

教育局
小學校本課程發展組
「以行求知」分享會
迎向教育新機遇 – 共思·共行·共享（數學科）
(25.11.2022)

透過加強縱向課程設計
提升學生四邊形概念的學習效能

黃詠詩老師、蘇鈺玲老師、黎送恩老師、歐煥健老師（丹拿山循道學校）
曾倫尊博士（教育局小學校本課程發展組）

圖形與空間範疇學習難點

1. 空間感難於建立
2. 直觀判斷
3. 不懂得運用工具協助判斷及
繪畫
4. 態度不夠認真

van Hiele 模式的特性

1. 次序性 (Sequential) : 在任一特定層若要成功的發展，則他必需擁有前一層次的各項概念與策略。
2. 增強性或加深加廣性 (Advancement) : 教導學生超過他實際層次亦是可行的。
3. 內因性與外因性 (Intrinsic and Extrinsic)
4. 語言性的 (Linguistics)

van Hiele 兒童幾何思維發展理論

兒童幾何思維發展分為五個階段

- 零階段：視覺化 (Visualization)
- 階段一：分析 (Analysis)
- 階段二：非型式歸納 (Informal Deduction)
- 階段三：型式歸納 (Formal Deduction)
- 階段四：嚴密性 (Rigor)

(Burger and Shaughnessy, 1996)

van Hiele 提出教學階段論

- (一) 探詢資訊 (inquiry / information)、
- (二) 直接導向 (Directed Orientation)、
- (三) 解釋說明 (Explication)、
- (四) 自由探索 (Free Orientation)、
- (五) 整合 (Integration)。

(Clements & Battista, 1992; Hoffer, 1988)

數學科校本縱向課程設計

- van Hiele's 教學階段
- 各種電子學習平台：
Geogebra, Classkick
- 實作活動 $\Rightarrow$ 提昇空間感
- 數學語言、符號
- 知識、技能、態度

數學科校本課程設計

- 二年級：角、四邊形（一）
- 三年級：平行線、四邊形（二）
- 四年級：四邊形（三）、圖形分割
和併砌
- 橫向及縱向的銜接
- 五年級：多邊形的面積

丹拿山循道學校



二年級
角和垂直線、
四邊形(一)

小二 圖形與空間範疇

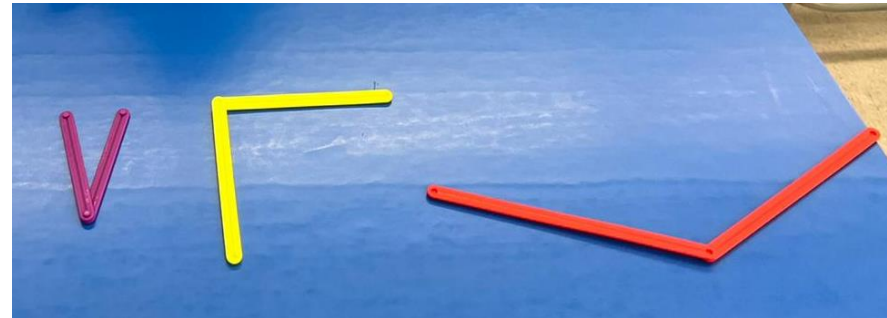
新課程內容

年級	學習單元	圖形	學習重點	注釋
二	2S2 角		1. 認識角的概念 2. 比較角的大小 3. 認識直角和垂直線的概念 4. 繪畫和製作垂直線 5. 認識銳角和鈍角的概念 6. 繪畫和製作不同大小的角	● 須包括在以下條件下繪畫： 經過直線上一個定點，繪畫垂直於該線的直線 經過直線外一個定點，繪畫垂直於該線的直線 學生須認識點與直線之間的距離的概念。 教師可讓學生使用不同的工具，例如直尺和三角尺，繪畫垂直線。 - 教師可讓學生使用不同的方法繪畫和製作大小不同的角。
	2S4 四邊形(一)	長方形、正方形	1. 認識四邊形的概念 2. 認識正方形和長方形的概念和基本性質 正方形的基本性質包括： 四個角都是直角 四邊長度相等 長方形的基本性質包括： 四個角都是直角 對邊長度相等 3. 繪畫和製作正方形和長方形	● 須包括對邊和鄰邊的概念 ● 在此學習單位，教師應避免以正方形作例子，描述長方形的性質。 ● 正方形和長方形的包含關係在學習單位4S1中處理。 ● 教師可讓學生使用不同的方法繪畫和製作正方形和長方形。

角和垂直線設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(一)探詢資訊」活動設計

- 用實物，例如：鐘面上的時針和分針、書角、剪刀、窗角等日常生活的物品，讓學生明白兩條直線相交會形成角。
- 透過活動(幾何條)，由學生動手操作，經歷「角」的形成，從而學會「角」的大小和比較。



van Hiele 的五個教學階段中的「(二)直接導向」活動設計

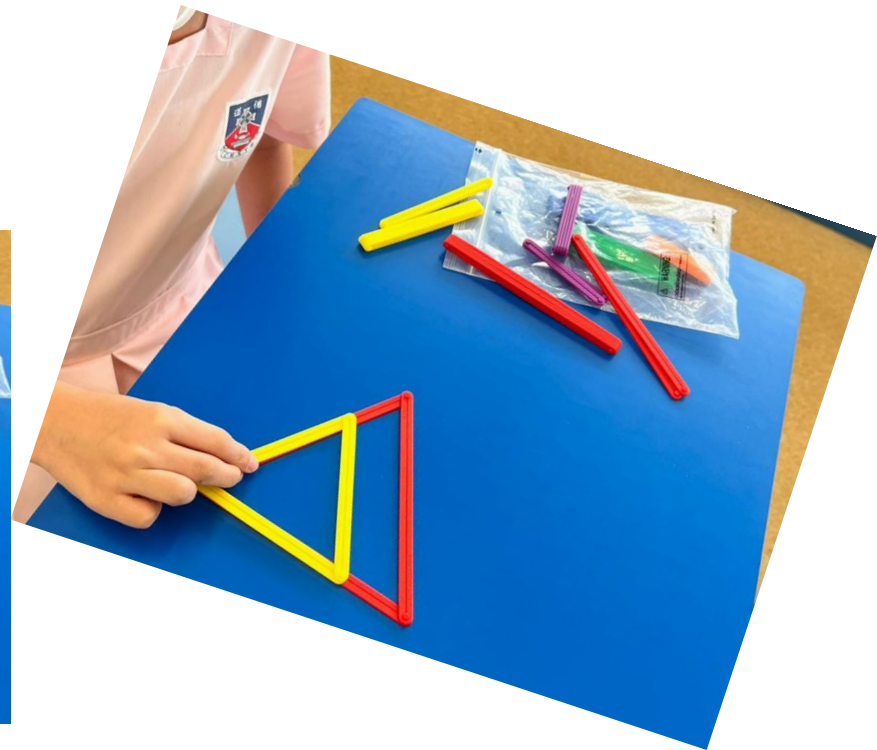
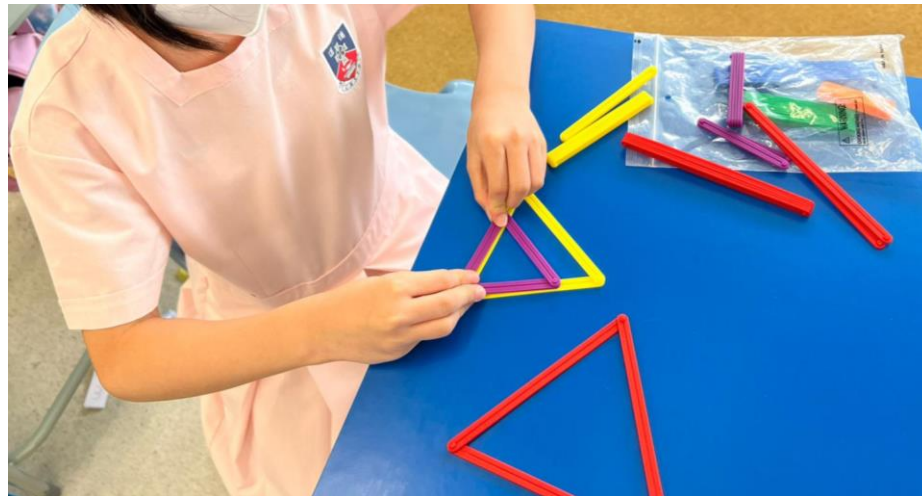
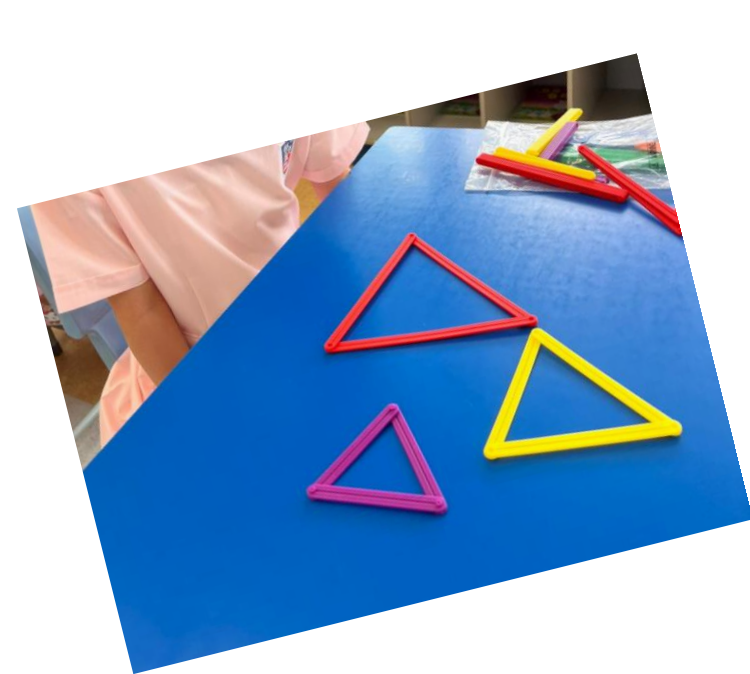
利用直角三角尺，辨別銳角、直角與鈍角之間的關係

角和垂直線教學難點

1. 角的大小與形成它的直線（即「邊」）的長度沒有關係，但大部分學生在判斷或畫出不同大小的角時，常常誤以為角的大小與它的邊的長度有關，邊愈長，角便會愈大。
2. 學生不懂得正確擺放三角尺判斷垂直線

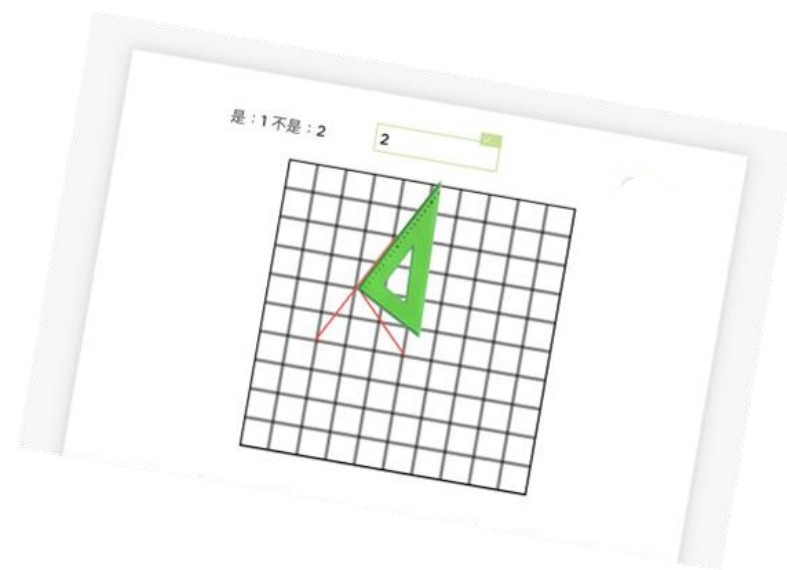
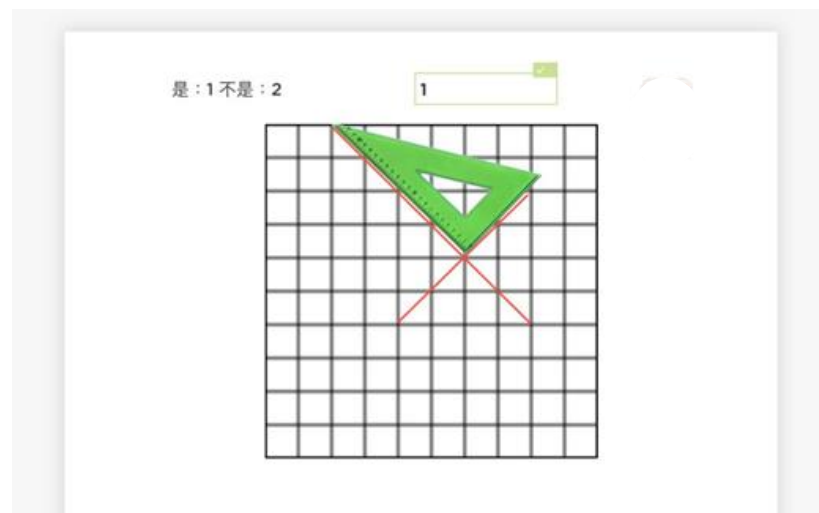
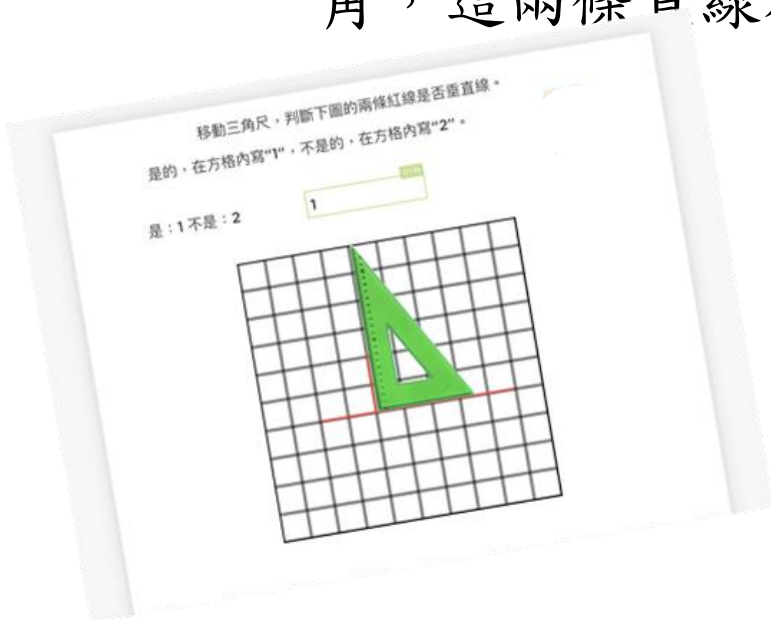
角和垂直線設計理念

- van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計



角和垂直線設計理念

- van Hiele 的五個教學階段中的「(二)直接導向」活動設計
 - 利用「直角」作引入，向學生介紹「垂直線」—— 兩條直線相交形成直角，這兩條直線稱為一組垂直線。





1 / 1 Pts



< 1/15 ▾ >

^ 2A 01 ▾ ▾

移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

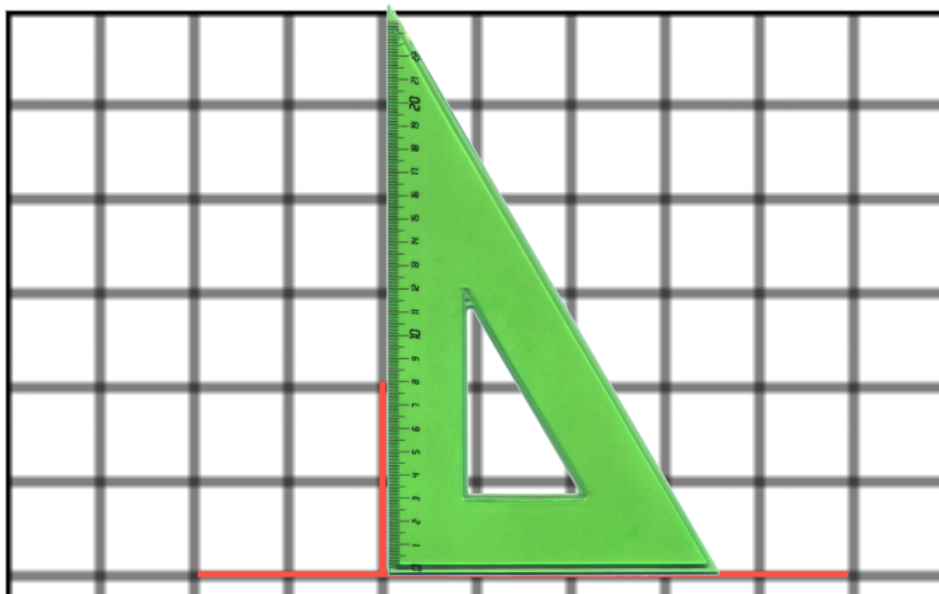
是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt

good



21-22 2A ▼

LMH GRU 🔗

Slide #1 ▼

Students A-Z ▼

🔍 Filters

☆ Stickers

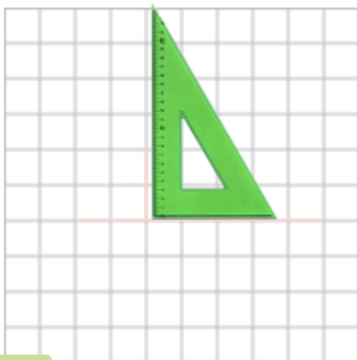
移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt



good

1 / 1 Pts

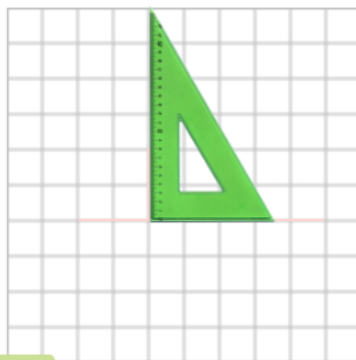
移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt



good

1 / 1 Pts

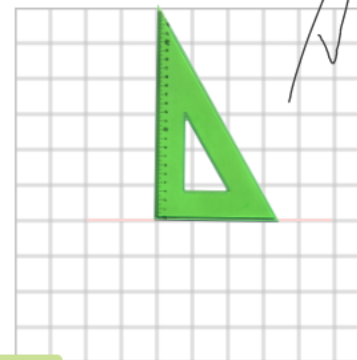
移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt



good

1 / 1 Pts

2A17

👤 0

BASIC

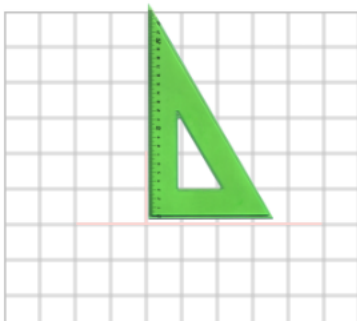
移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt



good

2A18

👤 0

BASIC

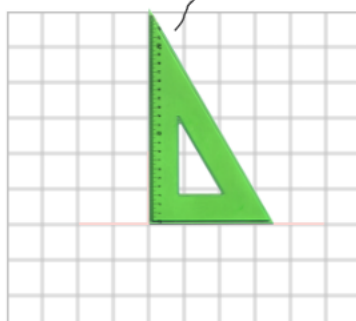
移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt



