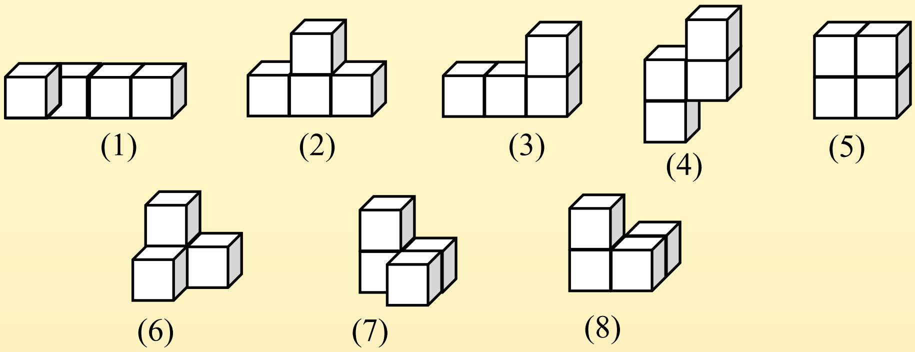
$= 15 \times 130 + 9 \times 7 = 15 \times \underline{127} + 9 \times 12$

$= ..... = 15 \times \underline{1} + 9 \times 222$

由 133, 130, 127, ..., 1 共有45 個數，因此有45種包裝方法。

10.

a. 可以拼出以下8個「酷立體」：



∴「酷立體」共有8種不同的形狀。

b. 未作拼合前，四塊積木的總表面面積為 $4 \times 6 = 24\ cm^2$ 。
每次將兩塊積木拼合，總表表面面積至少減少 $2\ cm^2$ ，
作三次拼合則至少減去 $3 \times 2\ cm^2$ ，
即總表面面積 $= 24 - 3 \times 2 = 18\ cm^2$ 。
除了 (5)號外皆屬此情況。

而(5)號的總表面面積是$16\ cm^2$ 。其他的形狀的總表面面積均為$18\ cm^2$ 。

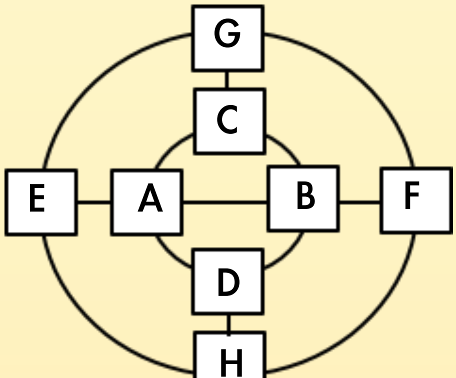
∴總表面面積最大為$18\ cm^2$ 而最小為$16\ cm^2$ 。

11.

N	可以與N相連的數
0	2，3，5，7
1	2，4，6
2	0，1，3，5
3	0，2，4
4	1，3，7
5	0，2，6
6	1，5，7
7	0，4，6

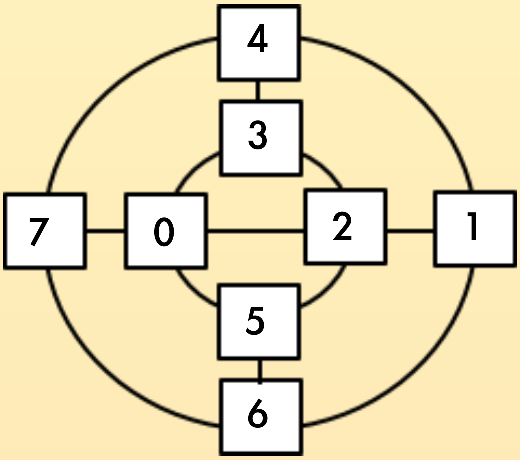
7+6=13,
13 以內的質數有：
2, 3, 5, 7, 11, 13

其中只有 0, 2 可與四數相連, 而0 和 2 是相連的。
方格A, B 位為 0, 2。
與 0 和 2 都可以相連的數只有 3, 5。
方格C, D為 3, 5。



與 0 相連的 7，與 2相連的1 分別填入方格 E, F。最後, 將 4, 6 填入餘下的方格G, H 。

[圖中為其中一解, 將圖表上下或左右作反射可得其他可行的解。]



12

a. 決賽局數共有: (5 × 4) ÷ 2 = 10 局
每局(無論是否可分勝負)參與的兩位棋手共得 4分。
決賽局進行後5 位棋手得分的總和為 10 × 4 = 40 分。

∴ B 的得分 + C的得分= 40 - 12 - 7 - 4 = 17 分
而兩人得分均高於7 分，故 B 得 9分 (而 C 得 8分)

b. A 的得分 = 12 = 3 + 3 + 3 + 3 四局全勝
E 的得分 = 4 = 1 + 1 + 1 + 1 四局全負
∴B, C, D 各人必有至少一勝一負

B 對 A 、 C、 E 分別為 負、勝、勝，故得 B 與 D 和局。
B的得分 = 9 = 1 + 3 + 2 + 3

C 對 A 、B、E 分別為 負、負、勝。
C 的得分 = 8 = 1 + 1 + 3 + 3，故C勝D。

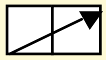
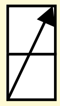
D 的得分 = 7 = 1 + 2 + 1 + 3
D 對 A 、B、C、E 分別為 負、和、負、勝。

因此只有1個和局，在 B 和 D 對賽局。

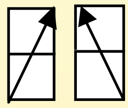
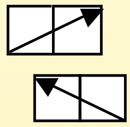
13.

a.

首先考慮 A 點至 B 點：

因為要步數盡量少，優先考慮向上和向右的日字步：X  和 M 

由A 點至B 點，共需向右10單位，向上8單位。
共需走 4個X 步和2個M 步，即至小 6步。

再考慮 B 點至 C 點：(向上6單位)
因為要步數盡量少，優先考慮向上日字步： M, N  和X, Y 

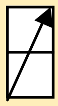
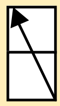
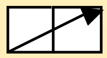
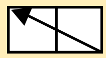
M, N, X, Y 各用一個上行6單位，此為最少步法，需用4步。

6 + 4 = 10
由 A 經 B 到C ，至少要走 10 步。

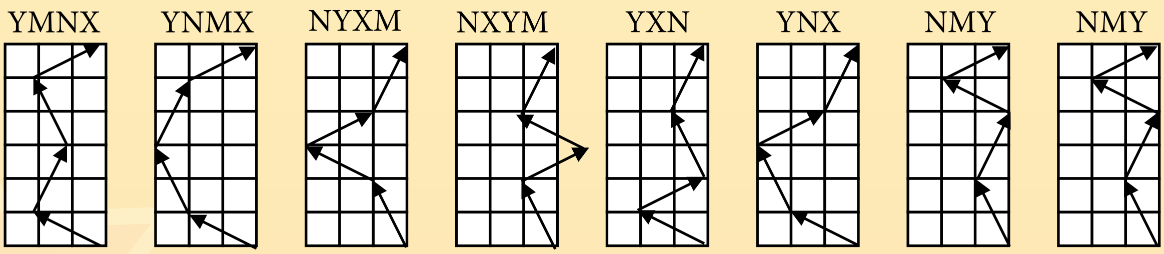
b. 先將由 A 至 B 的 XXXXMM這6個步重新排序：

MM相連有5種：MMXXXX, XMMXXX, XXMMXX, XXXMMX, XXXXMM
MM以一個 X分開有4種：MXMXXX, XMXMXX, XXMXMX, XXXMXM
MM以兩個 X分開有3種： MXXMXX, XMXXMX, XXMXXM
MM以三個 X分開有2種： MXXXMX, XMXXXM
MM以四個 X分開有1種： MXXXXM

走6步由 A 至 B 共有: 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 種方法

再考慮以4步由B 至 C 的 M:  N:  X:  Y: 

由於不可離開方格圖，N或Y 先向左行，M或X後向右行。以下8個配合，有1個不合適：



共8 - 1 = 7種。
先走 A 至 B 的15 種其中之1, 再走 B至 C 的 7種的其中之1。
得 15 × 7 = 105 種不同的方法。

14.

a. 將 2013 寫成質因數連乘積

$2013 = 3 \times 11 \times 61$

$$\begin{aligned} \therefore\ 2013 &= 1 \times 2013 \\ &= 3 \times 671 \\ &= 11 \times 183 \\ &= 33 \times 61 \end{aligned}$$

∴ 2013的因數有 1, 3, 11, 33, 61, 183, 671 及 2013。

b. M 和 2013 的公因數只可以是 1, 3, 11 和 33。
因此 M 是 33 的倍數，可以是 33, 66 或 99。

N與 2013 有3個公因數 (除1以外), 與 M 只有1個公因數(除1以外),故N 的因數中有3 和11的其中一個，另61為N 的因數。考慮 N 有 6 個因數，它不可能有第3個全新的因數，且N 為三位數。

$3\times61^2 = 11163$, $3^2\times61 = 549$

$11\times61^2 = 40931$, $11^2\times 61 = 7381$

只有549為三位數字。

$N = 3 \times 3 \times 61 = \underline{\underline{549}}$。

9.9

1.

「單元正規密鋪」是一種簡潔的密鋪平面圖形，須符合下列條件：

(I) 圖形中只用單一種的「正多邊形」作拼合 及
(II) 每個正多邊形的頂點必須與所有相鄰正多邊形的頂點相接合。見圖(1) 。

a. 找出所有「單元正規密鋪」圖形。它們分別以那種正多邊形作拼合？

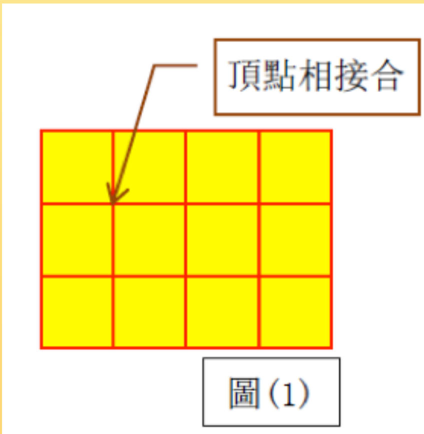


圖 (1)

b. 請以大會提供的正多邊形膠片拼出上述的密鋪圖形，並拍下照片存檔。

可參閱註釋。 註(1): 多邊形、正多邊形
註(2): 密鋪平面

2.

正多邊形的每個內角的大小相等。
於表(2)中填上各種正多邊形的每個內角的大小及所有內角的總和。

正多邊形	內角的數目	每個內角的大小(°)	所有內角大小的總和(°)
正三角形	3		
正四邊形	4		
正五邊形	5	108° (例)	540° (例)
正六邊形	6		
正七邊形	7	$128\frac{4}{7}$° (例)	900° (例)
正八邊形	8		
正九邊形	9		
正十邊形	10		
正十一邊形	11		
正十二邊形	12		

可參閱註釋。註(3): 以度數(°)量度角的大小
註(4):三角形內角和。

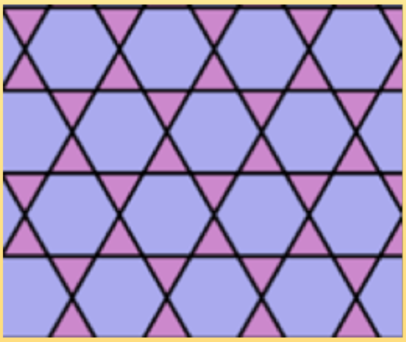
6.6

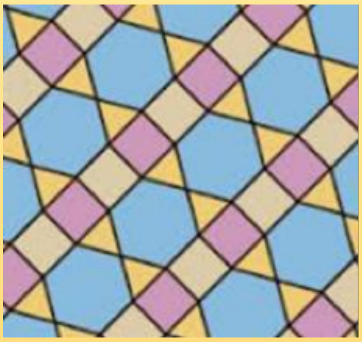
3.

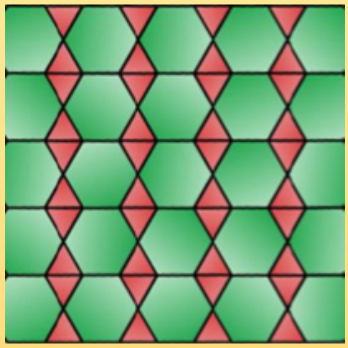
在題(1)所提及的「單元正規密鋪」上略加一點變化可作成更有趣的「多元正規密鋪」。這些「多元正規密鋪」密鋪圖形須符合以下條件：

(I) 運用多於一種的正多邊形作密鋪平面圖形的拼合；及
(II) 用作拼合的每個正多邊形，其頂點必須與所有相鄰多邊形的頂點相接合；及
(III) 每個頂點接合處均有相同的組合和排列。

圖(3a)、(3b)及(3c) 中只有圖(3a)顯示了「多元正規密鋪」的圖形。請説明(3b)及(3c)所示圖形不可列作「多元正規密鋪」圖形的原因。


圖（3a）


圖（3b）


圖（3c）

能完全符合上述「多元正規密鋪」三個條件的圖形並不多，試將所有「多元正規密鋪」圖形找出，依第(4)題所提方法作記錄，並將試驗及思考過程中的心得記於第(5)題。

4.
以大會提供的正多邊形膠片拼出所有「多元正規密鋪」
圖形。

所完成的每一個圖形:

a. 請為圖形命名並將名字寫於命名卡紙上。
命名方法須簡明有效地道出各圖形的特性。

b. 將命名卡紙放於它所代表的圖形下並拍成照片存檔。

5.
我們的研究心得

a. 要有效拼出「多元正規密鋪」可參考以下法則：

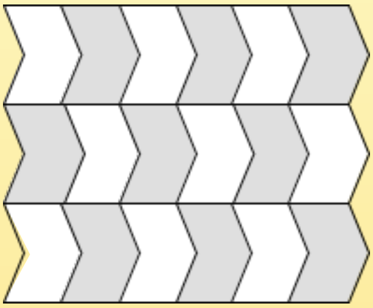
b. 上題所列法則是否都必然有效？

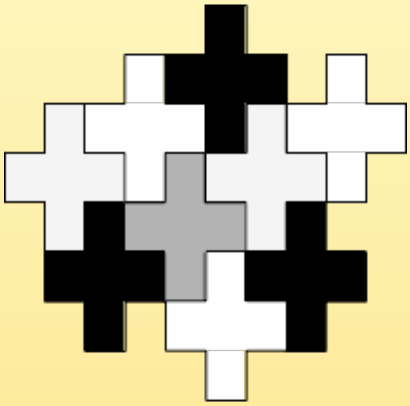
c. 試驗期間的各種發現：

d. 除了大會所提供的正多邊形種類外，是否有其他的「多元正規密鋪」圖形需用上其他種類的正多邊形作拼合？若有，請描述或繪畫。

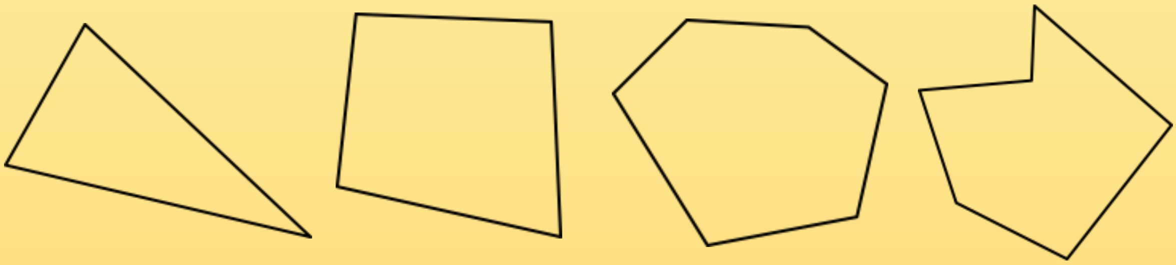
註釋：

1. <u>平面密鋪</u>：
以一種或多種的圖形作單元重覆的鋪於平面上，這些單元圖形之間不會重疊亦不留 空隙。如下圖：

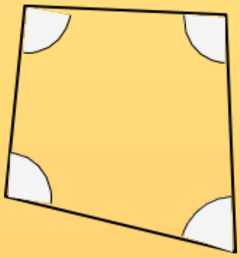




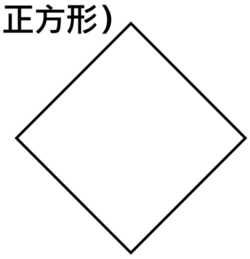
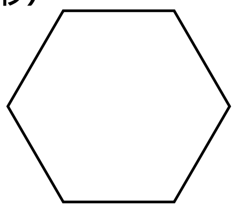
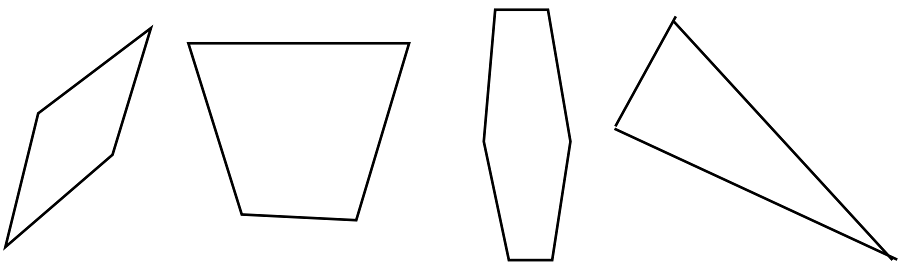
2a. <u>多邊形</u>： 例如三角形、四邊形、五邊形等以直線線段包圍的平面圖形。



