

## 提示及答案

### 第五課 「校際五人足球賽」

#### 案情

一個很獨特的比賽，每輪比賽由 2 所學校對陣，每校會派 10 名球員，比賽前，教練要公開地隨機把隊員分成 A 及 B 組，各組 5 人。這兩組會與對方學校的兩組作賽，共打 4 場比賽。如其中一方贏出最少 3 場，該校即獲得這輪的勝利，如雙方是 2 比 2，算打和。

明日學校大多是優秀球員，而隊中有 2 名球員嘉俊及偉明的表現更是特別出色。只要他們兩人在同一組，學校就必勝無疑。比賽前他們的教練表示他們兩人同組的機會與不同組的機會差不多，而這次比賽明日學校太幸運了，他們二人夥拍一齊出賽的機會特別多。

快到頒獎時刻，你也是觀眾之一。你看見冠軍獎杯已刻上了明日學校的名字，再細看今次比賽的統計表，明日學校在 5 輪比賽中獲得 5 輪勝利，而且這 5 輪比賽中，嘉俊及偉明有 4 輪一起作賽。

頒獎時候到了，當主持人說本屆校際足球賽冠軍是明日學校。突然有人大聲道，他們作弊的，請不要頒獎給他們。

真的有人作弊嗎？各位神探找出當中的問題吧！

=====

【後頁為破解本案的提示一至提示四，各同學可依次選擇閱讀自己需要的提示數量。最後一頁為答案。】

## 提示一（問題 1 至 13 的答案）

1. 一個硬幣一面是“字”，一面是“圖案”，問擲一次出現“字”的機會率是多少？

$\frac{1}{2}$

2. 擲一次出現“圖案”的機會率是多少？

$\frac{1}{2}$

3. 擲一次出現“字”或“圖案”的機會率是多少？

1

4. 擲兩次出現“字 字”的機會率是多少？

列出所有排列

字 字

字 圖案

圖案 字

圖案 圖案

即  $\frac{1}{4}$

5. 擲兩次出現“圖案 圖案”的機會率是多少？

$\frac{1}{4}$

6. 擲兩次出現一個“圖案 字”的機會率是多少？

$\frac{1}{4}$

7. 擲兩次出現“圖案 圖案”或“圖案 字”的機會率是多少？

$\frac{1}{2}$

8. 擲兩次出現“圖案 圖案”或“圖案 字”或“字 圖案”或“字 字”的機會率是多少？

1

9. 1 張紅紙(R)有多少種擺放次序？

1 種 R

10. 1 張紅紙(R)及一張黃紙(Y)，有多少種擺放次序？

2 種 RY ， YR

11. 1 張紅紙(R)、一張黃紙(Y)及一張藍紙(B)，有多少種擺放次序？

6 種 RYB ， RBY ， YRB ， YBR ， BYR ， BRY

12. 填寫下表：

紙的數目	次序	有何規律？
1	1	1
2	2	2×1
3	6	3×2×1
4	24	4×3×2×1

思考為何有這規律？

（注意新加的紙可以有多少個不同的位置加進原本的樣式？）

13. 如果有 8 款不同口味的雪糕，你可以從中選 3 種口味，你有多少種配搭？

看似  $8 \times 7 \times 6 = 336$ ，但這是按順序配搭的方法，可是，如：巧克力-雲呢拿-香芋，還是巧克力-香芋-雲呢拿，都是一樣，故此我們要減去重複。情況等同於本來不同顏色的 3 張紙有 6 種不同的排列次序，若紙的顏色一樣時就只會得一種排列方式了。於是按順序雪糕有 336 種方法，當不考慮排列次序時每一種都會被重複 6 次。因此，可以實際搭配的組合應只會有

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = \frac{336}{6} = 56$$

## 提示二（問題 14 的答案）

14. 回到足球比賽的問題，把 10 人分為 A 和 B 兩組的方法是

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

## 提示二（問題 15 的答案）

15. 假設嘉俊和偉明被編為 9 號及 10 號球員，而且他們一定被編在同一組，則還剩 8 個球員可填補餘下 3 個空缺。因此，當 9 號和 10 號同在 A 組時，可以有多少種方法組成 A 組？

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

### 提示三（問題 16 的答案）

16. 9 號和 10 號同在 A 組或 B 組的機會率是多少？

$$\frac{56+56}{252} = \frac{4}{9}$$

（因 9 號和 10 號也可一起在 B 組，所以也有 56 種方法組成 B 組。）

即 他們不在一起的機會率是  $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

### 提示四（問題 17 的答案）

17. 我們要解決的是：如果在 5 輪比賽中都要把 10 個人分成 A 和 B 兩小組，9 號和 10 號同時出現在一個小組中 4 次的機會率是多少？

(導師講述：用 A 組來說 9 號和 10 已在 5 次中一起出現 4 次，可以是(H=出現，

T=不出現)HHHHT，又可以 HHHTH 等等，它的機會都是 $(5)\left(\frac{4}{9}\right)^4\left(\frac{5}{9}\right) = 0.1084$ 。

## 答案

若以此作為考慮基礎，判斷是否有人做了手腳的基礎，令嘉俊和偉明最終能編配在同一組中作賽，則以上計算得出的機會率為 0.1084，未算很小的數值，不足以令人相信出現以上情況絕非巧合，故未必有足夠的說服力讓大會就此展開深入調查。