good

2A20

👤 0

BASIC

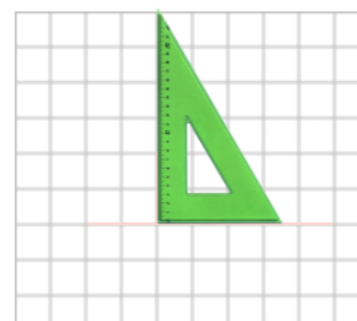
移動三角尺，判斷下圖的兩條紅線是否垂直線。

是的，在方格內寫“1”，不是的，在方格內寫“2”。

是：1 不是：2

1

1/1 Pt



good



0 / 0 Pts



< 2/15 >

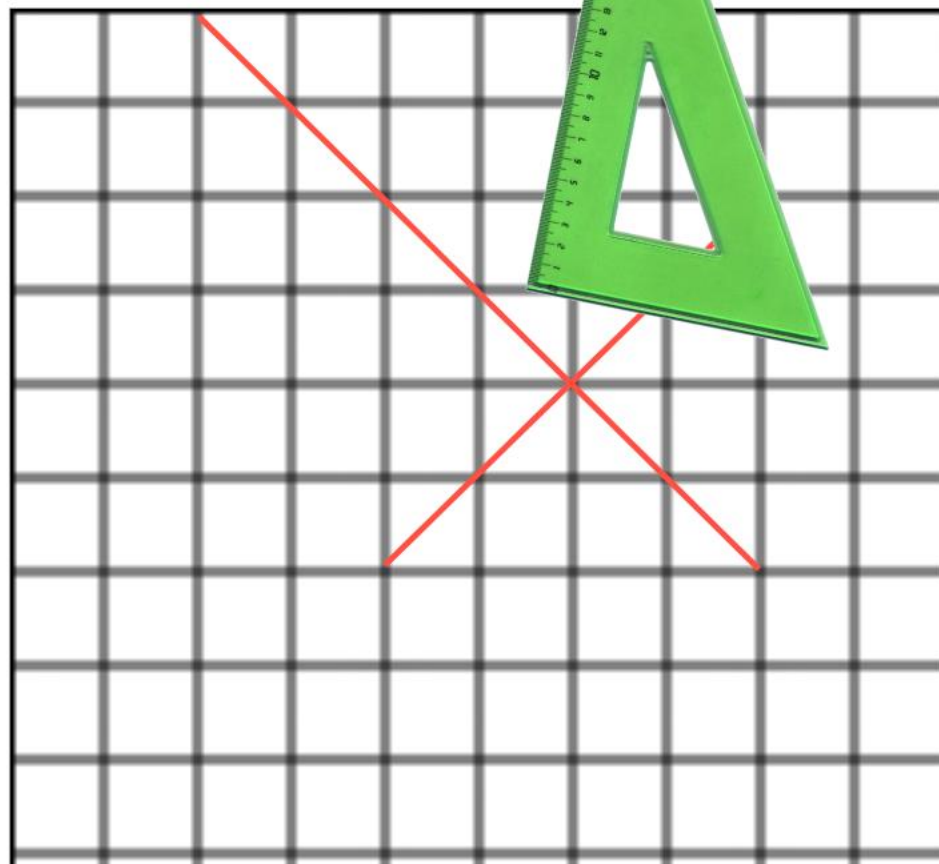
^ 2A00 v

是 : 1 不是 : 2

2



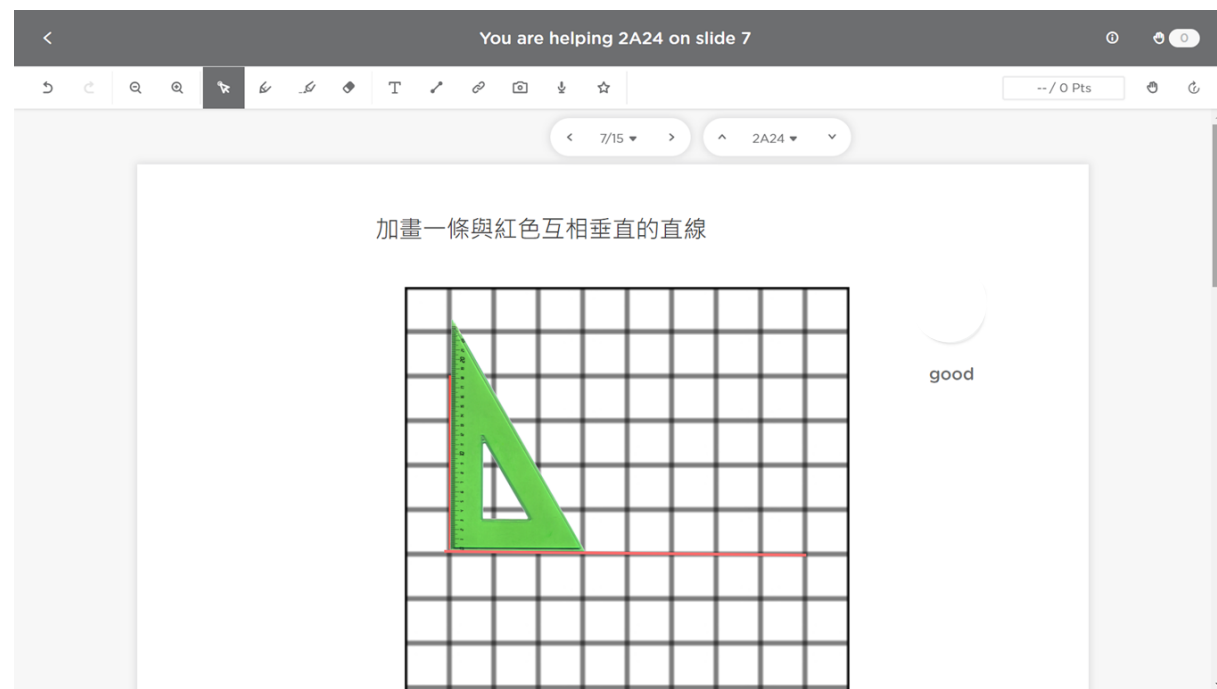
wrong answer



放錯三角尺

角和垂直線設計理念

- van Hiele 的五個教學階段中的「(二)直接導向」活動設計
- 學生能正確繪畫垂直線



四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(一) 探詢資訊」活動設計

- 透過觀察不同四邊形，學生發現所有四邊形都有四條邊和四隻角。

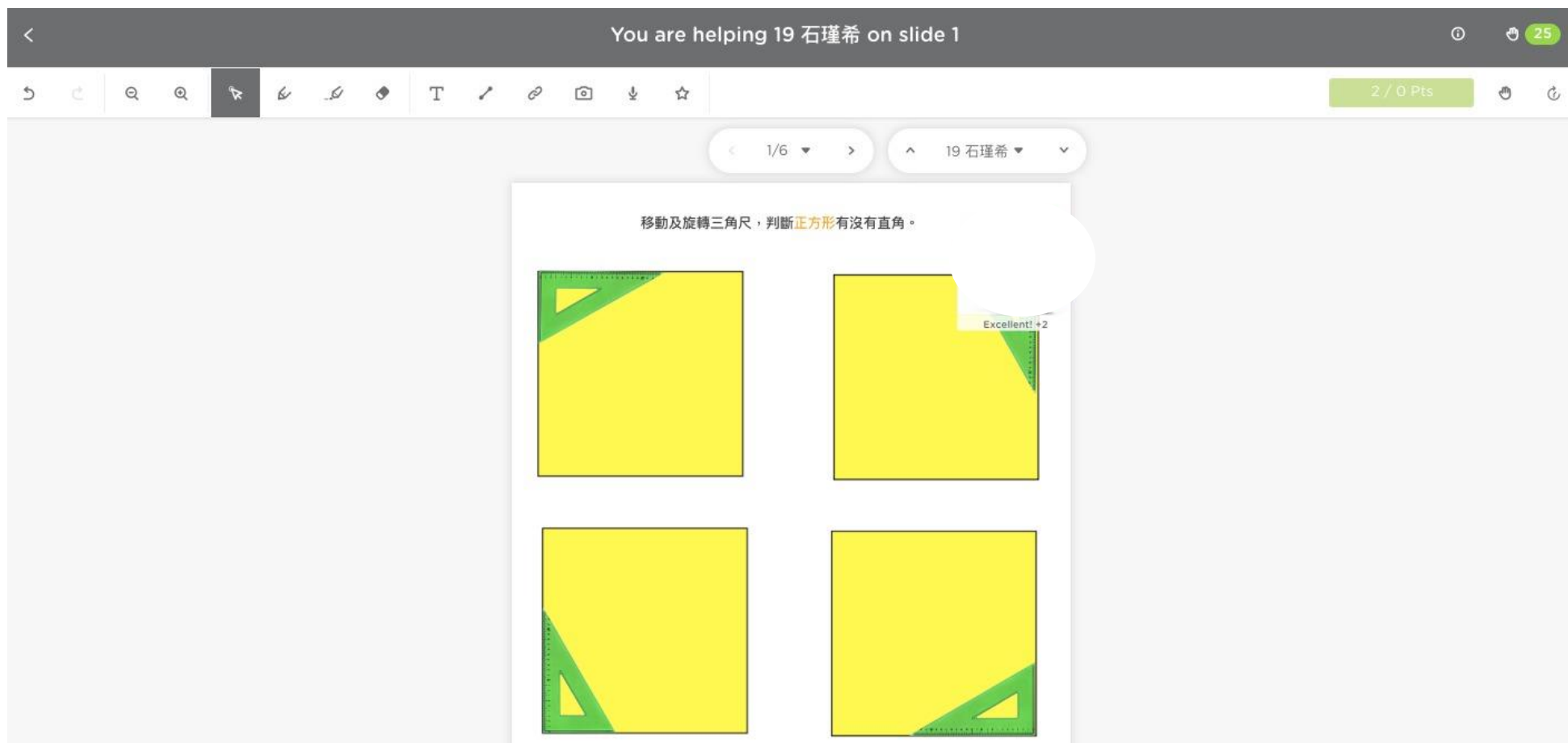
van Hiele 的五個教學階段中的「(二) 直接導向」活動設計

- 認識四邊形的有對邊、鄰邊和四隻角。

四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計

- 利用classkick 學生能判斷正方形和長方形均有對邊、鄰邊和四隻直角。



四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計

- 利用classkick 學生能判斷正方形和長方形均有對邊、鄰邊和四隻直角。

< You are helping (5) on slide 2 26

7 / 4 Pts

< 2/6 > ^ (5) v

使用直尺，量度正方形每條邊的長度。
在方格上填上答案。

8 cm

8 cm

8 cm

8 cm

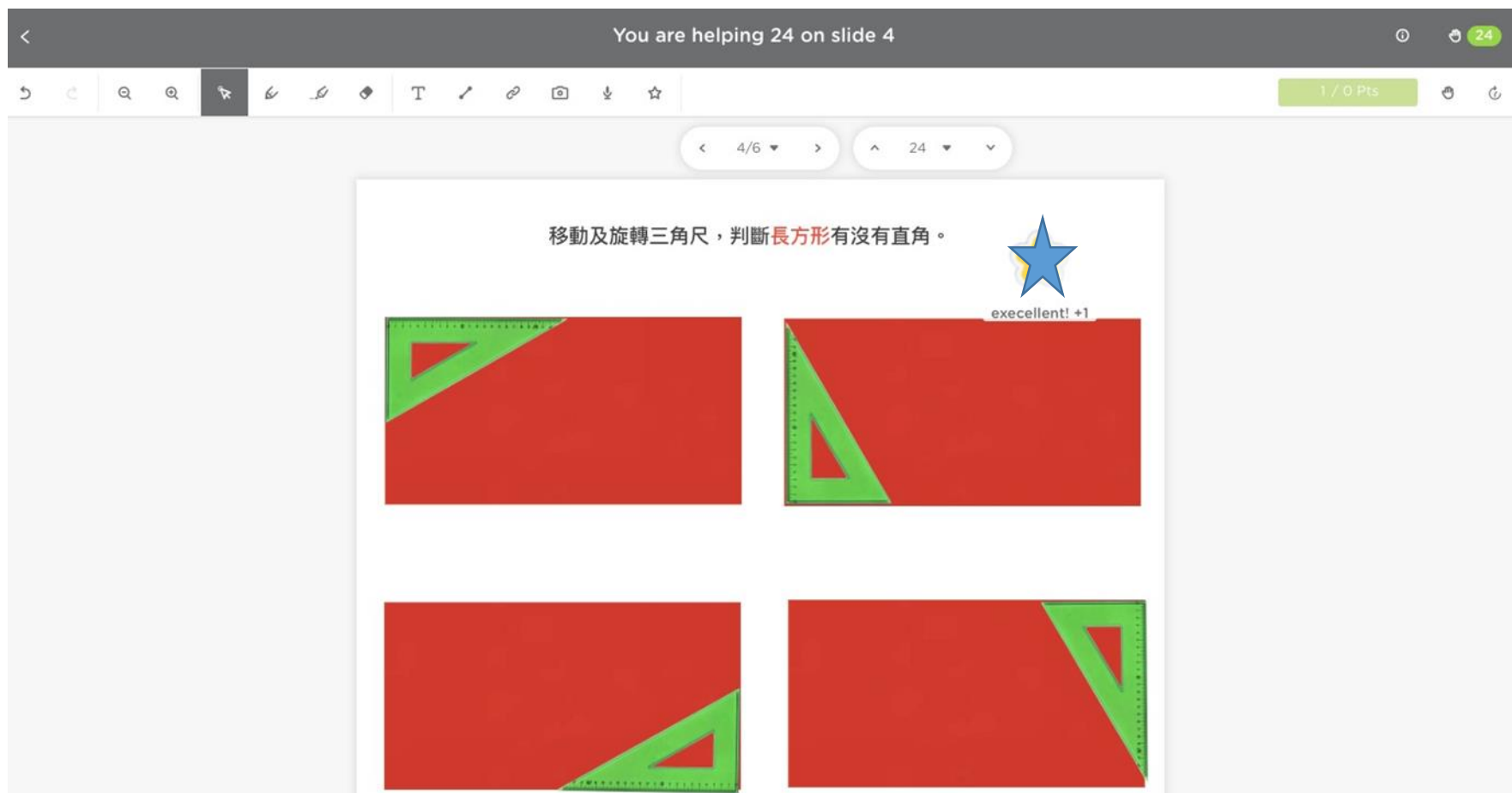
excellent! +2

The screenshot shows a digital workspace for a math activity. At the top, a dark grey bar contains navigation icons and the text 'You are helping (5) on slide 2' and '26'. Below this is a toolbar with various icons for editing and measuring. The main area is a light grey grid. In the center, there is a yellow square. A ruler is placed below the square, showing its width is 8 cm. The student has entered '8' in a box next to the ruler. Another ruler is placed to the left of the square, showing its height is 8 cm. The student has entered '8' in a box next to the ruler. A feedback bubble says 'excellent! +2'.

四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計

- 利用classkick 學生能判斷正方形和長方形均有對邊、鄰邊和四隻直角。



四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計

- 利用classkick 學生能判斷正方形和長方形均有對邊、鄰邊和四隻直角。

< You are helping 8 on slide 5 24

5 / 4 Pts

< 5/6 > ^ 8 v

使用直尺，量度長方形每條邊的長度。
在方格上填上答案。

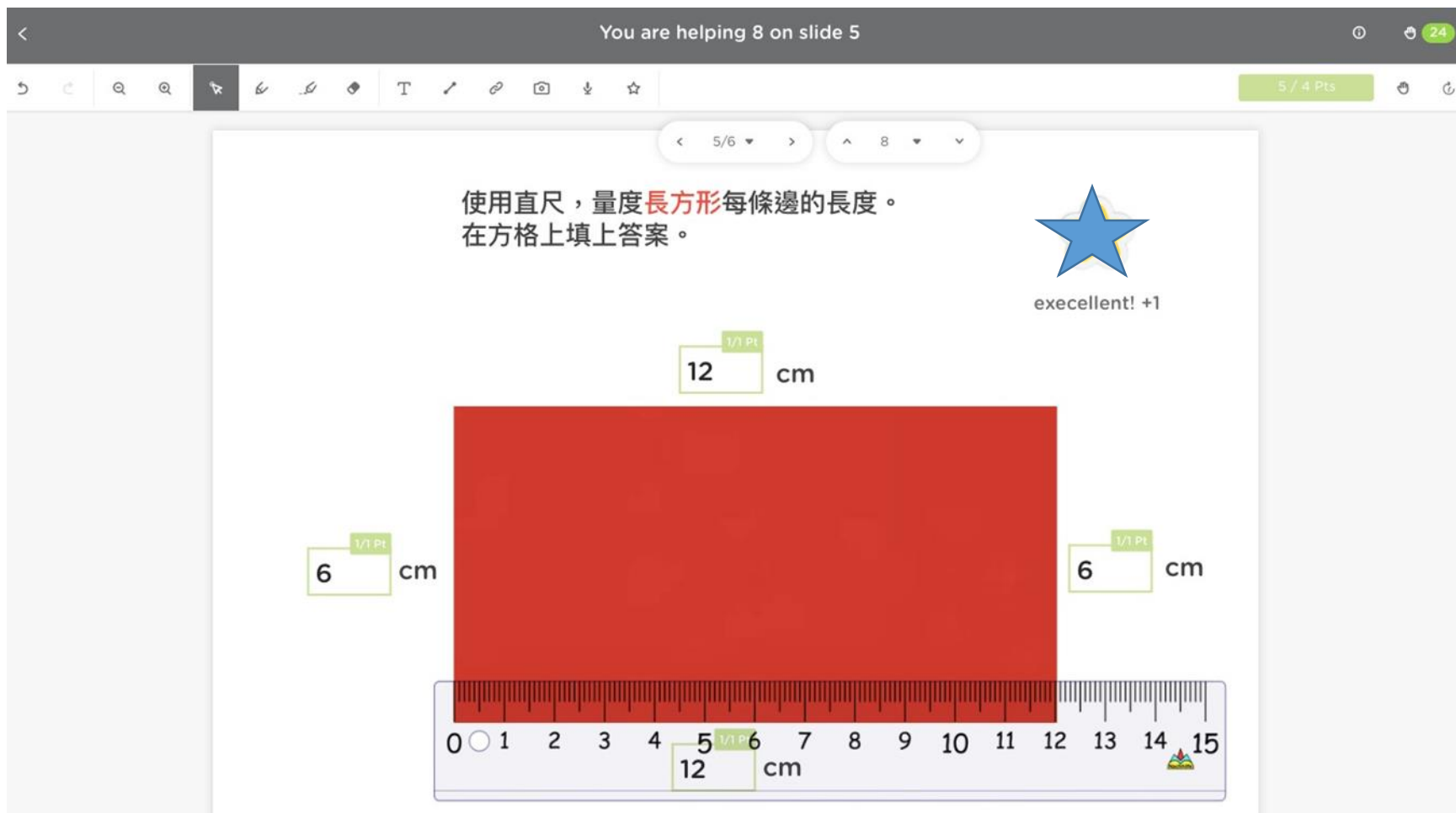
excellent! +1

12 cm

6 cm

6 cm

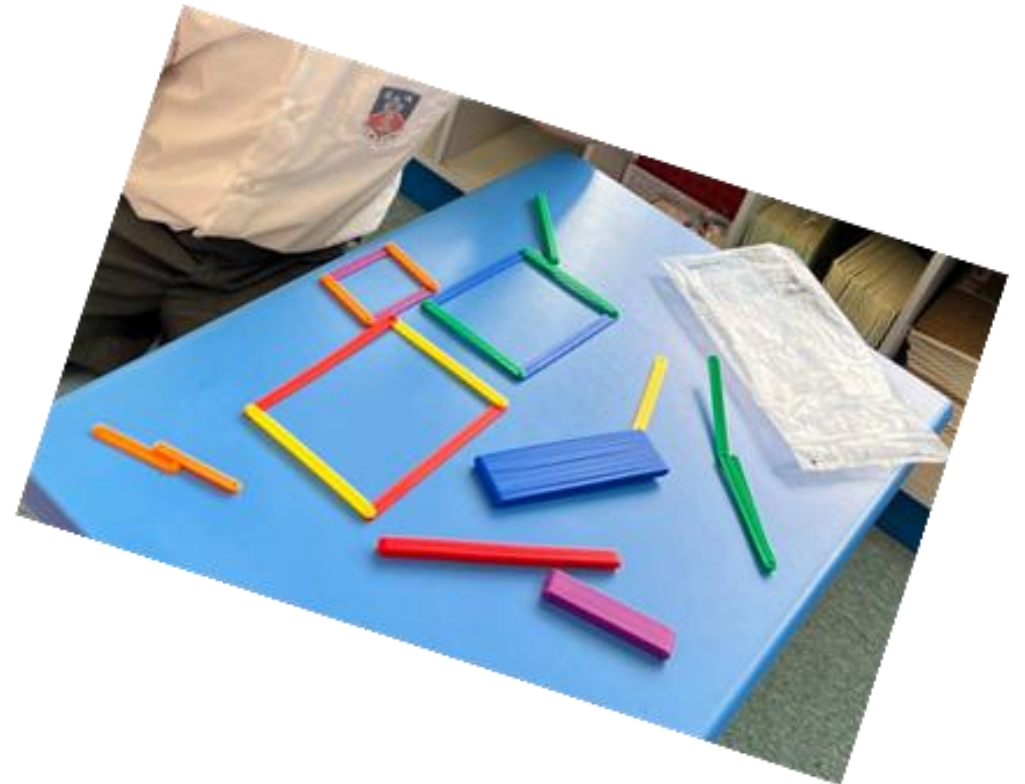
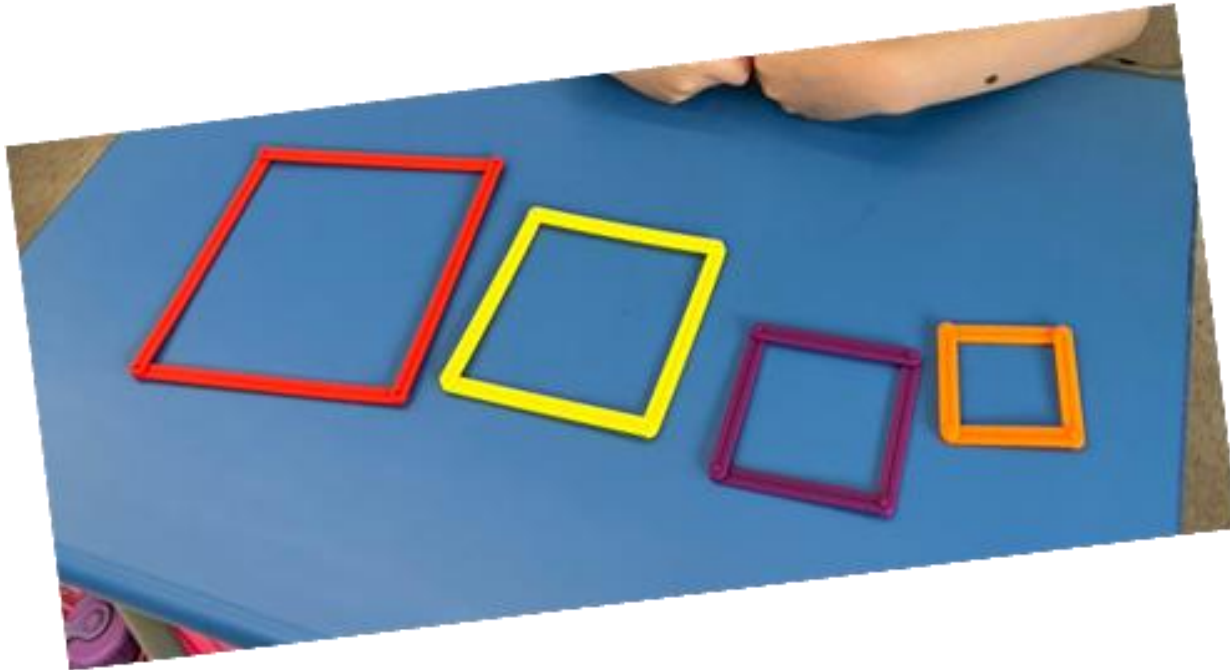
12 cm



四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計

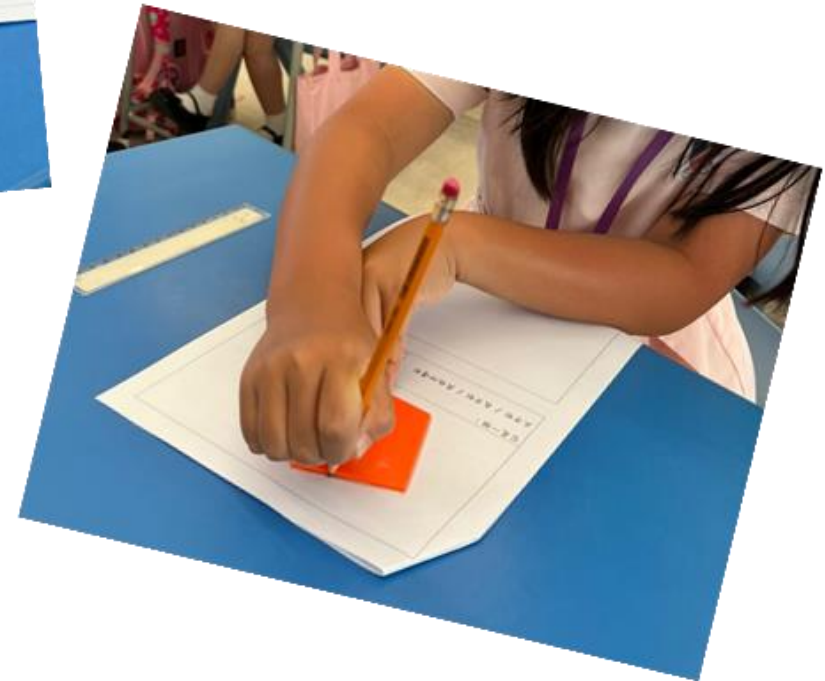
- 利用classkick 學生能判斷正方形和長方形均有對邊、鄰邊和四隻直角。



四邊形(一)設計理念

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」活動設計

- 利用印畫及量度各種四邊形，學生能辨別出哪些是正方形和長方形，並說明原因。



教學設計反思

- Van hiele的五個教學階段->幫助設計教學->達成教學目標
- 用classkick確保學生懂得正確使用三角尺辨別垂直線->有利學習四邊形特性

三年級

平行線、四邊形(二)

三年級 圖形與空間範疇

新課程內容

年級	學習單元	圖形	學習重點	注釋
三	3S1 四邊形 (二)	平行四邊形、正方形、長方形、梯形	1. 認識平行線的概念 2. 繪畫和製作平行線 3. 認識平行四邊形的概念和性質 平行四邊形的性質包括： • 對邊平行 • 對邊長度相等 4. 認識正方形和長方形皆為平行四邊形 5. 認識梯形的概念和性質 梯形的性質包括：只有一對對邊平行(即上底與下底平行) 6. 繪畫和製作平行四邊形和梯形	• 學生須認識兩條平行線的距離處處相等。 • 教師可讓學生使用不同的工具，例如直尺和三角尺，繪畫平行線 • 須包括梯形的上底和下底的概念 • 教師可讓學生使用不同的方法繪畫和製作平行四邊形和梯形。

圖形與空間範疇的學習難點

※ 空間感難於建立

※ 流於直觀判斷

※ 不懂得運用工具協助判斷及繪畫

設計理念：

- ※ 直觀  動手做(建立概念、空間感培養及繪畫平行線)
- ※ 懂得運用數學語言來判斷平行線及四邊形
- ※ 學習使用不同的工具來繪畫平行線及四邊形，
例如直尺和三角尺

van Hiele模式的特性

1. 次序性 (Sequential)
2. 增強性或加深加廣性 (Advancement)
3. 內因性與外因性 (Intrinsic and Extrinsic)
4. 語言性的 (Linguistics)

van Hiele 提出教學階段論

- (一) 探詢資訊 (Inquiry / information) 、
- (二) 直接導向 (Directed Orientation) 、
- (三) 解釋說明 (Explication) 、
- (四) 自由探索 (Free Orientation) 、
- (五) 整合 (Integration) 。