2b. <u>內角</u>：多邊形每個頂點上兩條邊所成的角是它的一個內角。例如：圖中的四邊形共有四個內角。

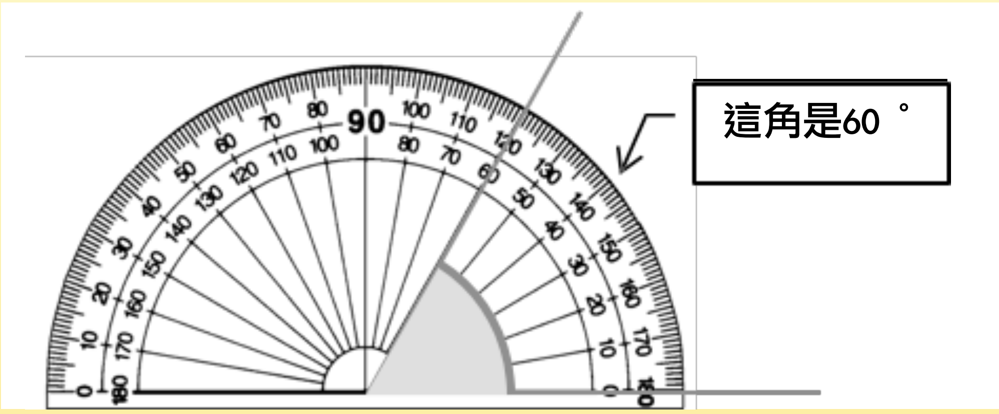


2c. <u>正多邊形</u>：一個所有內角的大小相等及所有邊的長度相等的多邊形

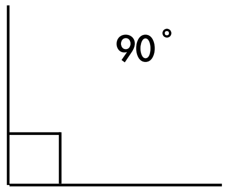
正多邊型	（正四邊形 / 正方形）	（正六邊形）
不是正多邊型		

3. 以度(˚)量度角的大小

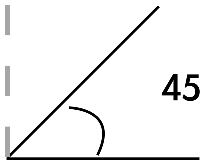
度(˚) 是量度角的最常用單位。



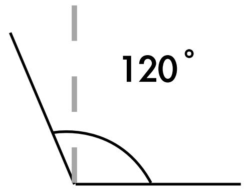
一個直角的大小是 90˚



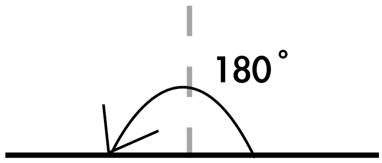
圖中的角是 45˚ ，也就是半個直角的大小



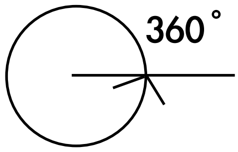
圖中的角是 120˚



當一每張開成一直線便成了一個 180˚ 角，也就是兩倍直角的大小



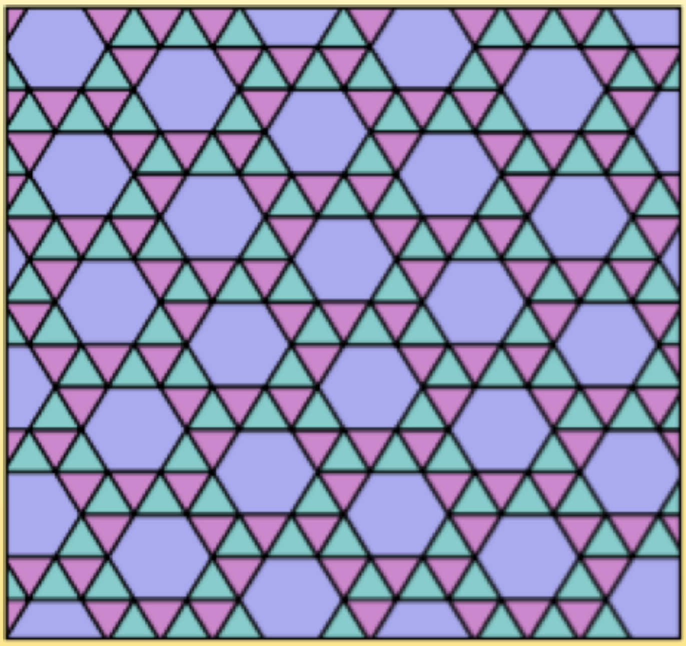
當一個角再張開至繞了整整一周，便是一個 360˚ 角，也就是四倍直角的大小。



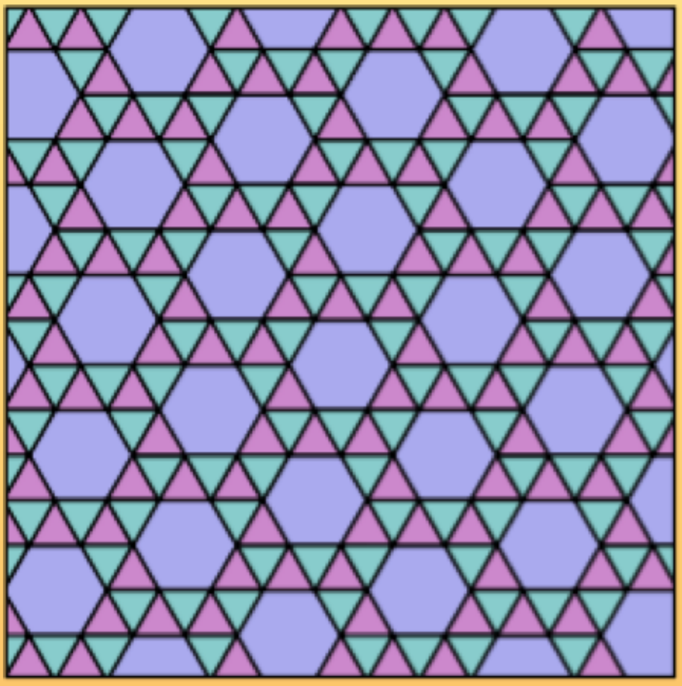
4. 三角形內角和：

任何三角形的三個內角的角度總和均為 180˚

(1)



(2)



「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
準決賽題目（解難實驗）- 正多邊形密鋪平面
參考答案

6.6

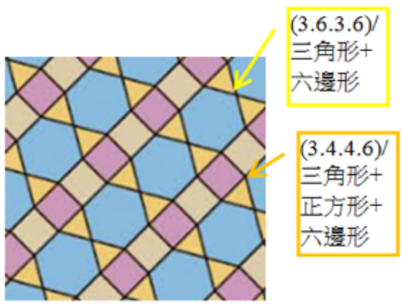
1. a. 正三角形、(正四邊形) 和 正六邊形

2.

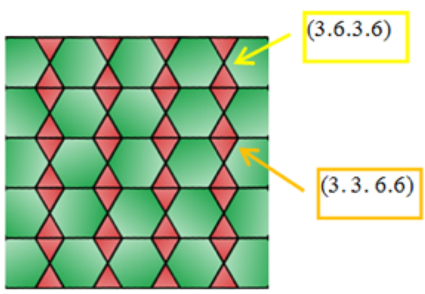
正多邊形	內角的數目	每個內角的大小(°)	所有內角大小的總和(°)
正三角形	3	60°	180°
正四邊形	4	90°	360°
正五邊形	5	108° (例)	540° (例)
正六邊形	6	120°	720°
正七邊形	7	$128\frac{4}{7}$° (例)	900° (例)
正八邊形	8	135°	1080°
正九邊形	9	140°	1260°
正十邊形	10	144°	1440°
正十一邊形	11	$147\frac{3}{11}$°	1620°
正十二邊形	12	150°	1800°

3. a.

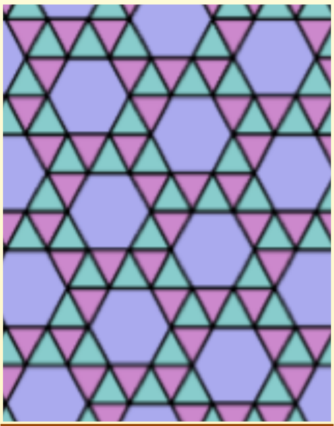
圖(3b) 有兩種頂點，用上兩種不同正多邊形作組合/ 3.4.4.6 和3.6.3.6。



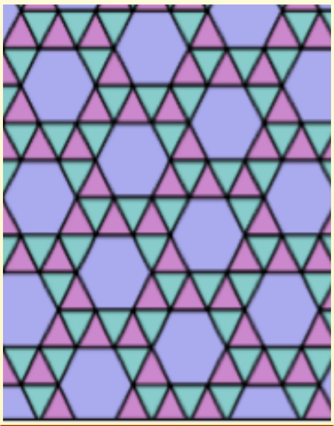
圖(3c) 有兩種頂點，頂點上多邊形的排列有所不同 / 3.6.3.6 和3.3.6.6
。



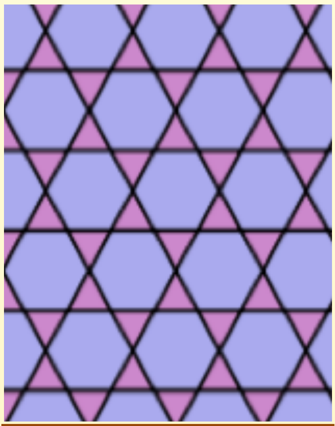
4.



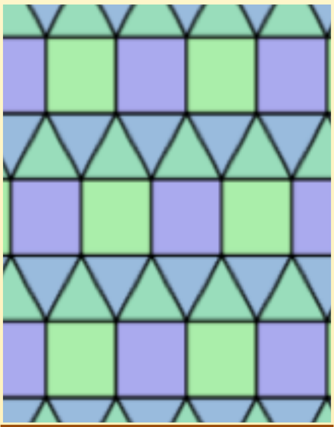
$3^4.6$
扭稜六邊形鑲嵌



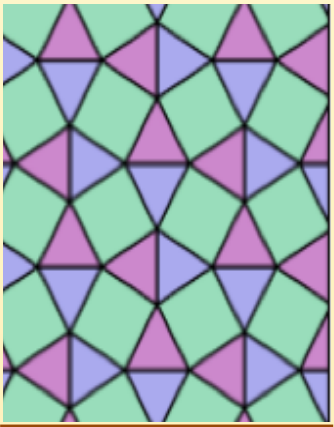
$3^4.6$
反射扭稜六邊形鑲嵌



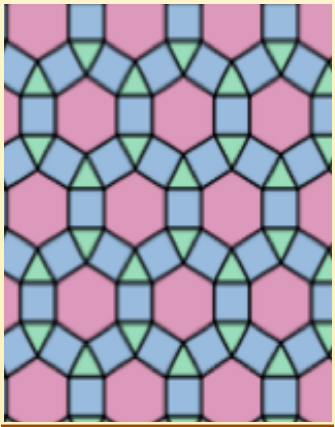
3.6.3.6
截半六邊形鑲嵌



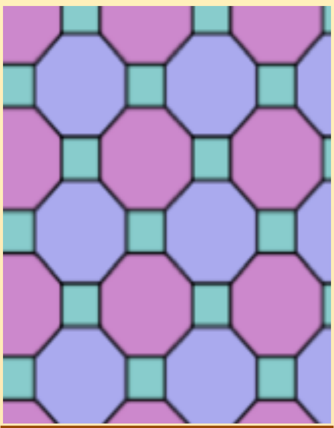
$3^3.4^2$
異扭稜正方形鑲嵌



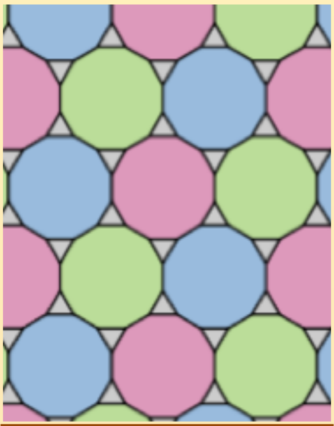
$3^2.4.3.4$
扭稜正方形鑲嵌



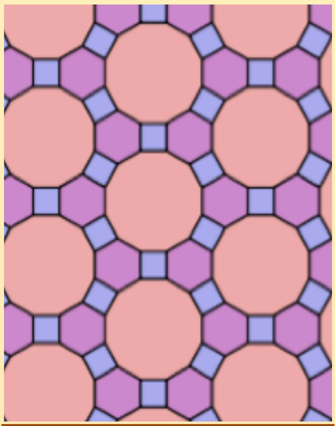
3.4.6.4
小斜方截半六邊形鑲嵌



4.8^2
截角正方形鑲嵌



3.12^2
截角六邊形鑲嵌



4.6.12
大斜方截半六邊形鑲

5.

a. 在頂點上所有的正多邊形的內角總和為360°

b. 不是。 (或視乎(a) 的答案)

c.

- 在頂點上所有的正多邊形的內角總和為360°
- 正n邊形內角 = $\frac{n-2}{n} \times 180^\circ$
- 有17種正多邊形組合，其內角總和為360°
- 在4種情況下，有兩個不同的環狀排列，得到21種頂點組合。
- 只有11種能產生正多邊形的密鋪密鋪。
- 減去3種單元正規密鋪，就剩下8種。但其中一種多元正規密鋪有鏡像，所以總共有9種多元正規密鋪。
- 如果三個多邊形滿足在一個頂點和一個具有單數邊，其他兩個多邊形必須是相同的。

一個頂點上有三個正多邊形：

3.7.42 （不能出現在任何正多邊形的密鋪）

3.8.24 （不能出現在任何正多邊形的密鋪）

3.9.18（不能出現在任何正多邊形的密鋪）

3.10.15（不能出現在任何正多邊形的密鋪）

3.12.12（多元正規密鋪）

4.5.20（不能出現在任何正多邊形的密鋪）

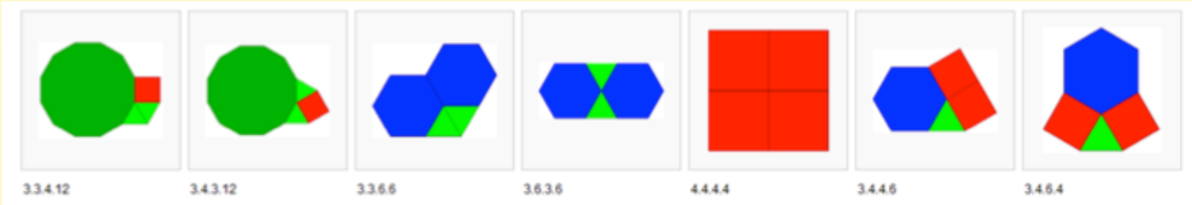
4.6.12（多元正規密鋪）

4.8.8（多元正規密鋪）

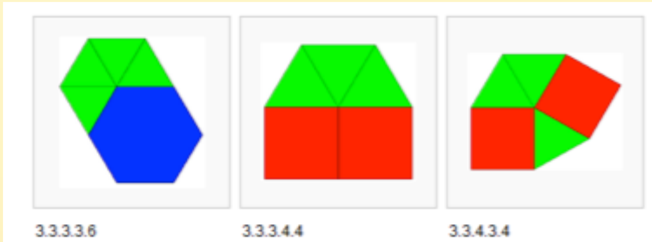
5.5.10（不能出現在任何正多邊形的密鋪）

6.6.6（單元正規密鋪）

一個頂點上有四個正多邊形：
32.4.12（不是多元正規密鋪）
3.4.3.12（不是多元正規密鋪）
3.3.6.6（不是多元正規密鋪）
3.6.3.6（多元正規密鋪）
4.4.4.4（單元正規密鋪）
3.4.4.6（不是多元正規密鋪）
3.4.6.4（多元正規密鋪）



一個頂點上有五個正多邊形：
3.3.3.3.6（多元正規密鋪）
3.3.3.4.4（多元正規密鋪）
3.3.4.3.4（多元正規密鋪）



一個頂點上有六個正多邊形：
3.3.3.3.3.3（單元正規密鋪）

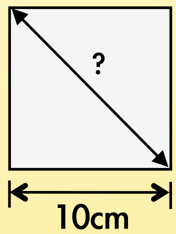
d.
舉出一個涉及多於十二邊的頂點構作如 (3, 7, 42), (3, 8, 24), (3, 9, 18), (3, 10, 15), (4, 5, 20)。
並解釋為何不可構成「多元正規密鋪」圖形。

(上述一個考慮:
如果三個多邊形滿足在一個頂點和一個具有單數邊，其他兩個多邊形必須是相同的。)

1.

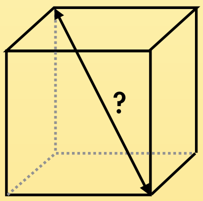
a. 圖1a中正方形邊長10 cm。
它的對角線長度約為多少 cm?

圖1a



b. 圖1b中立方體邊長10 cm。
它的對角線長度約為多少cm?

圖1b

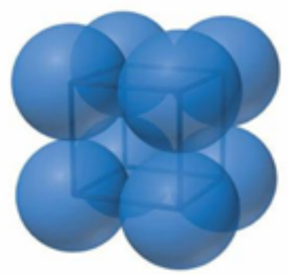
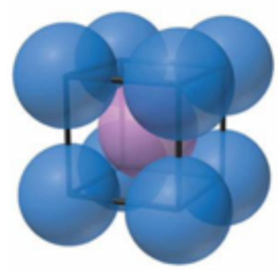
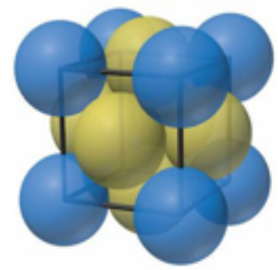


2.

