

題目：價值觀教育—以中國古代數學問題為引，細味中華文明之智慧

陳鋼博士（教育局 小學校本課程發展組）

陳淑珍老師、談悅明老師（荃灣潮州公學）

引言

教育局積極推動價值觀教育，培養學生正確的價值觀和態度。《小學教育課程指引》(2024)及《價值觀教育課程架構（試行版）》(2021)均強調傳承和珍視中華文化的重要性。《數學教育學習領域課程指引（小一至中六）》(2017)亦建議透過數學史教學，讓學生認識中國古代數學成就及數學家的貢獻，從而深化價值觀教育。

為落實以上重點，學校依據《價值觀教育課程架構（試行版）》(2021)提出的「認知、情感、實踐」三合一原則，設計數學科價值觀教育課程。經支援人員及科組教師討論，決定以增潤課程內容促進價值觀教育。在認知層面，學生能學習《孫子算經》及《九章算術》等古代數學著作，並透過相關活動鞏固數學概念及計算能力；在情感層面，藉由連結古今數學知識，學生自然對古人智慧產生敬佩之情；在實踐層面，則鼓勵學生分享我國數學的卓越成就，增強文化自信。

古代中國數學著作

中國古代數學著作在世界數學發展史上具有重要地位，例如《九章算術》與《孫子算經》都展現了古代數學的卓越成就。《九章算術》是現存最早的中國古代數學專著之一，內容於西漢後期已基本定型。全書分為九章，共收錄二百四十六道數學題，採用「一問一答」形式呈現，部分題目附有「術」（即解法）。書中許多算法比歐洲同類方法早逾一千五百年，對世界數學發展影響深遠。《孫子算經》是南北朝的數學著作，成書大約在一千五百年前，全書共分三卷。書內系統地記載了籌算記數制度和籌算乘除法則，並收錄「雞兔同籠」等經典數學問題。

支援人員與教師共同分析上述著作，發現部分數學題目文字淺白，所涉及的數學概念（如整數四則運算、分數的約分、平面圖形面積與周長計算等）與高年級小學課程內容相符，學生容易掌握。這些古籍現已數位化，教師可輕鬆取得並轉化為教學素材，既能藉由歷史文本強化學生對數學概念的理解，又能自然而然地培養其對中華文化的認同感。

價值觀教育的課業設計與教學流程

學校從古代數學著作中選取合適內容，並與支援人員緊密合作，設計校本課業，以培養學生欣賞中華文化。課業設計遵循「知、情、行」原則。在知識層面，課業先是節錄幾道古代數學問題，並以多項選擇題評估學生對古籍用詞、作者身份、成書時期等的理解。課業並加入計算題，讓學生計算一或兩道古籍中的數學問題，這既能鞏固學生的數學技能，亦能讓他們感受古人的智慧。在情感層面，課業使用開放式的提問，藉了解古人能夠認識不少數學知識及運用相關知識解決生活問題，詢問學生的感想。在實踐層面，鼓勵學生向親友簡介我國古代數學著作的內容，達致傳承中華文化。

教學流程主要分為「知識導入」、「親身體會」及「表達感受」三個環節。以下以五年級《九章算術》〈方田〉章的教學為例作具體說明。在「知識導入」環節，教師首先透過多媒體資源（如影片或網頁）介紹《九章算術》的歷史背景，特別著重講解〈方田〉章的內容與意義。然後，教師會解釋古籍中的專業術語，例如說明「圭田」指三角形田地，幫助學生理解古代數學語言。接下來，教師會發放校本課業，其中包含精選的古籍題目（圖一）。

中國古時的面積計算

(一) 閱讀以下資料，然後回答問題(請塗黑代表答案的圓圈)。

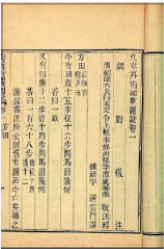
《方田》

1. ☐ A. 方田：今有田廣十五步，從十六步。問為田幾何？
☐ B. 答曰：一畝。

2. ☐ A. 方田：又有田廣十二步，從十四步。問為田幾何？
☐ B. 答曰：一百六十八步。
☐ C. 方田術曰：廣從步數相乘得積步。以畝法二百四十步除之，即畝數。百畝為一頃。

3. ☐ A. 方田：今有田廣一里，從一里。問為田幾何？
☐ B. 答曰：三頃七十五畝。

.....