(Clements & Battista, 1992; Hoffer, 1988)

平行線

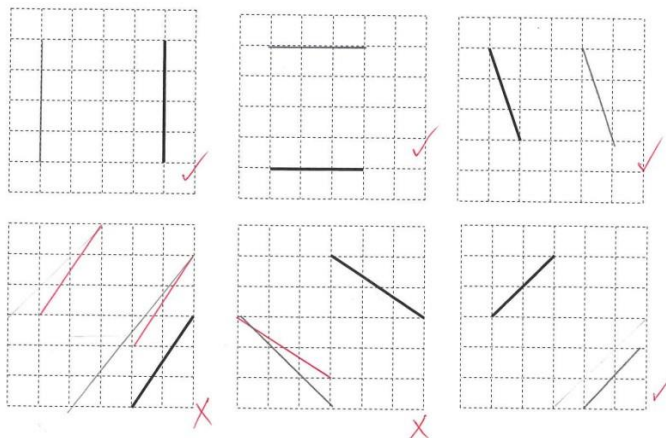
在方格紙、釘點紙繪畫出
一條或以上相對應的平行線。

van Hiele

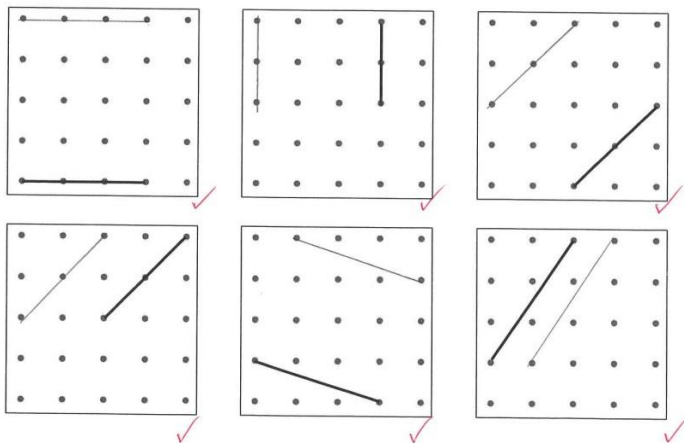
教學階段：

(一) 探詢資訊

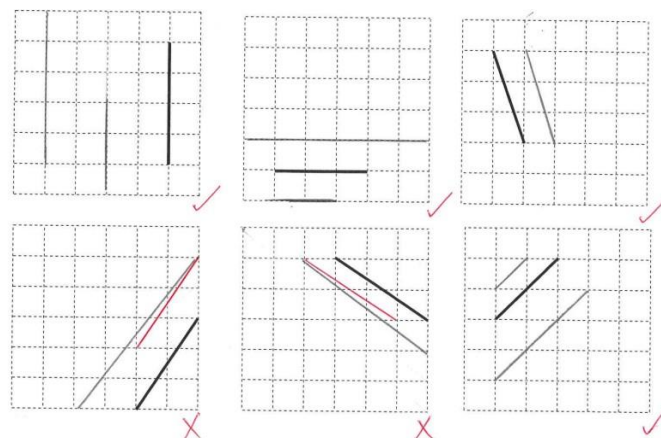
4. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



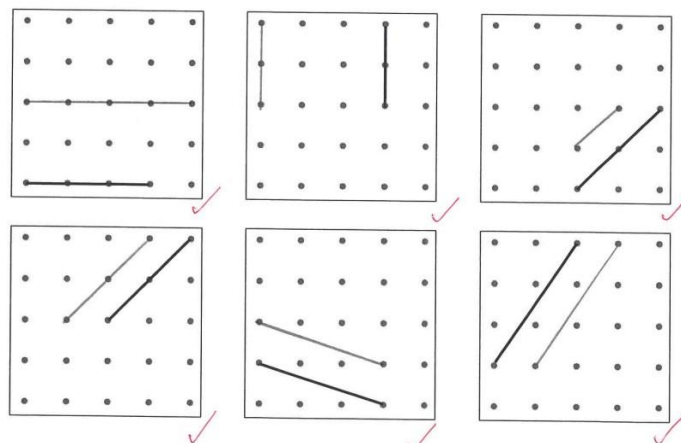
5. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



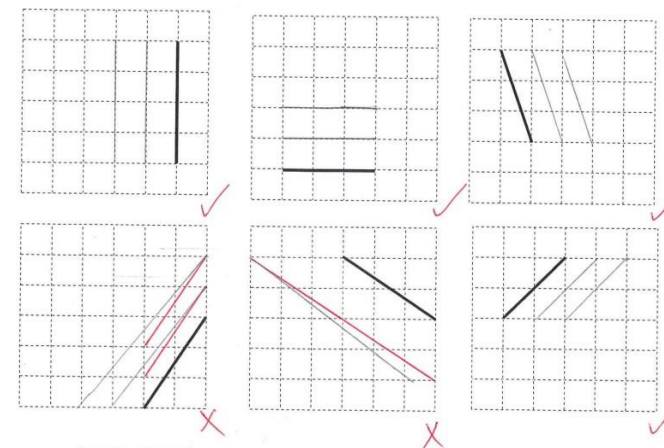
4. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



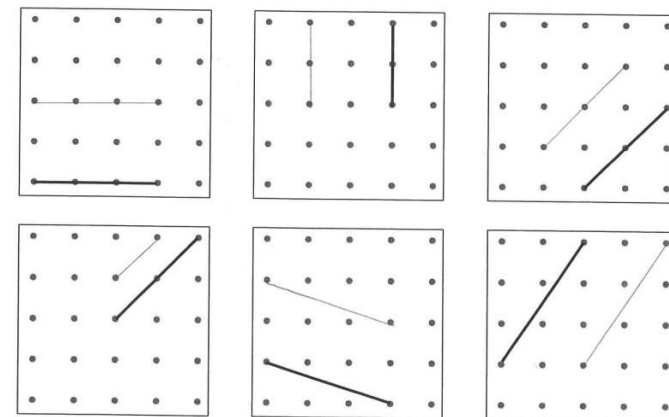
5. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



4. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



5. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



學生表現

✱ 學生已掌握在釘點紙繪畫平行線。

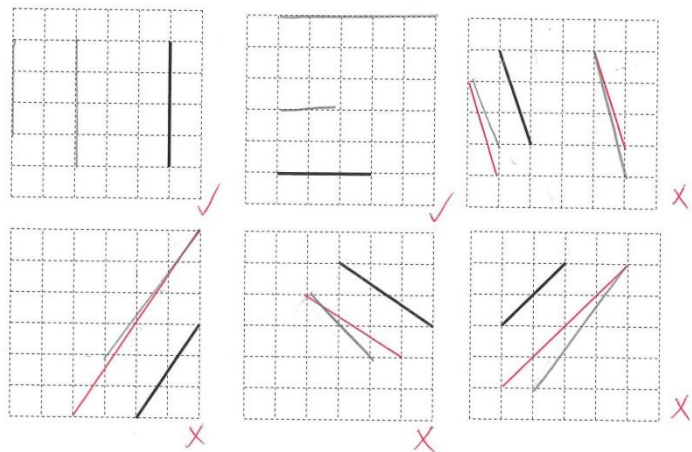
✱ 學生在方格紙繪畫平行線較差。

van Hiele

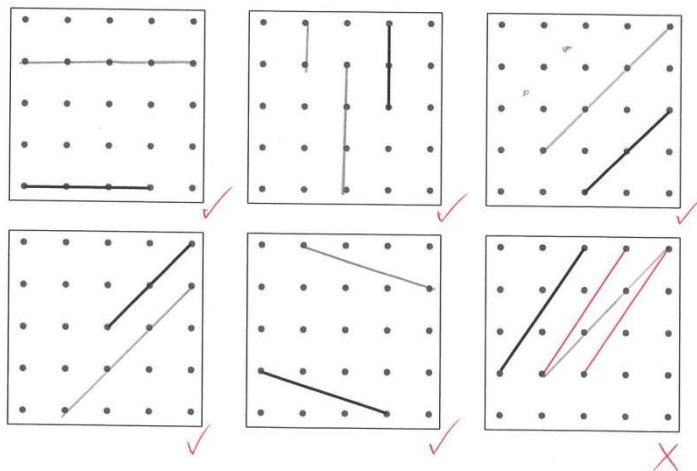
教學階段：

(一) 探詢資訊

4. 請畫出一條或以上相對應的平行線。

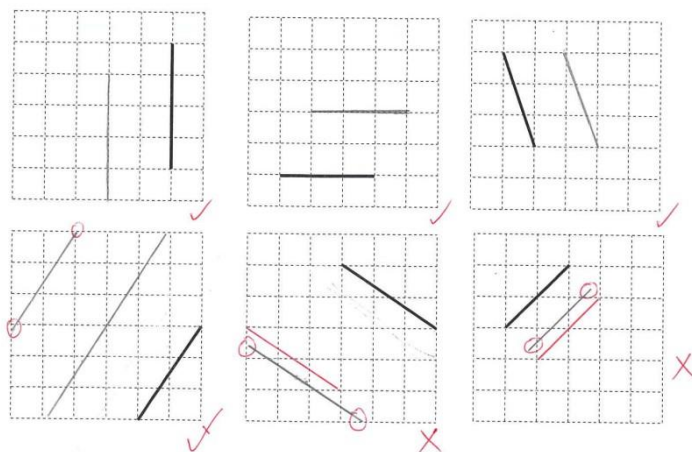


5. 請畫出一條或以上相對應的平行線。

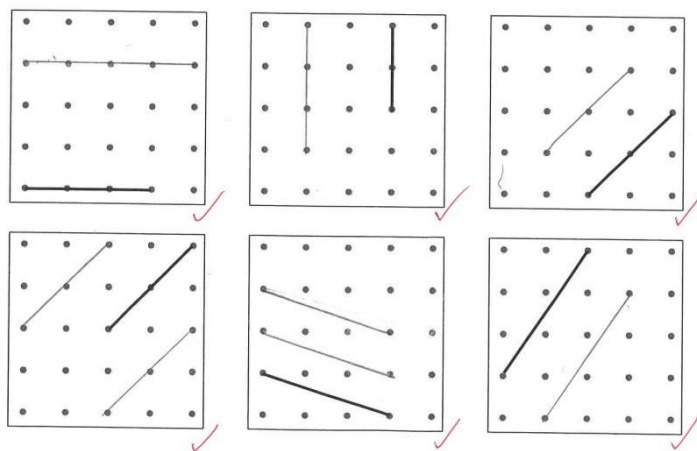


P.2

4. 請畫出一條或以上相對應的平行線。

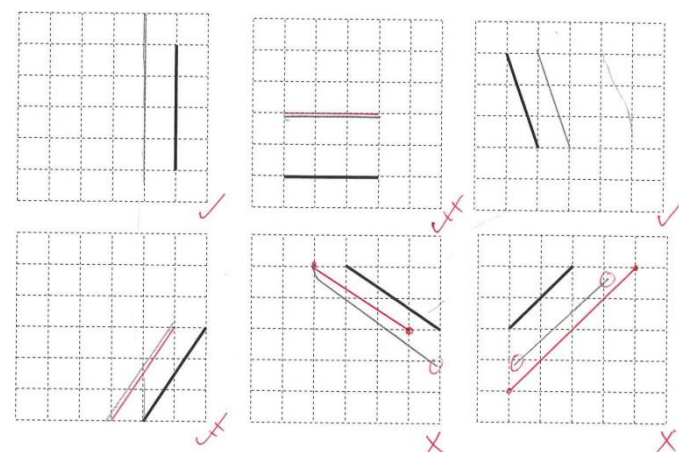


5. 請畫出一條或以上相對應的平行線。

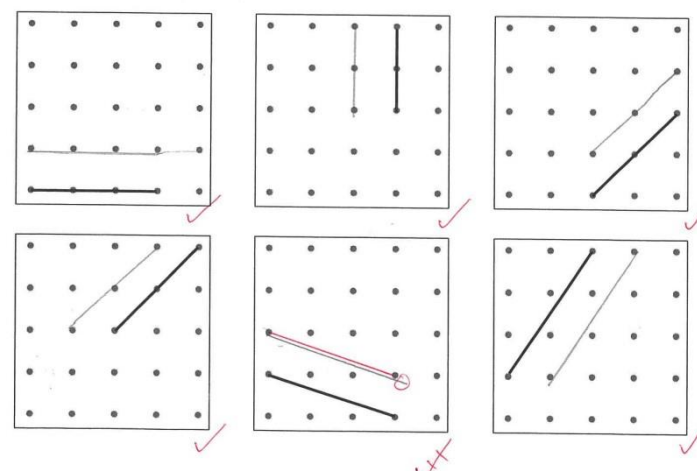


P.2

4. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



5. 請畫出一條或以上相對應的平行線。



P.2

改善建議

✳ 再修訂另一張方格紙讓學生繪畫平行線，
這次效果較理想。

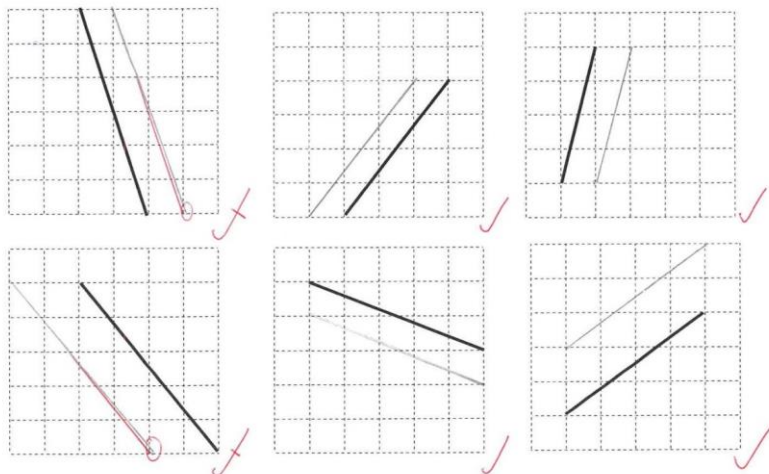
van Hiele's

教學階段：

(二) 直接導向

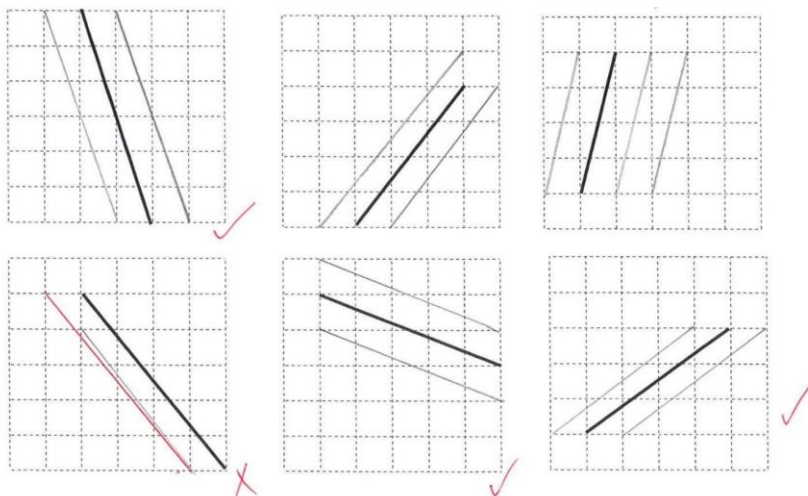
課題：平行線 堂課活動工作紙(2A)

請畫出一條或以上相對應的平行線。



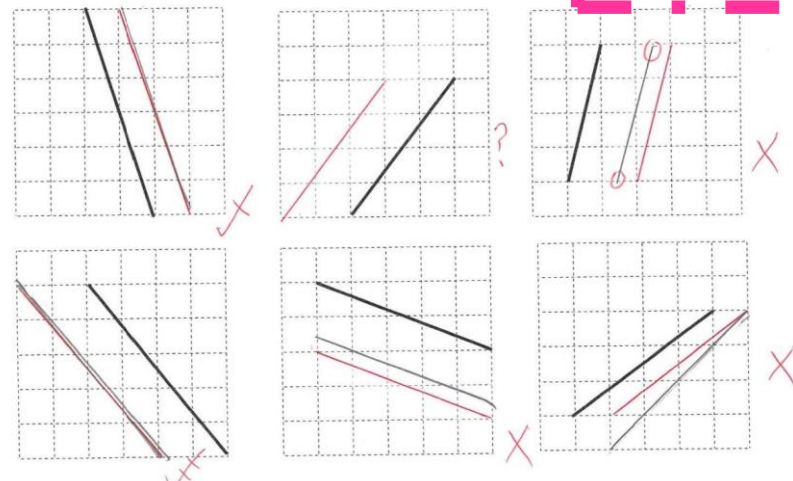
課題：平行線 堂課活動工作紙(2A)

請畫出一條或以上相對應的平行線。



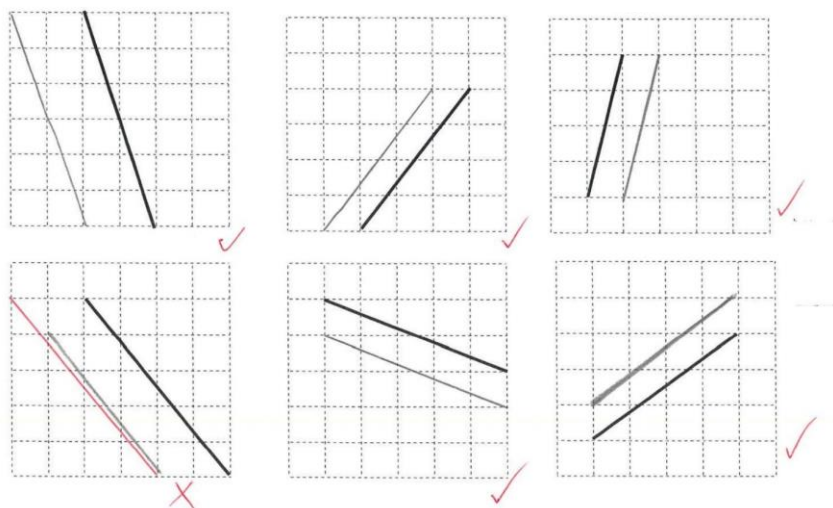
課題：平行線 堂課活動工作紙(2A)

請畫出一條或以上相對應的平行線。



課題：平行線 堂課活動工作紙(2A)

請畫出一條或以上相對應的平行線。



在空格內繪畫相對應的平行線。

✱ 繪畫與橫線或直線平行時，效果較理想。

✱ 繪畫與斜線平行時，部分學生較難掌握。

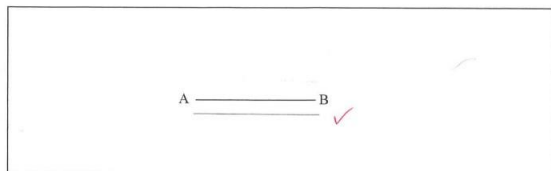
van Hiele

教學階段：

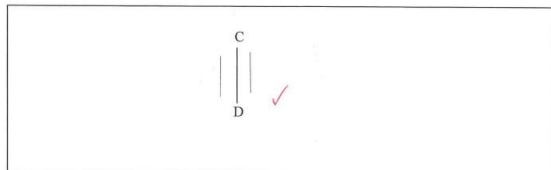
(一) 探詢資訊

課題：平行線

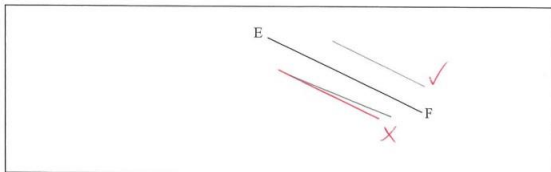
1. 畫一條直線與直線 AB 互相平行。



2. 畫兩條長度不同的直線與直線 CD 互相平行。



3. 畫兩條長度不同的直線與直線 EF 互相平行。

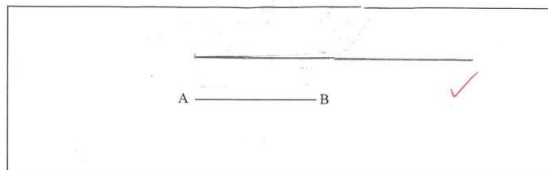


P.1

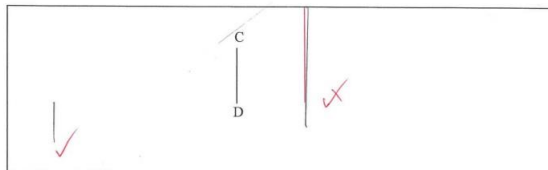
續後

課題：平行線

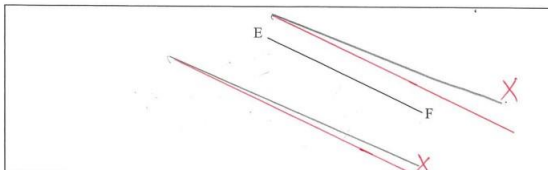
1. 畫一條直線與直線 AB 互相平行。



2. 畫兩條長度不同的直線與直線 CD 互相平行。



3. 畫兩條長度不同的直線與直線 EF 互相平行。

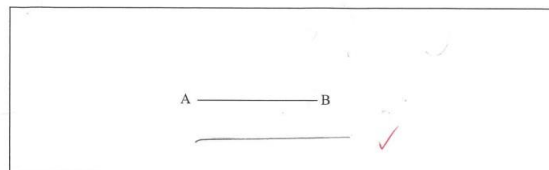


P.1

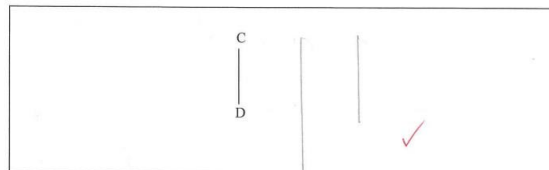
續後

課題：平行線

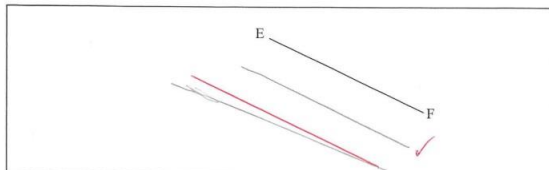
1. 畫一條直線與直線 AB 互相平行。



2. 畫兩條長度不同的直線與直線 CD 互相平行。



3. 畫兩條長度不同的直線與直線 EF 互相平行。

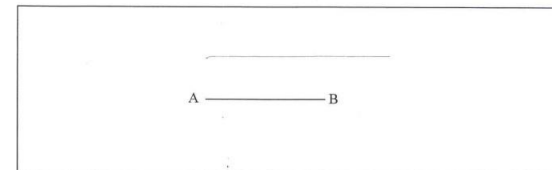


P.1

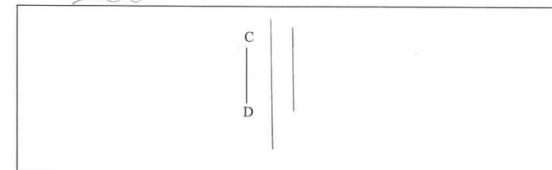
續後

課題：平行線

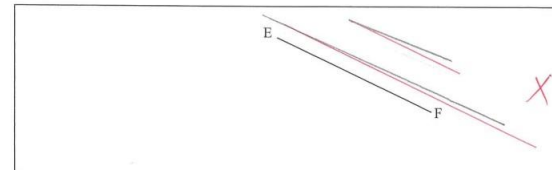
1. 畫一條直線與直線 AB 互相平行。



2. 畫兩條長度不同的直線與直線 CD 互相平行。



3. 畫兩條長度不同的直線與直線 EF 互相平行。



P.1

續後頁

在空格內繪畫相對應的平行線，並通過指定的一點。

經過練習後：

✱ 繪畫指定的一點的平行線時，效果尚算理想。

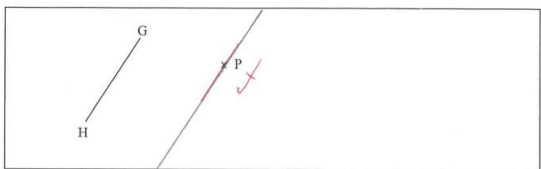
✱ 繪畫指定的兩點的平行線時，學生較難掌握，需要多加練習。

van Hiele

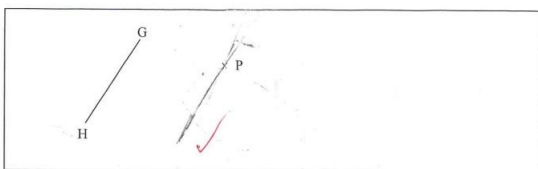
教學階段：

(二) 直接導向

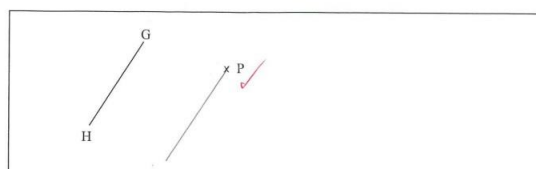
4. 畫一條直線與直線 GH 互相平行，並通過 P 點的線段。



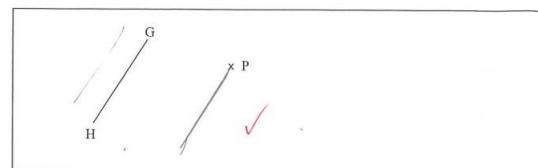
4. 畫一條直線與直線 GH 互相平行，並通過 P 點的線段。



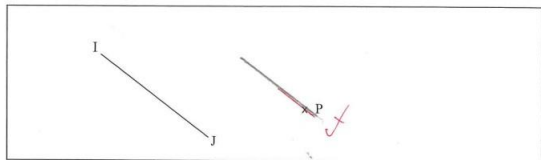
4. 畫一條直線與直線 GH 互相平行，並通過 P 點的線段。



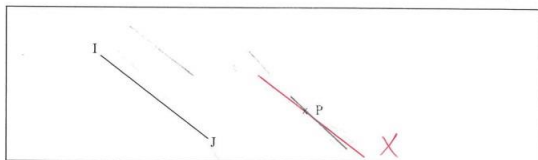
4. 畫一條直線與直線 GH 互相平行，並通過 P 點的線段。



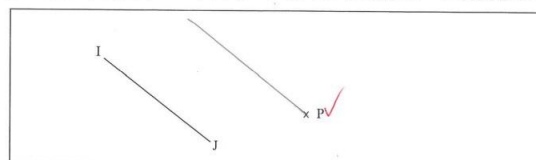
5. 畫一條直線與直線 IJ 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 IJ 短。