圖2顯示了三種不同的結構，其中大小相同的球體有秩序地堆積在一起。

[場地的電腦內附有三個相關結構的立體視像檔案 「fig-1」、「fig-2」及「fig-3」，同學可開啟相關檔案作參考。]

圖2

結構一	結構二	結構三
		

若在同一個體積的空間中，依循某個結構可以堆積到較多的球體，這便是較「緊密」的結構，反之便是較稀疏的結構。

試比較這三個結構的「緊密」程度，由堆積得最稀疏的結構排至堆積得最緊密的結構。必須列出解釋及相關算式。

某些數值存在變化或不確定性，作量度時只能作出一個估計值，估計值和真實數值之間無可避免有「誤差」的存在，當討論和比較這誤差時通常會將它與需要量度的數值作比較而計算出「百分誤差」，但在一般情況下，「真確數值」是無法得知的，所以在現實情況下多以「估計值」作代替。一般計算方法為:

$$百分誤差 = \frac{誤差}{估計值} \times 100\ \%$$

例如：
陳先生的頭髮估計約有108 000根，真實數目有可能會與這估計值相差9 000根。

$$百分誤差 = \frac{9000}{10800} \times 100\ \% = 8.33\ \%$$

3.

a. 若有一個 1 m × 1 m × 1 m的立方體容器，其中放滿直徑為1.5 cm的波子(彈珠)。估算波子(彈珠)的數目及可能出現之誤差。

b. 計算3(a) 的百分誤差。

4.

大會所派發物品中有一「樣本袋」，其中有一些冬菇，請取出。

a. 若有一個1 m × 1 m × 1 m的立方體容器，其中放滿如樣本一類的冬菇。請估算冬菇的數目及可能出現之誤差。

b. 計算4(a) 的百分誤差。

5.

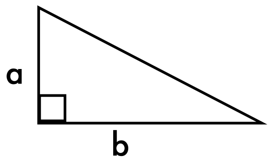
設於題4中所用立方體容器的邊長為 L cm 。當L 的數值逐漸增加 (例如由0增加至今100)，所計算出冬菇數量估值的百分誤差會如何變化？

(可以文字或簡單圖像作表示。)

附頁：

以下為一些與題目相關的資料。在你所選取的解題方案中，<u>不一定需要運用</u>。

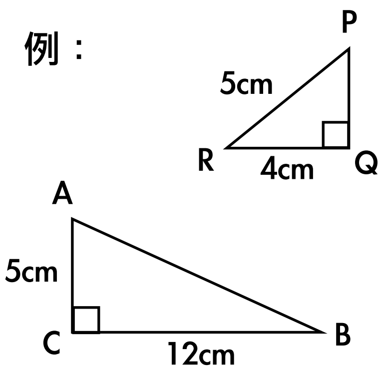
<u>直角三角形邊長關係</u>
(畢氏定理 / 勾股定理)



$a^2 + b^2 = c^2$

其中c 為與直角相對的斜邊的長度。

例：



上圖有兩個直角三角形

在 ΔABC中,

$5^2 + 12^2 = AB^2$

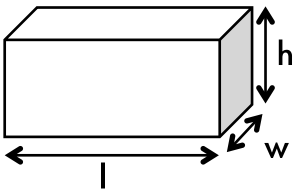
AB長13cm。

在 ΔPQR中,

$PQ^2 + 4^2 = 5^2$

PQ長3cm。

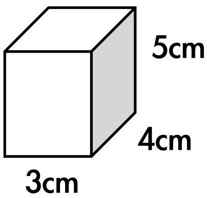
<u>長方體體積</u>



長方體體積

$= l \times w \times h$

例：

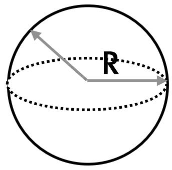


上圖的長方體的體積

$= 3 \times 4 \times 5$

$= 60\ cm^3$

<u>球體體積</u>



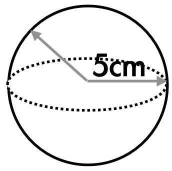
球體體積

$= \frac{4}{3} \times \pi \times R \times R \times R$

(R 是球體的半徑)

(π 是圓周率，約為 3.14)

例：



上圖的球體體積

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 5$

$\approx 524.6\ cm^3$

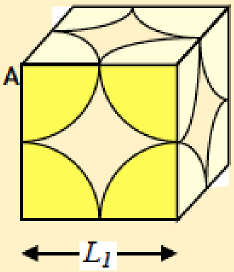
「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
決賽題目（數學辯論）— 數量估算
參考答案

1. (a) $d = 10\sqrt{2} = 14.1\text{cm}$

   (b) $d = 10\sqrt{3} = 17.3\text{cm}$

2. <u>考慮圖中的結構 1 (Simple Cubic)</u>

   如圖中一個「單位結構」 (unit cell)內球體的數目 = $8\times\frac{1}{8} = 1$ [1A

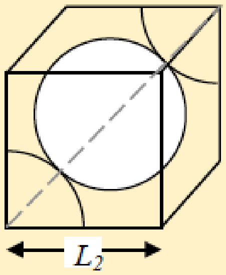
   設 L_1 為該單位結構的邊長，而 *d* 為球體的直徑。

   則 $L_1 = d$。

   ∴每一單位體積內的球體數目為 $\rho_1 = \frac{1}{d^3}$

   <u>考慮圖中的結構 2 (Body Centre Cubic)</u>

   一個單位結構 (unit cell)內球體的數目 = $8\times\frac{1}{8} + 1 = 2$

   設 L_2 為該單位結構的邊長，而 *d* 為球體的直徑。

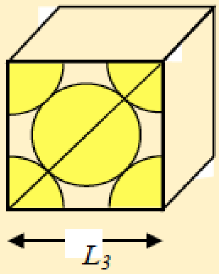
   考慮單位結構立方體的對角線，可得 $\sqrt{3}L_2 = 2d$

   ∴ $L_2 = \frac{2d}{\sqrt{3}} = 1.15d$

   ∴每一單位體積內的球體數目為 $\rho_2 = \frac{2}{\left(\frac{2d}{\sqrt{3}}\right)^3} = \frac{1.30}{d^3}$

   <u>考慮圖中的結構 3 (Face Centre Cubic)</u>

   一個單位結構 (unit cell)內球體的數目= $8\times\frac{1}{8} + 6\times\frac{1}{2} = 4$ [1A]

   設 L_3 為該單位結構的邊長，而 *d* 為球體的直徑。

   考慮單位結構一個正方面的對角線，可得$\sqrt{2}L_3 = 2d$

   ∴ $L_3 = \sqrt{2}d = 1.41d$ [1M + 1A]

   ∴每一單位體積內的球體數目為 $\rho_3 = \frac{4}{(\sqrt{2}d)^3} = \frac{1.41}{d^3}$

   ∴ 結構 1 的「密度 」< 結構 2 的「密度 」< 結構 3 的「密度 」

3\. (a) 結構 1: 球體直徑 $d = 0.015\text{m}$

$\therefore$ 於 1m^3 盒子中可放入 $\frac{1}{0.015^3} = 296296$ 球體單位。

約可放入296296 粒波子。

結構3：

$\therefore$ 於 1m^3 的盒子內可放入 $\frac{\sqrt{2}}{0.015^3} = 419026$ 球體。

$\therefore$約可放419026 粒波子。

$\therefore$估計數目約為 $\frac{419026+296296}{2} = 357661$

3\. (b) 百分誤差 $\approx \frac{419026-357661}{357661} \times 100\% = 17.2\%$

4\. (a) 樣本中的冬菇，若 4 個放於一起，形狀與一球體相近。

取一個不大不小的樣本，這拼成的「球體」直徑約為 4cm。

再運用上述方法：

結構 1: $d = 0.04\text{m}$

$\therefore$ 1m^3 的盒子內可裝有 $\frac{1}{0.04^3} = 15625$ 個球體。

$\therefore$冬菇數目約為 $1562 \times 4 = 62500$ 粒

結構3： $d = 0.04\text{m}$

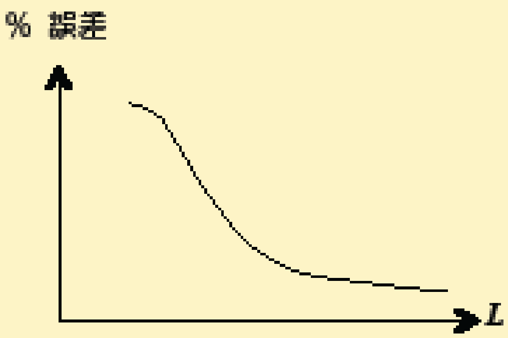
$\therefore$ 1m^3 的盒子內可裝有 $\frac{\sqrt{2}}{0.04^3} = 22097$ 個球體。

$\therefore$冬菇數目約為 $22097 \times 4 = 88388$ 粒

$\therefore$估計冬菇數目約為 $\frac{62500+88388}{2} = 75444$

4\. (b) 百分誤差 $\approx \frac{88384-75444}{75444} \times 100\% = 17.2\%$

5\.



6.7 比賽花絮

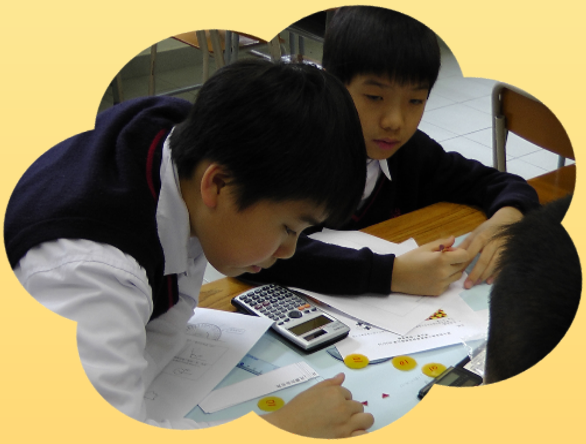
「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
初賽花絮（筆試）

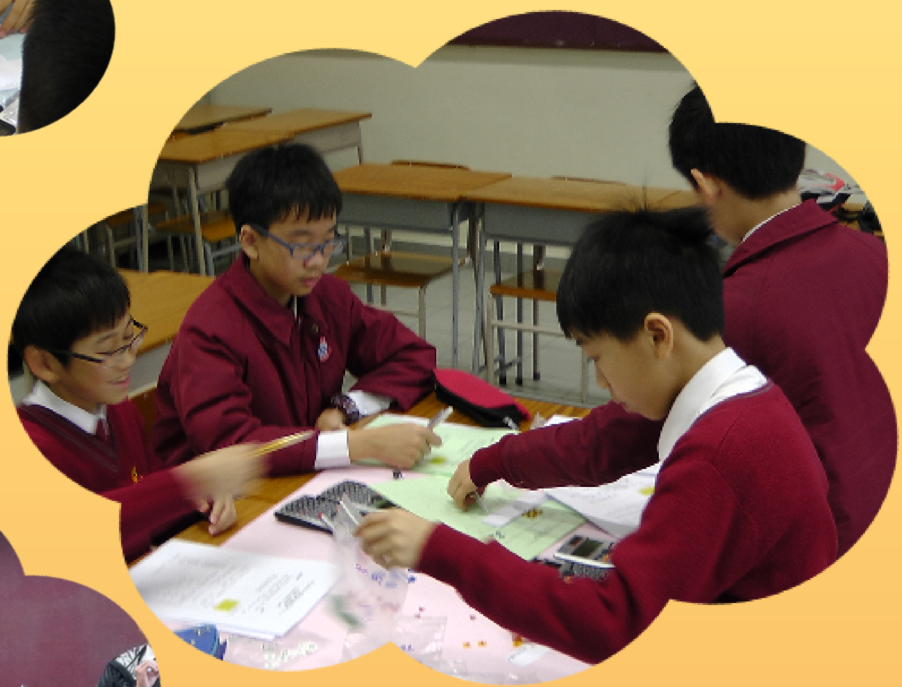

130


B2
150
158

6.7

「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
準決賽花絮（解難實驗）- 正多邊形密鋪平面

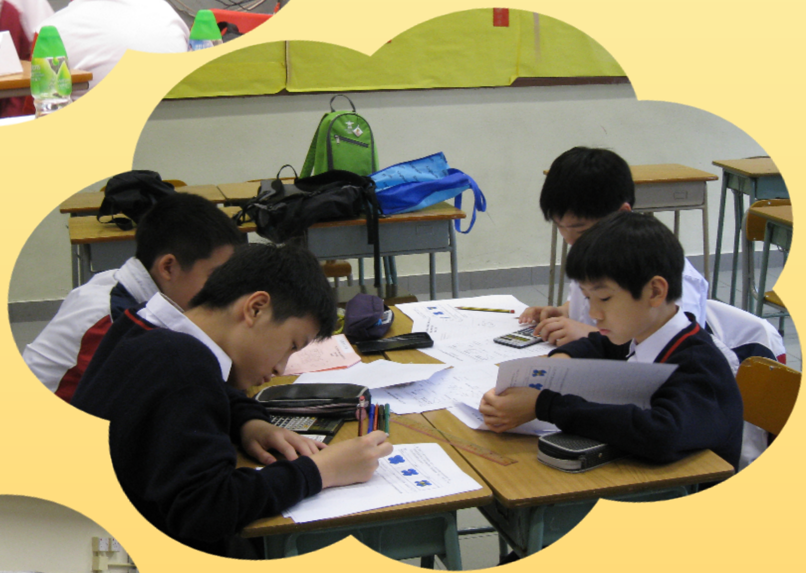


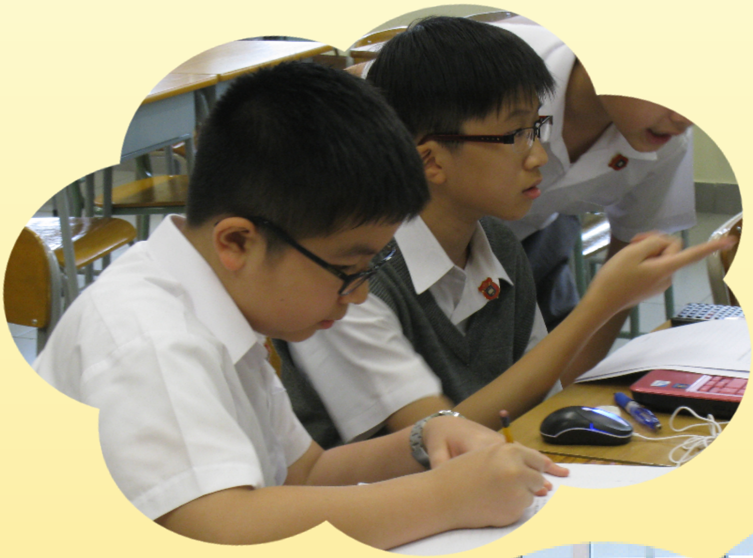


6.7

「第九屆香港小學數學創意解難比賽」
決賽暨邀請賽花絮（數學辯論）— 數量估算

6.7





6.7

7 第五屆香港中學數學創意解難比賽資料匯編

7.1 比賽簡介

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」是由香港教育工作者聯會及教育局課程發展處資優教育組聯合舉辦，香港數理教育學會承辦。本屆比賽共有一百五十間中學，合共五百八十四位本港學生參加。經過初賽的篩選後，有五隊能進入準決賽，經準決賽後評判選出三隊進入決賽，爭奪冠、亞、季軍。

本比賽特別著重學生在批判思考、創意思維和溝通技巧這三方面的訓練。活動目的是讓學校發掘更多數學資優的學生，並給他們發揮數學創意解難和互相合作的機會。

7.2 比賽形式

本比賽包括初賽、準決賽和決賽三部分：

(I) 初賽

日期：　2013年2月2日

形式：　筆試 － 參賽隊伍以小組形式共同在50分鐘內完成一些數學創意解難問題。於初賽成績最優異的五隊可進入準決賽。

(II) 準決賽－解難實驗

日期：　2013年4月13日

形式：　以小組形式按指示先進行45分鐘進行解難實驗，並向評審團講解解難方案，然後接受評判15分鐘的提問。由評審團甄選三隊進入決賽。

(III) 決賽－數學辯論

日期：　2013年5月11日

形式：　三隊入圍隊伍以小組形式按題目的要求，在40分鐘內設計一個解難策略，然後在5分鐘內向評審團和其他參賽隊伍匯報解難策略。各隊伍還要接受評審團和其他參賽隊伍10分鐘的的提問，並即席進行數學辯論。

7.3

7.3 比賽獎項

頒獎禮日期：2013年6月8日

初賽獎項：

- 金獎(十七名)，銀獎(三十五名) ，銅獎(五十二名) ，各得獎學生可獲獎狀乙張。

準決賽獎項：

- 優異獎隊伍（二名），各得獎學校可獲獎杯乙座；
- 各得獎學生可獲獎狀乙張；
- 各指導教師可獲獎狀乙座。

決賽獎項：

- 冠軍隊伍可獲獎座乙座及價值港幣一千二百元書劵；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 亞軍隊伍可獲獎座乙座及價值港幣八百元書劵；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 季軍隊伍可獲獎座乙座及價值港幣四百元書劵；各得獎學生可獲獎牌乙個及獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。
- 殿軍隊伍(二名)，可獲獎座乙座；各得獎學生可獲獎狀乙張；各指導教師可獲獎狀乙張。