圖一：校本課業記錄了古代數學問題

課業中設計的多項選擇題（圖二），能夠從不同角度展現中國古代的數學成就。舉例來說，第一題揭示早在二千年前，中國古人就已掌握相當完備的數學知識；第二題通過田地面積計算，展示古人不僅理解長方形面積公式，更能將數學知識靈活運用於實際生活問題；第三題藉由非整數長度記錄，證明古人當時已掌握了包括分數在內的重要數學概念。

1. 《九章算術》大約是多少年前的著作？

☐ A. 200 年前 ☐ B. 2000 年前 ☐ C. 20000 年前

2. 第 2 題提及「又有田廣十二步，從十四步。問為田幾何？」

☐ A. 52(平方)步 ☐ B. 128(平方)步 ☐ C. 168(平方)步

3. 第 26 題提及八步、三分步之二，即是多少步？

☐ A. $8\frac{3}{2}$ 步 ☐ B. $8\frac{2}{3}$ 步 ☐ C. $83\frac{1}{2}$ 步

圖二：校本課業的多項選擇題引導學生認識中國古人的數學成就

在「親身體會」環節中，教師引導學生分組或獨立解答《方田》章第二十六題（如圖三）。此題涉及三角形面積公式、分數乘除及約分等計算。學生在解題過程中能夠親身領略古人的智慧。

1. 試用你的方法，計算第 26 題提及圭田的面積：

「又有圭田廣五步、二分步之一，從八步、三分步之二。問為田幾何？」

試算區

$$5\frac{1}{2} \times 8\frac{2}{3} \div 2$$

$$= \frac{11}{2} \times \frac{26}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{143}{6} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{143}{12}$$

$$= 11\frac{11}{12}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 11 \\ \hline 260 \\ 26 \\ \hline 286 \end{array}$$

2. 我的計算結果，跟〈九章算術〉的結果(相同 / 不同)。

圖三：學生計算古代數學問題

在「表達感受」環節，教師指出古人能運用數學知識計算田地大小，詢問學生有何感想。多數學生表示驚嘆於古人掌握如此豐富的數學知識，並由衷敬佩他們的智慧（如圖四及圖五）。

3. 古人能計算各種面積，你有什麼想法？試寫下你的感想。

我覺得古人很有智慧。

我覺得古人很厲害，因為古時沒有電子產品，古人也能知道如何計算田的面積。

圖四及圖五：學生表達對古人數學成就的敬佩

課堂結束前，教師請學生向親友分享他們在課堂學到的古代數學著作的知識（圖六），以成為「推廣中華文化」的小小傳播者。

我會請以下人士計算《方田》第二題，並向他們分享我學到的古代數學著作的知識。 ☐ 家人 ☐ 朋友 ☐ 其他（請註明：_____）

圖六：課業鼓勵學生傳播我國古代的數學成就

循序漸進的價值觀教育課程

支援人員鼓勵學校從《孫子算經》和《九章算術》中篩選合適內容，設計循序漸進的數學科價值觀教育課程，系統性地培養學生對中華文化的欣賞與認同。例如在四年級聚焦「認知」與「情感」層面，讓學生初步認識古籍內容，並激發對古人智慧的敬佩，五年級就加入「實踐」元素，設計任務鼓勵學生向親友傳播中華數學文化精粹，六年級就深化「實踐」層次，例如安排早會讓六年級學生分享古代數學成就，或鼓勵他們升中後向新同學介紹中國數學歷史，成為文化傳承的橋樑。

除了課堂教學外，支援人員亦建議學校可以透過校園氛圍與全方位活動的形式推廣價值觀教育。在校園氛圍方面，學校可設計以古代數學問題為主題的班級壁報或校園展板，讓學生在課餘時間能夠閱讀相關資訊。在全方位活動方面，學校可以在中華文化周加入古代數學燈謎等活動，透過遊戲提升學生對傳統文化的興趣。

反思與總結

在推動數學科價值觀教育課程的初期，教師團隊曾對課程有所顧慮，例如擔心古文過於艱深。然而，實際教學後發現，部分古籍內容淺顯易懂，且能與現行數學課程自然連繫。原本擔心學生會覺得內容沉悶，但學生能透過實際計算參與學習，而非被動聽講，展現了高度的學習興趣。每次古籍教學活動的時間控制在 30 至 45 分鐘內，並未對教學進度造成影響。此外，中國古籍中蘊含不少教學素材，教師無需擔心資源不足。參與教學的教師普遍認為，利用數學古籍推動價值觀教育的效果超出預期，值得持續推廣。

參考資料

1. Clark, K. M., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., & Tzanakis, C. (2019). History of mathematics in mathematics education – An overview. *Mathematica Didactica*, 42(1).
2. 課程發展議會 (2017)。《數學教育學習領域課程指引（小一至中六）》。取自：
https://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/curr/ME_KLACG_chi_2017_12_08.pdf
3. 課程發展議會 (2021)。《價值觀教育課程架構（試行版）》。取自：
https://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/4-key-tasks/moral-civic/VE_CF_20211129_r.pdf
4. 課程發展議會 (2024)。《小學教育課程指引》。取自：
www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/major-level-of-edu/primary/curriculum-documents/Primary_Education_Curriculum_Guide/PECG%202024_full.pdf