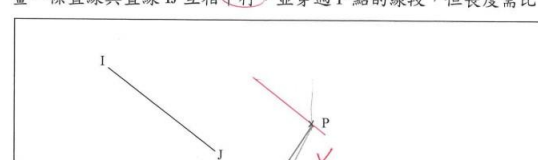
5. 畫一條直線與直線 IJ 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 IJ 短。



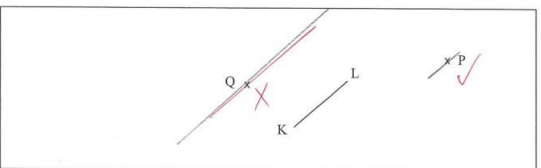
5. 畫一條直線與直線 IJ 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 IJ 短。



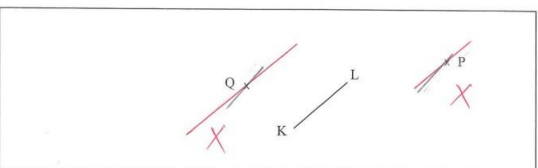
5. 畫一條直線與直線 IJ 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 IJ 短。



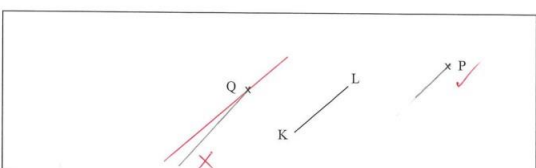
6. a. 畫一條直線與直線 KL 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 KL 短。



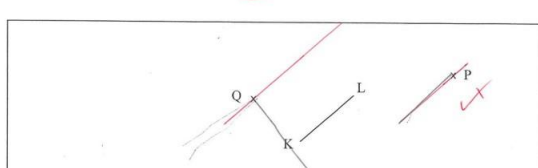
6. a. 畫一條直線與直線 KL 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 KL 短。



6. a. 畫一條直線與直線 KL 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 KL 短。



6. a. 畫一條直線與直線 KL 互相平行，並通過 P 點的線段，但長度需比 KL 短。



改善建議

※ 再提示學生繪畫平行線的**步驟**：

- ① 把三角尺緊貼着直尺/(直線)，形成垂直線(有直角)(小二已學)
- ② 移動三角尺(左/右)
- ③ 沿三角尺繪畫另一條直線
- ④ 得出一組平行線

※ 提示學生可**轉動**工作紙，使**斜線**轉成**橫線**或**直線**，方便繪畫平行線。

※ 在指定的**兩點**上繪畫平行線時，先繪畫通過指定的一點，然後再繪畫另外指定的一點。

平行四邊形

- ※ 認識平行四邊形的概念和特性。
- ※ 第 3、4、6 題有較多學生未能正確分辨平行四邊形。

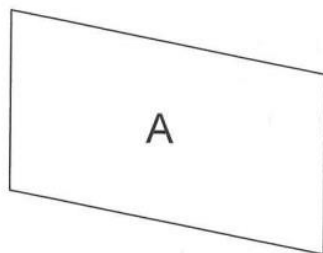
van Hiele

教學階段：

(三) 解釋說明

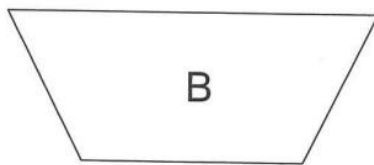
按照平行四邊形的特性，檢視並判斷以下圖形是否屬於平行四邊形。

1.



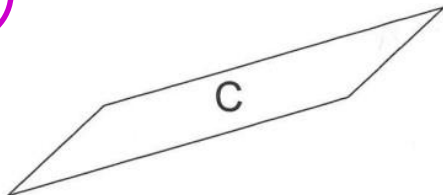
有 2 組對邊平行
有 2 組對邊長度相等
它 (是 / 不是) 平行四邊形

2.



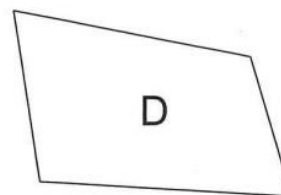
有 1 組對邊平行
有 1 組對邊長度相等
它 (是 / 不是) 平行四邊形

3.



有 2 組對邊平行
有 2 組對邊長度相等
它 (是 / 不是) 平行四邊形

4.



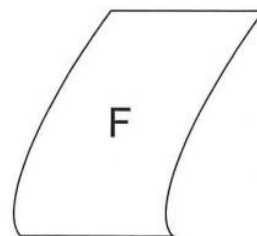
有 2 組對邊平行
有 2 組對邊長度相等
它 (是 / 不是) 平行四邊形

5.



有 2 組對邊平行
有 2 組對邊長度相等
它 (是 / 不是) 平行四邊形

6.



有 2 組對邊平行
有 2 組對邊長度相等
它 (是 / 不是) 平行四邊形

繪畫平行四邊形：

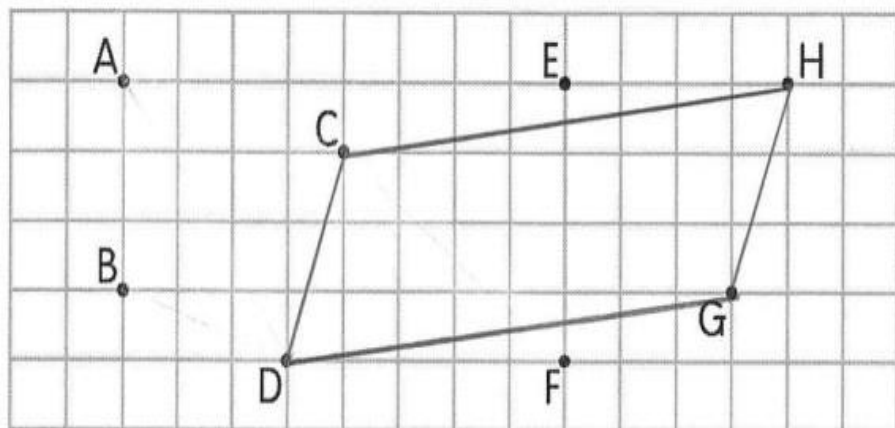
- * 學生在釘點紙繪畫平行四邊形較理想。
- * 學生在方格紙繪畫平行四邊形略欠準確。
- * 部分學生把平行四邊形、梯形產生混淆。

van Hiele

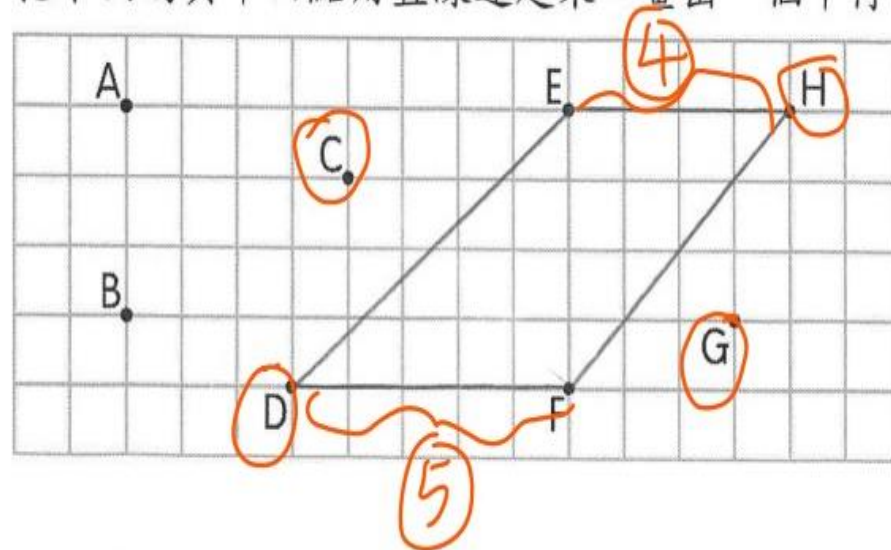
教學階段：

(四) 自由探索

4. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個平行四邊形。



4. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個平行四邊形。



改善建議

再修訂另一張工作紙

✱ 學生在方格紙繪畫平行四邊形已有改善。

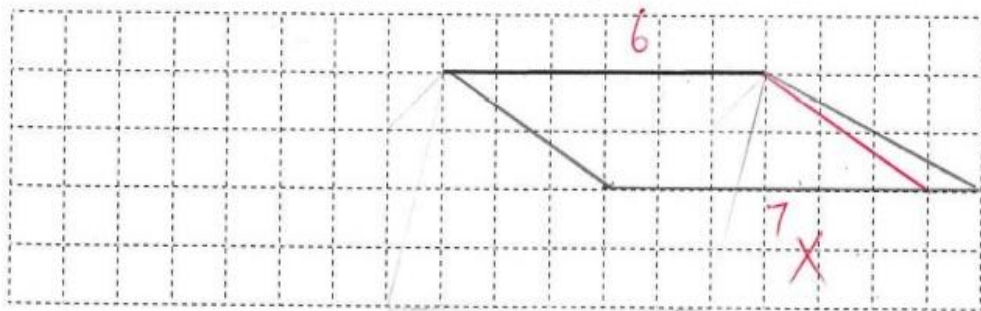
✱ 部分學生仍未把平行四邊形、梯形的特性弄清楚。

van Hiele

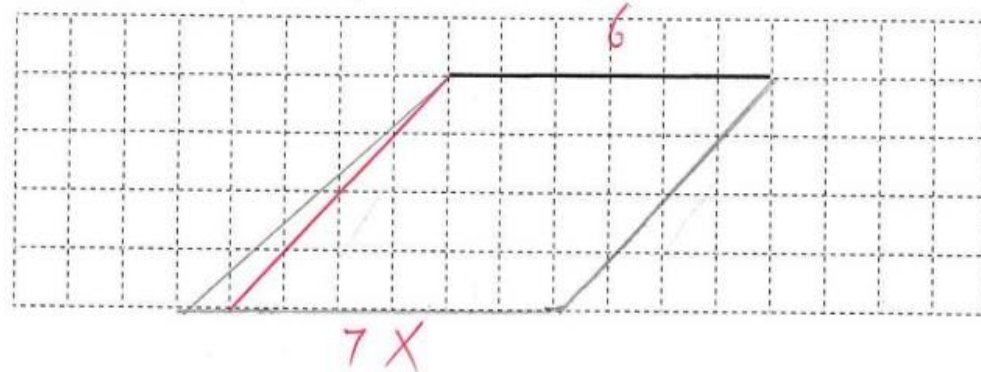
教學階段：

(三) 解釋說明

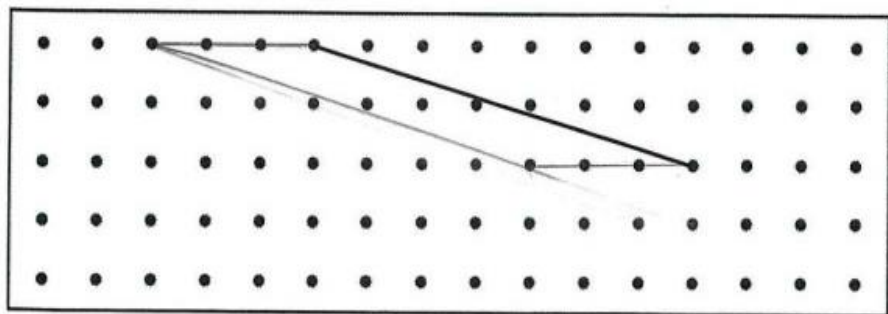
3. 加畫三條直線，完成一個平行四邊形。



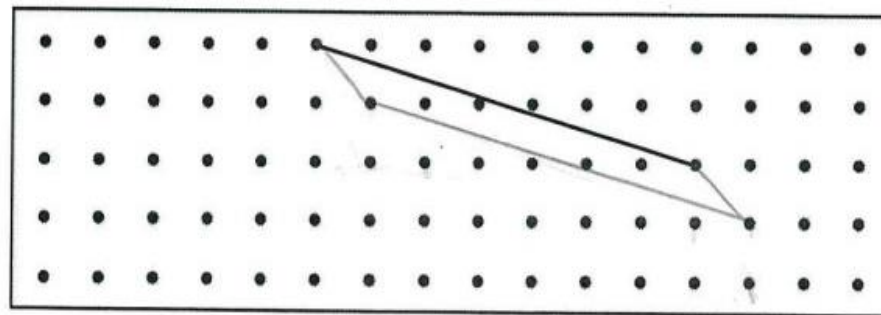
3. 加畫三條直線，完成一個平行四邊形。



4. 加畫三條直線，完成一個平行四邊形。



4. 加畫三條直線，完成一個平行四邊形。



梯形製作

- ✧ 認識梯形的概念和特性。
- ✧ 在方格紙、釘點紙繪畫梯形，效果理想。
- ✧ 任意選擇四點繪畫梯形時，部分學生有困難，甚至未能完成。

van Hiele

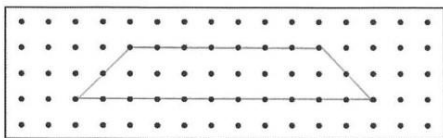
教學階段：

(四) 自由探索

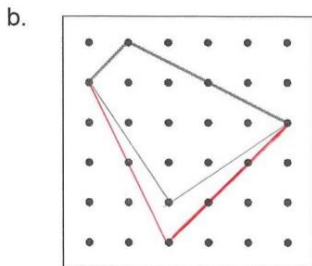
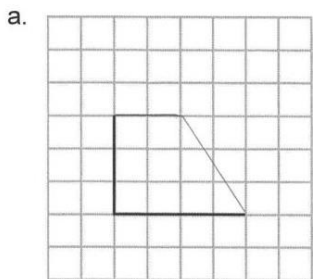
課題：繪畫梯形

依指示在釘點紙或方格紙上畫圖形。

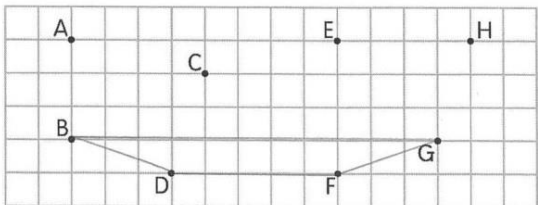
5. 在釘點紙上畫出一個梯形。



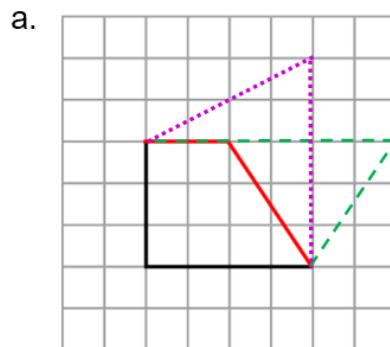
6. 加畫兩條直線，完成一個梯形。



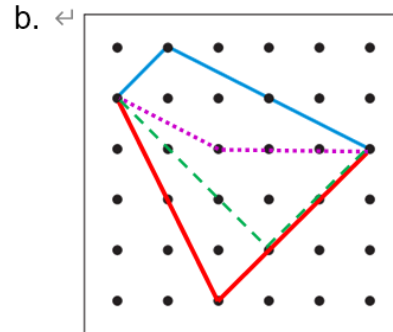
7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



2. 加畫兩條直線，完成一個梯形。



參考答案



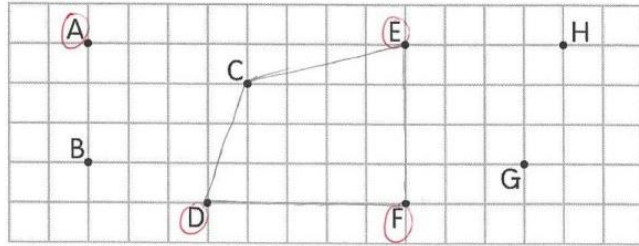
3. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



ABGE
ABGH
ADFE
BCEH
BDFG

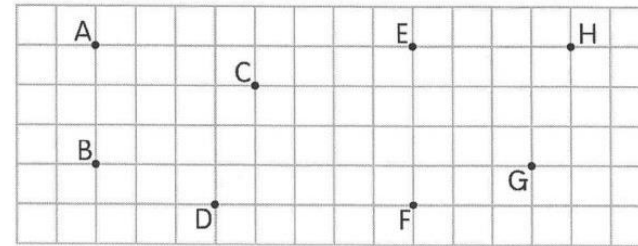
- ✳ 由於是Zoom上課，部分學生似乎未太掌握梯形的特性和繪畫梯形。
- ✳ 任意選擇四點繪畫梯形時，部分學生有困難，甚至未能完成。

7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



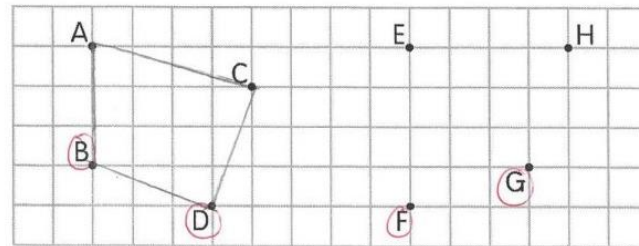
X

7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



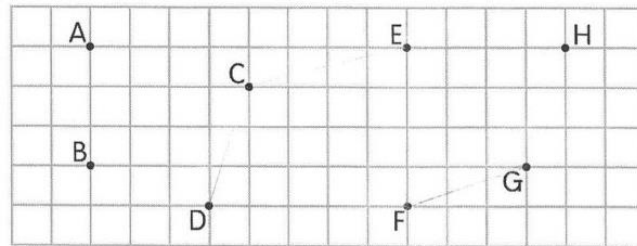
?

7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



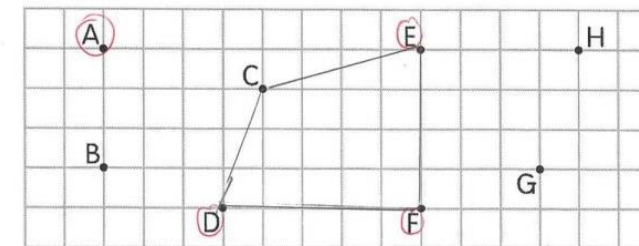
X

7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



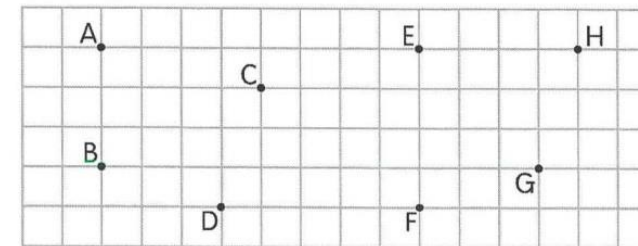
?

7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



X

7. 把下面的其中四點用直線連起來，畫出一個梯形。



?