7.4 得獎名單

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」

準決賽、決賽得獎名單

獎項	學校名稱	得獎同學	指導教師
冠軍	皇仁書院	陳栢合 張智雄 劉心 伍恩力	傅仕鵬老師 葉漢基老師
亞軍	拔萃女書院	鄭慧中 梁慧琳 潘灝蕎 陳玥君	楊寶琪老師 何佩珊老師
季軍	聖保羅男女中學	陳芷琪 鄭樂言 郭知仁 黃健樂	陳沛儀老師 周康宇老師
殿軍 (排名以學校編號序)	沙田崇真中學	蕭梓鋒 游子楓 鄺國喬 楊文彥	庾寶婷老師 麥成捷老師
	拔萃男書院	湯顥泓 王鼎禧 林晉禧 林巽良	張雪萍老師 曾明媚老師

7.4

初賽金獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
聖保羅男女中學	陳芷琪 鄭樂言 郭知仁 黃健樂	陳沛儀老師 周康宇老師
香港培正中學	黃梓駿 黃德顥 林晉生 魏子奇	陳孟斌老師 李國柱老師
中華基督教會協和書院	馬俊軒 羅銘鈞 歐智耀 蕭景新	朱嘉文老師
聖言中學	何浚銘 黃斯朗 蘇灝言 黃劍樂	鍾達智老師
英皇書院	劉振聰 尹子穎 陳梓軒 張庭軒	廖德忠老師 葉智康老師
皇仁書院	陳栢合 張智雄 劉心 伍恩力	傅仕鵬老師 葉漢基老師
聖約瑟書院	李兆康 李名熹 鄭子浚 劉俊樂	程景坡老師 陳薇老師
元朗商會中學	洪智軒 張嘉輝 陳瑋浚 鍾泓博	陳亦儀老師 陳志強老師
拔萃女書院	鄭慧中 梁慧琳 潘灝蕎 陳玥君	楊寶琪老師 何佩珊老師
保良局百周年李兆忠紀念中學	梁景皓 文樂偉 文誦進 歐澤謙	曹錠邦老師 何家強老師
順德聯誼總會李兆基中學	鄒嘉奇 朱倪賢 蔡成恩 詹家晉	黃淑惠老師 許俊江老師
浸信會呂明才中學	郭敏怡 廖天納 鍾耀霆 何星宙	李穎茵老師 李劍楓老師
保良局董玉娣中學	陳柏衡 霍昱銘 陳偉傑 吳嘉豪	李灝峰老師 溫惠詩老師
沙田崇真中學	蕭梓鋒 游子楓 鄺國喬 楊文彥	庾寶婷老師 麥成捷老師
拔萃男書院	湯顥泓 王鼎禧 林晉禧 林巽良	張雪萍老師 曾明媚老師
順德聯誼總會梁銶琚中學	李承恩 蘇文傑 陳曉駿 梁樂曦	梁卓傑老師 楊榮柱老師
長沙灣天主教英文中學	梁睿軒 吳嘉聰	趙端銘老師

初賽銀獎得獎名單

(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
迦密中學	黎家維 譚曉珊 胡鎧喬 徐曉寧	楊佩芳老師 蕭為義老師
聖士提反女子中學	黃芊芊 陳鏸欣 廖安齊 楊桑曉	鄭璐老師 吳翠瑩老師
聖公會呂明才中學	馮耀祖 廖文軒 林嘉健	盧偉業老師 黃邵文老師
中華傳道會劉永生中學	陳明傑 王梓銘 黃薇薇 馮栢軒	吳慧君老師 劉偉俊老師
新生命教育協會呂郭碧鳳中學	許丞祐 陳廸生 湯健一 林顥倫	李子偉老師
保良局羅氏基金中學	林振坤 邵顯揚 廖昱華 區浩鈞	霍溢釗老師 陳炳耀老師
保良局何蔭棠中學	龍燦軍 梁健翹 鄭旻亮 余沛浩	胡家揚老師 張文昌老師
香港中國婦女會中學	鄭梓睿 程樂軒 寧文韜 林汶駿	張宇鵬老師 劉盛達老師
福建中學	利彥妮 陳錦培 陳庭儒 馬肇宏	馬光誼老師
景嶺書院	吳翊翾 許頌熙 吳采頤 梁烔宏	余國強老師 屈啟賢老師
觀塘官立中學	黃宇恆 阮穎茵 林卓凡 魏介鋒	廖韻嫻老師
聖母院書院	陳兆隆 陳夢盈 馮禧禮 黃彥博	李慧賢老師 饒汝堅老師
筲箕灣官立中學	紀逸朗 張澤鋒 傅德熙 郭佩嫙	黃佩珊老師 郭志興老師
聖公會鄧肇堅中學	梁睿哲 李宗徽 盧天佑 楊添逸	張浩儀老師 李子漢老師
迦密主恩中學	羅增朗 杜焯烽 陳翰波 陳紹岐	馬文灝老師 游密娟老師
旅港開平商會中學	陳鄭超逸 陳逸銘 李俊毅	許偉良老師 方慶斌老師
聖保羅書院	梁傑壹 麥霆軒 羅文浩 梁皓心	胡檠朝老師 潘維凱老師
聖公會莫壽增會督中學	陳天諾 廖焯瀅 鄭樂軒 葉祉瑩	梁偉基老師 曹德輝老師

學校名稱	得獎同學	指導教師
香海正覺蓮社佛教馬錦燦紀念英文中學	周梓棠 潘光裕 吳子永 林偉浩	黃永健老師 呂業安老師
保良局李城璧中學	陳玉葉　曾懿暉　劉奇超　郭梓煒	彭展飛老師 盧家明老師
香港四邑商工總會黃棣珊紀念中學	陸雍昆 何樂軒 歐兆昇 葉承諾	朱淑華老師 葉惠霖老師
宣道會鄭榮之中學	陳浚豪 袁柏軒 莫君昊 胡恩澤	司徒偉洪老師 高嘉謙老師
荔景天主教中學	招志強 白曉林 梁祖熙 梁東尼	陳梓茵老師
嗇色園主辦可譽中學暨可譽小學	徐嘉祺 鄭裕陽 李嘉億 吳志偉	蘇漢宗老師 張卓謙老師
趙聿修紀念中學	葉嘉皓 鄧焯榮 陳銘津 潘俊諺	孔德偉老師 劉永漢老師
聖公會林裘謀中學	張明健　田子由 蔡政邦	陳家偉老師
東華三院李嘉誠中學	葉銘釗 吳家浩 蔡展承 盧潤生	鄧煥章老師 周建華老師
宣道會陳瑞芝紀念中學	周家寧 吳緯靜 曾雯怡 譚思諾	黃家榮老師 徐德坤老師
銘賢書院	關政誼 鍾源 黎嘉正 湯禮鈞	劉佩玉老師
培僑書院	伍信喆 曾憲熙 莊浚灝 梁顥霖	羅兆倫老師 梁嘉盛老師
嘉諾撒聖瑪利書院	馮雅蕾 劉壁錤 莫昕霖 張雅雯	潘慧中老師 何啟祥老師
荃灣公立何傳耀紀念中學	曾奕琪 邱 一然 黃志豪 吳子浚	李建銘老師
荃灣官立中學	何金寶 鄭琦琦 陳灝 周焯然	楊家俊老師
喇沙書院	華瀚庭 柳震灝 倪天樂 張駿揚	Law Pui Keung
保良局胡忠中學	傅展聰 何卓峯 黎浩暉 黃嘉朗	葉寶發老師 馮凱群老師

初賽銅獎得獎名單
(排名依學校編號序)

學校名稱	得獎同學	指導教師
中華基金中學	陳欣陶 鄧晴文 苗鈞皓 鄧穎彤	龐英豪老師
麗澤中學	黎美玲 馬嘉儀 劉祥鋒 孫誠	吳鈺鏗老師 黃宇雯老師
仁濟醫院王華湘中學	葉呈威 洪迪樺 楊振一 羅俊豪	張順老師 陳耀光老師
保良局第一張永慶中學	許煒城 劉嘉豪 張意誠 楊耀鋒	馮碧珊老師
福建中學(小西灣)	王樂欽 叶偉泰 雷慧華	關智傑老師
德愛中學	高穎敏 馮傲冰 黃佩儀 霍紀彤	張興仁老師 鄧欣杰老師
玫瑰崗學校	葉京翰 王偉辰 何家禧 吳子穎	蔡秉殷老師 盧凱儀老師
藍田聖保祿中學	楊添欽 黃芷瑤 李沅珊 羅苑翹	何穎茵老師 楊燕芳老師
香港聖公會何明華會督中學	陳昱霖 譚家鳴 黃利胜 謝智杰	金偉明老師 黃惠琪老師
德望中學	劉曉嵐 盧雅言 張穎琪 張曉嵐	蕭展豪老師 陳子峯老師
播道書院	黃子謙 郭智恒 莊敏陞 關洛賢	馮啟倫老師 李恩泉老師
聖公會聖本德中學	劉子龍 王捷凡 楊竣智 鄭鍵雄	林孝雯老師
聖伯多祿中學	蕭煒峰 鄧育翔 馮錦添	黃志仁老師 陳晴老師
香港華仁書院	陳韋曦 黃俊熙 區文義 袁焌庭	何雁妍老師
嶺南衡怡紀念中學	黃澤深 王宇宸 陳婧琦 陳巧彤	廖英信老師 李振威老師
港島民生書院	伍尚哲 吳穎賢 周志康 劉修宏	朱偉文老師
香港真光中學	李穎文 周凱恩 廖韻妍 邢佳鈺	張慧珊老師 楊鳳興老師
SOUTH ISLAND SCHOOL	JULIE AHN SATOSHI YOSHIDA RYAN CHAN TAIGA NISHIMURA	VINCENT SO

學校名稱	得獎同學	指導教師
基督教女青年會丘佐榮中學	林霖 梁孔熹 劉仲濡 林國浩	陳志輝老師 林啟東老師
嘉諾撒聖心書院	謝寶怡 鄭穎瞳 伍嘉錡 徐家瑩	談樂斌老師 陳文詩老師
聖馬可中學	鍾梓泓 甄梓傑 王鉦淇 梁焯竣	伍家榮老師 殷健榮老師
聖士提反書院	胡俊朗 陳搏雨 羅晉翹 黃健	黃厚琴老師
新界鄉議局元朗區中學	余綽霖 郭庫庭 溫新語 梁卓希	關劍忠老師
保良局馬錦明中學	李駿軒 劉沛盈 伍振銘 吳天皓	陳誌健老師 郭嘉恩老師
田家炳中學	李昀澤 李濬閣 劉傲軒 林嘉俊	羅鳳珍老師 古駿祥老師
明愛元朗陳震夏中學	莊寶鳳 吳俊樺 黃超	符少美老師 陳家輝老師
保良局姚連生中學	黎秀儀 蔣詩詩 吳其 楊新懷	李萬誼老師 李國輝老師
瑪利諾神父教會學校	郭信謙 杜綺婷 吳晉濠 蕭振峰	郭宇輝老師 陳君杰老師
佛教大雄中學	李存禧 何樂謙 伍文峰 伍旻顯	李仁傑老師 梁鴻鈞老師
寶血會上智英文書院	陳可穎 葉璧瑜 梁芷鍁 林慧敏	梁恩鳴老師 梁琬珊老師
真光女書院	黃芷羚 袁樂兒 陳雅裕 高弘欣	彭仁傑老師 鄭美珊老師
中華傳道會李賢堯紀念中學	鍾嘉浩 梁皓霖 陳俊朗 梁錦鴻	龔錫雄老師 伍百勤老師

學校名稱	得獎同學	指導教師
仁愛堂田家炳中學	沈弘彥 陳志峰 梁湛暉 蔡庭希	黃萬安老師 林麗雯老師
何明華會督銀禧中學	陳柏熹 陳琪琪 李婷欣 尹綽琳	何國然老師 梁偉星老師
元朗公立中學	朱俊銘 楊文樂 廖子洋 鍾諾賢	陳志榮老師 劉漢森老師
保良局唐乃勤初中書院	黃景山 關皓日 潘正熙 魏子揚	裘俊明老師 黃洛銘老師
順德聯誼總會翁祐中學	蔡錕賢 莫澤佑 林悅洋 黃銘鏵	吳柏茵老師
保祿六世書院	張絲竹 杜曉盈 陳鳳儀 徐庄含	駱美華老師 吳玉如老師
東華三院盧幹庭紀念中學	錢卓熙 鄭嘉潁 何子蕙 葉靖雯	楊嘉怡老師 關國成老師
迦密愛禮信中學	丁寅鑫 羅朗喬 潘智傑	黃耀明老師 賴少君老師
港九潮州公會中學	張海嵐 洪澤林 黃紫薇 顏志根	區麗珊老師 麥善靈老師
王肇枝中學	林沛燊 關翊銘 麥兆匡 張敏珊	黃宸庭老師 文偉傑老師
棉紡會中學	林恒 董嘉樂 黃彥傑 鍾佑駿	鄭振壽老師 徐隆堅老師
屯門天主教中學	朱珀言 唐耀豐 郭華基 黃智豪	袁惠貞老師 郭鳳萍老師
基督教香港信義會信義中學	梁偉權 林君豪 鄧光樺 黃依敏	李國文老師
天主教郭得勝中學	鄧正彥 袁靄琳 鄺緯恒 譚浩元	陳志強老師 陳家泉老師
香港管理專業協會李國寶中學	張俊業 周慧欣 周啟東 陳政然	羅國權老師
伊利沙伯中學舊生會中學	蔡汝陽 譚凱徽 謝栩楠 黎浩然	鄧麗珊老師 馮德華老師
屯門官立中學	梁嘉敏 張震洊 陳德森 羅家豪	陳嘉詠老師
東華三院陳兆民中學	林澤暉 張熾華 柯景濤 劉加晉	袁翠霞老師 彭炳權老師
聖瑪加利男女英文中小學	李健名 楊愛美 徐嘉熹 王柏軒	曾卓峯老師 張明茵老師
循道中學	李卓熙 梁永祺 盧安喬 石民灝	梁子傑老師 潘瑩明老師

7.5 指導教師及學生撰文

St. Paul's Co-educational College

Ms. P. Y. Chan

This creative problem competition is not simply a problem solving competition. In addition, it requires students to have excellent presentation skill, the ability of deriving new theorems based on guided steps, good cooperation among team members, and be able to provide real-time responses on judges' questions. For Form 1 and 2 students, this is a big challenge. On the other hand, this provides a great opportunity for them to learn how to work with others, how to communicate with one another, how to be creative to derive new theorems, and more importantly, how to present their way of thinking and solutions. No matter whether students can win the competition or not, students could benefit a lot from joining this competition and would be a valuable experience for them. In fact, how to train the students is another challenge, but not for the students, but for the coach. This is a well-designed competition

7.5

Students Serena Chan, Anthony Kwok,
Kevin Wong and Keane Cheng

To be able to participate in the Creative Problem Solving Mathematics Competition is surely an honor. Most of us have had experience in this competition, although none of us has made it this far into the finals before. The reason why we enjoy this competition much more than others is that it not only requires mathematics skills, but also the ability to present our findings clearly. Throughout the competition, the four of us have learnt to communicate with each other as well as acquiring the skills to debate with others about our mathematical findings. We especially enjoyed the final as we had a chance to debate with the other schools. For most of us, it was an entirely new experience. Another thing special about this competition is that the questions were closely related with daily life, providing us with a fresh perspective on how mathematics isn't really an abstract subject that many people think is useless and boring. This competition has surely given us an opportunity to explore the many sides of mathematics for students like us.

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）

1.

已知一個長方體的長、寬和高為三個連續數字，該長方體的體積為 15600。
求該長方體的總表面面積。

(2分)
答：長方體的總表面面積是 _____ 。

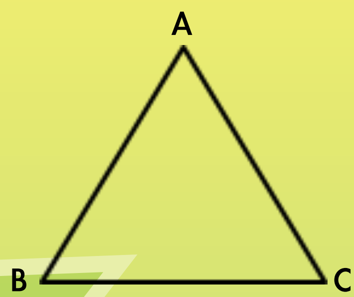
2.

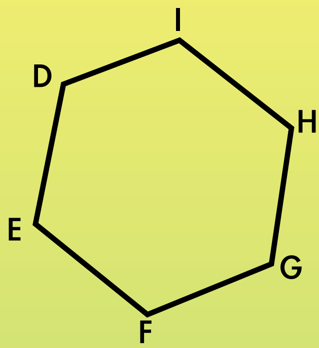
一輛火車原以車速 250 km/h 從甲站駛往乙站。當火車駛至路程剛一半時，司機發現火車的速率太慢，若繼續以此速率行駛至乙站將會比原定時間遲到 1 小時。 因此，司機便改用 350 km/h 的速率行駛至乙站，結果比原定時間提早了半小時 到達乙站。
求甲站與乙站的距離。

(2分)
答：甲站與乙站的距離是 ______ km。

3.

圖中，等邊三角形ABC與正六邊形DEFGHI 的周界相同。





若 Δ ABC的面積為3，求六邊形DEFGHI的面積?
(2 分)
答：DEFGHI 的面積是 _____ 。

7.6

4.

