

提示及答案

第四課 「誰偷了試卷」

案情

警員：有一批公開試的試卷不翼而飛。當局為了保安問題，較早前已請工程師想出一個保安的方法，就是委任 5 個人，每人看管保險箱的若干條鎖匙，他們分為 A，B，C，D 及 E。保險箱上有多把鎖，任何 1 個或 2 個人都不能打開所有的鎖，但任意 3 個人同時使用他們的鎖匙，就能打開保險箱，目的是就算有 1 或 2 個人生病，在需要時保險箱仍能被打開；同時他們相信這樣做能確保安全，因為有過半數的人串通盜竊試卷的可能性很低。

你：你問過保管鎖匙的人嗎？

警員：問過了，每個人也說一點也不知情。我們立即把他們手上的所有鎖匙都收起來。我在收鎖匙時，發現“E”的鎖匙比別人少 1 把。“E”說沒注意到自己丟了一把，因為最近沒有用過鎖匙。我們懷疑是有內賊，而“E”是最大嫌疑的，因為他是唯一丟了鎖匙的人。

你：你能否帶我到保險箱去查看嗎？若可以，你可否把所有鎖匙也帶上？我想我能告訴你誰偷試卷的嫌疑最大。

你可知道誰偷試卷的嫌疑最大？

=====

【後頁為破解本案的提示一至提示四，各同學可依次選擇閱讀自己需要的提示數量。最後一頁為答案。】

提示一

共需要多少把鎖？

系統不能讓任意 2 人，如(A,B) 或 (A,C) 或 (C,D)等單獨打開保險箱。

因此，必須有一把鎖是他們身上的所有鎖匙都無法打開。

於是，我們可以假設每把鎖上都貼上了不能打開它的兩個人的名稱。

如：貼上 AB 的鎖不能被 A 及 B 打開，貼上 BC 的鎖不能被 B 及 C 打開等。

如此考慮，需要的鎖的數量是多少？

(見下頁)

需要的鎖的數量至少等於 A 至 E 5 個人的配對組合數目。現把配對組合寫下：

AB、AC、AD、AE

BC、BD、BE

CD、CE

DE

共 10 把鎖

現在，任意 2 個人在保險箱前都會發現有一把鎖他們無法打開。

提示二

每個人需要多少把鎖匙？

我們看一下情況，如“E”，若他與任意 2 個人就能打開保險箱，
“E”就應可開啟貼有他名稱以外的鎖，參考上面鎖的組合，故
“E”共有 6 把鎖匙 (AB、AC、AD、BC、BD、CD)。

即是說，每個人需要 6 把鎖匙。

提示三

任意 2 個人究竟能打開多少把鎖？

如 **A** 及 **B**，他們互有 3 把不同的鎖匙，3 把相同的鎖匙，即可打開 9 把鎖。

（即 **AB** 以外的其他鎖。）

即是說，任意 2 個人能打開 9 把鎖。

提示四

下表顯示了每人看管的鎖匙資料：

	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
A					✓	✓	✓	✓	✓	✓
B		✓	✓	✓				✓	✓	✓
C	✓		✓	✓		✓	✓			✓
D	✓	✓		✓	✓		✓		✓	
E	✓	✓	✓		✓	✓		✓		

如何得知誰盜竊試卷的嫌疑最大？

答案

下表顯示了每人看管的鎖匙資料：

	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
A					✓	✓	✓	✓	✓	✓
B		✓	✓	✓				✓	✓	✓
C	✓		✓	✓		✓	✓			✓
D	✓	✓		✓	✓		✓		✓	
E	✓	✓	✓		✓	✓		✓		

只需用“E”現有的鎖匙去開保險箱的鎖，便會發現“E”丟失了貼上什麼名稱的鎖的鎖匙。

假若最終發現丟失了BC的鎖匙，則B及C盜竊試卷的嫌疑最大。因為B及C二人加上BC的鎖匙便能打開所有的鎖。如此類推。