✳ 部分學生把平行四邊形、梯形產生混淆。

✳ 部分學生未能繪畫不同的梯形。

✳ 由於是Zoom上課，部分學生似乎未太掌握梯形的特性和繪畫梯形。

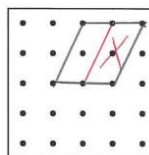
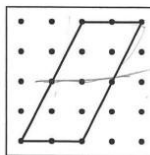
改善建議：

➤ 復課後指導學生分清楚平行四邊形、梯形的特性。

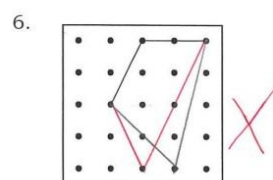
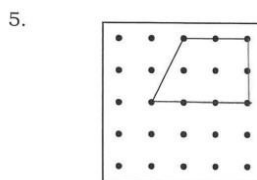
➤ 於科會中分享教學心得、注意事項、學生學習時遇到的困難，使來年的老師優化這個單元的教學。

依指示畫畫看。

4. 在右面畫出一個與左面形狀相似，但各邊的長度都短一半的平行四邊形。

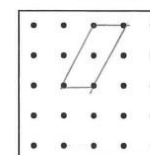
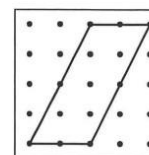


在下面的各釘點紙上加畫兩條線段，使成為一個梯形。

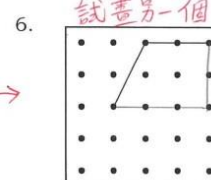
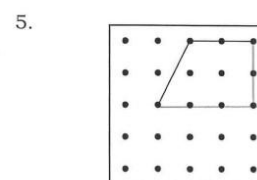


依指示畫畫看。

4. 在右面畫出一個與左面形狀相似，但各邊的長度都短一半的平行四邊形。

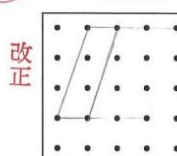
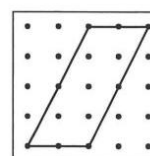


在下面的各釘點紙上加畫兩條線段，使成為一個梯形。

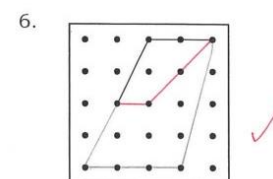
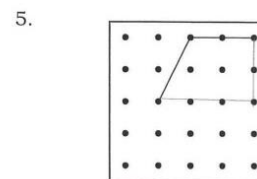


依指示畫畫看。

4. 在右面畫出一個與左面形狀相似，但各邊的長度都短一半的平行四邊形。

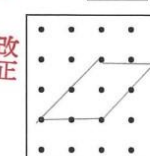
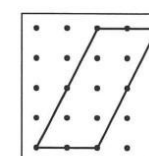


在下面的各釘點紙上加畫兩條線段，使成為一個梯形。

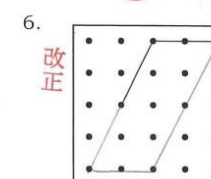
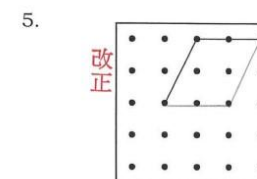


依指示畫畫看。

4. 在右面畫出一個與左面形狀相似，但各邊的長度都短一半的平行四邊形。



在下面的各釘點紙上加畫兩條線段，使成為一個梯形。



反思及優化：

- 延續小二時用三角尺來量度「垂直距離」，學習用符號「」來表示平行線，亦可以銜接四年級更多不同四邊形的學習。
- 學生首先在釘點紙上繪畫，然後在方格紙上繪畫。（平行線、平行四邊形、梯形）
- 方格適宜用較大的正方形，邊長不應小於1厘米，可以較容易看出繪畫的是「平行四邊形」還是「梯形」。
- 講解梯形種類時要仔細說明，亦要讓學生多製作及解釋。
- 當學生初次接觸不同種類的梯形時，要多加提示。有些學生分辨能力較弱，亦都未太接受「兩腰長度不相同」的「特殊梯形」。
- 鼓勵學生用三角尺、直尺來量度四邊形，從而比較平行四邊形、梯形的不同之處。

四年級
四邊形（三）、
圖形分割和拼砌

小四 圖形與空間範疇

新課程內容

年級	學習單元	圖形	學習重點	注釋
四	4S1 四邊形(三)	菱形、 不同四邊形 的關係	1. 認識菱形的概念和性質 菱形的性質包括： • 四邊長度相等 • 對邊平行 2. 繪畫和製作菱形 3. 認識不同種類四邊形之間的關係 關係包括： • 所有正方形皆是長方形 • 所有正方形、長方形和菱形皆是平行四邊形 • 所有正方形皆是菱形	• 教師可讓學生使用不同的方法繪畫和製作菱形。 • 教師可透過諸如溫氏圖或樹形圖的包含關係。 • 教師以展示不同種類四邊形之間的包含關係。 • 學生不須使用「包含關係」一詞。
	4S2 圖形分割 和拼砌		1. 把一個多邊形分割成一些較小的多邊形 2. 把一些較小的多邊形拼砌成一個多邊形	

教學目標

➤承上（四上《四邊形的關係》）

- 總結四邊形特性

- 用數學語言描述四邊形特徵

- 通過比較，打通四邊形各元素之間的聯繫

➤啟下（延伸課題：《多邊形的分割及填補》）

- 計算圖形的面積時，可利用四邊形的特徵作正確的分割或填補

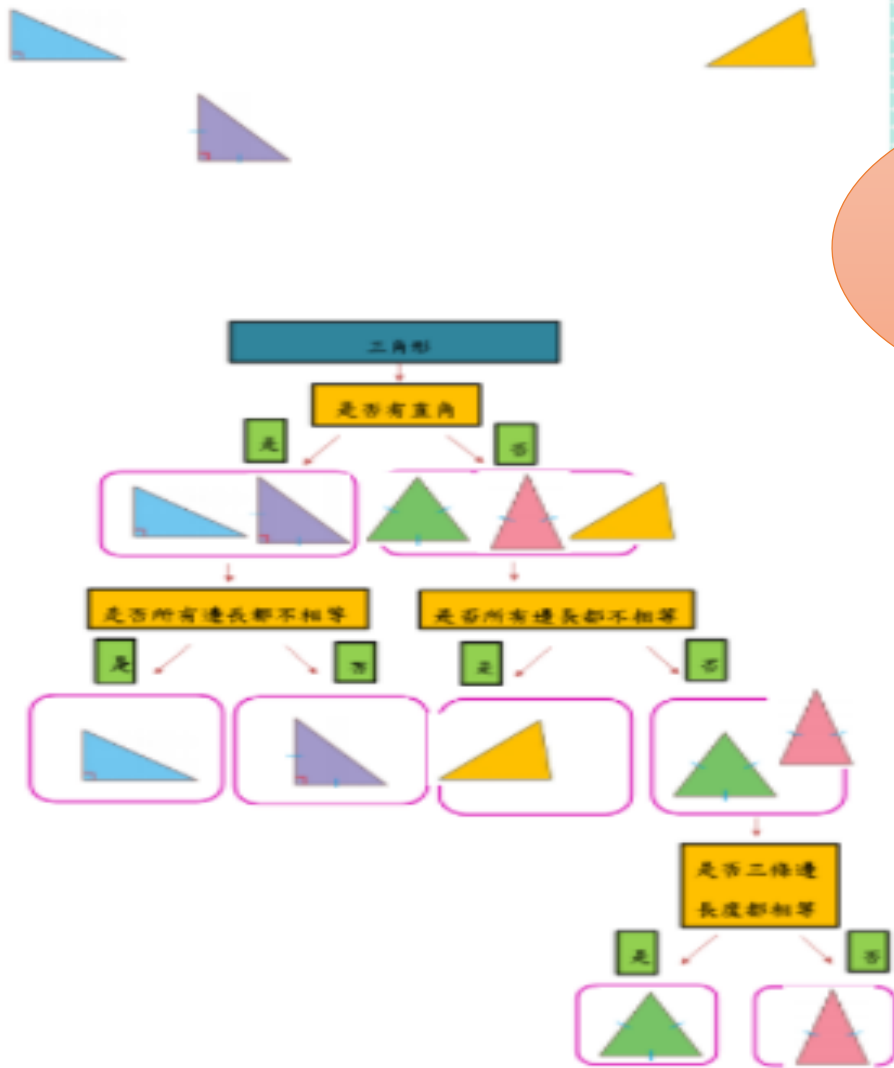
教學難點

1. 部分學生不了解四邊形的基本性質及不習慣性運用數學語言描述四邊形。
2. 學生知道各種四邊形的基本性質，但是在判別四邊形時，常常無法以性質去判別四邊形；
3. 學生受語義及典型心像影響，不能看見圖形的關鍵性質。
4. 用數學語言正確描述四邊形間的關係。
如句式：…是…的一種；…是…其中的一員

《分類圖表》

1. 樹狀圖

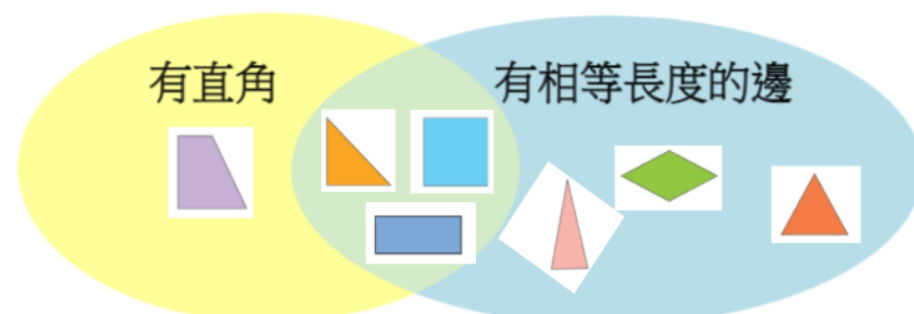
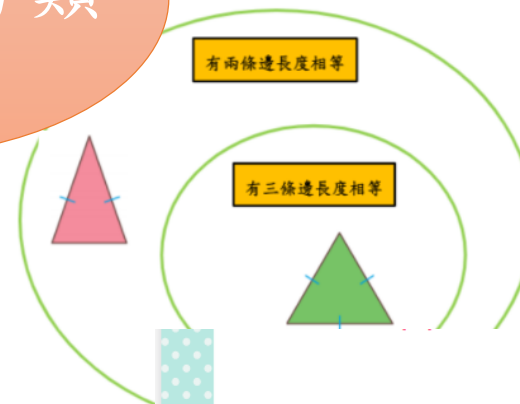
利用樹狀圖把下列三角形分類。



2. 溫氏圖 (1)

根據Slide 1的樹狀圖，用溫氏圖表示等腰三角形及等邊三角形之間的關係。請把圖形及其屬性標籤放在溫氏圖中合適的位置上。

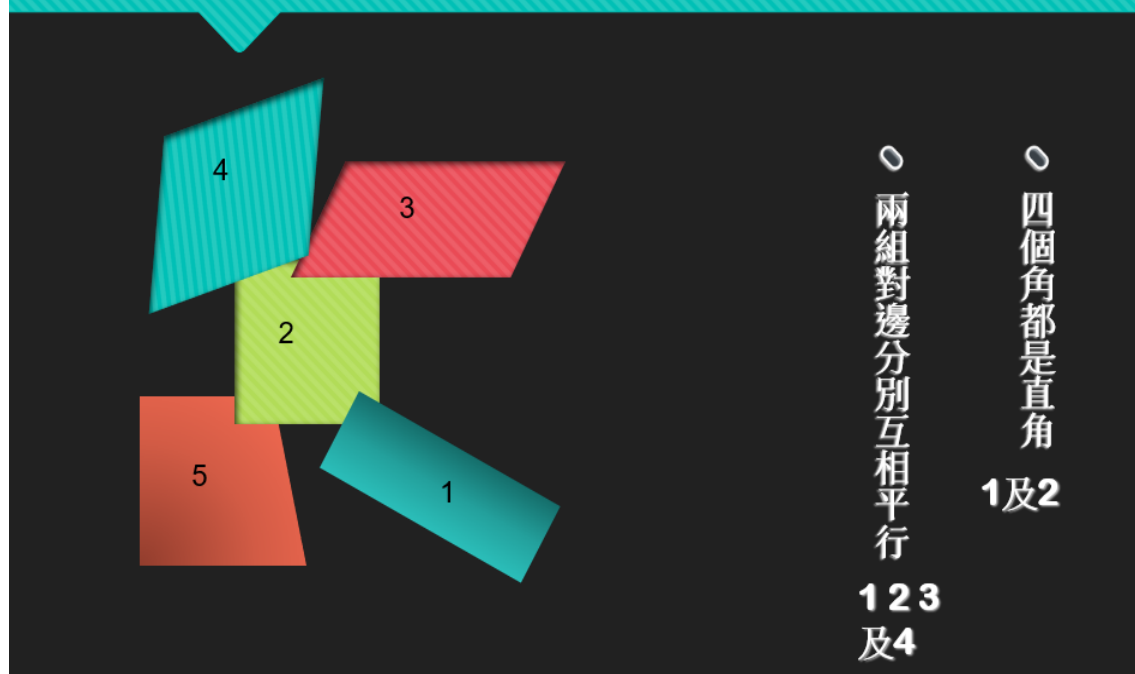
三角形的分類



《四邊形的關係》

van Hiele 學習階段一 「探詢資訊」活動設計

收買的四邊形特性



☆老師透過觀察與發問，跟學生做雙向溝通，促發學習者的投入，提供教師了解學生的先備料知識與經驗。

根據平行四邊形，正方形，長方形及菱形的特性，在適當的位置打✓。

四邊形		正方形	長方形	菱形	平行四邊形	梯形
邊長	四條邊長度相等	✓		✓		
	兩組對邊長度分別相等	✓	✓	✓	✓	
角	四個角都是直角	✓	✓			
	兩組對角分別相等	✓				
平行	兩組對邊分別互相平行	✓	✓	✓	✓	
	只有一組對邊平行					✓

《四邊形的關係》—— 從閱讀中學習

四邊形王國

在遙遠的北方，有一個神奇的國度——四邊形王國，在那裏住著很多四邊形。這些由四條線段圍成的圖形，快樂地生活著。可是，有一個四邊形，他一點都不快樂，在他很小的時候便與父母走散了，孤單的他只有一個夢想，便是找到他的父母。

同樣不快樂的，還有住在四邊王宮裏的國王和王后，國王每天都在唉聲嘆氣，王后更是以淚洗面，這都是因為他們那下落不明的年幼王子。

一天，國王想出了一個辦法。「我要舉辦一個比賽，選拔最優秀的四邊形。说不定我的兒子會參加呢！」國王的命令一頒發，四邊形王國的大街小巷都貼滿了比賽告示，那個不快樂的小孤兒四邊形打算參加這個選拔賽。同學，不如我們一起幫助那可憐的國王及王后，找出他們那失散的兒子吧！

第二天，小孤兒四邊形和其他五位參賽選手來到了四邊形王宮。「哈哈，別跟我搶，冠軍是我的！」「就你？你也不照照鏡子，我才是最優秀的！」

「你們都錯了，我才是最厲害、最無敵的——」這五個四邊形你一言我一語地爭吵起來。

「肅靜！肅靜！」這時有時士兵出來宣佈選拔規則。「考試共分為三關，每一關都要通過一扇門，能夠通過最後一扇門的四邊形才是最優秀的。考試現在開始！」

van Hiele 學習階段 二的「引導方向」[☆] 活動設計

☆學生開始進行教師事先設計的安排來探究主題，教學活動重點為依序引導學生。

☆鼓勵學生發問。

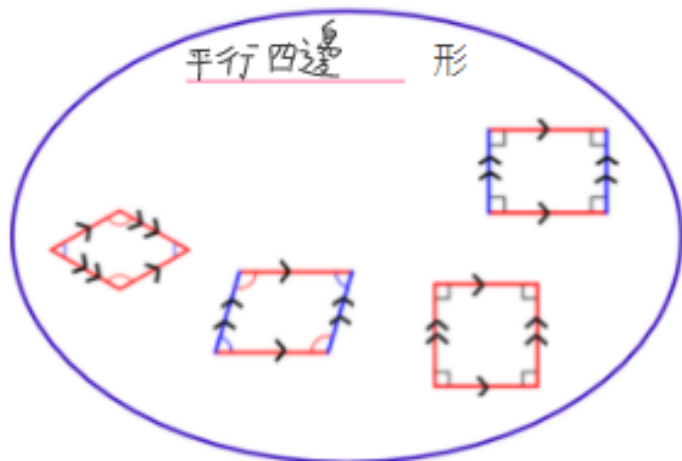
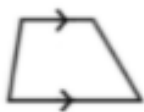
《四邊形的關係》----(平行四邊形家族)

病毒防疫檢測

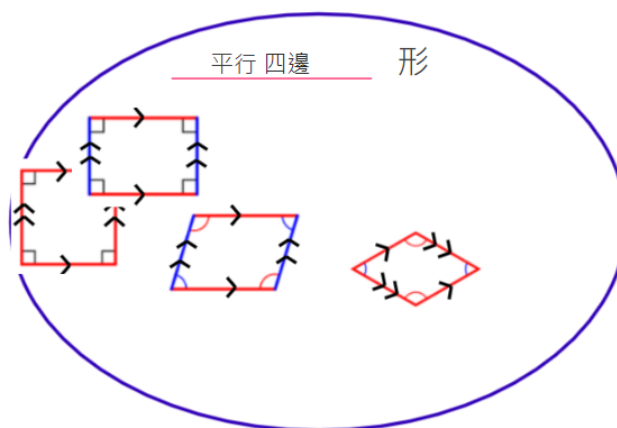
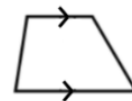
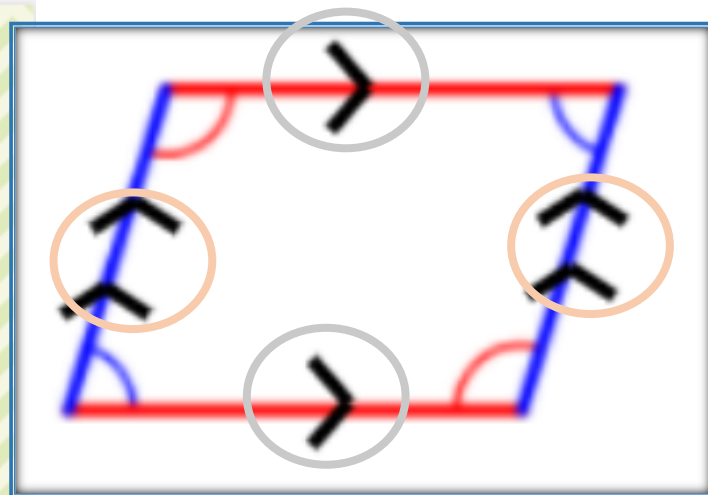
電子活動幾何板

一眾四邊形先需要通過病毒防疫檢測：兩組對邊互相平行。如果通過檢測，他們就能拿到兩組對邊互相平行護照，正式進入比賽。如未能通過檢測，則被視作帶有病毒論，需要離開賽事。

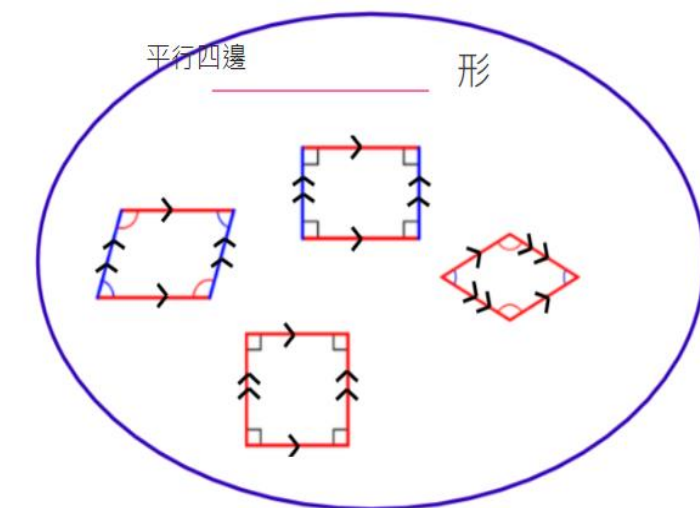
(1) 根據以下圖形的特性，把能通過檢測的圖形拖曳到下面的溫氏圖中。



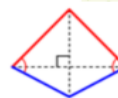
good!



Gc



這個有兩組對邊平行嗎?



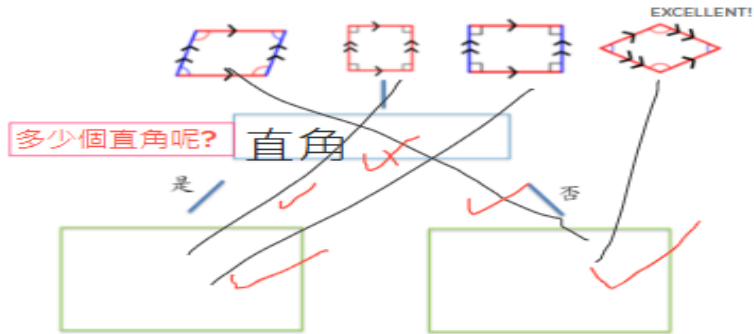
《四邊形的關係》——長方形與正方形的關係

通過平行檢測，擁有兩組對邊互相平行護照的勇士們即將進行兩場分組pk大賽。

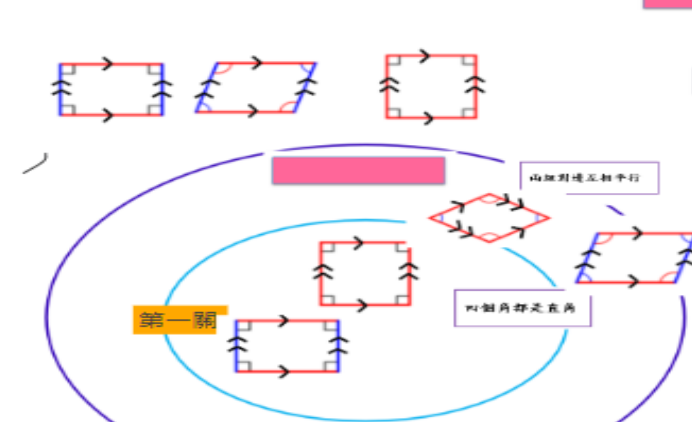
每場比賽都有兩關，兩場比賽中均能通過第二關的勇士，就能夠爭奪尊貴的王子之位。

第一場比賽（第一關）

(1) 請把第一場的參賽者按角分兩為兩類。



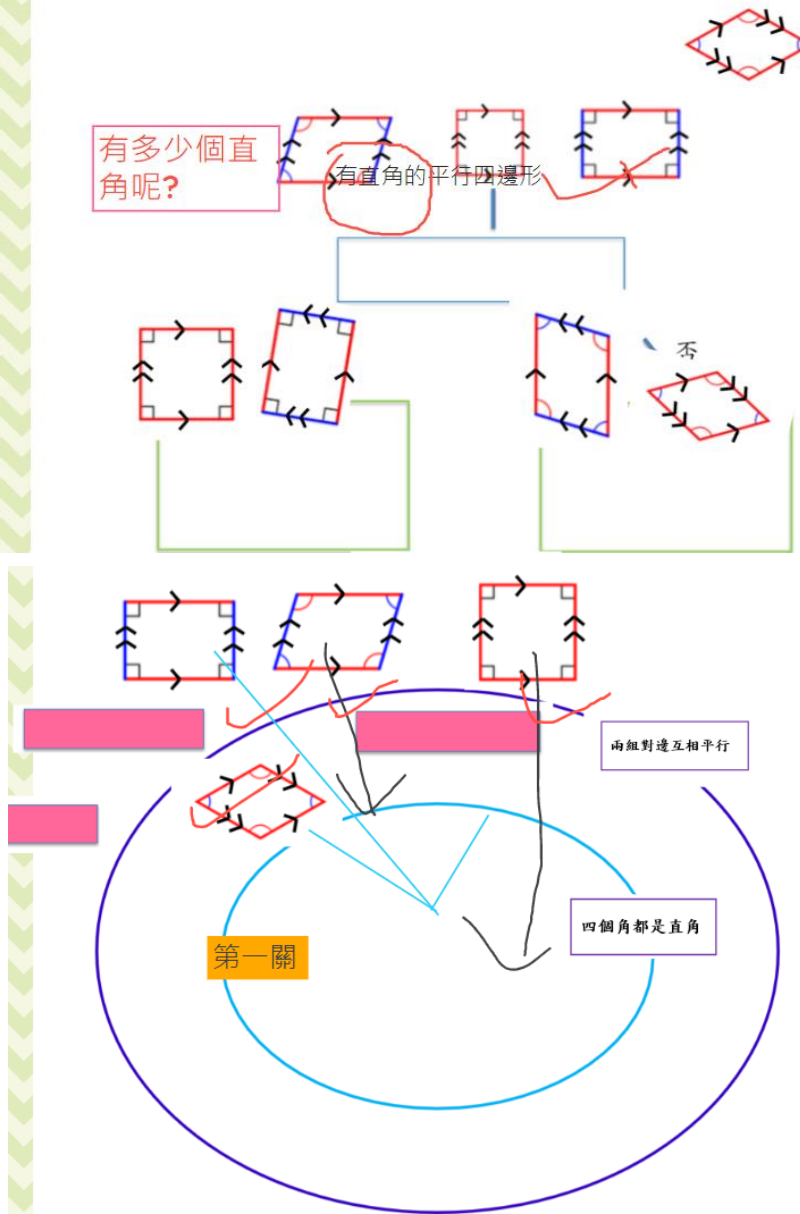
(2) 第一關通關條件: 兩組對邊互相平行 根據通關條件，把以下的圖形拖放到溫氏圖中適當的位置。



成功通過第一關的參加者，可獲得四個角都是直角護照，及獲邀參加第二關比賽。

有多少個直角呢?