將數字 -3, -2, -1, +1 及 +2 分別代入下圖的不同括號之中以組成算式。

$$[\,(\quad)+(\quad)-(\quad)\,]^2 \times (\quad) \div (\quad)$$

設R為算式所得的值。R的最大可能的值是多少？

(2 分)

答：R 的最大可能的值是______。

5.

Φ為一整數，當$\dfrac{\Phi}{2013}$化為準確至小數點後兩個位的小數時，其值為 0.60。

若M和N 分別為Φ的最大可能值和最小可能值，求M + N的值 。

(2 分)

答：M + N = ______。

6.

一男孩要運送兩袋食材，袋A裝有1000g的綠豆，而袋B裝有600g的芝麻。在運送途中，食材從兩袋中漏出並混和，男孩未能將綠豆和芝麻分開，只好將漏出的食材隨意放回兩袋中，使得兩袋均裝回原先的重量。

最後，袋A中有3%的芝麻。袋B中綠豆的百分比是多少？

(2 分)

答：最後，袋B 中有 ______ %為綠豆。

7.

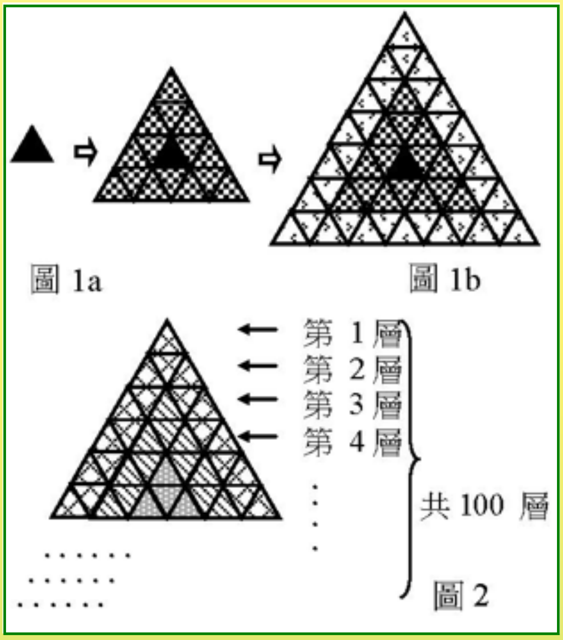
將(a☆b) 定義為 a、b 的積的個位值，例如：(7☆8) = 6。
求下列各式的值。

a. (1☆5) + (2☆10) + (3☆15) + (4☆20) + … + (99☆495)
b. (1☆3) + (3☆5) + (5☆7) + (7☆9) + … + (2009☆2011) + (2011☆2013)

(3 分)
答：
a. (1☆5) + (2☆10) + (3☆15) + (4☆20) + … + (99☆495)
= ______
b. (1☆3) + (3☆5) + (5☆7) + (7☆9) + … + (2011☆2013)
= ______

8.

嘉莉有許多相同形狀和大小的小三角形，它們有各種不同的顏色。她以以下方法構成一個大三角形圖案：



如圖 1a，她由一個黑色三角形開始，再以另一種顏色的15個小三角形在外圍一「圈」以做成一個較大的三角形圖案。

如圖 1b，她再以另一種顏色的小三角形再圍一圈以構成一個更大的三角形圖案。

嘉莉依這方式，圍上一圈又一圈的小三角形把圖案擴大，每一圈圍用上一種新的顏色的小三角形，直至將圖形擴大直至最後完成的圖案有100層的高度。(圖 2)。

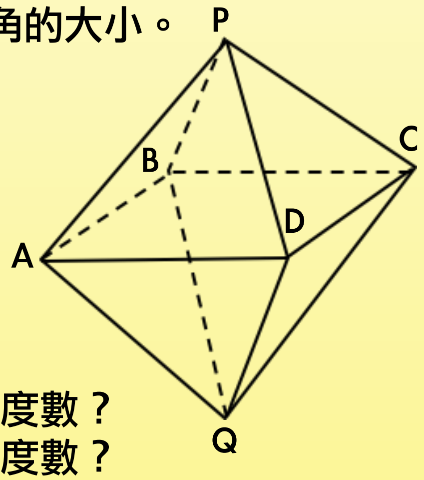
在嘉莉完成最後的100層高的圖案(圖 2)中，
a. 共有多少種不同的顏色？
b. 圍最外一圈時，共用上多少個小三角形？

(3 分)
答： a. 在最後的大三角形圖案中，共有 ______種不同的顏色。
b. 在圍上最外的一圈時共用上了 ______ 個小三角形。

9.

圖中，PABCDQ 為正八面體，其所有 12 條稜邊的長度相等。

志平需要找出所有由這八面體的兩條稜邊所夾的角的大小。
(如∠PAD ∠PAQ ∠BAQ, ...等)



a.　這些角共有多少個？

b.　這些角之中，
　i.　最大的是多少度？其中有多少個角是這樣的度數？
　ii.　最小的是多少度？其中有多少個角是這樣的度數？

(4 分)

答：

a.　共有 ______ 個角。

b.　這些角之中：

　　最大的是 _____°，共有 _____個角是這個度數。

　　最小的是 _____°，共有 _____個角是這個度數。

10.

小文有18張數字卡，分別寫上數字 1、2、3、... 和18。他發現可以將這些卡每兩張配成一對，並令所有 9 對數字卡上的數字和都是平方數。

小文完成配對後，寫上數字 2、4、6、8 及10的數字卡分別跟那些數字卡配對？

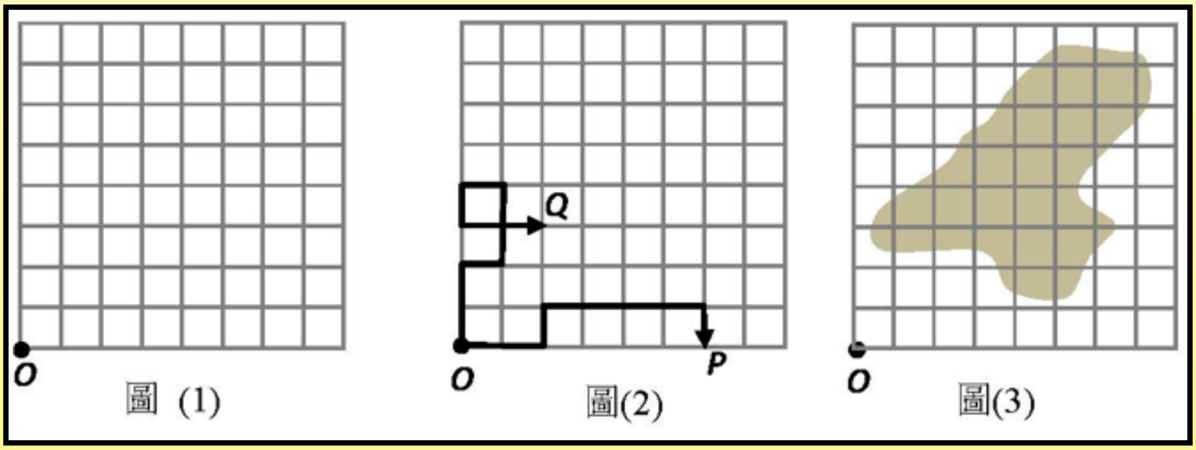
(4 分)

答： 2跟____配；4 跟____配；6 跟____配；8跟____配；10跟____配。

7.6

11.

下圖⑴是一個由等距的網格線組成一個 8×8 方格圖，其中網格線的交點稱為「格點」。現於方格圖的左下角O放一機械小甲蟲，甲蟲只能依網格線走動最多10個單位。例如甲蟲可依圖⑵路線走8單位到達格點P或走9單位到達格點Q。



a. 在這方格圖中，甲蟲可以到達的格點有多少個？
b. 圖⑶的方格圖中設有一個陰影部分。這陰影部分內有多少個格點是甲蟲走剛好10單位可以到達的？

(4 分)

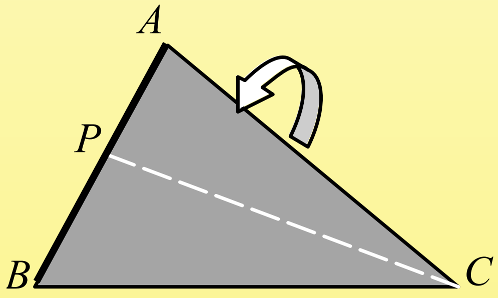
答：a. 方格圖中甲蟲可以到達的格點有 _____ 個。

b. 陰影部分中甲蟲可以到達的格點有 _____ 個。

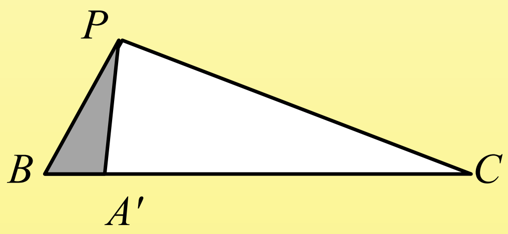
12.

圖(1)所示為一塊三角形的紙板 ABC ，其中 AB = 10cm 、BC = 13cm 而 CA =12cm 。紙板的正面為灰色 (如圖) 而背面為白色。P 為 AB 上一點，若將紙板沿 PC 對摺，AC 剛好疊於 BC 之上(如圖(2)，A’ 為對摺 後 A 點所到位置。)

圖(1)



圖(2)



a. 如上述對摺後，紙板的大部分的灰色部分會被覆蓋。
對摺後，可見到的灰色部分佔原來紙板面積的百分之幾?

b. BP 的長度是多少?

(4 分)

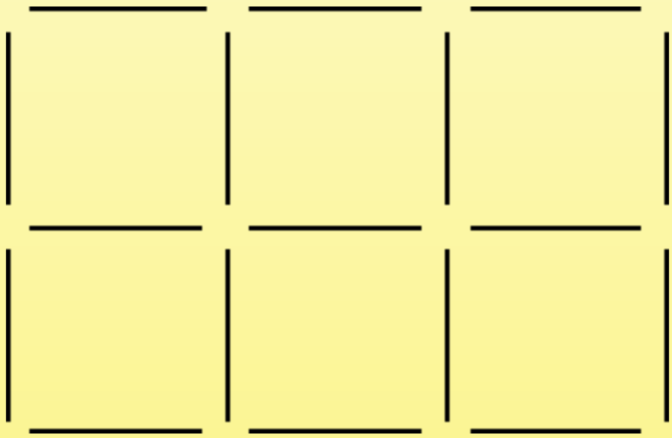
答：a. 對摺後，紙板原來的灰色面積只有 _____ % 仍然可見。

b. BP 長 _____ cm 。

13.

穎文以 17 根相同火柴組成了一個 3 × 2 長方形圖案 ，其中包含有 6 個單位正方形。

(見下圖)



a. 若穎文要以類似方法拼出一個 20 × 13 的長方形圖案，需要用上多少根火柴？

b. 用剛好 82 根火柴以類似方法組成一長方形圖案，它最多可能包含有多少個單 位正方形？

(5 分)

答：

a. 要拼出 20 × 13 的長方形圖案需要用 ______ 根火柴。

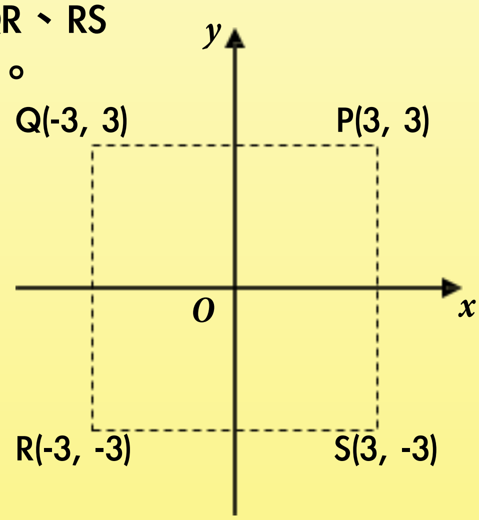
b. 以 82 根火柴組成的長方形圖案，最多包含 _____ 個單位正方形。

14.

O(0, 0)、P(3, 3)、Q(-3, 3)、R(-3, -3) 和 S(3, -3)為直角坐標平面上的點。

a. 設一點 A(1, 3)而B點則位於線段 PQ、QR、RS 或SP上的一點使得ΔOAB成為直角三角形。

寫出B 的<u>所有</u>可能位置的坐標。



b. M、N 為坐標平面上兩點且

(1) 它們的坐標均為整數；

(2) 它們位於線段 PQ、QR、RS 或SP 上；

(3) ΔOMN 為一直角三角形，其面積為 x 平方單位。

寫出 x 的<u>所有</u>可能數值。

(5 分)

答：a. B 的可能位置是 ____________________。

b. x 的可能數值是 ____________________。

15.

某天陳老師在課堂中帶領同學進行了一個「刪數字」的活動，每個同學獲分派一張印有整數 1、 2、 3、 ...、99、100 的紙張，同學的任務是要將其中一些數 字刪去，使得剩下的數字的和為 2013。

a. 至少要刪去多少個數字才可達至活動的要求？

b. 對於已達成任務的同學，老師提高難度，在原有的任務上，額 外要求剩下的 數字須為連續數。老師說有兩個方法可達成這新任務。

找出這兩個方法。

(6 分)

答：a. 至少要刪去 _____ 個數字才可達到要求。

b. 有以下兩個方法可達成新任務。只要使得剩下的數字為：

(I) _______ 至 _______； 或 (II) ______ 至 _______。

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」
初賽題目（筆試）
參考答案

1.

由於 $15600 = 2\times2\times2\times2\times3\times5\times5\times13$，

可寫成 $15600 = (2\times2\times2\times3)\times(5\times5)\times(2\times13) = 24\times25\times26$

總表面面積 $= 2 \times (24\times25 + 25\times26 + 24\times26)$

$= 3748$

總表面面積為3748 cm^2

[或]

考慮 $\sqrt[3]{15600} \approx 24.99$，

三邊的長度接近24 及 25。

2.

設後一半路程的距離為 x km。

$$\frac{x}{250} - \frac{x}{350} = 1 + 0.5$$

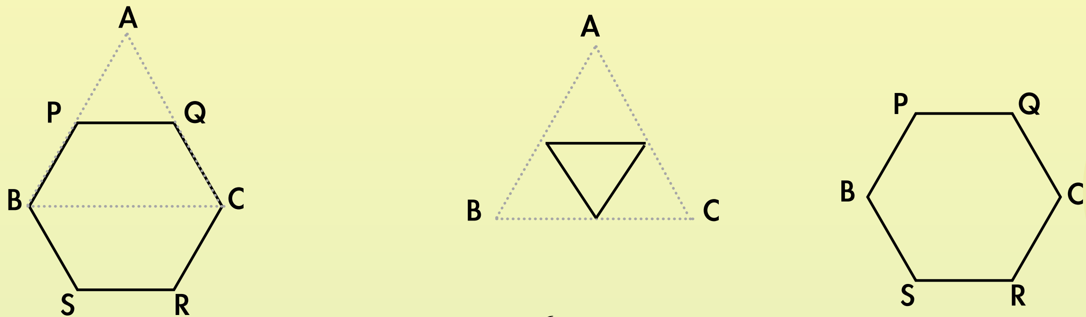
$$\frac{x}{5} - \frac{x}{7} = 75$$

$$2x = 35(75) = 2625$$

甲站與乙站的距離是2625 km 。

3.

圖1 中等邊三角形ABC與正六邊形PQCRSB的周界相等。將圖形如圖2所示分割，可見 Δ ABC面積：PQCRSB面積 = 4:6。



六邊形面積 $=$ 三角形面積 $\times \frac{6}{4}$

$= 3 \times \frac{6}{4} = 4.5$

故此，DEFGHI 的面積是4.5。

4.

將算式考慮成: $[\ (A) + (B) - (C)\ ]^2 \times (D) \div (E)$.

若要計自出數值最大，數值應為正數。

由於 $[\ (A) + (B) - (C)\ ]^2$ **必然是正數，故** (D) **及** (E) **均為正或均為負。**

情況 1:

$D = +2$ **及** $E = +1$。

若要使得算式的值為最大，須令 $[\ (A) + (B) - (C)\ ]$ **的值盡量負**

即填入: $[(-3) + (-2) - (-1)]$

$R = [(-3) + (-2) - (-1)]^2 \times 2 \div 1 = 32$。

情況2:

$D = -3$ **及** $E = -1$。

設 $[\ (A) + (B) - (C)\ ]$ **為** $[\ (+2) + (+1) - (-2)\ ]$，

$R = [\ (+2) + (+1) - (-2)\ ]^2 \times (-3) \div (-1) = 75$。

情況 3:

$D = -2$ **及** $E = -1$。

設 $[\ (A) + (B) - (C)\ ]$ **為** $[\ (+2) + (+1) - (-3)\ ]$，

$R = [\ (+2) + (+1) - (-3)\ ]^2 \times (-2) \div (-1) = 72$。

情況4:

$D = -3$ **及** $E = -2$。

設 $[\ (A) + (B) - (C)\ ]$ **為** $[\ (+2) + (+1) - (-1)\ ]$，

$R = [\ (+2) + (+1) - (-1)\ ]^2 \times (-3) \div (-2) = 24$。

情況2 所得R 的值最大。R 的最大可能值是 $\underline{75}$。

5.

$\frac{\Phi}{2013}$ 的值介乎0.595 及 0.605之間。

考慮到 $2013 \times 0.595 = 1197.735$ 而 $2013 \times 0.605 = 1217.865$

M = 1217、 N = 1198

M + N = $\underline{\underline{2415}}$

6.

袋A 中芝麻的量 = 1000 g × 3% = 30 g.

袋 B 中亦應有30 g 的綠豆。

袋B 中綠豆的百分比 = $\frac{30}{600}$ X100 % = $\underline{\underline{5\%}}$

7a.

算式 (1☆5) + (2 ☆10) + (3 ☆15) + (4☆20) + ... + (99☆495)中:
它的99 個相加的項中，(1☆5), (3 ☆15), ..., (99☆495) 的值為 5，即其中50 項為5，其他則為0。

∴ (1 ☆ 5) + (2☆10) + (3☆15) + (4☆20) + ... + (99☆495)
= 50 × 5
= $\underline{\underline{250}}$

b.

算式 (1☆3) + (3☆5) + (5☆7) + (7☆9) + ... + (2011☆ 2013) 中:
(1☆3) + (3☆5) + (5☆7) + (7 ☆ 9) + (9☆11) = 3 + 5 + 5 + 3 + 9 = 25
而 (11☆13) + (13☆15) + (15☆17) + (17☆19) + (19☆21)
(21☆23) + (23☆25) + (25☆27) + (27☆29) + (29☆31) .....
及
(2001☆2003)+(2003☆2005)+(2005☆2007)+(2007☆2009)+(2009☆2011)
等亦如是。

∴ 總和 = (3 + 5 + 5 + 3 + 9) × 201 + 3 = $\underline{\underline{5028}}$

7.6

8

a.

據觀察，多圍1圈的小三角形，圖案中便多加3 層。

當加上 N 個圈，圖案共有層數為 (1 + 3N)。

最後圖案中， $1 + 3N = 100$

$N = 33$

故用上了34 種不同的顏色。

[或]

設 L_N為第N 個圖案中的層數。

$L_1 = 1, L_2 = 4, L_3 = 7, L_4 = 7+3 = 10, \ldots$

通項為 $L_N = 1 + 3(N-1) = 3N-2$

設 $L_N = 3N - 2 = 100$，則 N = 34。即最後圖案為第34 個。

b.

當加上最外的一圈三角形後，圖案有100 層，

圍上這一圈前，圖案有97層。

在三角形的三邊上所加的小三角形數目

$= (2\times 97 + 3)\times 3 = 591$

[或]

考慮100 層圖案和97層圖案的差別:

$[1+3+5+ \ldots + (1+99\times 2)] - [1+3+5+\ldots+ (1+96\times 2)]$

$= 199 + 197 + 195$

$= 591$

9.

a. 在每一個頂點，共有6 個角。
總計6個頂點，則有36 個角。

b. 圖形的8個面為等邊三角形，它們的內角為60° 。
其中24 個角為60° 。

考慮正八面體的對稱性：
ABCD, PDQB, APCQ 為正方形，它們的內角為90° 。
其中12個角為90° 。

這些角中，
最大的是90° ，共有 12 個角是這個度數。
最小的是60° ，共有 24 個角是這個度數。

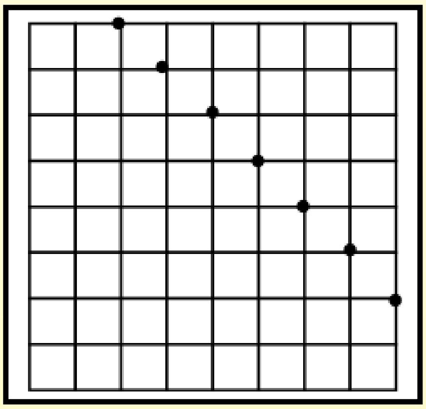
10.
由於17+18=35 < 36，故配對所得平方數為1、 4、 9、16 或 25
對於18、17 及 16，可能的配對方法為：18+7= 25、 17+8= 25
及 16 + 9 = 25。
再考慮其他數字1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15的配對:
15 可配10 或1，14 可配11 或2，13 可配12 或3，
12 可配13 或4，11 可配14 或5，10 可配15 或6，
6 可配10 或3，5 可配11 或4，4 可配12 或5，
3 可配13、6或1，2 可配14 或7，1 可配15、8或3。

但考慮到數字‘2’的情況：
由於‘7’必須配‘18’, 故 ‘2’必須配‘14’ 。
由於‘14’必須配‘2’, ‘11’必須配‘5’ 。
由於‘5’必須配‘11’, ‘4’必須配‘12’.....
如此類推，可得配對如下：
(18, 7)、(17, 8)、 (16, 9)、(15, 1)、(14, 2)、(13, 3)、(12, 4)、
(11, 5)、(10, 6)。

2跟 14配、 4跟12 配, 6跟10 配， 8跟17 配、10跟6 配。

11.

a.



圖中所示為甲蟲走動最多10單位可到達最遠的格點。其外(更遠)的格點甲蟲不能到達。

不能到達的格點共有:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21

甲蟲可以到達的格點的數目

= 9 × 9 - 21 = 60

b.

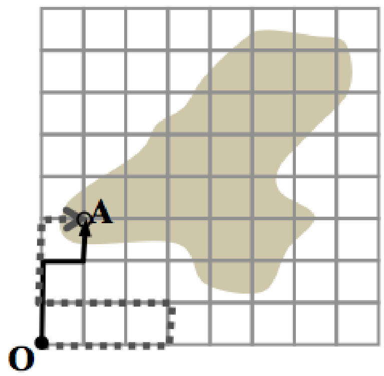


圖 (a)

若甲蟲可於走2、 4、6、8 或 10單位到達某格點，該格點可於剛好走10單位內到達。

例如圖 (a)中， 甲蟲可以最少走4單位的路徑到達A 點 (3 上及1 右)。若加插3個向左、3個向右的的單位做成另一路徑(見虛線)便可成為一個走10單位到A 點的路徑。

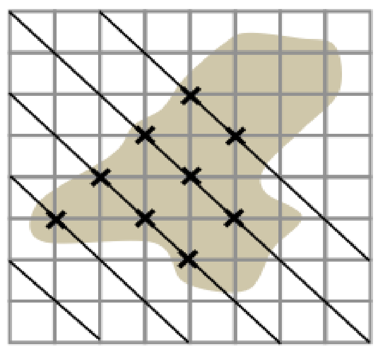
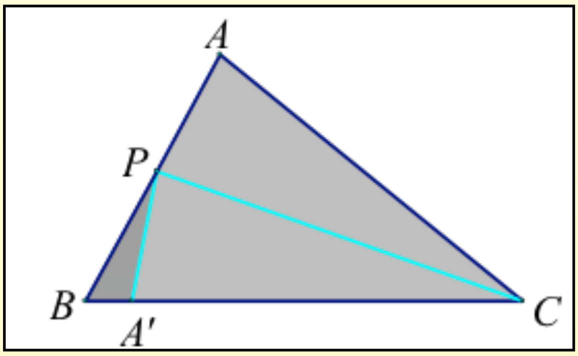


圖 (b)

圖(b)五個斜線上的格點分別為走2、4、6、8、10單位所到最遠的格點。

陰影部分中共有9 個格點可走剛好10單位到達。

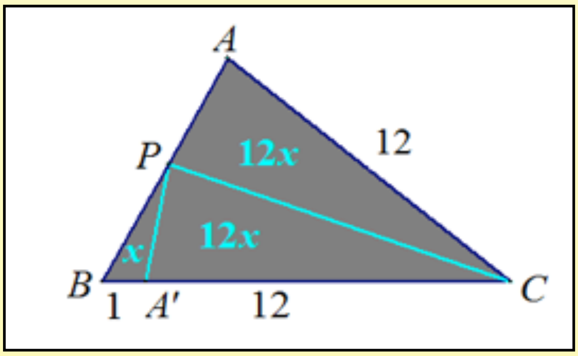
12.
見附圖：



ΔPAC = ΔPA'C
A'C = AC = 12,   BA' = 13 - 12 = 1

以ΔBPA' 及 ΔCPA'作比較，若分別以BA'及A'C作底邊，兩者有同樣的高。

可得知： ΔPBA' 面積: ΔPCA' 面積 = BA' : CA' = 1 : 12



設ΔPBA' 為 x。
則ΔPCA' 面積 = ΔPBA'面積 = 12x
ΔABC面積 = x + 12x + 12x = 25x.

仍可見的灰色部分面積 = $\frac{x}{25x}$ x100 % = 4%.

b. 若以 AP 及 PB 分別作ΔAPC 及ΔBPC的底邊， 可見兩三角形同高。

ΔAPC 面積: ΔBPC 面積= 12 : 13
∴ AP : BP = 12 : 13

$$BP = 10 \times \frac{13}{12+13} = 5.2 \text{ cm}$$

13.

a. 所需火柴的數目

$= 20 \times (13+1) + 13 \times (20+1)$

$= \underline{\underline{553}}$

b. 假設82 根火柴可作一個 $m \times n$ 長方形圖案。

$m \times (n+1) + n \times (m+1) = 82$, 其中 m 、 n 均為正整數

$2mn + m + n = 82$

$4mn + 2m + 2n = 164$

$4mn + 2m + 2n + 1 = 165$

$(2m+1)(2n+1) = 165 = 3 \times 5 \times 11$

若 $2m+1=3$ ， $2n+1=55$: $m=1$、 $n=27$， 共有27單位正方形

若 $2m+1=5$ ， $2n+1=33$: $m=2$、 $n=16$， 共有32單位正方形

若 $2m+1=11$，$2n+1=15$: $m=5$、$n=7$， 共有35單位正方形

該圖案最多包含$\underline{\underline{35}}$個單位正方形。

[或]

由於 $2mn + m + n = 82$ 即 $m = \dfrac{82-n}{2n+1}$ ，而 m、n 均為正整數。

可得 $n=1$、 $m=27$，

或 $n=2$、 $m=16$，

或 $n=5$、 $m=7$，......

而當 n 越大 m 會越小，故m 其他可能的值只限於m = 6, 5, 4, 3, 2, 1

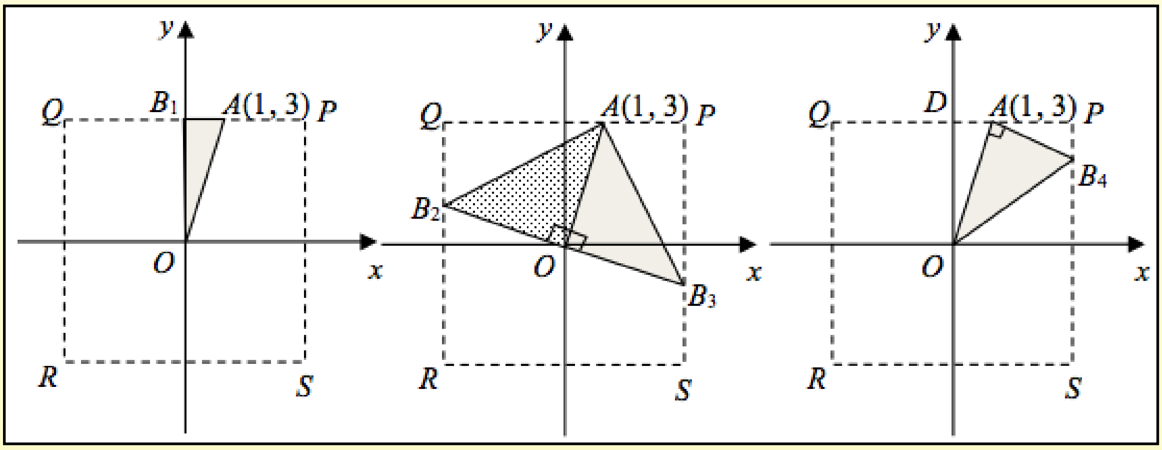
再考慮 $n = \dfrac{82-m}{2m+1}$，只有當$m=5$、 2或 1 時，可計出n的正整數數值。

故 m、 n 的可能數值為 (1, 27), (2, 16), (5, 7), (7, 5), (16, 2) 或 (27, 1).

其中m×n 的最大可能是： $m \times n = 7 \times 5 = \underline{\underline{35}}$。

14.

a. B 的所有可能位置如下:



三個圖中所形成∆OAB的90° 內角分別位於頂點 B、頂點 O及頂點 A。

B1 是 (0, 3)。

將A(1, 3) 以O為中心分別逆時針和順時針轉90° ，可知B2 是 (-3, 1) 、B3 是 (3, -1)。

運用相似三角形∆ODA 及 ∆APB：

$$\frac{PB}{PA} = \frac{1}{3}$$

$$PB = \frac{2}{3}$$

$$B4 = (3, 3 - \frac{2}{3}) = (3, 7/3)$$

b. 運用(a)的結果，設M 於 (1, 3)，並取B1、 B2 及B3 為N。

所形成直角三角形的面積為：

$$\frac{1}{2} \text{x}1\text{x}3 = 1.5 \quad \text{或} \quad \frac{1}{2}(3+4)\text{x}3 - \frac{1}{2}\text{x}1\text{x}3 - \frac{1}{2}\text{x } 2\text{x}4 = 5$$

設M 於 (2, 3)，可以(0, 3)、 (3, -2) 或 (-2, 3)為N。

所形成的直角三角形的面積為：

$$\frac{1}{2}\text{x}2\text{x}3 = 3 \quad \text{或} \quad \frac{1}{2}(3+5)\text{x}3 - \frac{1}{2}\text{x}2\text{x}3 - \frac{1}{2}\text{x}1\text{x}5 = 6.5$$

再設M 於 (3, 3)，可取(3, -3) 或 (0, 3)作 N。

所形成的直角三角形的面積為：

$$\frac{1}{2}\text{x}3\text{x}3 = 4.5 \quad \text{or} \quad \frac{1}{2}\text{x}6\text{x}3 = 9$$

x 的所有可能值為 <u>1.5, 3, 4.5, 5, 6.5 或 9.</u>

15.

a. 要刪去盡量少的整數，即要求將 2013 寫成盡量多個整數的和，也就是其中每個數字的值要盡量小。

考慮從最小的 N個數值的和： $1 + 2 + 3 + \ldots + N = \dfrac{(N+1)N}{2}$ ....(*)

考慮 $\dfrac{(N+1)N}{2} \approx 2013$

[可參考 $\sqrt{2 \times 2013} = 63.45$ 作比較]

當 $N = 63$, $1 + 2 + 3 + \ldots + 63 = 64 \times 63 \div 2 = 2016$

‘2013’不可寫成這些數字中63個數字或更多的數字的和。

當$N = 60$, $1 + 2 + 3 + \ldots + 60 = 61 \times 60 \div 2 = 1830$

$2013 - 1830 = 183$ ，可寫成$83 + 100$ 或 $91 + 92$ 等

即可構成： $1 + 2 + 3 + \ldots + 60 + (83 + 100) = 2013$

‘ 2013’可成當中62 個數字的和，而這也是可包括的最多數字。

∴ 至少要刪去其中<u>38</u> 個數字。

b. 考慮 a, a+1, a+2, … 至 N 項的和：

總和 $= \dfrac{(a + a + N - 1)N}{2} = 2013$

若 $N < 62$, $a < 100$, $a + N - 1 \le 100$, $2a + N - 1 \le 200$

$4026 = 2 \times 3 \times 11 \times 61$

$(= 2013 \times 2 = 1324 \times 3 = 671 \times 6 = 366 \times 11 = 183 \times 22 = 122 \times 33 = 66 \times 61 \,..)$

將以上各因式分解與 $(2a + N - 1) \times N$ 作比較，

只有 183×22, 122×33, 66×61 為可能的解。

以 $N = 22$、$2a+N - 1 = 183$，則 $a = 81$ 而 $a + N - 1 = 102$. 不可作解

以 $N = 33$、$2a+N - 1 = 122$， 則 $a = 45$ 而 $a + N - 1 = 77$。

以 $N = 61$、$2a+N - 1 = 66$，則 $a = 3$ 而 $a + N - 1 = 63$。

只要使得剩下的數字為： (I) 45 至77 或 (II) 3 至 63。

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」

準決賽題目（解難實驗）- 多項式近似法(Approximation by Polynomials)

多項式 (Polynomial)

在各類的代數式(algebraic expression)之中，多項式(polynomial)為較常見和簡單的一類。一個以 x 作為變數(variable)的多項式(polynomial)可寫成：

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \cdots + a_nx^n$$

其中 n 為這多項式的次數(Degree)。

而 a_r 為 x^r 項的係數(Coefficient)，a_0 則為常數項(constant term)。

例如：$2 - 3x + 0.5x^2 - x^4$ 是一個 4 次的多項式 (a polynomial of degree 4)。

其中常數項 (constant term) 為 2，

x 項的係數(coefficient)是 -3，x^2 項的係數是 0.5，x^4 項的係數是 -1。

當代入 $x = 1$，代數式的數值為 -1.5.

(When substitute $x = 1$, the value of the polynomial is -1.5.)