有直角的平行四邊形



van Hiele 學習
階段二的「引導
方向」活動設計

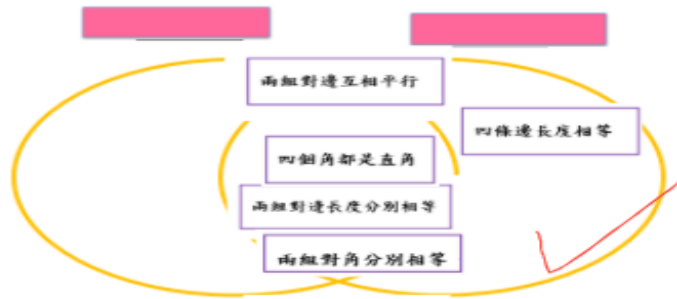
《四邊形的關係》——長方形與正方形的關係

第一場比賽(第二關)

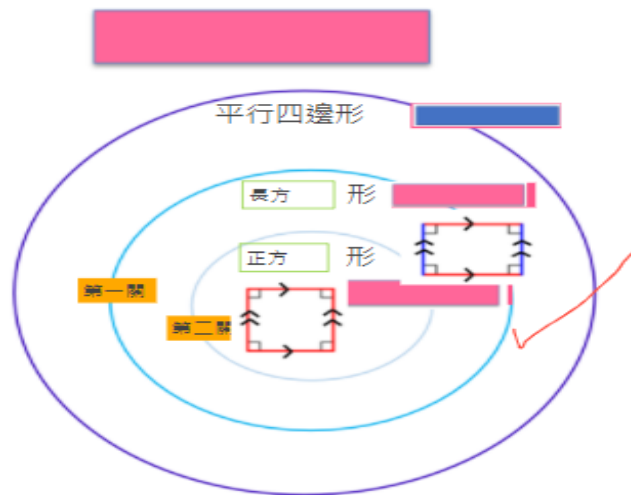
電子活動幾何板

(1) 請把以上兩個圖形的特性放在以下溫氏圖中進行比較。

EXCELLENT!



(2) 第二關通關條件: 。根據通關條件，把以下圖形拖放到溫氏圖中適當的位置(關卡)上。

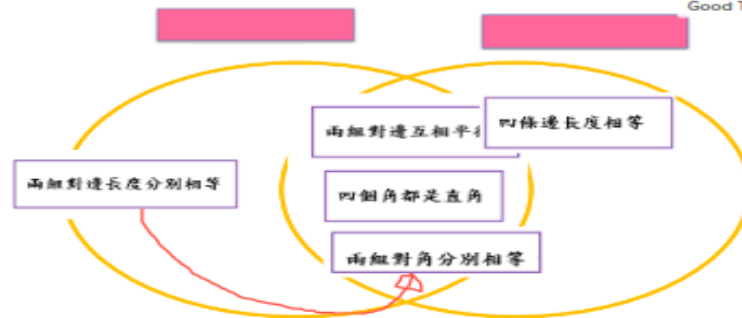


第一場比賽(第二關)

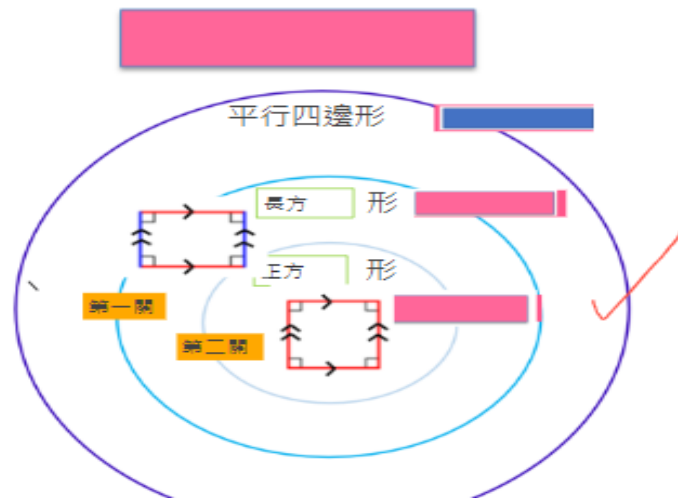
電子活動幾何板

(1) 請把以上兩個圖形的特性放在以下溫氏圖中進行比較。

Good Try!



(2) 第二關通關條件: 。根據通關條件，把以下圖形拖放到溫氏圖中適當的位置(關卡)上。

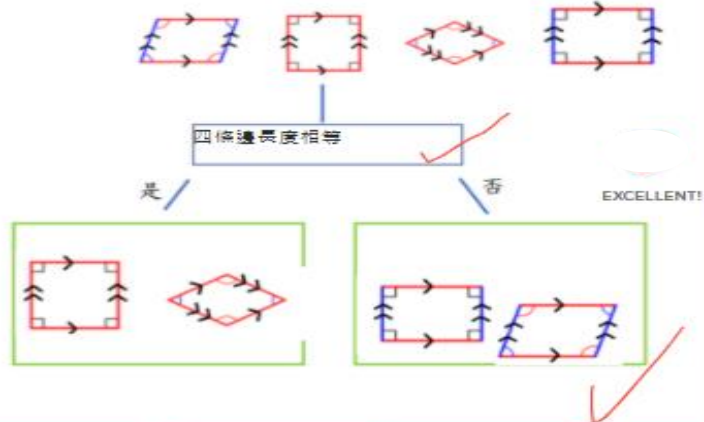


van Hiele 學習階段
二的「引導方向」
活動設計

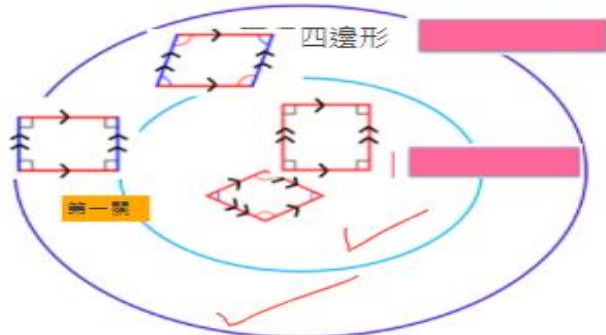
《四邊形的關係》——菱形與正方形的關係

第二場比賽(第一關)

(1) 請把第二場參賽者按邊分兩類。

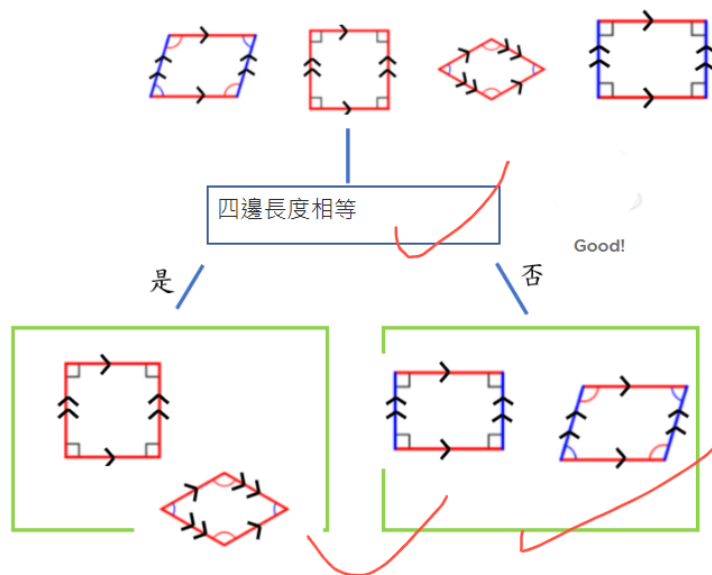


(2) 通關條件: []。根據通關條件，把以下圖形拖放到下面圖片中適當的位置(關卡)上。



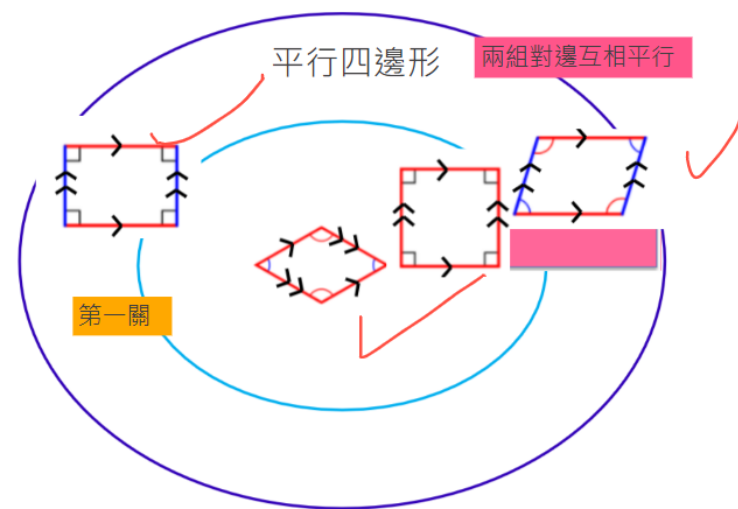
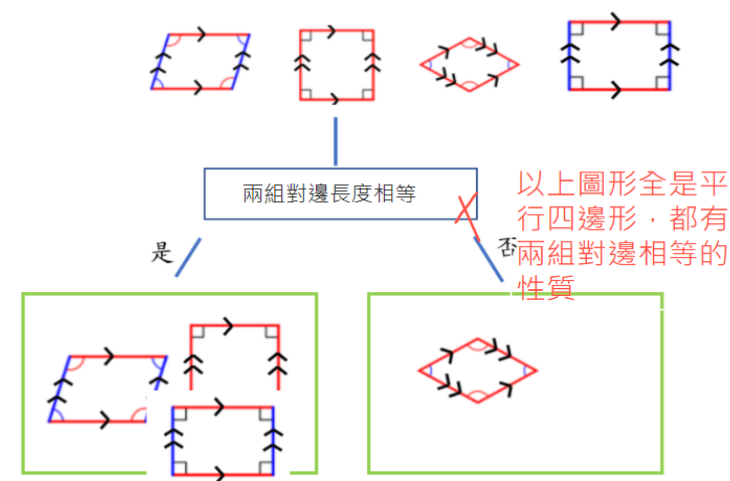
成功通過第一關的參加者，獲得四邊長度相等護照，及獲邀參加第二關比賽。

van Hiele 學習階段三的「解釋說明」活動設計



★學生以之前階段的探討經驗為基礎去交換和陳述新的意見，並以適當的數學語言去表達。

(1) 請把第二場參賽者按邊分兩類。



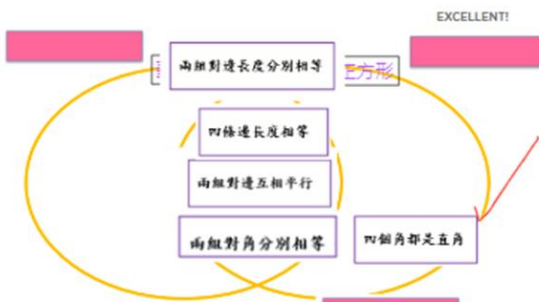
《四邊形的關係》——菱形與正方形的關係

van Hiele 學習階段三的「解釋說明」活動設計

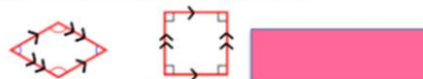
第二場比賽 (第二關)



(1) 請把以上兩個圖形的圖形特性放在以下溫氏圖中進行比較。



(2) 第二關通關條件: 四個角都是直角。根據通關條件, 把以下圖形拖放到下面溫氏圖中適當的位置(關卡)上。



平行四邊形

菱形

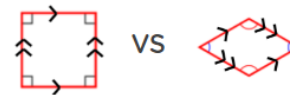
正方形

第一關

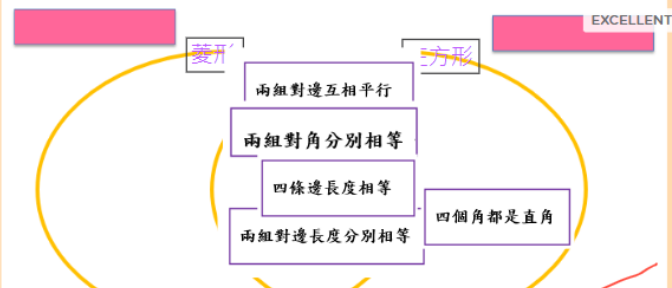
第二關

第二場比賽 (第二關)

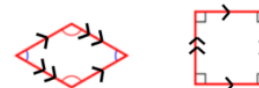
電子活動幾何板



(1) 請把以上兩個圖形的圖形特性放在以下溫氏圖中進行比較。



(2) 第二關通關條件: 四個角都是直角。根據通關條件, 把以下圖形拖放到下面溫氏圖中適當的位置(關卡)上。



平行四邊形

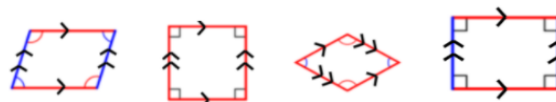
菱形

正方形

第一關

第二關

(1) 請把第二場參賽者按邊分兩類。

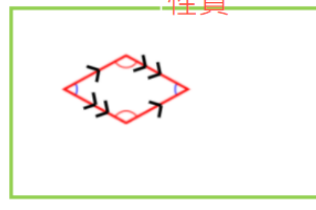
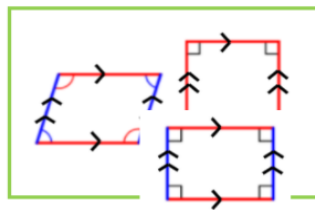


兩組對邊長度相等

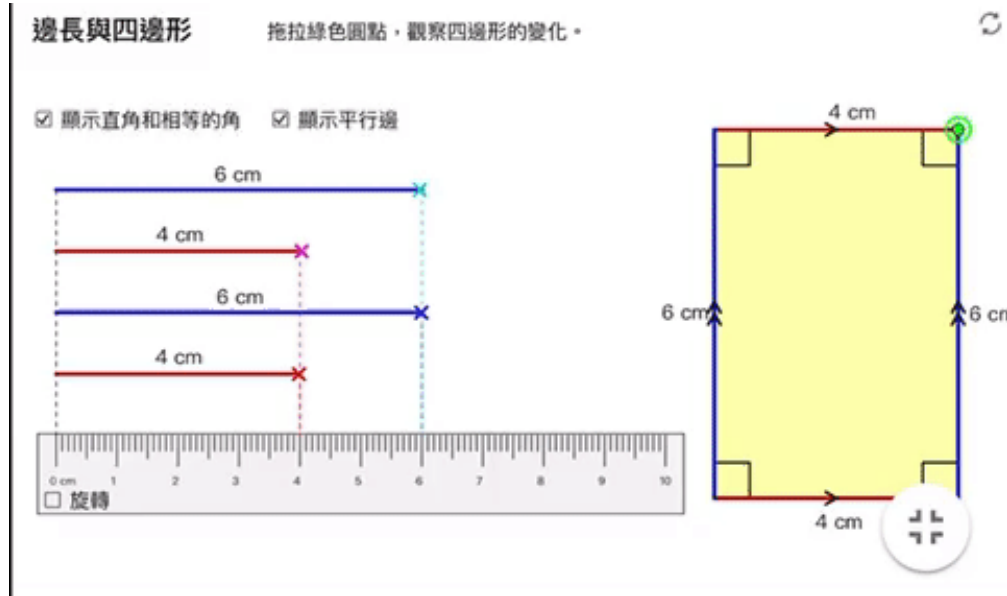
是

以上圖形全是平行四邊形, 都有兩組對邊相等的性質

否

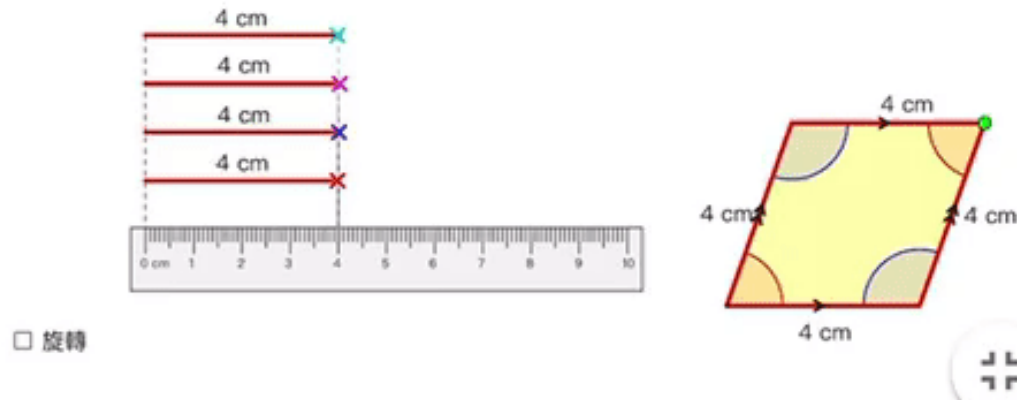


《四邊形的關係》--- 加入電子幾何條



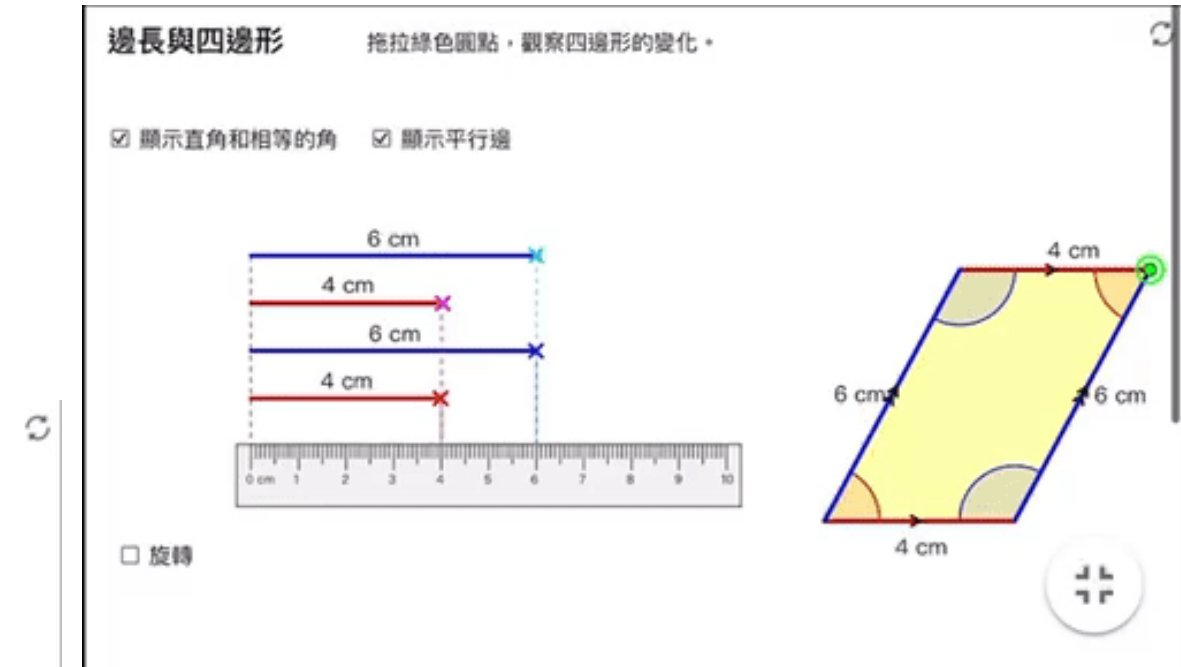
邊長與四邊形 拖拉綠色圓點，觀察四邊形的變化。

☒ 顯示直角和相等的角 ☒ 顯示平行邊



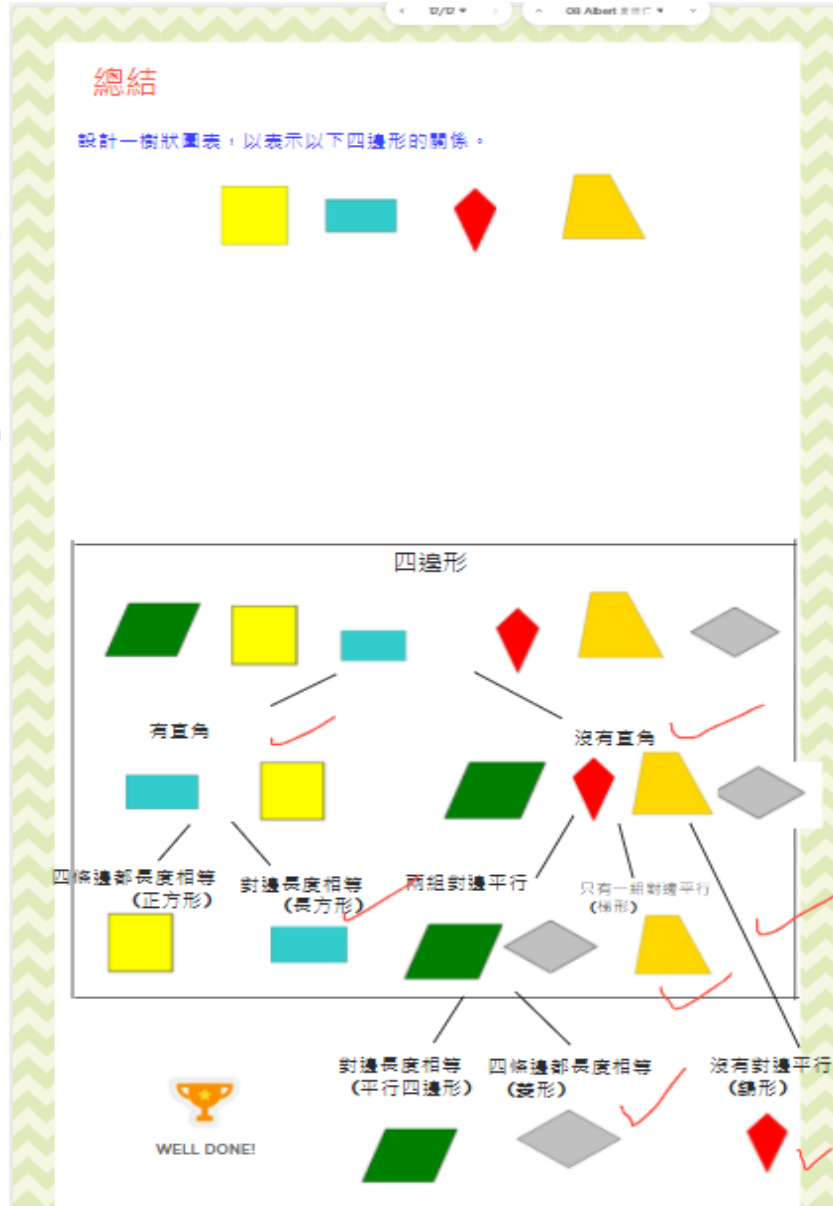
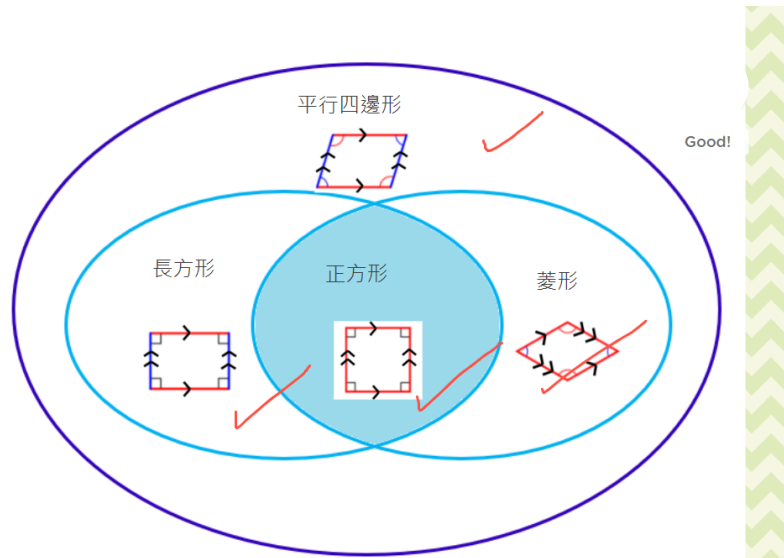
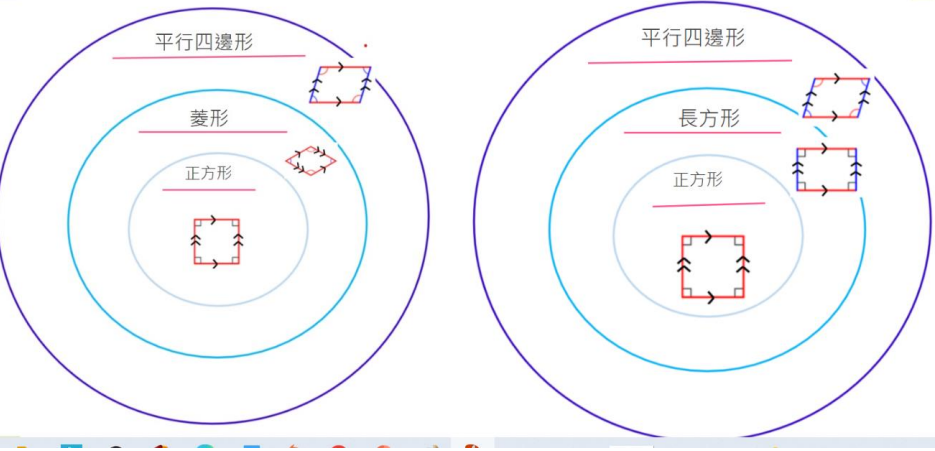
第一場比賽(第二關)