一些複雜的代數式(algebraic expression)在指定的範圍內，是可以運用不同方法選取多項式作近似算式，以下是就這方面的探究。

1a) 開啟 Excel 試算表 'polynomial'，在工作表(Worksheet)1A，

圖 1a 中的藍色線表示了 $y = \frac{1}{2-x}$ 在 $x = -1$ 至 $x = +1$ 範圍的圖像(graph)，

而紅色線則表示 $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 的圖像(graph)

(係數 a_0、a_1、a_2、a_3、a_4 及 a_5 的數值設於工作表中儲存格(Cell) F2 至 F7，各數值原本均設為 0。)

在工作表 1A 中，適當地修改儲存格 F2 至 F7 的數值，使得圖 1a 的紅色線逐一顯示下列各多項式的圖像，並作觀察：

$y = 0.5$,

$y = 0.5 + 0.25x$,

$y = 0.5 + 0.25x + 0.125x^2$,

$y = 0.5 + 0.25x + 0.125x^2 + 0.0625x^3$,

$y = 0.5 + 0.25x + 0.125x^2 + 0.0625x^3 + 0.03125x^4$,

$y = 0.5 + 0.25x + 0.125x^2 + 0.0625x^3 + 0.03125x^4 + 0.015625x^5$,

將各代數式的圖像與 $y = \frac{1}{2-x}$ 的圖像作比較，你有甚麼發現？

1b) 在工作表 1B 中，圖 1b 中的藍色線表示了 $y=\frac{10x^3+5x^2+1}{x^2+5x+10}$ 在 $x=-1$ 至 $x=+1$ 範圍的圖像，而紅色線則表示 $y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$ 的圖像。

(a_0、a_1、a_2、a_3、a_4 及 a_5 均預設為 0)

在工作表 B，通過修改儲存格 F2 - F7 的數值，使得紅色線遂一顯示以下各多項式的圖像，並作觀察：

$y=0.1$,

$y=0.1-0.05x$,

$y=0.1-0.05x+0.515x^2$,

$y=0.1-0.05x+0.515x^2+0.7475x^3$,

$y=0.1-0.05x+0.515x^2+0.7475x^3-0.42525x^4$,

$y=0.1-0.05x+0.515x^2+0.7475x^3-0.42525x^4+0.13785x^5$,

將各代數式的圖像與 $y=\frac{10x^3+5x^2+1}{x^2+5x+10}$ 的圖像作比較。在這個例子中，有沒有和題(1a)類似的發現？

1c) 在(1a)和(1b) 兩題的例子中，設定的各個多項式與給出的代數式在 $x=0$ 時數值是相等的。若要達到這種效果，有關的多項式須符合甚麼條件？

2a) E 是一個以 x 為變數的代數式。

在工作表 2A，圖 2a 中藍色線表示了這個代數式 E 於 $x=-1$ 至 $x=+1$ 範圍的圖像。圖 2a 中紅色線表示 $y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$ 的圖像，其中各係數(coefficients) a_0、a_1、a_2、a_3、a_4 和 a_5 的數值可於儲存格(Cell) F2 至 F7 設定和修改。

運用工作表 2A，適當地設定 a_0、a_1、a_2、a_3、a_4 和 a_5 的數值以找出一個的次數(degree)為 5 的多項式，在 $x=-1$ 至 $x=+1$ 範圍可「逼近」代數式 E，也就是令找出的多項式與代數式 E 在代入 $x=-1$ 至 $x=+1$ 時所得數值相近。

請把你們找出各係數的步驟和結果扼要寫出。

2b) 在(2a)題中，當係數設定作不同的數值時，多項式圖像隨之而變。

試分別描述當改變 a_0、a_1 和 a_2 的數值時對多項式圖像的影響。

有一個代數式，若找出一個多項式於代入一定範圍的 x 值時，可與這多項式算出相近的數值，我們將這些多項式稱為它的「近似多項式」(approximation polynomial)。

2c) 於第(2a)題中，所得出多項式只作為所給出代數式 E 的「近似」算式 (approximation)，兩者之間必定存在了誤差(error)。

試設計一種方法去量度一個近似多項式與它所逼近的代數式之間的誤差。並以這方法量度出你們於(2a)所求出的近以多項式與這代數式 E 的誤差。

2d) 建議一個方法，在找出代數式的近似多項式時，能減少誤差。

2e) 在工作表 2D 中，圖(2d)的藍線表示了代數式 *E* 在範圍 $x = -0.5$ 至 $x = 1.5$ 的圖像。

i. 若以你們於此(2a)中所求出的多項式作為代數式 *E* 在這範圍的近似多項式，你們認為是否恰當？請解釋。

ii. 若要求出一個近似多項式，使得在 $x = 0.5$ 時這多項式和代數式 *E* 所得的數值相等，且在 $x = -0.5$ 至 $x = 1.5$ 範圍內兩者所得數值相近，該如何修改(2a)的方法？請扼要描述步驟。<u>你們不需要把新的係數計算出來，但必須把重點寫出</u>。

3) 現有一代數式 $\dfrac{2x-1}{x^2+1}$，若沒有 Excel 這類試算表軟件或其他圖像軟件(graphing software)的輔助，只運用普通的科學計算機(Scientific calculator)，試求出一個次數為 2 的多項式作為 $\dfrac{2x-1}{x^2+1}$ 的近似多項式，而且當 $x = 0$ 時多項式和代數式 $\dfrac{2x-1}{x^2+1}$ 所得的數值相等。必須列出計算步驟。

4) 試指出運用上述的多項式近似法(approximation by polynomial)有甚麼好處和限制？

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」

準決賽題目（解難實驗）- 多項式近似法

參考答案

1a) 在給出的各多項式中，每個依次加上一個高一次數的項，從圖像所見，多項式在給出的範圍內，越來越接近給定的公式$y = \frac{1}{2-x}$。

1b) 是

1c) 將 a_0 設定為代數式在 $x = 0$ 的值。

2a)
1. 設定 a_0=f(0)
2. 調較 a_1 的取值直至給定的代數式的圖像有最小「差異」
3. 重覆(2)以調較 a_i(i=1 to n)

2b)
- ➢ a_0 為 y-截距
- ➢ a_1 為當 $x = 0$ 時的切線的斜率
- ➢ a_2 為當 x=0 時的彎曲率

正值代表凹向上，負值代表凹向下。

2c)
- ➢ 目測
- ➢ 最小的面積差距
- ➢ 某些設定位置的距離
- ➢ 某些設定位置的差距的平方和

或任何合理的答案

2d) 多加上高次的項。 (即加高多項式的次數)

2e) i. 在 $x = 0$ 附近的誤差較小。當漸接近 $x = 1.5$ 時，誤差增加。

2e) ii.
1. 作變換將圖像向左移 0.5. ($X = x$-0.5)
2. 設定 a_0 為變換後代數式於 $X = 0$ 的值。
3. 將 a_i (i = 1 至 n) 作出調較令 $X= 0$ 附近的誤差為最少
4. 待所有系數 a_i 的值均作出調較後，可再作合適變換 ($x = X + 0.5$) 以令圖像向右移 0.5。 展開多項式，可得以 $y = a_0 + a_1(x+0.5) + a_2(x+0.5)^2 + a_3(x+0.5)^3 + a_4(x+0.5)^4 + a_5(x+0.5)^5$

[有系統及邏輯的表達]

3) 1. 設 $a_0 = f(0) = -1$

2. 從觀察所得, a_1 等於公式的圖像在 $x = 0$ 處畫一最近直線(切線)的斜率。

這斜度約為 $(f(\delta x) - f(-\delta x))/2\delta x$， δx 為一個很小很小的數。

即: $a_1 \approx (f(\delta x) - f(-\delta x))/2\delta x$

3. $f(x) \approx a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, $f(x) - (a_0 + a_1x) \approx a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$

若要求出 a_2，可將 x 設定成一個很小的數，令 x^2 和更高次的項可以略過。

[有系統及邏輯的表達]

例如: $a_0 = f(0) = -1$

設 $\delta x = 0.01$.

$$a_1 \approx \frac{f(+\delta x) - f(-\delta x)}{2\delta x} = 1.99980002$$

$$f(x) - (a_0 + a_1x) \approx a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

$$f(x) - (-1 + 1.99980002x) \approx a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

設 x=0.01 而由於 x^3 和較高次數的項的值較小，且略過。

-0.97990201 - (-0.98) $\approx a_2 0.01^2$

$$a_2 \approx 0.99990001$$

亦可作以下設定:

$\delta x = 0.001$, $a_1 \approx 1.999998$, $a_2 \approx 0.999999$

$\delta x = 0.0001$, $a_1 \approx 1.99999998$, $a_2 \approx 0.999999983$

[註： Taylor expansion:

$$\frac{2x-1}{x^2+1} = -1 + 2x + x^2 - 2x^3 - x^4 + 2x^5 + x^6 + \cdots$$

但這計算過程中亦可牽涉頗大的 TRUCATION ERROR!

例如 $\delta x = 0.000000001$, $a_1 \approx 1.999999999$, $a_2 \approx 111.0223025$]

[有效的示範及解說]

(4) 好處:(例如) 簡單而與乎合直觀

可憑加上更高次數的項增加準確度

限制: 這近似方法的結果只會在一個較短的間距範圍中有效。

範圍以外需要另求一個近似的模擬。

對周期函數不適用。

決賽題目（數學辯論）- 複雜規律的模擬

(A) 近似多項式 (Approximation Polynomial)

多項式 (Polynomial)

在各類的代數式(algebraic expression)中，多項式(polynomial)較為常見和簡單。一個以 x 作為變數(variable)的多項式(polynomial)可寫成：

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \cdots + a_nx^n$$

其中 n 為這多項式的次數(Degree)，

而 a_r 為 x^r 項的係數(Coefficient)，a_0 則為常數項(constant term)。

例如：$2 - 3x + 0.5x^2 - x^4$ 是一個 4 次多項式 (a polynomial of degree 4)。

其中常數項 (constant term) 為 2，

x 項的係數(coefficient)是 -3，x^2 項的係數是 0.5，x^4 項的係數是 -1。

當代入 $x = 1$，多項式的數值為 -1.5.

(When substitute $x = 1$, the value of the polynomial is -1.5.)

1 a. 試找出一個以 x 為變數的多項式(Polynomial)，滿足下列條件：

多項式次數(degree) 為 1；

且 當代入 $x = 2$ 時，多項式的值 $= 3$；

當代入 $x = 4$ 時，多項式的值 $= 5$。

b. 試找出一個以 x 為變數的多項式(Polynomial)，滿足下列條件：

多項式次數為 2；

且 當代入 $x = 0$ 時，多項式的值 $= -7$；

當代入 $x = 2$ 時，多項式的值 $= 3$；

當代入 $x = 4$ 時，多項式的值 $= 5$。

2. 試構作一個以 x 為變數、次數為 3 的多項式，當代入 $x = -1, 1$ 或 8，多項式的值均為 0。

[註：(i) 合適的多項式眾多，只需寫出其中一個；
(ii) 無須將求得的多項式化簡。]

3 a. 寫出一個 5 次(degree 5)的多項式，滿足下表所列條件：

當代入 $x=$	-2	-1	0	1	3	8
多項式的值 =	60	0	0	0	0	0

b. 寫出一個 5 次多項式，滿足下表所列條件：

當代入 $x=$	-2	-1	0	1	3	8
多項式的值 =	60	12	-6	-21	0	450

4. 以 6 對數字填滿下表，使得不存在任何多項式滿足其要求。

當代入 $x =$						
多項式的值 =						

題目(3b)中求出了一個 5 次多項式，它可以滿足下表所列條件：

當代入 $x =$	-2	-1	0	1	3	8
多項式的值 =	60	12	-6	-21	0	450

同樣道理，若表中有 N 個不同的 x 值及其對應的多項式數值，應可構作出一個多項式以滿足這些結果。這種方法稱為插值法 (interpolation)，它可以為一些複雜的代數式求出近似的多項式。然而當 N 越大時，多項式的次數便越高、也越複雜，在應用上不太方便。

5. 科學家希望分析某地區濕度變化的特性。假設他們已有過去一年每天濕度的紀錄，如果將上述的技巧直接運用於過去一年 365 日的數據以求出一個近似多項式，結果便是一個次數為 364 的多項式！

試建議一個方法去分析某地區的按月濕度變化，且能減少多項式的次數。

(B) 移動平均法 (Moving Average)

以上(A)部的方法是對一些數據作靜態分析，但有些情況我們希望對一些數據隨時間變化作出估計和分析。以分析股價為例: 股價是每天變化的，若直接把股價和時間關係的折線圖(broken-line graph)繪出時，會發現它是一條變化非常大的線，對分析未必有幫助。這時候分析員通常會使用「移動平均」的方法。

分析員利用移動平均繪出移動平均線。移動平均線是計算某段時間內的平均數值。當計算移動平均值時，便須界定一段日數作為計算平均數值的基礎。在股價分析中最常見的移動平均線日數為 10 日、50 日及 250 日等。

簡單移動平均（Simple Moving Average，記作 SMA）是某數據之前的 n 個數據的平均數值。

例如某校連續的 14 個上課天，同學遲到人數如下；

日期	4 月 8 日	4 月 9 日	4 月 10 日	4 月 11 日	4 月 12 日	4 月 15 日	4 月 16 日	4 月 17 日	4 月 18 日	4 月 19 日	4 月 22 日	4 月 23 日	4 月 24 日	4 月 25 日
人數	6	1	0	2	4	8	2	2	3	5	10	3	1	3

若計算遲到人數 5 天的移動平均，則有以下結果:

日期	4月 8日	4 月 9 日	4 月 10 日	4 月 11 日	4 月 12 日	4 月 15 日	4 月 16 日	4 月 17 日	4 月 18 日	4 月 19 日	4 月 22 日	4 月 23 日	4 月 24 日	4 月 25 日
人數	6	1	0	2	4	8	2	2	3	5	10	3	1	3
5 天移動平均	/	/	/	/	/	2.6	4.0	4.2	4.6	4.8	4	4.4	4.6	4.4

其中 $2.6=\dfrac{6+1+0+2+4}{5}$，$3.6=\dfrac{2+4+8+2+2}{5}$。

在股價分析的情況，「某股票在今天的 “10-天簡單移動平均” 」即之前 10 天該股票收市價的平均數。設該 10 天的股價為 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{10}$， 則今天的 “10 天簡單移動平均” 為：

$$SMA=\frac{p_1+p_2+\cdots+p_{10}}{10}$$

同樣地，計算 「n 天簡單移動平均」時，則 $SMA=\frac{p_1+p_2+\cdots+p_n}{n}$,

其中 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 為之前 n 天該股票的收市價。

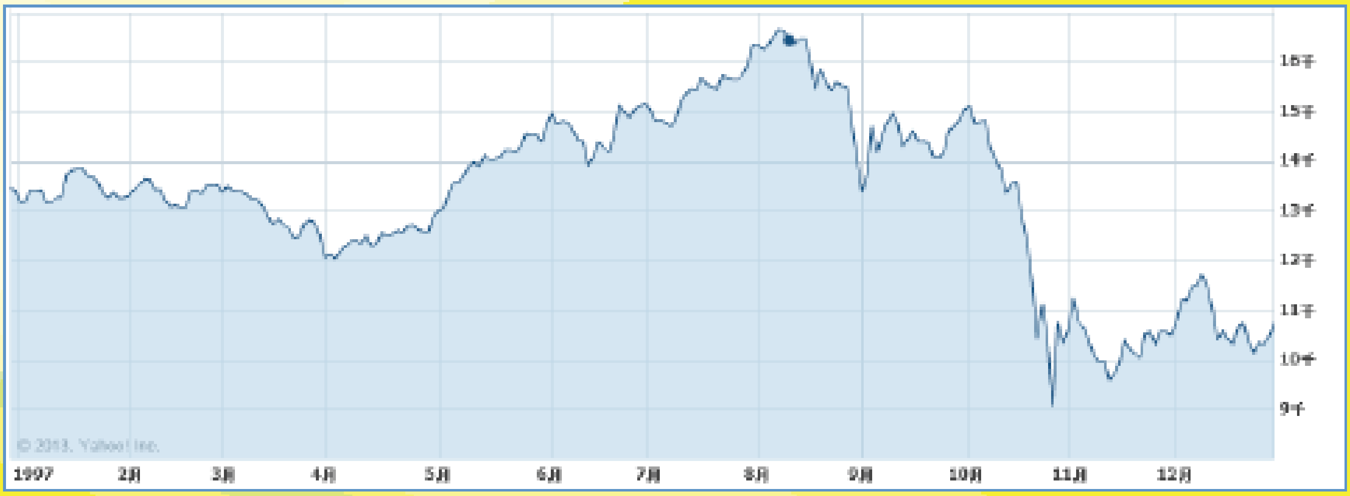
以下圖像是過去一年間恒生銀行的股價的 10-天、50-天和 200-天的簡單移動平均 (即 n = 10, 50, 200) 隨時間的變化。

1. 試描述原本的日線圖和不同日數的簡單移動平均線的關係和特點，並加以解釋。

2. 設 X 代表昨天的「n 天簡單移動平均」，Y 代表今天的「n 天簡單移動平均」，而 p 和 q 分別代表昨天和它的 n 天之前的股價。以算式寫出 X, Y, p 和 q 的關係，並以 p, q, X 表示 Y 的值。(Express Y in terms of X, p and q.)

3. 股災的發生往往對社會民生產生負面的影響，例如在 1997 年 10 月發生的一次股災中，恒生指數在短時間內大幅度下跌。(附件 1 為當時恒生指數的圖表和數據。)
   a. 一般的平均方法，包括移動平均，都不能預測股災的發生，為甚麼？
   b. 試建議一個方法去預測股災的發生。

恒生指數 (01/97 - 12/97)



恒生指數 (09/97 - 12/97)

日期	收市指數	日期	收市指數	日期	收市指數	日期	收市指數	日期	收市指數
9/1/97	13425.7	9/23/97	14094.4	10/17/97	13601	11/7/97	10104.5	11/28/97	10526.9
9/2/97	13735.3	9/24/97	14205.4	10/20/97	12970.9	11/10/97	9992.8	12/1/97	10750.9
9/3/97	14714	9/25/97	14636.6	10/21/97	12404.1	11/11/97	10004.1	12/2/97	11216.4
9/4/97	14199.2	9/26/97	14710.9	10/22/97	11637.8	11/12/97	9607.9	12/3/97	11207.6
9/5/97	14564.6	9/29/97	14864.4	10/23/97	10426.3	11/13/97	9720.8	12/4/97	11474.9
9/8/97	14806.5	9/30/97	15049.3	10/24/97	11144.3	11/14/97	9957.3	12/5/97	11527.6
9/9/97	14996.7	10/3/97	15128	10/27/97	10498.2	11/17/97	10419.8	12/8/97	11722.9
9/10/97	14805.4	10/6/97	14776.8	10/28/97	9059.9	11/18/97	10245.2	12/9/97	11490.7
9/11/97	14308.3	10/7/97	14810.8	10/29/97	10765.3	11/19/97	10154.4	12/10/97	11022.4
9/12/97	14470.5	10/8/97	14838.5	10/30/97	10362.9	11/20/97	10050.7	12/11/97	10420.2
9/15/97	14630.7	10/9/97	14274.1	10/31/97	10624.8	11/21/97	10548.2	12/12/97	10614.7
9/16/97	14411.2	10/13/97	14072.9	11/3/97	11255.1	11/24/97	10586.4	12/15/97	10435.2
9/18/97	14419.5	10/14/97	13836.6	11/4/97	10780.8	11/25/97	10325.6	12/16/97	10346.4
9/19/97	14384.1	10/15/97	13384.2	11/5/97	10681.8	11/26/97	10590.1	12/17/97	10692.7
9/22/97	14108.1	10/16/97	13567.3	11/6/97	10412.6	11/27/97	10584.1	12/18/97	10754.1

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」

決賽題目（數學辯論）- 複雜規律的模擬

參考答案

(A)

1. a. $x+13$

   b. $-x^2+7x-7$

2. $k(x+1)(x-1)(x-8)$ 或 $k(x^3-8x^2-x+8)$

3. a. $(x+1)x(x-1)(x-3)(x-8)/(-5)$

   b. $$\frac{(x+1)x(x-1)(x-3)(x-8)}{-5}+\frac{(x+2)x(x-1)(x-3)(x-8)}{4}+\frac{(x+2)(x+1)(x-1)(x-3)(x-8)}{-8}$$
   $$+\frac{(x+2)x(x+1)x(x-3)(x-8)}{-4}+\frac{(x+2)(x+1)x(x-1)(x-3)}{56}$$

   [註]: Lagrange Interpolation

   $f(x)\approx f_1L_1(x)+\cdots+f_nL_n(x)$，其中

   $$L_i(x)=\frac{(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)},\ i=1,2,\ldots,n.$$

4.

$i=$	1	2	3	4	5	6
$x_i=$	−2	−2	0	1	3	8
$y_i=$	60	12	−6	−21	0	450

5. (例如)
   - 計算每個月的濕度的平均值，令數據點簡化為12個。
   - 這樣可以令多項式變成11次的多項式。

(B)

1.
- 移動平均線較為平滑。
- 移動平均線與日線圖 (或相互之間) 有時間差異，若移動平均線所取的日數較多，則時間差異則越大。
- 移動平均所用的日數越多，則上下反覆的頻度較小。

2. $$Y = X + \frac{p - q}{n}$$

3.

a. 一般平均法所做出平均值必定小於所用數據的最大值亦大於其最小值，而在「股災」時期股價會在一個短時間內較大幅度的連續下跌。故一般的平均法均無法預測「股災」的發生。

b.

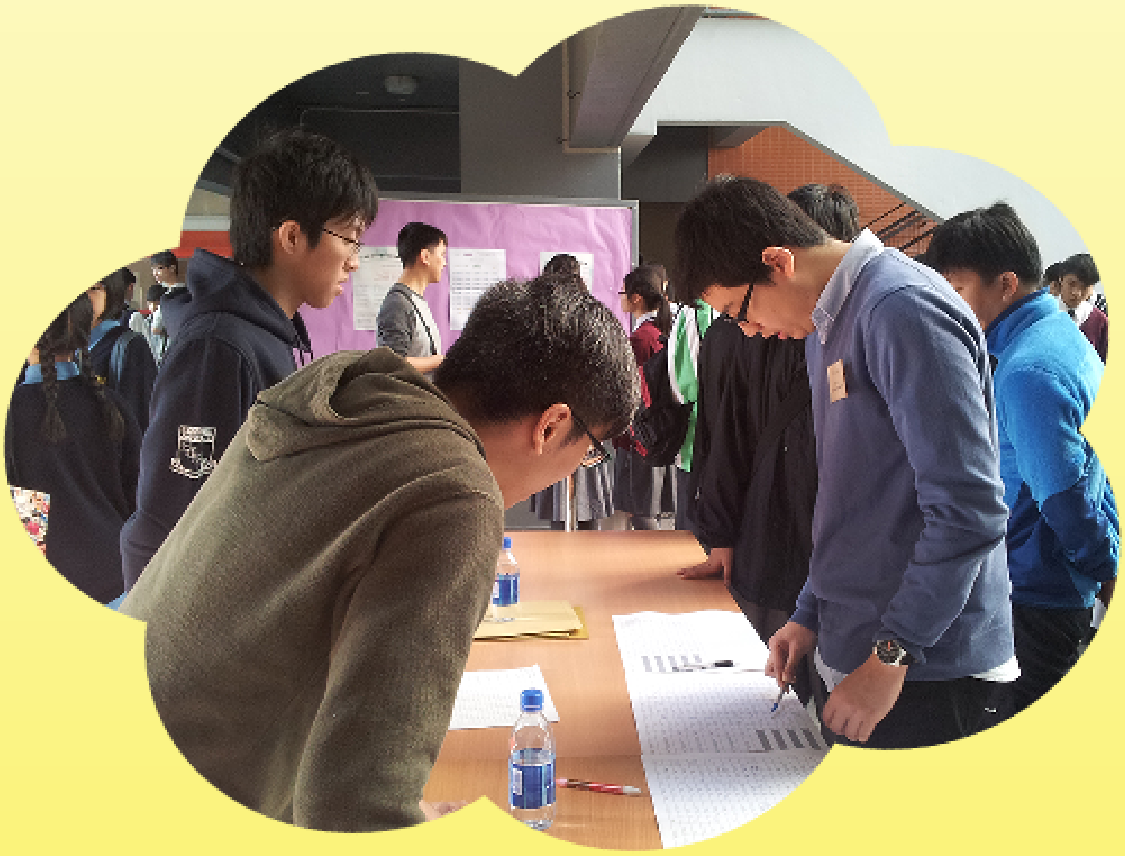
例如(方法1):
- 計算連續交易日的指數相差
- 考慮這些相差的移動平均曲線
- 將移動平均曲線與之前的「股災」時的情況作比較。

例如(方法1):
- 假設某天有股災發生，指數會有相當大的差異。研究從前股災曾出現的這些差異的特性 ，並在考慮誤差下的情況與當時情況作對比。

或任何合理的可能方法。

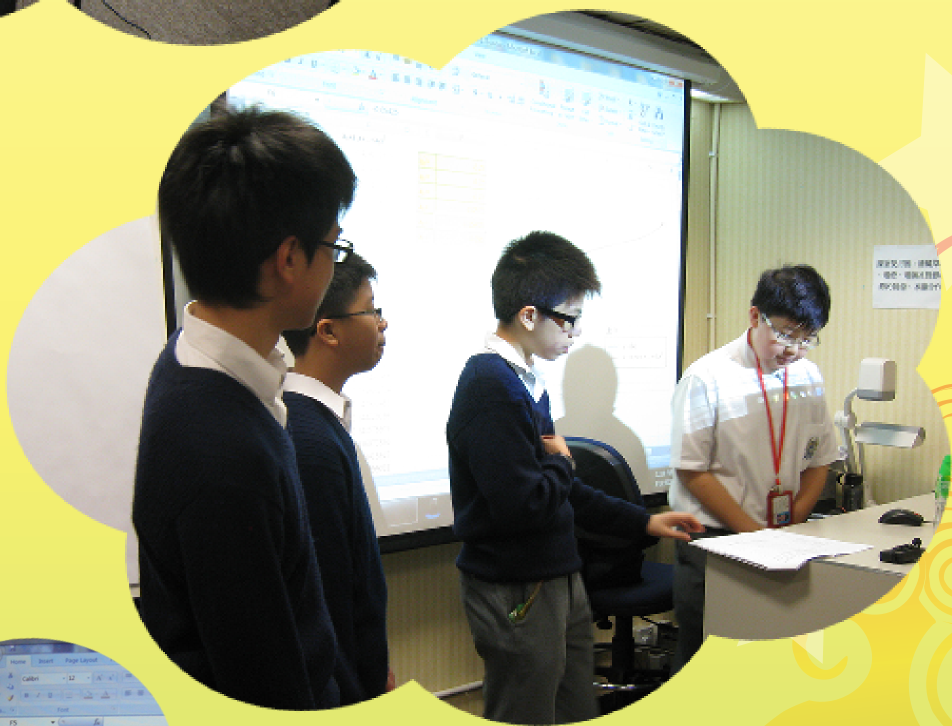
7.7 比賽花絮

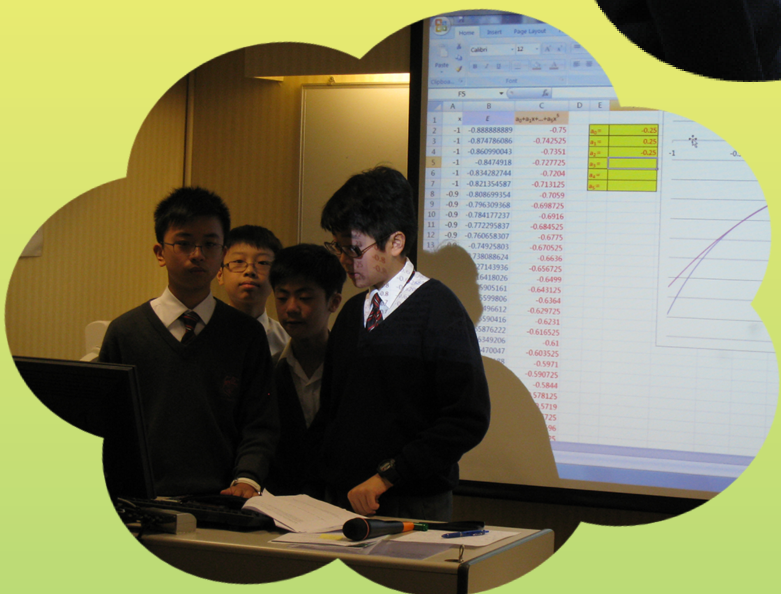
「第五屆香港中學數學創意解難比賽」初賽花絮（筆試）



7.7

「第五屆香港中學數學創意解難比賽」
準決賽花絮（解難實驗）- 多項式近似法





「第五屆香港中學數學創意解難比賽」
決賽花絮（數學辯論）- 複雜規律的模擬

7.7


皇仁書院

8. 初賽答題表現分析

小學初賽表現分析

本屆共有來自154間小學合共612位學生完成了小學初賽筆試。初賽設有14條題目，總分41分，參賽隊伍平均得分為12.83分。

1.
本題目測試學生對圖形拼砌與分割的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.17分。

2.
本題目測試學生對速率的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.88分。

3.
本題目測試學生對分數加減計算的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為1.10分。

4.
本題目測試學生對三角形面積的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.12分。

5.
本題目測試學生對小數(小數和分數互化)的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.64分。

6.
本題目測試學生對加法及「數感」的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為1.27分。

7.
本題目測試學生對四位數及分數的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為1.15分。

8.
本題目測試學生對規律的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為1.08分。

9.
本題目測試學生對除法及方程的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為0.90分。

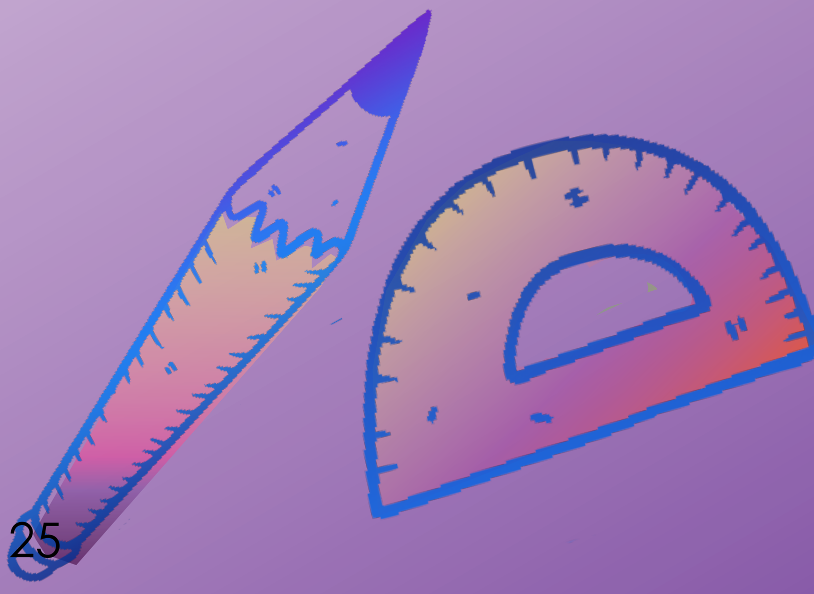
10.
本題目測試學生對立體圖形的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為0.90分。

11.
本題目測試學生對邏輯及「數感」的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為0.84分。

12.
本題目測試學生對推論及邏輯的認識。題目共4分，參賽隊伍平均得分為1.62分。

13.
本題目測試學生對組合的認識。題目共4分，參賽隊伍平均得分為0.58分。

14.
本題目測試學生對因數及公因數的認識。題目共5分，參賽隊伍平均得分為1.57分。



中學初賽表現分析

本屆共有來自150間中學合共584位學生完成了中學初賽筆試，初賽設有15條題目，總分50分，參賽隊伍平均得分為16.44分。

1.
本題目測試學生對因數分解、立體及表面面積的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為1.47分。

2.
本題目測試學生對速率的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.44分。

3.
本題目測試學生對周界及面積的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.75分。

4.
本題目測試學生對近似值及數算的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.61分。

5.
本題目測試學生對近似值及數算的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為0.97分。

6.
本題目測試學生對百分數的認識。題目共2分，參賽隊伍平均得分為1.51分。

7.
本題目測試學生對計算的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為1.43分。

8.
本題目測試學生對數型的認識。題目共3分，參賽隊伍平均得分為0.79分。

9.
本題目測試學生對立體圖型的角的認識。題目共4分，參賽隊伍平均得分為0.96分。

10.
本題目測試學生對邏輯及組合的認識。題目共4分，參賽隊伍平均得分為1.51分。

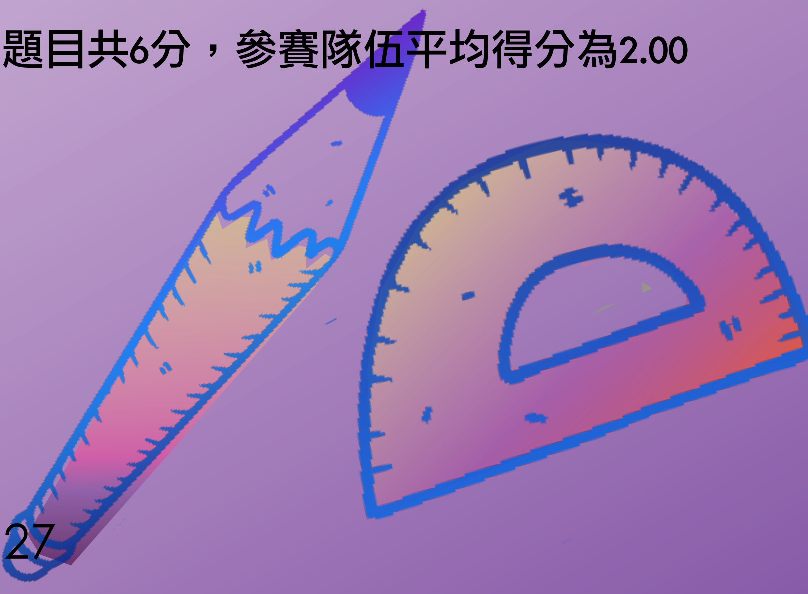
11.
本題目測試學生對組合及組合數學的認識。題目共4分，參賽隊伍平均得分為0.83分。

12.
本題目測試學生對等高三角型面積的認識。題目共4分，參賽隊伍平均得分為0.64分。

13.
本題目測試學生對解方程的認識。題目共5分，參賽隊伍平均得分為1.90分。

14.
本題目測試學生對座標幾何的認識。題目共5分，參賽隊伍平均得分為0.63分。

15.
本題目測試學生對數列求和的認識。題目共6分，參賽隊伍平均得分為2.00分。



9. 頒獎禮花絮


2012/13







2012/13
第五屆香港中學數學創意解難比賽及
Ceremony

「第九屆香港小學數學創意解難比賽」及
「第五屆香港中學數學創意解難比賽」資料匯編

出　　版：　教育局資優教育組
日　　期：　二零一三年十二月