[電子活動動幾何條](#)



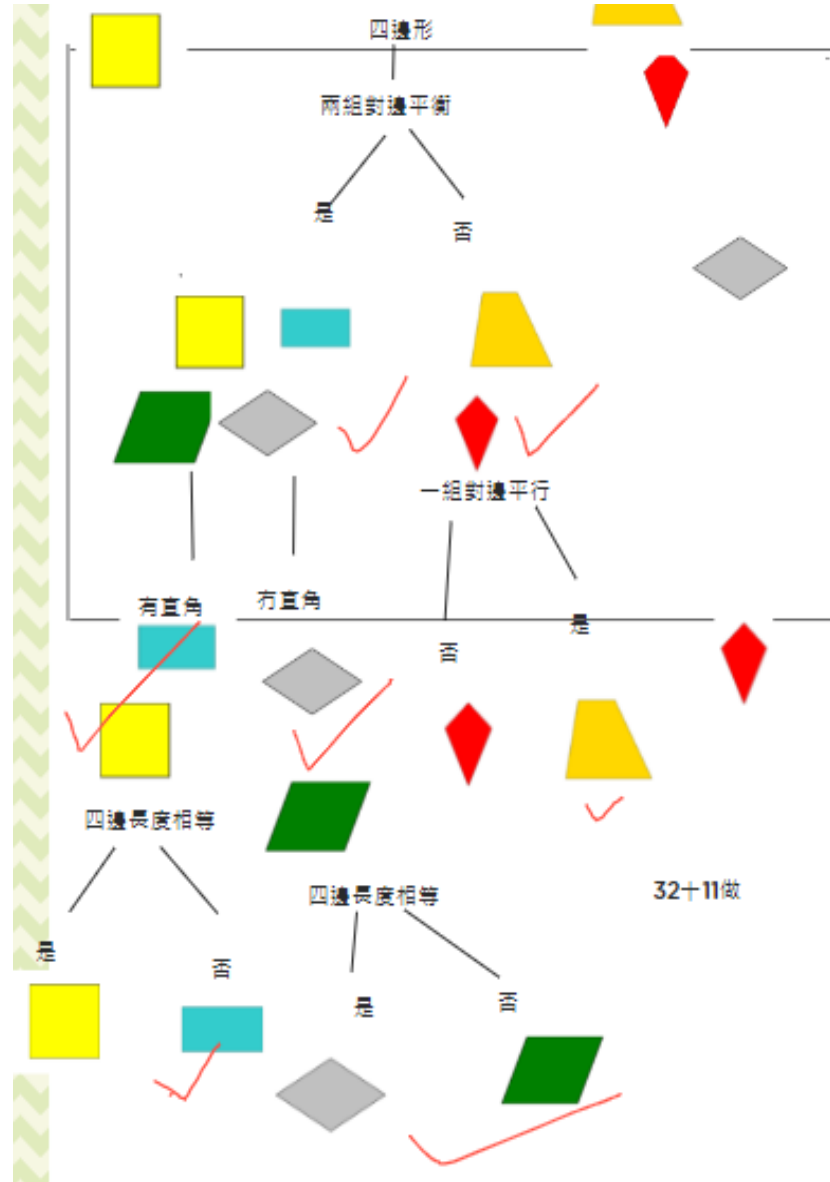
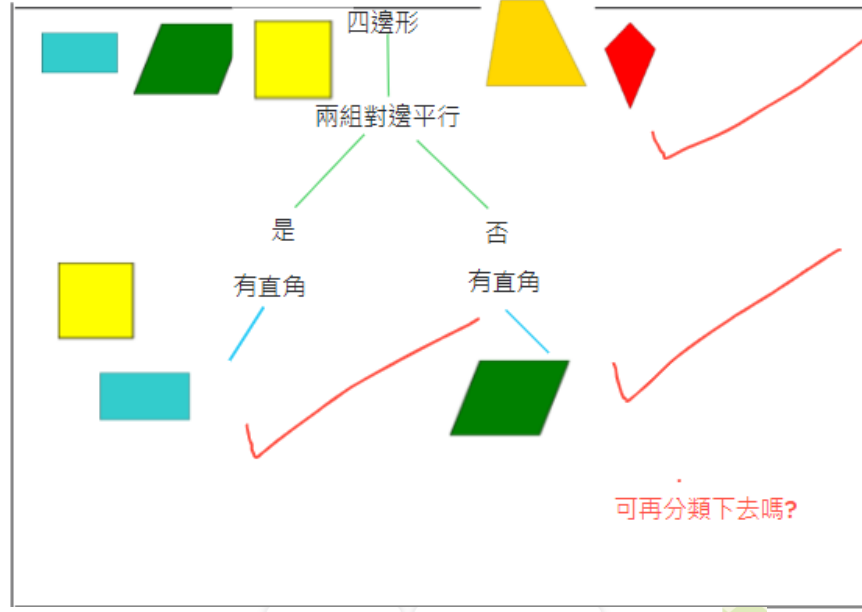
《四邊形的關係》---總結

van Hiele 的學習階段四的「自由探索」活動設計



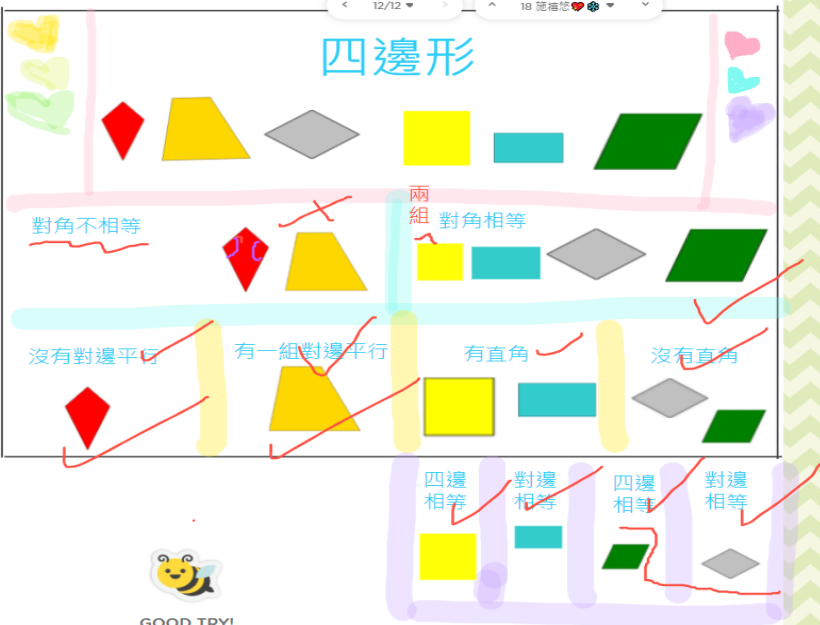
☆教師給予學生開放性問題，讓學生能用自己的方法來解題。
☆藉此自由探索的過程，學生對四邊形之間的關係可變得更加清楚明確。

《四邊形的關係》——總結

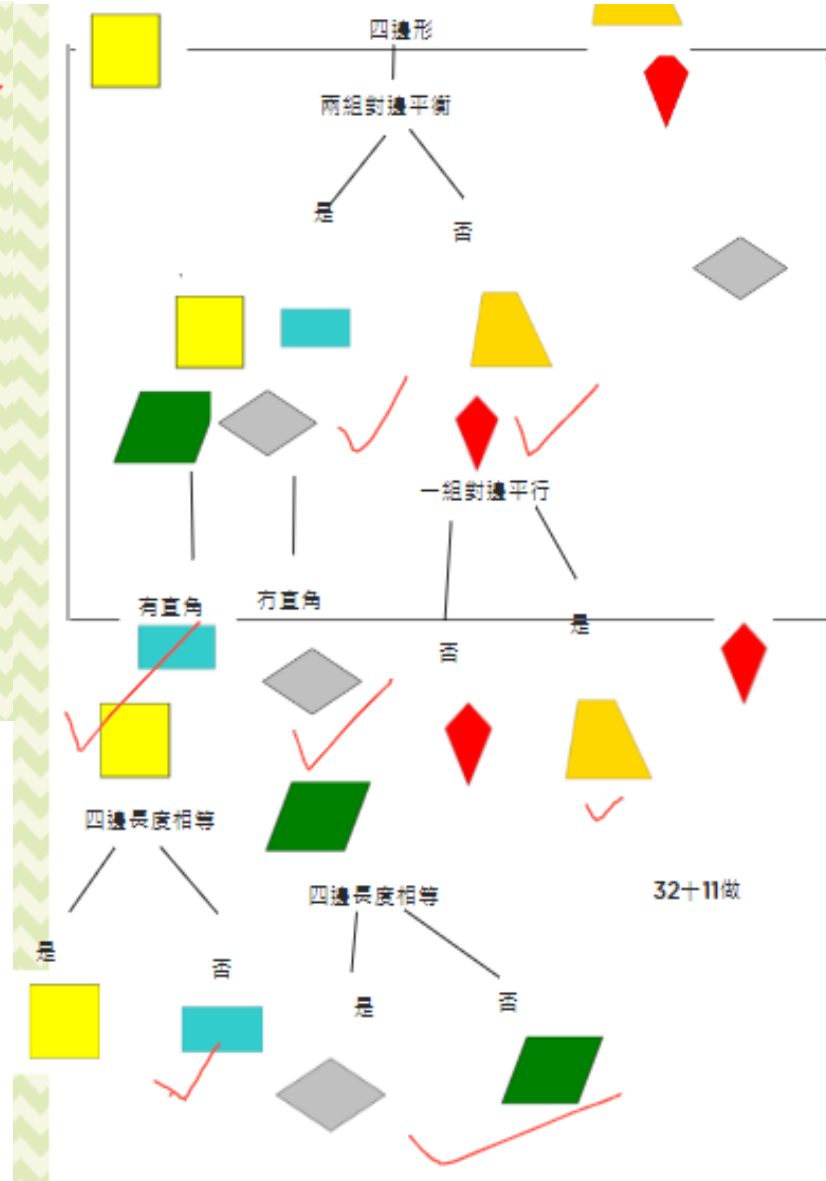
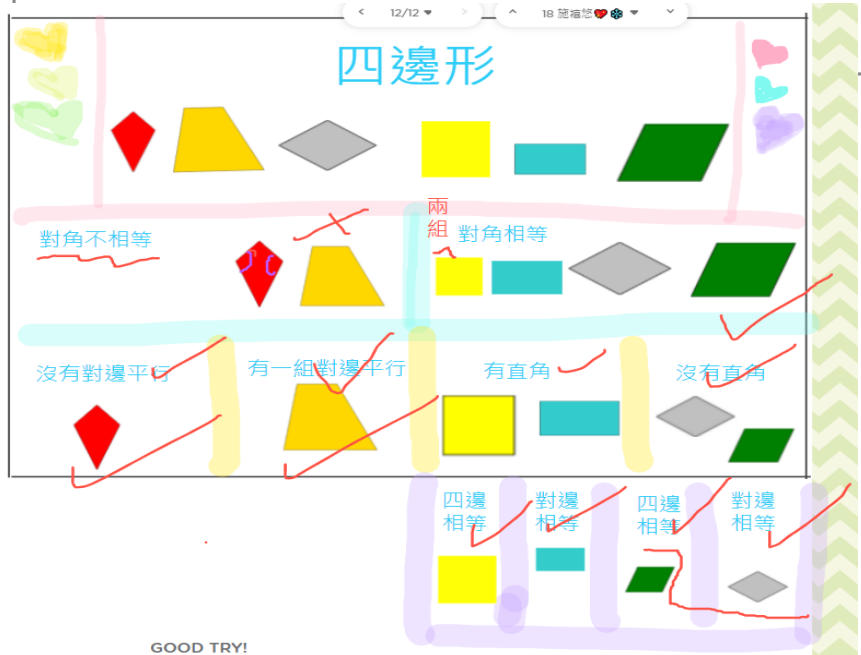
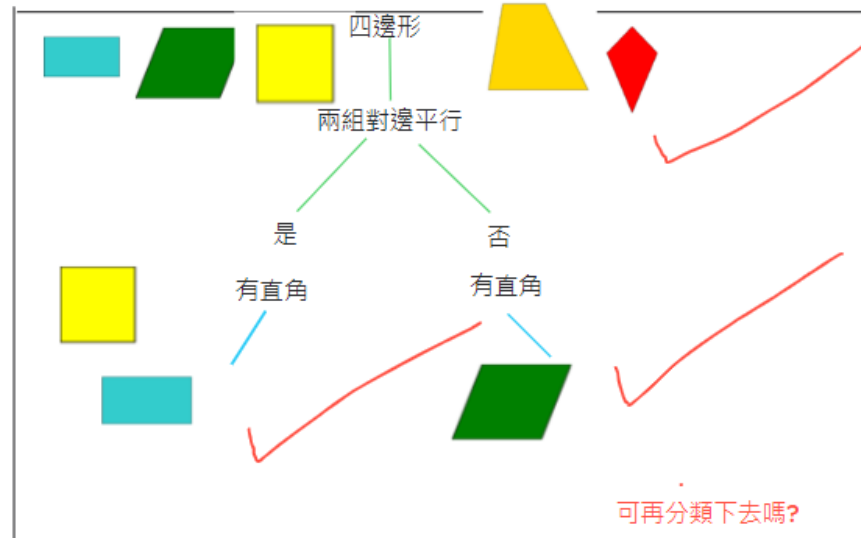


van Hiele 學習
階段五的「整合」
活動設計

☆教師協助學生將所學的知識整合。



《四邊形的關係》——總結



四邊形 分類的三個要素

☆ 是否有直角

☆ 有多少組對邊長度

相等

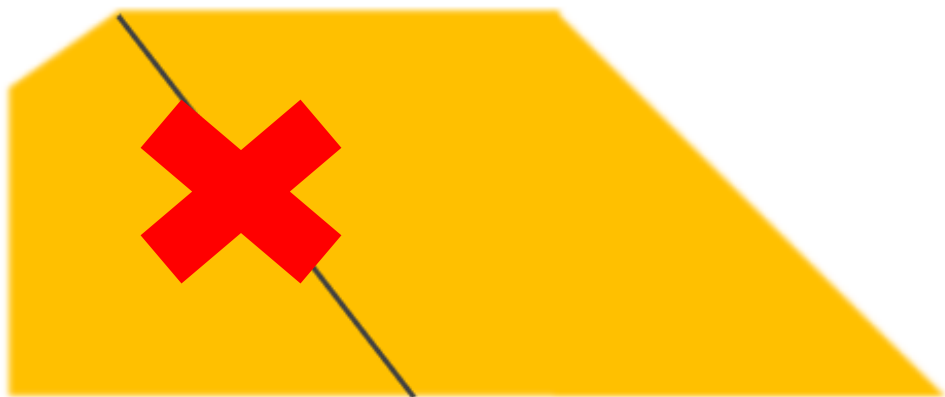
☆ 有多少組對邊平行

面積計算的迷思與困難

- 找錯相對應的高，對高的定義模糊不清
- 沒有找到面積計算的根本，從而未能打通各種圖形面積公式之間的關聯性。
- 分割或拼砌的圖形，不是常規圖形

多邊形的分割與填補

van Hiele 學習階段三的
「解釋說明」活動設計



(圖一) 多邊形的分割



(圖二) 多邊形的分割或填補

反思及優化

- 學生掌握四邊形特徵及它們間的異同，並且可用數學符號表達幾何特徵。
- 大部分學生能夠掌握四邊形間的從屬關係及運用數學語言表達
- 大部分學生除了能夠用電子平台進行幾何學習外，亦能利用工具去驗證圖形的特性。
- 大部分學生能夠從邊和角出發，用四邊形特徵正確分割及填補圖形，及判斷圖形的邊長。
- 教學過程中，老師多鼓要求同學使用圖形特性及工具支持自己判斷的真確性。
- 善用電子平台內的各樣功能進行學與教活動

五年級 多邊形面積

Classkick 多邊形面積教學概念及流程

van Hiele 的五個教學階段中的「(一)探詢資訊」

重溫

- 重溫學生所有平面圖形的圖形特性及面積計算方法

圖形拼砌

- 將四年級知識延伸到多邊形圖形的拼砌

圖形分割/填補

van Hiele 的五個教學階段中的「(二)直接導向」

- 透過拼砌加深對圖形分割及填補圖形的敏感度及空間感，練習由淺入深。

面積計算

van Hiele 的五個教學階段中的「(三)解釋說明」

1. 方格紙以數格子計算面積
2. Classkick練習題
3. 配合課堂工作紙(P.2及P.3)

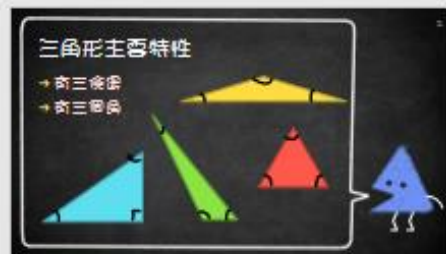
(一) 探詢資訊 圖形特性及計算重溫



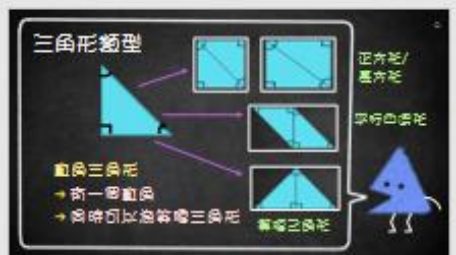
1 ★



2 ★



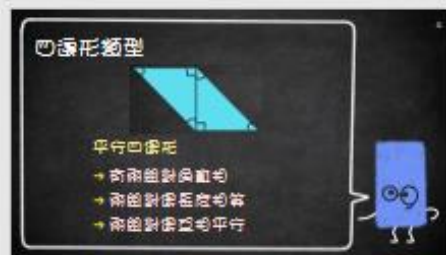
3 ★



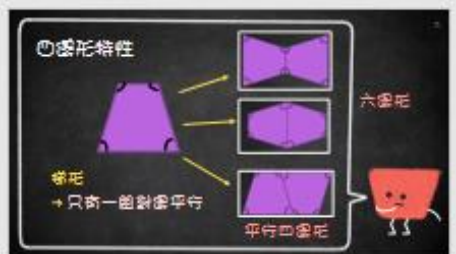
6 ★



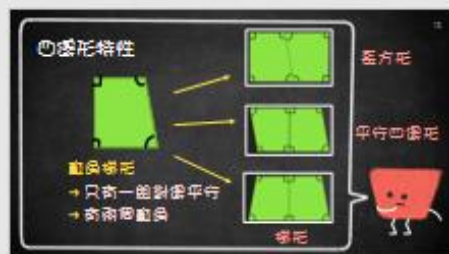
7 ★



8 ★



11 ★

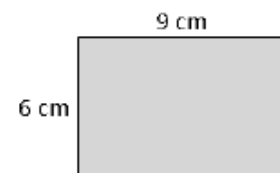


12 ★

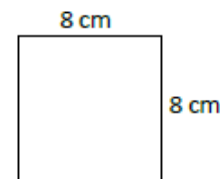


13 ★

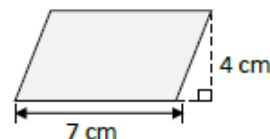
溫習：平面圖形面積的計算



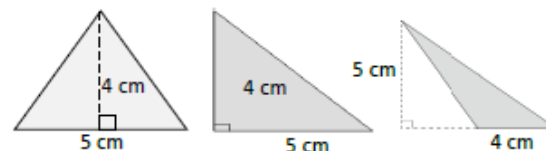
$$\begin{aligned} \text{長方形面積} &= \text{長} \times \text{闊} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} (\quad) \end{aligned}$$



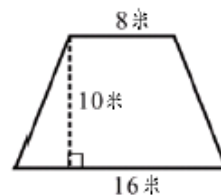
$$\begin{aligned} \text{正方形面積} &= \text{邊長} \times \text{邊長} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} (\quad) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{平行四邊形面積} &= \text{底} \times \text{高} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} (\quad) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{三角形面積} &= \text{底} \times \text{高} \div 2 \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \div 2 \\ &= \underline{\quad} (\quad) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{梯形面積} &= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \div 2 \\ &= \underline{\quad} (\quad) \end{aligned}$$

Classkick

Slides

用下面圖形拼出下列圖形。

1.  2. 

1 0 Pts

用下面圖形拼出下列多邊形。

1.  2.  3.  4. 

1 2 3 0 Pts

用下面圖形拼出下列5個多邊形。

1.  2.  3.  4.  5. 

1 2 3 0 Pts

Exit Ticket

完成後請等待老師指示!

4 0 Pts

試用一條直線把下面分割，並寫出能由那些圖形合併而成。

例子  圖形：正方形 + 直角三角形

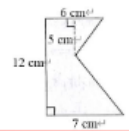
5 0 Pts

下面界線內圖形的面積佔了多少格？你會用甚麼方法計算？於下面加畫直線。（分割出越少圖形越方便計算）



6 2 Pts

加畫直線，使我們可以計算它的面積。

1. 

7 0 Pts

Exit Ticket

完成後請等待老師指示!

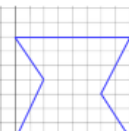
8 0 Pts

可以為下列各個多邊形填補甚麼圖案，使我們最容易計算出多邊形的面積？（於圖上加畫紅色直線）



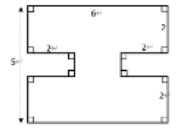
9 10 Pts

下面界線內圖形的面積佔了多少格？你會用甚麼方法計算？於下面加畫紅線。



10 0 Pts

加畫直線，使我們可以方便計算它的面積。



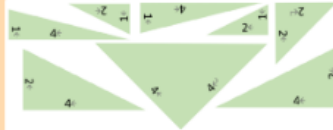
11 0 Pts

Exit Ticket

完成後請等待老師指示!

12 0 Pts

自選題：運用以下三角形拼出不同的四邊形及多邊形，試試讓自己/其他同學計算。



13 0 Pts



Classkick設計概念

針對學生難點：

1. 學生對多邊形敏感度不足
2. 未能有效運用已學的圖形特性去進行分割

(較弱同學未必可以很快分辨到圖形能分割成兩款或多款不同已學過的圖形)

1 圖形拼砌
(重溫四年級知識)
(一) 探詢資訊

2 提升圖形的空間感及敏感度
(二) 直接導向

3 容易找出已學過的圖形特性，
發現拼砌有不同的可能性
(二) 直接導向

4 引伸到多邊形分割，並找出最容易計算的圖形分割方法
(三) 解釋說明

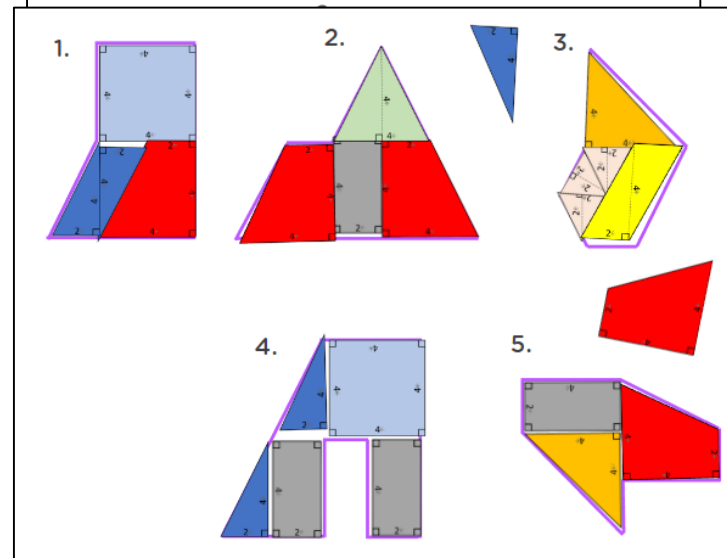
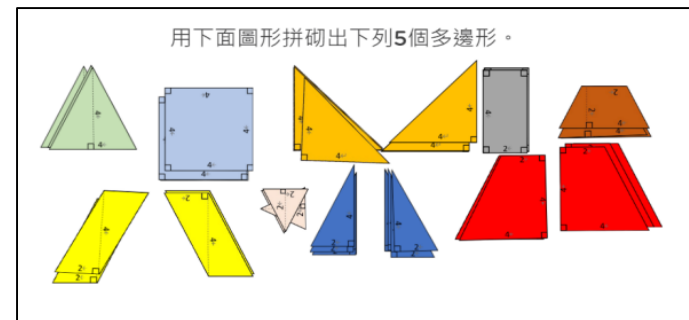
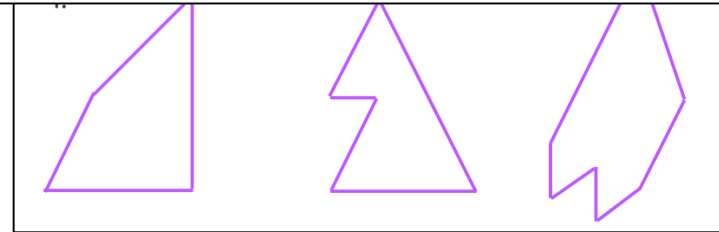
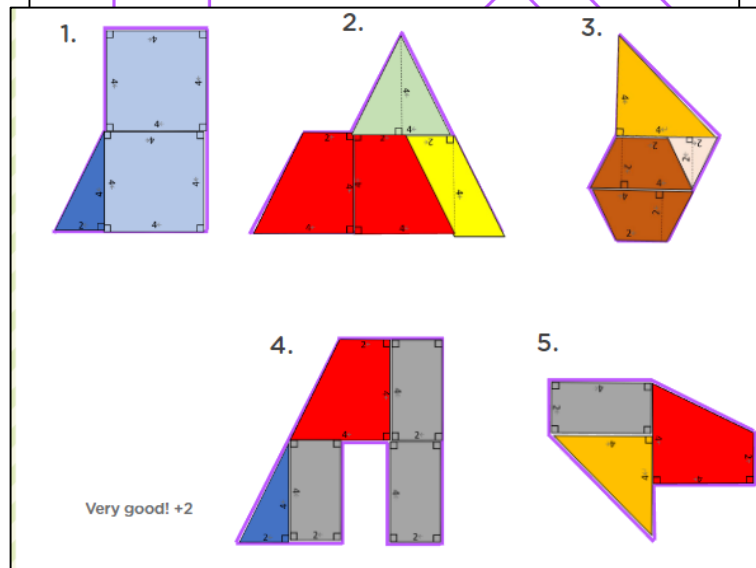
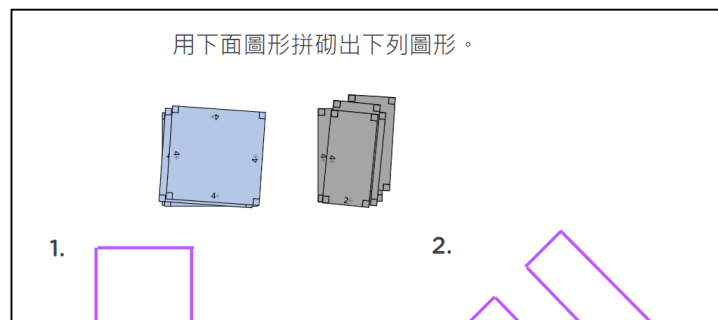
Classkick圖形拼砌目的：

1. 引入
2. 提升學生學習興趣
3. 過渡四年級的知識到
五年級的多邊形面積計算

- I. 簡單長方形及正方形的拼砌
(已有知識)
- II. 以上 + 三角形的拼砌
- III. 提供不同圖形的拼砌

程度由淺入深：
想提升學生空間感，提高對不同
圖形的特性的運用及理解

van Hiele 的五個教學階段中的「(一) 探詢資訊」



van Hiele 的五個教學階段中的「(二) 直接導向」而成。

簡單圖形分割作開始，
加深對分割圖形後的
結果及印象

試用一條直線把下圖分割，
並寫出能由哪些圖形合併而成。

例子

圖形：長方形
+
直角三角形

圖形：
正方形
+
梯形

圖形：
長方形
+
三角形

圖形：
三角形
+
梯形

例子

圖形：長方形
+
直角三角形

圖形：
正方形
+
梯形

圖形：
直角等腰三角形
+
直角三角形

試用兩條直線把下圖分割，
並寫出能由哪些圖形合併而成。

圖形：
三角形
+
三角形
+
長方形

圖形：
三角形
+
平行四邊形
+
三角形

圖形：
梯形
+
梯形
+
直角三角形

試用兩條直線把下圖分割，
並寫出能由哪些圖形合併而成。

圖形：
不等邊三角形
+
不等邊三角形
+
長方形

圖形：
梯形
+
直角三角形
+
不等邊三角形

圖形：
梯形
+
梯形
+
不等邊三角形

試用兩條直線把下圖分割，
並寫出能由哪些圖形合併而成。

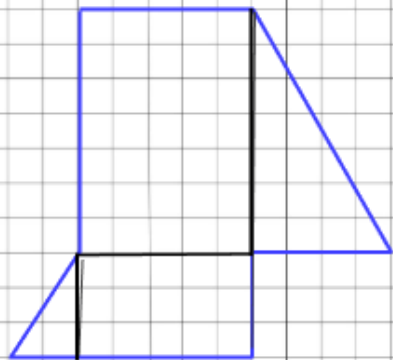
圖形：
梯形
+
梯形
+
梯形

圖形：
平行四邊形
+
平行四邊形
+
平行四邊形

圖形：
三角形
+
平行四邊形
+
三角形

平行四邊形

下圖界線內圖形的面積佔了多少格？
 你會用甚麼方法計算？於下圖加畫線段。
 (分割出越少圖形越方便計算)

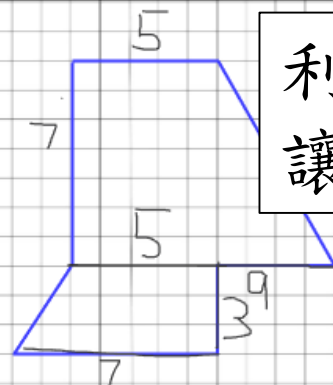


列式計算： $5 \times 7 + 4 \times 3 \div 2 + 3 \times 5 + 2 \times 3 \div 2$
 $= 35 + 6 + 15 + 3$
 $= 66$

66

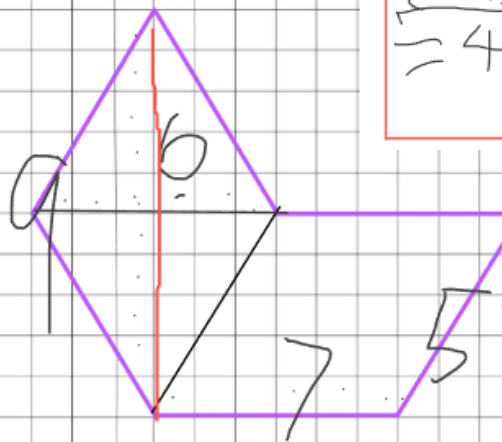
van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」

利用方格紙計算圖形面積
 讓學生較易分割及數數



列式計算： $(5+9) \times 7 \div 2 + (5+7) \times 3 \div 2$
 $= 49 + 18$

67



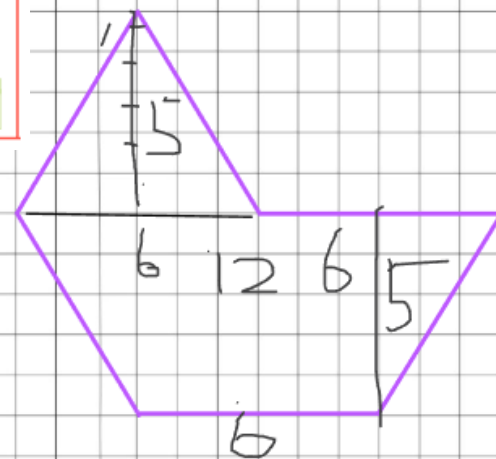
Good try!! +1

列式計算：

$7 \times 5 = 35$
 $9 \times 6 = 36$
 $35 + 36 = 71$

$10 \times 3 \div 2 \times 2$
 $= 30$

=71



列式計算：

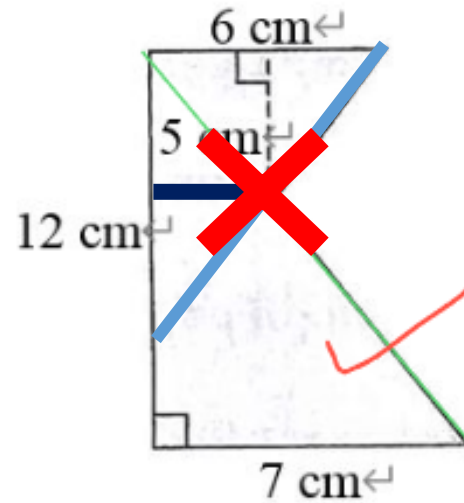
$6 \times 5 \div 2 + (6+12) \times 5 \div 2$
 $= 15 + 45$

60

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」

加畫直線，使我們可以計算它的面積。

1.



列式計算：

$$(6 \times 5 \div 2) + (7 \times 12 \div 2)$$
$$= 15 + 42$$

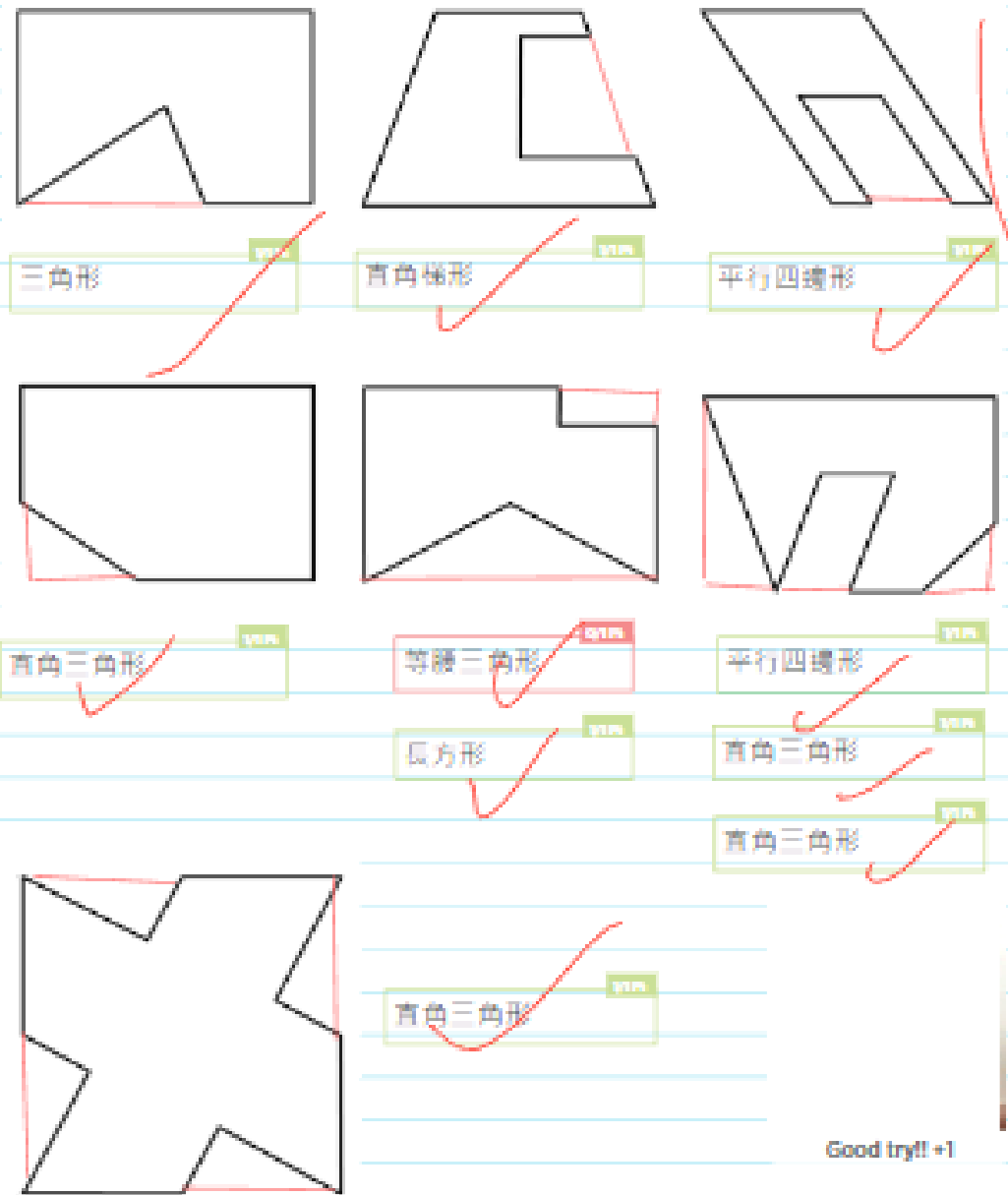
57

van Hiele 的五個教學階段中的「(一) 探詢資訊」

可以為下列各個多邊形填補甚麼圖案，
使我們較容易計算出多邊形的面積？
(於圖上加畫紅色直線)

簡單圖形填補作開始，

加深對填補圖形後的結果及印象



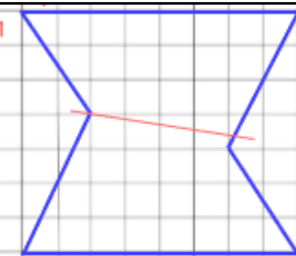
van Hiele 的五個教學階段中的「(二) 直接導向」



列式計算:

$$(8 \times 6) - (4 \times 3 \div 2 \times 2) - (2 \times 2 \div 2) = 34 \text{ 平方米}$$

34平方米

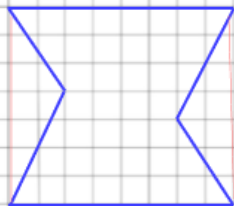


列式計算:

假設 1 米邊長

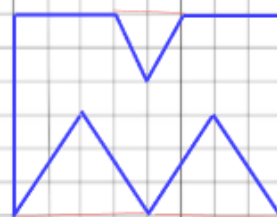
共 2 1 格下, 2 1 木各上, 共 4 2

42 平方米



列式計算:

正方形 - x 2 = 三角形

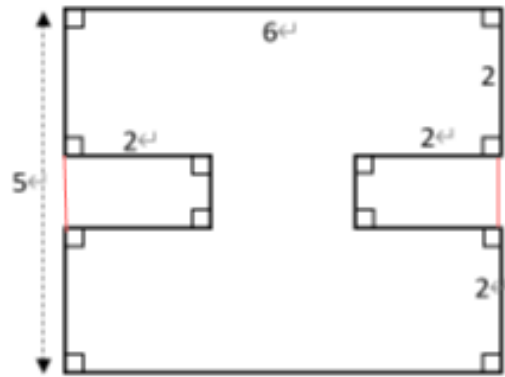


列式計算:

長方形 - x 3 = 三角形

van Hiele 的五個教學階段中的「(三) 解釋說明」

加畫直線，使我們可以方便計算它的面積。



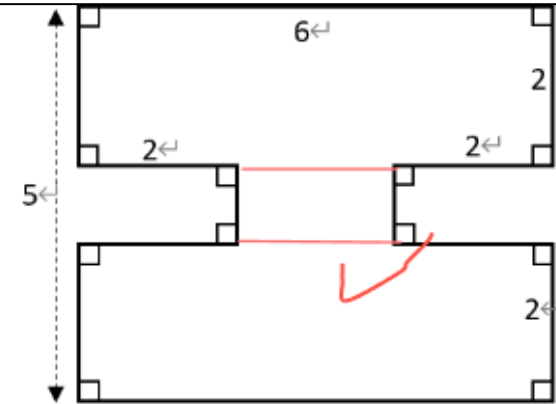
列式計算：

$$5 \times 6 - (5 - 2 - 2) \times 2 \times 2$$

$$30 - 4$$

26

你真棒! +3



列式計算：

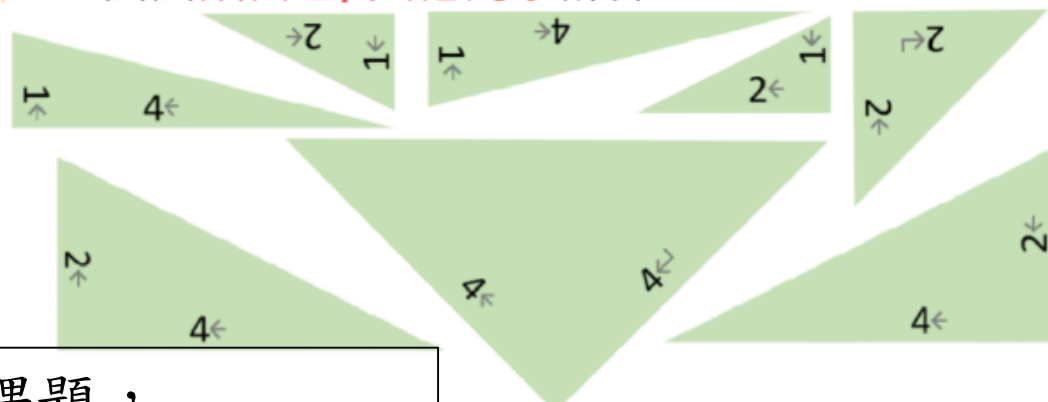
$$((6 \times 2) \times 2) + (5 - 2 - 2) \times (6 - 2 - 2)$$

26

van Hiele 的五個教學階段中的「(四) 自由探索」

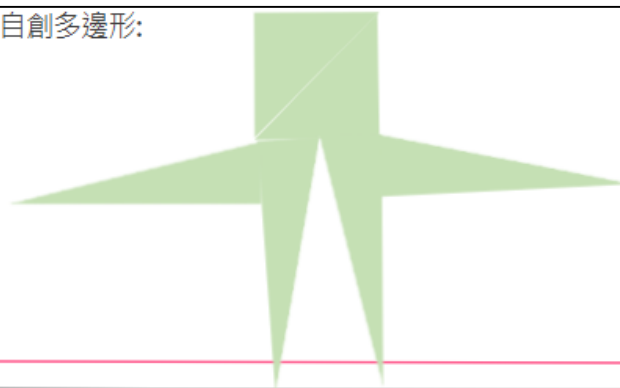
自擬題：

運用以下三角形拼出不同的四邊形及多邊形
試試讓自己/其他同學計算。



呼應四年級三角形拼砌課題，
利用多個三角形去拼砌及自創多邊形

自創多邊形：



列式計算：

$$\begin{aligned} & 2 \times 2 \div 2 + 2 \times 2 + 4 \times 1 \div 2 + 2 \times 4 \\ &= 4 \div 2 + 2 \times 2 + 4 \div 2 + 2 \times 4 \\ &= 2 \times 2 + 2 \times 4 \\ &= 4 + 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

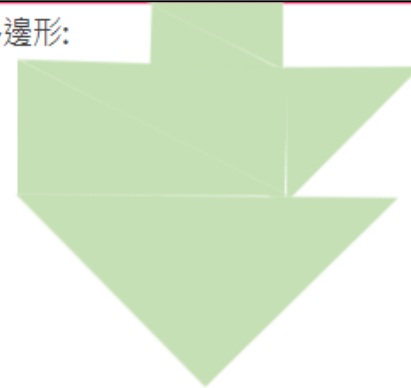
自創多邊形：



列式計算：

$$\begin{aligned} & (4 \times 1 \div 2 \times 2) + (4 \times 4 \div 2) \\ &= 4 + 8 \\ &= 12 (cm^2) \end{aligned}$$

自創多邊形：



列式計算：

$$\begin{aligned} & 2 \times 1 + (6 + 4) \times 2 \div 2 + \\ & 4 \times 4 \div 2 \\ &= 2 + 10 + 8 \\ &= 20 cm^2 \end{aligned}$$

自創多邊形：



列式計算：

$$4 \times 1 + 2 \times 1 \div 2 \times 2$$

反思及優化

1. 運用了van hiele的教學階段，更加重視學生的已有知識及如何以學生為中心引導學生探究新知識
2. 強調學生運用數學語言去解釋計算方法
3. 在classkick電子學習平台上，學生可以自由於圖片上改錯或畫圖，所以可以鼓勵學生不斷嘗試，使用不同方法找出多邊形面積；亦可以同步展示同學的解題方法及可提供即時回饋，加強生生互動。

優化：

1. 在電子學習平台上增加不同答題方式如：使用錄音功能去解釋解題方法，加快學習效能。
2. 設計classkick工作紙活動適宜精簡，使學生容易投入活動。

縱向課程的銜接

二年級開始可引入van Hiele 的五個教學階段及各種電子學習平台，學生在知識、技能、態度方面的表現理想

知識：能夠準確使用相關的數學語言及符號

技能：能夠熟習使用各種電子學習平台（classkick、geoboard、geogebra），及正確使用工具（三角尺、直尺）

態度：直觀 → 善用工具驗證 → 直觀

用完電子工具後，需用實物操作。（將技能轉移到實物操作）

總結

重視學生幾何思維發展的階段
對基礎概念的掌握
提升學生理解的層次
鼓勵學生的自由地運用多角度思考
用不同的方法討論解題

溫馨提示

- 校本課程規劃
- 教學及行政互相協調
- 老師的認同、實踐及不斷
反思改進
- 持續修訂以優化教學

參考文獻

Burger, W.F. & Shaughnessy, J.M. (1996). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17 (1), 31-48.

Clements, D., & Battista, M. (1992). *Geometry and Spatial Reasoning*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.

van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.

何敏華（2005）。創意教學活動「四邊形的獵捕」－包含關係的推理。科學教育月刊，282，41-55。

教育局（2020）。小學數學課程闡釋（第一學習階段）。香港：教育局。

教育局（2020）。小學數學課程闡釋（第二學習階段）。香港：教育局。

黃國綸、許慧玉（2016）。幾何圖形例子分類對八年級國中生學習四邊形包含關係之研究。台灣數學教師，37(2)，50-71。

課程發展議會（2017）。數學教育學習領域課程指引補充文件：小學數學科學習內容（小一至小六），香港：課程發展議會。